

Zeitschrift:	Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie
Herausgeber:	Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural
Band:	49 (1951)
Heft:	12
Artikel:	Erweiterung des graphischen Einpassens von Luftaufnahmen auf den Fall eines vorliegenden Widerspruches [Schluss]
Autor:	Krames Josef
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-208364

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

verteidigen hatte, mit aller Aufmerksamkeit behandelt und auch bei andern Gelegenheiten mit der Kraft desjenigen gefördert, der vom Allgemeinnutzen der Werke überzeugt ist. Die Grundbuchvermessungsgeschäfte, mit denen Vermessungsdirektor Baltensperger und später sein Nachfolger den Departementschef bemühen mußten, fanden, soweit sie den mit den übrigen Staatsaufgaben gegebenen Rahmen nicht durchbrachen, bei Bundesrat von Steiger immer den gutgesinnten Vertreter und starken Verteidiger. Wir wollen die Geschäfte, die so eine die Grundbuchvermessung fördernde und die Geometerschaft achtende Behandlung erfuhren, nicht aufzählen. Es sind einige darunter, wie zum Beispiel die Bewilligung der recht hohen Anschaffungskosten für ein zeitgemäßes Vermessungsflugzeug, die ein hohes Maß von Einsicht und vom obersten Chef eine respektable Dosis Vertrauenskredit verlangten.

Bundespräsident von Steiger hat die Gabe, Vertrauen schenken zu können. Und wo er vertraut, gibt er auch Freiheit. Von diesem Vertrauen sind nicht nur seine direkten Untergebenen, sondern auch alle, die an der Grundbuchvermessung arbeiten, begünstigt worden. Es liegt an uns, mit der technisch und rechtlich einwandfreien, gemeinnützigen Betreuung der Grundbuchvermessung, mit Einstehen für Recht und Ordnung zu zeigen, daß die Treffsicherheit im Verteilen von Vertrauen, die man dem scheidenden Magistraten nachröhmt, in unserem Falle bestätigt wurde. Wir danken Herrn Bundespräsident von Steiger herzlich für die Förderung, die er der schweizerischen Grundbuchvermessung und damit auch uns angedeihen ließ.

Hy.

Erweiterung des graphischen Einpassens von Luftaufnahmen auf den Fall eines vorliegenden Widerspruches

Von Josef Krames, Wien

(Mitteilung aus dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien)

(Mit vier Abbildungen im Text)

(Schluß)

Nr. 5. Um das nunmehr erweiterte graphische Verfahren auch für andere Modellformen bequem verwenden zu können, hat man noch die zu beliebigen räumlichen Lagen der sechs Orientierungspunkte gehörigen Konstanten A, \dots, H zu ermitteln. Die hiefür erforderliche Rechenarbeit läßt sich durch geeignete Annahme der Modellkoordinaten beträchtlich abkürzen, u. a. indem man (ähnlich wie beim Pauwenschen Verfahren⁷)

⁷ L. J. Pauwen, Sur un procédé d'orientation relative fondé sur la mesure des parallaxes verticales en de nombreux points, Bulletin de la Société Belge de Photogrammétrie, Bruxelles 1949.

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = y_2 = 0, \\ y_3 : z_3 = y_4 : z_4 = \text{konst} = -k, \quad y_5 : z_5 = y_6 : z_6 = k, \\ k = \tan \vartheta, \end{array} \right\} \quad (10)$$

voraussetzt, wobei ϑ den halben Öffnungswinkel zwischen den durch die Randpunkte gelegten Kernebenen angibt (s. Abb. 1). Ferner werden folgende Abkürzungen eingeführt:

$$\left. \begin{array}{l} \tan^2 \vartheta + 1 = \sec^2 \vartheta = \varepsilon, \\ 2z_1 - \varepsilon z_3 - \varepsilon z_5 = u = (z_1 - \varepsilon z_3) + (z_1 - \varepsilon z_5) \\ 2z_2 - \varepsilon z_4 - \varepsilon z_6 = v = (z_2 - \varepsilon z_4) + (z_2 - \varepsilon z_6) \end{array} \right\} \quad (11)$$

Diese Strecken u und v können aus den zur Konstruktion der Grundpunkte verwendeten Zeichnungen (vgl. Abb. 1) ohne weiteres entnommen werden. In Abb. 1 haben $u_3 = z_1 - \varepsilon z_3$, $u_5 = z_1 - \varepsilon z_5$ sowie $u = u_3 + u_5$ positives Vorzeichen. Wie ferner an Hand von Abb. 2 leicht zu bestätigen ist, bildet $u = u_3 + u_5 = 0$ (oder analog $v = u_4 + u_6 = 0$) ein Kennzeichen dafür, daß die innerhalb v^0 ($x = 0$) bzw. v^b ($x = b$) beobachteten Modellpunkte **1**, **3**, **5** (bzw. **2**, **4**, **6**) auf einem (die Basis schneidenden) „gefährlichen Kreis“ liegen.

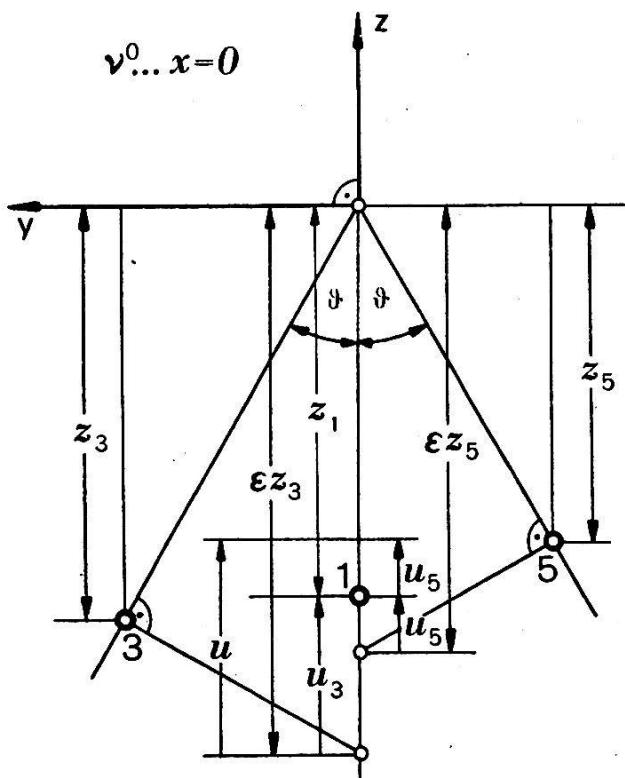


Abb. 1

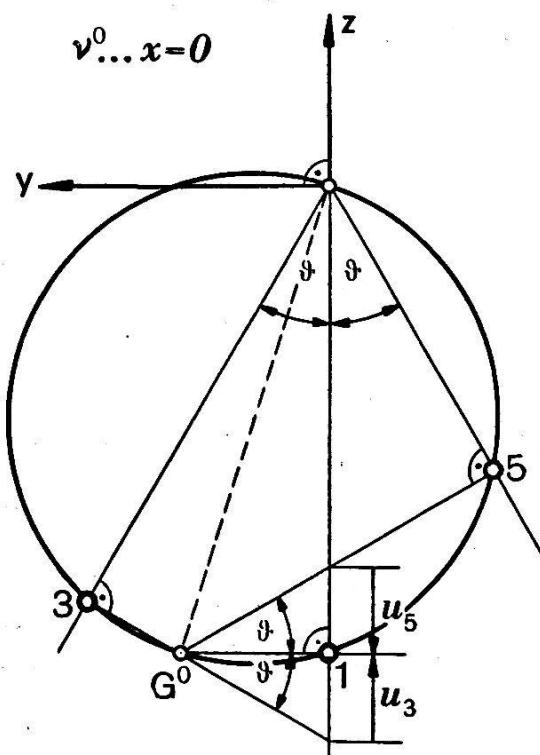


Abb. 2

Für die in Nr. 3 eingeführten Größen M^0, M^b, \dots ergeben sich jetzt:

$$M^0 = -k z_1 z_3 z_5 (2p_1 - p_3 - p_5),$$

$$M^b = -k z_2 z_4 z_6 (2p_2 - p_4 - p_6),$$

$$N^0 = -k z_1 z_3 z_5 u,$$

$$N^b = -k z_2 z_4 z_6 v,$$

$$U^0 = z_1 z_3 z_5 [(\varepsilon z_3 - \varepsilon z_5) p_1 + (\varepsilon z_5 - z_1) p_3 + (z_1 - \varepsilon z_3) p_5],$$

$$U^b = z_2 z_4 z_6 [(\varepsilon z_4 - \varepsilon z_6) p_2 + (\varepsilon z_6 - z_2) p_4 + (z_2 - \varepsilon z_4) p_6],$$

$$V^0 = k z_1 z_3 z_5 [-\varepsilon (z_3 + z_5) p_1 + z_1 p_3 + z_1 p_5],$$

$$V^b = k z_2 z_4 z_6 [-\varepsilon (z_4 + z_6) p_2 + z_2 p_4 + z_2 p_6].$$

Danach erhalten die gesuchten Faktoren gemäß Gl. (5) und (7) folgende Werte:

A) „Winkelverfahren“:

$$a'') \quad A = \frac{1}{2} \frac{u^2 - v^2}{u^2 + v^2},$$

$$b'') \quad B_1 = -\frac{z_4 - z_6}{\sin 2 \vartheta (u^2 + v^2) b} u^2,$$

$$c'') \quad B_2 = \frac{z_3 - z_5}{\sin 2 \vartheta (u^2 + v^2) b} v^2,$$

$$d'') \quad C_1 = \frac{z_2 + \varepsilon z_4 + \varepsilon z_6}{3 b (u^2 + v^2)} u^2,$$

$$e'') \quad C_2 = -\frac{z_1 + \varepsilon z_3 + \varepsilon z_5}{3 b (u^2 + v^2)} v^2,$$

B) „Folgebildanschluß“:

$$f'') \quad D = \frac{1}{2} \frac{u^2 - v^2}{u^2 + v^2},$$

$$g'') \quad E = -\frac{(z_3 - z_5) v^2 + (z_4 - z_6) u^2}{\sin 2 \vartheta (u^2 + v^2) b},$$

$$h'') \quad F = \frac{(z_1 + \varepsilon z_3 + \varepsilon z_5) v^2 + (z_2 + \varepsilon z_4 + \varepsilon z_6) u^2}{3 (u^2 + v^2) b},$$

$$i'') \quad G_2 = \frac{z_2 + \varepsilon z_4 + \varepsilon z_6}{3 (u^2 + v^2)} u^2,$$

$$k'') \quad H_2 = \frac{z_4 - z_6}{\sin 2 \vartheta (u^2 + v^2)} u^2.$$

Wird beim Folgebildanschluß die rechte Kammer festgehalten, dann sind in $a'''), \dots k''')$ die aus den Ebenen v^0 und v^b entnommenen Modellkoordinaten und die Strecken u, v sinngemäß zu vertauschen.

Obige Formeln $a'''), \dots k''')$ geben sofort Aufschluß über die Abhängigkeit der Faktoren $A, \dots H$ von der jeweiligen Geländeform. Vor allem gelten folgende einfache Regeln:

a) Sind die aus den Ebenen v^0 und v^b abgeleiteten Strecken u und v einander gleich, dann ist sowohl $A = 0$ wie auch $D = 0$, während die Formeln für die übrigen Faktoren sehr einfache Gestalt annehmen. Diese Relation $u = v$ bildet eine einfache Bedingung für die räumliche Lage der sechs Modellpunkte **1, 3, 5** und **2, 4, 6**; sie wird im besonderen immer erfüllt, wenn gleichzeitig $z_1 = z_2, z_3 = z_4$ und $z_5 = z_6$ gilt.

b) Damit der Faktor B_1 (oder B_2) verschwindet, ist (sofern $u \neq 0, v \neq 0$) notwendig und hinreichend, daß die Randpunkte **4** und **6** (bzw. **3** und **5**) auf gleicher Höhe liegen, d.h. daß $z_4 = z_6$ (bzw. $z_3 = z_5$) gilt. Desgleichen ist $E = 0$, sobald die z -Koordinaten von **4** und **6** wie auch die von **3** und **5** paarweise übereinstimmen. Überdies gibt es noch allgemeinere Fälle, bei denen der Zähler in Formel $g''')$ gleich 0 wird.

c) Der Faktor H_2 ist immer = 0, wenn die Punkte **4** und **6** gleiche Höhe haben, oder wenn $u = 0$ ist.

d) Die Faktoren C_1, C_2, F und G_2 können (von den Fällen $u = 0, v = 0$ abgesehen) niemals verschwinden (vgl. Nr. 3, insbesondere Gl. d', e' und h'), weil ja alle Größen z_j und εz_j (im Gesichtsfeld der Aufnahmen) $\neq 0$ sind und stets gleiches, nämlich negatives Vorzeichen aufweisen.

e) Die in Nr. 4 behandelten waagrechten Ebenen sind oben unter a) und b) als Sonderfälle einzuordnen. Weiter sei hervorgehoben, daß *für jedes in der Flugrichtung verlaufende Tal oder für jeden ebenso gelegenen Bergrücken sowohl $A = 0, D = 0$ wie auch $B_1 = 0, B_2 = 0, E = 0, H = 0$ ist usw.*

Nr. 6. Die praktische Handhabung der Formeln $a'''), \dots k''')$ ist keineswegs so umständlich, wie dies im ersten Augenblick erscheinen mag. Hat man nämlich die Strecken u und v , wie bereits beschrieben wurde (s. Abb. 1), zeichnerisch festgelegt, dann lassen sich alle in diesen Formeln (zum Teil wiederholt) auftretenden Ausdrücke ebenfalls auf graphischem Wege sehr rasch ermitteln. Wir setzen zu diesem Zweck $v : u = \operatorname{tg} \sigma$ und erhalten die Zahlenwerte von:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{u^2}{u^2 + v^2} = \cos^2 \sigma, \quad T = \frac{v^2}{u^2 + v^2} = \sin^2 \sigma \quad (R + T = 1), \\ A = D &= \frac{1}{2} \frac{u^2 - v^2}{u^2 + v^2} = \frac{1}{2} \cos 2 \sigma \left(A = D = \frac{R - T}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

z.B. auf Millimeterpapier mit Hilfe der beiden in Abb. 3 gezeichneten Geraden **f**, **g** und des festen Halbkreises **c**. Der hiebei als Einheitsstrecke dienende Durchmesser dieses Kreises wird zweckmäßig = 100 mm

angenommen, während $u = u_3 + u_5$ und $v = u_4 + u_6$ in einem beliebigen Maßstab aufgetragen werden können⁸.

Weiters sind die Strecken $ez_i = z_i : \cos^2 \vartheta$ ($i = 3, 4, 5, 6$) den bereits hergestellten Zeichnungen (vgl. Abb. 1) unmittelbar zu entnehmen. Wir bezeichnen ferner die durch die Modellpunkte **3** und **5** gelegten Nor-

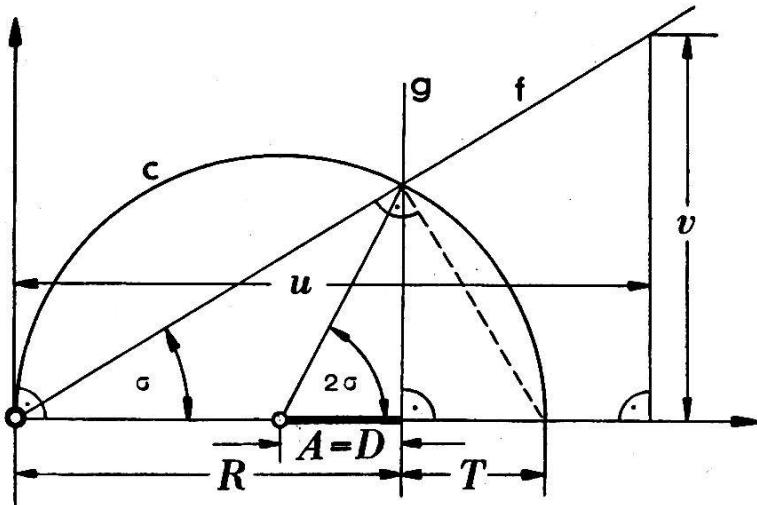


Abb. 3

malen zu den Kernebenen η_3, η_5 dieser Punkte mit $\mathbf{n}_3, \mathbf{n}_5$, den Schnittpunkt von $\mathbf{n}_3, \mathbf{n}_5$ mit \mathbf{N}^0 und dessen Koordinaten mit η^0, ζ^0 (s. Abb. 4). Zieht man noch durch **5** die Parallele zur y -Achse, so begrenzen ihre Schnittpunkte **3'**, **5'** mit η_3 bzw. \mathbf{n}_3 die Strecke:

$$d^0 = \frac{z_3 - z_5}{\sin \vartheta \cos \vartheta}.$$

Diese wird durch Parallelverschieben längs η_3 auf die y -Achse in die Strecke **B** **B'** übertragen. Aus der Symmetrie des Fünfecks **B** **5** \mathbf{N}^0 **5'** **B'** folgt sodann:

$$d^0 = 2 \eta^0 \text{ sowie:}$$

$$\eta^0 = - \frac{z_3 - z_5}{\sin 2 \vartheta}. \quad (13)$$

Das Minuszeichen steht im Einklang mit unseren Vorzeichenannahmen, insbesondere mit (10). Analog gilt für den Querschnitt $x = b$, wenn η^b, ζ^b die Koordinaten des Schnittpunktes \mathbf{N}^b der Normalen $\mathbf{n}_4, \mathbf{n}_6$ angeben:

$$\eta^b = - \frac{z_4 - z_6}{\sin 2 \vartheta}. \quad (14)$$

⁸ Da die Formeln a''' und f''' zugleich als Gleichungen eines sogenannten „Plückerschen Konoides“ (dritter Ordnung) aufgefaßt werden können, läßt sich die in Abb. 3 angegebene Konstruktion auch in bestimmter Weise räumlich deuten. Vgl. hiezu E. Müller-J. Krames, Vorlesungen über darstellende Geometrie, III. Bd., „Konstruktive Behandlung der Regelflächen“, Leipzig und Wien 1931, Nr. 34, Fig. 111.

Schließlich sind auch die Ausdrücke

$$\left. \begin{aligned} h^0 &= \frac{z_1 + \varepsilon z_3 + \varepsilon z_5}{3} = \frac{z_1 + 2 \zeta^0}{3} \\ h^b &= \frac{z_2 + \varepsilon z_4 + \varepsilon z_6}{3} = \frac{z_2 + 2 \zeta^b}{3} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

zeichnerisch leicht festzulegen. Um z.B. h^0 zu erhalten, hat man bloß auf der z -Achse die Strecke vom Modellpunkt 1 bis zur y -Parallelen durch \mathbf{N}^0 in drei gleiche Teile zu teilen und wegen (18) die z -Koordinate des zweiten Teilpunktes abzugreifen (s. Abb. 4).

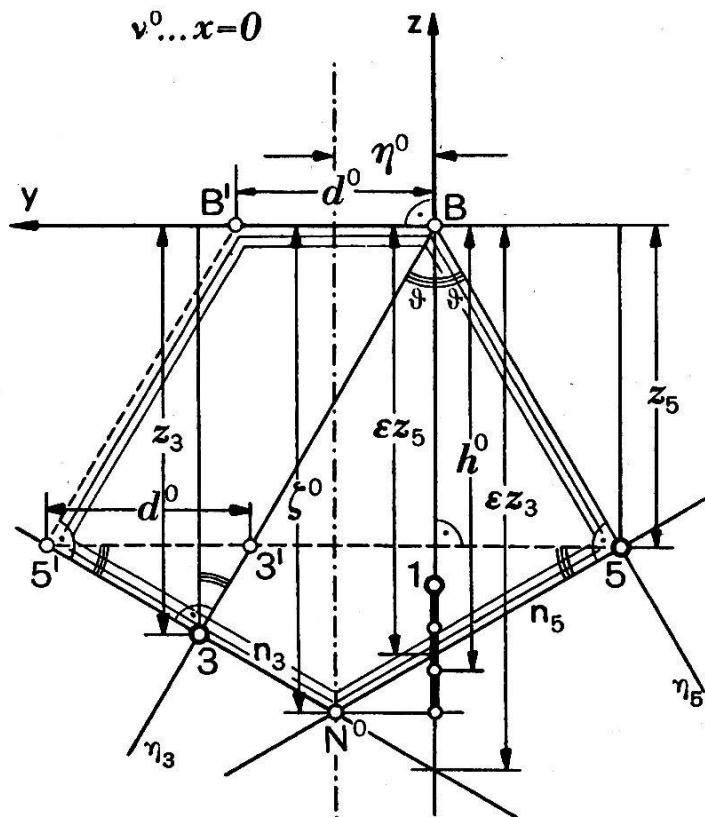


Abb. 4

Nach (12), (13), (14), (15) und $a'''), \dots k'''$) erhalten die Gleichungen $a), \dots k)$ schließlich folgende einfache Form:

A) *Unabhängige Bildpaare:*

$$a^*) \quad d\omega = R d\omega^0 + T d\omega^b,$$

$$b^*) \quad d\varphi_1 = \frac{Y^b}{b} d\omega^b + \frac{R\eta^b}{b} \Delta \omega,$$

$$c^*) \quad d\varphi_2 = \frac{Y^0}{b} d\omega^0 - \frac{T\eta^0}{b} \Delta \omega,$$

$$d^*) \quad d\kappa_1 = \frac{Z^b}{b} d\omega^b + \frac{R h^b}{b} \Delta\omega,$$

$$e^*) \quad d\kappa_2 = \frac{Z^0}{b} d\omega^0 - \frac{T h^0}{b} \Delta\omega.$$

B) Folgebildanschluß (linker Projektor fest):

$$f^*) \quad d\omega_2 = R d\omega^0_2 + T d\omega^b_2,$$

$$g^*) \quad d\varphi_2 = \frac{Y^b}{b} d\omega^b_2 - \frac{Y^0}{b} d\omega^0_2 + \frac{T \eta^0 + R \eta^b}{b} \Delta\omega,$$

$$h^*) \quad d\kappa_2 = \frac{Z^b}{b} d\omega^b_2 - \frac{Z^0}{b} d\omega^0_2 + \frac{T h^0 + R h^b}{b} \Delta\omega,$$

$$i^*) \quad db_{y2} = Z^b d\omega^b_2 + R h^b \Delta\omega,$$

$$k^*) \quad db_{z2} = -Y^b d\omega^b_2 - R \eta^b \Delta\omega.$$

C) Folgebildanschluß (rechter Projektor fest):

$$f^{**}) \quad d\omega_1 = R d\omega^0_1 + T d\omega^b_1,$$

$$g^{**}) \quad d\varphi_1 = \frac{Y^b}{b} d\omega^b_1 - \frac{Y^0}{b} d\omega^0_1 + \frac{T \eta^0 + R \eta^b}{b} \Delta\omega,$$

$$h^{**}) \quad d\kappa_1 = \frac{Z^b}{b} d\omega^b_1 - \frac{Z^0}{b} d\omega^0_1 + \frac{T h^0 + R h^b}{b} \Delta\omega,$$

$$i^{**}) \quad db_{y1} = Z^0 d\omega^0_1 - T h^0 \Delta\omega,$$

$$k^{**}) \quad db_{z1} = -Y^0 d\omega^0_1 + T \eta^0 \Delta\omega.$$

Demnach können die gesuchten Orientierungsunbekannten in jedem Fall z.B. mit Hilfe eines Rechenschiebers sehr rasch ausgewertet werden. Übrigens wird es sich oft, namentlich bei kleineren Werten von $\Delta\omega = \omega^0 - d\omega^0$, nur darum handeln, die letzten Glieder der Formeln $a^*)$, \dots $k^{**})$ roh abzuschätzen. Denn diese Glieder sind in vielen Fällen genügend klein, um ihren Einfluß auf die Bestimmung der wahrscheinlichsten Orientierung vernachlässigen zu können.

Nr. 7. Die besondere Auswahl der sechs Orientierungspunkte gemäß (10) läßt sich in der Regel leicht bewerkstelligen, u.a. mit Hilfe von Maßstäben, die auf durchsichtigem Material gezeichnet sind und in geeigneter Weise auf die Bildträger aufgelegt werden. Sollte bei den so angenommenen Modellpunkten die Parallaxenbeobachtung unmöglich oder ungünstig sein, dann kann die Messung in jeweils benachbarten

Punkten vorgenommen werden. Denn die Parallaxen können in der unmittelbaren Umgebung jedes Modellpunktes (sofern keine Fehler der Bildschichten vorliegen) nur sehr geringe Unterschiede aufweisen³.

Zum Abschluß sei noch ein recht bezeichnender *Sonderfall* erwähnt, der bei den im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen ausgeführten praktischen Versuchen einmal vorkam. Es zeigte sich dabei, daß im Modellquerschnitt v^0 ($x = 0$) ein „gefährlicher Kreis“ auftrat ($u = 0$, vgl. Nr. 5), während aus der Ebene v^b ($x = b$) ein Wert $v \neq 0$ resultierte. Trotz dieser für die optisch-mechanische Einpassung sehr ungünstigen Voraussetzungen konnte die Lösung, die „wahrscheinlichste Orientierung“, auf Grund unserer Formeln ebenfalls sofort gefunden werden. Wie man sich leicht überzeugt, gilt nämlich für den Fall $u = 0$, $R = 0$, $T = 1$ stets $\eta^0 = Y^0$ und $h^0 = Z^0 (= z_1)$, was zur Folge hat, daß die Größe $d\omega^0$ bzw. $d\omega^0_2$ aus allen Gleichungen $a^*), \dots k^*)$ herausfällt. So ergibt sich z.B. für den Folgebildanschluß (bei Festhalten des linken Projektors):

$$\begin{aligned} d\omega_2 &= d\omega^b_2, \\ d\varphi_2 &= \frac{Y^b - \eta^0}{b} d\omega^b_2, \\ d\kappa_2 &= \frac{Z^b - h^0}{b} d\omega^b_2, \\ db_{y2} &= Z^b d\omega^b_2, \\ db_{z2} &= -Y^b d\omega^b_2. \end{aligned}$$

Nach dem Einstellen der damit bestimmten Orientierungsgrößen waren in dem erwähnten Fall keinerlei Restparallaxen mehr zu beobachten. Es sei noch hervorgehoben, daß die Größe $d\omega^0$ oder $d\omega^b$ stets aus allen Gleichungen $a^*), \dots k^{**})$ verschwindet, sobald im Querschnitt $x = 0$ bzw. in $x = b$ ein „gefährlicher Kreis“ vorliegt ($u = R = 0$ bzw. $v = T = 0$).

Mit diesem und manch anderem Orientierungsbeispiel hat sich der praktische Nutzen des in Rede stehenden graphischen Verfahrens immer wieder einwandfrei bestätigt. Obige Erweiterung dieses Verfahrens weist u. a. noch den Vorzug auf, daß auf Grund der ausgeführten Operationen jedesmal festgestellt wird, ob und inwieweit in den vorliegenden Angaben ein Widerspruch enthalten ist ($d\omega^0 \neq d\omega^b$). Dies ist insofern von einem Wert, als damit (besonders bei der Aerotriangulierung) die in Betracht zu ziehenden Fehler besser abgeschätzt werden können. Zeigt sich einmal bei einem Modell kein Widerspruch ($d\omega^0 = d\omega^b$), dann weiß man, daß die gemessenen Parallaxen (vorwiegend) „geometrisch“ sind. (Vgl. Nr. 1.) In einem solchen Fall kann die endgültige Orientierung mit Hilfe des vom Verfasser in früheren Arbeiten¹ entwickelten „linearen Interpolierens“ kontrolliert und daher ein Höchstmaß an Genauigkeit erreicht werden.