

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 49 (1951)

**Heft:** 6

**Artikel:** Die Klothoide als Übergangskurve im Strassenbau

**Autor:** Bachmann, E.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-208340>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

SCHWEIZERISCHE ZEITSCHRIFT FÜR

# VERMESSUNG UND KULTURTECHNIK

Revue technique Suisse des Mensurations et du Génie rural

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik. Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft f. Photogrammetrie

Editeur: Société Suisse de Mensuration et du Génie rural. Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

REDAKTION: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Administration und Inseratenannahme:

BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR AG., Telephon (052) 2 22 52

Schluß der Inseratenannahme am 6. jeden Monats

NR. 6 • II. JAHRGANG

der „Schweizerischen Geometer-Zeitung“  
Erscheinend am 2. Dienstag jeden Monats

12. JUNI 1951

INSERATE: 25 Rp. per einspalt. mm-Zeile.  
Bei Wiederholungen Rabatt gemäß spez. Tarif

ABONNEMENTE:

Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 20.— jährlich

Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaft für  
Photogrammetrie Fr. 10.— jährlich

## Die Klothoide als Übergangskurve im Straßenbau

Von E. Bachmann, dipl. Ing.

Der Übergang von einer Geraden in einen Kreisbogen ist immer sprunghaft, wenn dies auch bei sehr großen Radien oder geringen Fahrgeschwindigkeiten nicht ohne weiteres spürbar ist. Die Eisenbahnen, welche gegen Ende des letzten Jahrhunderts große Fahrgeschwindigkeiten erreichten, begannen schon damals ihre Kurven zu überhöhen und zwischen Gerade und Kreis eine Übergangskurve einzuschalten. Diese, den besonderen Fahreigenschaften der Bahnen angepaßte Übergangskurve ist die sogenannte kubische Parabel.

Als vor einigen Jahrzehnten mit der Verbesserung der Motorfahrzeuge die Geschwindigkeiten auf den Überlandstraßen immer größer wurden, begannen verschiedenenorts im Ausland fortschrittliche Straßenbauer, die ihnen von der Eisenbahn her bekannte kubische Parabel als Übergangskurve beim Straßenbau einzusetzen. Zum Abstecken dieser einfachen Übergangskurve standen ihnen genügende Hilfsmittel in Form von Tafelwerken zur Verfügung. Die neue Art der Linienführung wurde von den Straßenbenützern sehr geschätzt und vor allem von den Automobilverbänden und der Verkehrspolizei lebhaft begrüßt. Der Fahrer wurde über die kubische Parabel in die eigentliche Kreiskurve übergeführt, hatte dadurch ausreichend Zeit, das Steuerrad entsprechend dem Kurvenradius einzuschlagen, und der Aufstieg vom dachförmigen Straßenprofil zur einseitigen Kurvenüberhöhung ließ sich darin mühelos bewerkstelligen. Diese ersten Erfolge ermunterten die Straßenbauer zu weiteren Unter-

suchungen über die Kurvenausbildung. In Amerika und Deutschland wurden diesbezügliche Studien angestellt, und es konnte durch theoretische Untersuchungen und Fahrversuche bald nachgewiesen werden, daß die kubische Parabel den fahrtechnischen Eigenschaften der schnellen Straßenfahrzeuge nicht voll gerecht wird. Eine ideale Übergangskurve muß bei einer linearen Krümmungsänderung proportional der linearen Krümmungsüberhöhung sein. Dieser Bedingung entspricht die Klothoide oder Spinnlinie (Abbildung 1). Heute werden in Deutschland und vielen

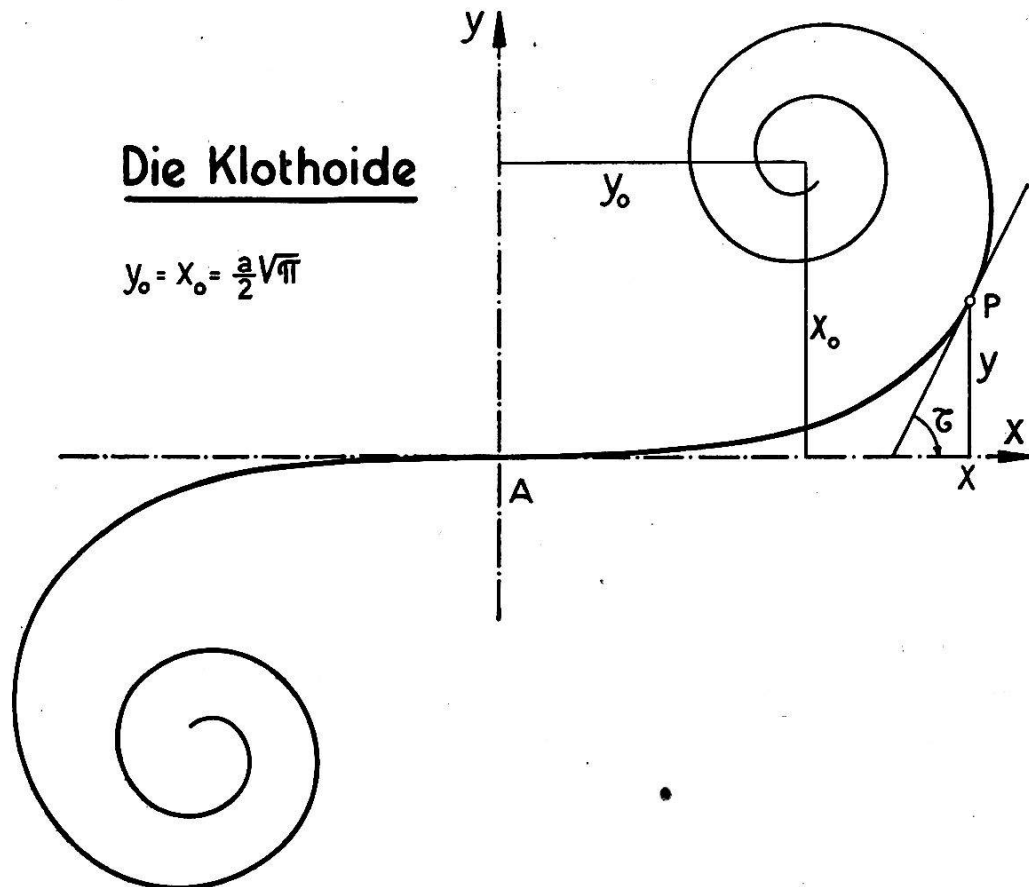


Abbildung 1

andern Ländern alle Hauptverkehrsstraßen mit Klothoidenübergangsbögen abgesteckt, und zwar auch bei sehr großen Radien, bei denen das rein fahrtechnische Moment nur eine untergeordnete Rolle spielt. Die Linienführung einer Straße wirkt selbst bei großen Radien ohne Übergangskurven unelastisch und kann weder ästhetisch noch fahrpsychologisch bis in alle Feinheiten befriedigen. In der perspektivischen Verkürzung – wie die Straße vom Fahrer gesehen wird – zeigen sich trotz den großen Kurvenradien plötzliche Knicke.

Bei uns hat man erst in ganz jüngster Zeit mit der Projektierung solcher Übergangskurven begonnen, und es wird wohl bei der Straßenausführung dem Geometer vorbehalten bleiben, diese neuen Kurven ins

Gelände zu übertragen. Aus diesem Grunde soll hier in aller Kürze die neue Übergangskurve für Autostraßen besprochen und deren Absteckung an einem Beispiel demonstriert werden.

Die Klothoide ist eine Kurve, deren Länge proportional der Kurvenkrümmung ist. Das Gesetz der Kurve lautet, wenn  $R$  dem Krümmungsradius,  $L$  der Kurvenabwicklung, vom Anfangspunkt  $A$  aus gemessen, entspricht und  $a^2$  einen festen Wert (Parameter) darstellt:

$$(1) \quad \underline{L \cdot R = a^2.}$$

Das Produkt aus der Kurvenlänge  $L$  und dem Krümmungsradius  $R$  ist für jeden Punkt der Klothoide konstant. Der lineare Wert von  $a$  bezeichnet die Größe der Kurve, wie etwa der Kreisradius die Größe der Kreis- kurve bestimmt. Für die Absteckung wählt man für  $a$  aus Zweckmäßigkeitsgründen möglichst runde Zahlen.

Zwischen dem Tangentenwinkel  $\tau$ , der auch gleich dem Zentriwinkel über der Kurve ist, und  $L$  und  $R$  findet man aus der Abbildung 2 folgende Beziehung:

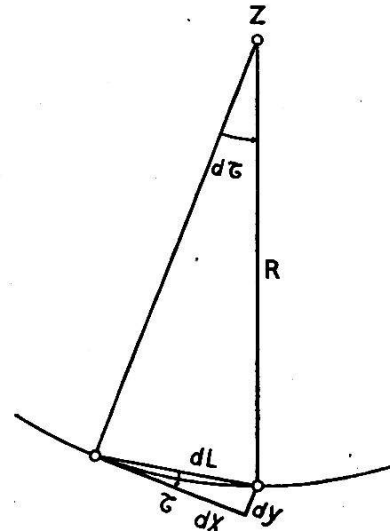


Abbildung 2

$$dL = R \cdot d\tau$$

wegen (1)  $L dL = a^2 \cdot d\tau$

integriert  $L^2 = 2 a^2 \tau$

$$(2) \quad \underline{\tau = \frac{L^2}{2 a^2} = \frac{L}{2 R}}$$

Die rechtwinkligen Koordinaten  $X$  und  $Y$  ergeben sich aus dem Differentialdreieck.

$$dX = \cos \tau \cdot dL = \cos \frac{L^2}{2 a^2} \cdot dL$$

$$dY = \sin \tau \cdot dL = \sin \frac{L^2}{2 a^2} \cdot dL$$

Somit sind  $X$  und  $Y$

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{X = \int_0^L \cos \frac{L^2}{2 a^2} \cdot dL = L - \frac{L^5}{40 a^4} + \frac{L^9}{3456 a^8} - +} \\ \underline{Y = \int_0^L \sin \frac{L^2}{2 a^2} \cdot dL = \frac{L^3}{6 a^2} - \frac{L^7}{336 a^6} + \frac{L^{11}}{4224 a^{10}} - +} \end{array} \right.$$

Dividiert man die obigen Gleichungen durch den Klothoidenparameter  $a$ , so erhält man die für alle Berechnungen verwendete Einheitsklothoide (Abbildung 3).

Zur Unterscheidung zwischen der beliebigen Klothoide und der Einheitsklothoide setzt man für die erstere immer große, für die letztere immer kleine Buchstaben.

### Die Einheitsklothoide

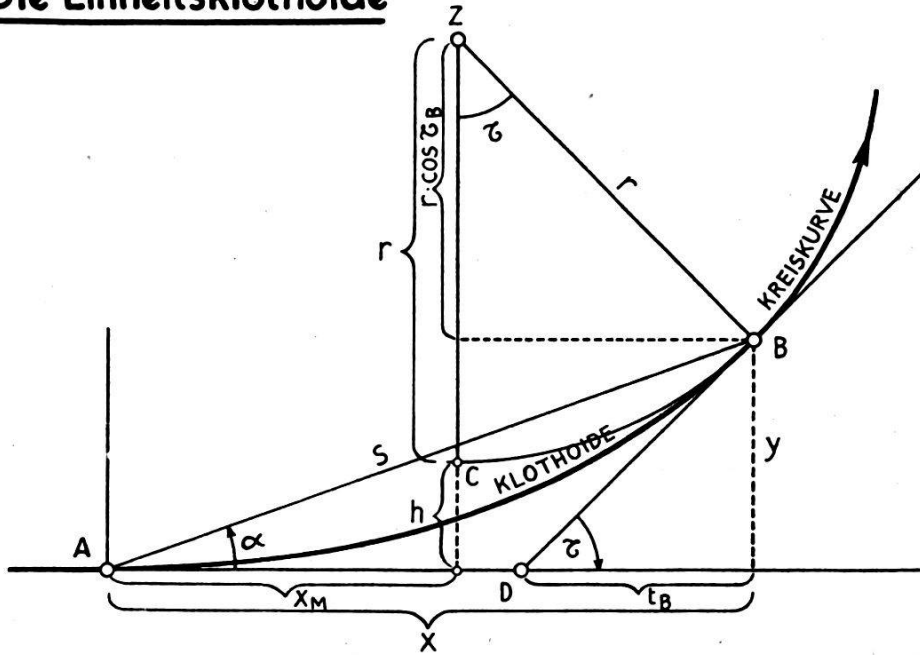


Abbildung 3

Es ist also:  $\frac{X}{a} = x; \frac{Y}{a} = y; \frac{L}{a} = l; \frac{R}{a} = r$

Die Grundformeln der Einheitsklothoide lauten:

(4) 
$$\underline{l \cdot r = 1}$$

(5) 
$$\underline{\tau = \frac{l}{2r}}$$

(6) 
$$\left\{ \begin{array}{l} x = l - \frac{l^5}{40} + \frac{l^9}{3456} - \dots + \\ y = \frac{l^3}{6} - \frac{l^7}{40} + \frac{l^{11}}{42240} - \dots + \end{array} \right.$$

Aus der Zeichnung 3 findet man noch:

$$(7) \quad h = y - (r - r \cos \tau)$$

$$(8) \quad \underline{x_M = x - r \cdot \sin \tau}$$

$$(9) \quad \underline{t_b = y \cdot \cotg \tau}$$

Die Polarkoordinaten:

$$(10) \quad \underline{s = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$(11) \quad \underline{\alpha = \arctg \frac{y}{x}}$$

Die obigen Formeln der Einheitsklothoide lassen sich geordnet nach der Bogenlänge  $l$  oder dem Winkel  $\alpha$  in Tabellen zusammenstellen aus denen die Absteckungselemente für jede beliebige Klothoide durch Multiplizieren mit dem Parameter  $a$  gefunden werden können. W. Schürba, die Berliner Verkehrsgesellschaft und Niederquell haben hierüber sehr gute Tafelwerke aufgestellt. Einen Ausschnitt aus der Tafel von Schürba zeigt die Tabelle A.

Die Absteckung kann von der Haupttangente mit Hilfe der rechtwinkligen Koordinaten  $X$  und  $Y$  oder nach Polarkoordinaten erfolgen.

*Beispiel:* Gegeben sind die beiden Tangenten  $T_1$  und  $T_2$  einer Hauptverkehrsstraße und der Kreisradius  $R = 300$  m. Gemessen wurde im Tangentenschnittpunkt  $T$  der Tangentenwinkel  $\alpha = 146^\circ 80'$ . Es sind Kreisbogen und Klothoidenbogen abzustecken (Abbildung 4).

1. Wahl der Klothoide. Die Länge des Übergangsbogens soll etwa 60 m betragen. Das Verhältnis zwischen der Bogenlänge  $L$  und dem Krümmungsradius  $R$ , im Berührungspunkt  $B$  zwischen Klothoide und Kreis, ist  $L:R = 60:300 = 0,20$ . Um für alles weitere die Tabelle A benutzen zu können, wählen wir den in der Nähe von 0,20 angegebenen Tabellenwert 0,20250. Die Länge  $L$  der Übergangskurve ist somit  $0,20250 \cdot 300 = 60,75$  m.

Das Gesetz der Übergangskurve lautet bei dieser Annahme (Formel 1):  $60,75 \cdot 300 = 18225$ . Der Parameter  $a$  ist  $\sqrt{18225} = 135$ .

2. Berechnen der Kurvenpunkte. Die Verschiebung  $h$  der Haupttangente ist nach der Formel 7 oder der Tabelle A:  $0,00379 \cdot 135 = 0,512$  m. Die Abzisse  $x_M$  des Kreisbogenanfangs  $C$  mißt (Formel 8) nach Tabelle

$0,224923 \cdot 135 = 30,365 \text{ m}$ . Für den Zentriwinkel  $\gamma$  des Kreises  $= 53^\circ 20'$  und dem Radius  $300 \text{ m}$  findet man die Tangentlänge  $T_3 - C$  zu  $133,191 \text{ m}$ , die Verschiebung  $\Delta t = h \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 0,512 \cdot 0,4439 = 0,227 \text{ m}$ .

Der Anfang  $A$  und Endpunkt  $A$  der ganzen Kurve (Kreis + Klothoide) ist von  $T = 133,191 + 30,365 + 0,227 = 163,783 \text{ m}$  entfernt. Die Koordinaten des Punktes  $B$  sind nach Tabelle oder Formel 6 :  $X = 0,44953 \cdot 135 = 60,688$  und  $Y = 0,015176 \cdot 135 = 2,049 \text{ m}$ .

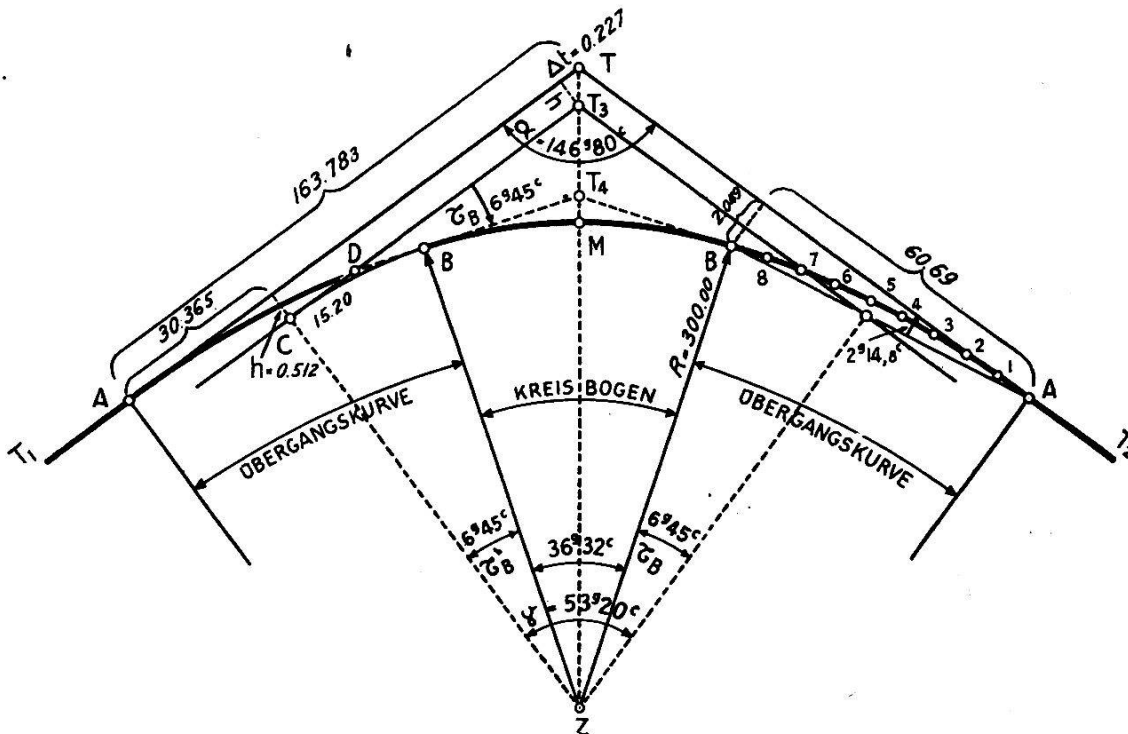


Abbildung 4

Der Tangentenfußpunkt  $D$  der gemeinsamen Kreis- und Klothoidentangente im Punkt  $B$  ist  $R \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 300 \cdot 0,050667 = 15,200 \text{ m}$  von  $C$  und  $B$  entfernt. Der Winkel  $T_3 - D - B$  mißt nach Formel 2 oder Tabelle  $\tau_B = 6^\circ 45'$ . Die Bogenmitte  $M$  ist von  $T_3$  aus abzustecken und die Strecke  $T_3 - M$  mißt (Kurvntabelle)  $28,239 \text{ m}$ . Das Abstecken der Zwischenpunkte der Kreiskurve geschieht mit Hilfe rechtwinkliger Koordinaten  $x$  und  $y$  oder polar nach bekannten Regeln rechnerisch oder mit den Kurvntabellen von  $B$  oder  $M$  aus. Zum Festlegen der Zwischenpunkte auf der Übergangskurve verwendet man die Formeln 3, 10 und 11 oder zweckmäßiger die Tabelle A. Man findet nach der Tabelle A folgende Werte für die der Bogenlänge  $L$  entsprechenden Abstände  $X$  und  $Y$ .

**Tabelle A**

$l$	$\tau$	$r$	$h$	$y$	$x$	$x_M$	$\frac{L}{R}$	$S$	$\alpha$
0,00	g 0,000	$\infty$	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,00000	0,000000	g c cc 0 00 00
0,050	0,0796	20,000000	0,000005	0,000021	0,050000	0,025000	0,00250	0,050000	0 02 65
0,100	0,3183	10,000000	0,000041	0,000167	0,100000	0,050000	0,01000	0,100000	0 10 30
0,150	0,7162	6,666667	0,000140	0,000562	0,149998	0,075000	0,02250	0,149999	0 23 87
0,200	1,2732	5,000000	0,000333	0,001333	0,199992	0,099999	0,04000	0,199996	0 42 44
0,250	1,9894	4,000000	0,000651	0,002604	0,249976	0,124996	0,06250	0,249989	0 66 31
0,300	2,8648	3,333333	0,001125	0,004499	0,299939	0,149990	0,09000	0,299973	0 95 49
0,350	3,8993	2,857143	0,001786	0,007144	0,349869	0,174978	0,12250	0,349944	1 29 97
0,400	5,0930	2,500000	0,002666	0,010662	0,399744	0,199957	0,16000	0,399886	1 69 75
0,450	6,4458	2,222222	0,003795	0,015176	0,449539	0,224923	0,20250	0,449795	2 14 84
0,500	7,9577	2,000000	0,005205	0,020810	0,499219	0,249870	0,25000	0,499653	2 65 22
0,550	9,6289	1,818182	0,006927	0,027684	0,548743	0,274790	0,30250	0,549441	3 20 90
0,600	11,4592	1,666667	0,008992	0,035917	0,598059	0,299692	0,36000	0,599136	3 75 69
0,650	13,4486	1,538461	0,011424	0,045625	0,647105	0,324517	0,42250	0,648712	4 48 12
0,700	15,5972	1,428571	0,014261	0,056922	0,695810	0,349301	0,49000	0,698134	5 19 64
0,750	17,9049	1,333333	0,017528	0,069916	0,744089	0,374013	0,56250	0,747367	5 96 43
0,800	20,3718	1,250000	0,021255	0,084711	0,791847	0,398638	0,64000	0,796365	6 78 47
0,850	22,9979	1,176471	0,025470	0,101404	0,838974	0,423158	0,72250	0,845080	7 65 75
0,900	25,7831	1,111111	0,030198	0,120084	0,885349	0,447551	0,81000	0,893456	8 58 24
0,950	28,7275	1,052632	0,035465	0,140831	0,930837	0,471794	0,90250	0,941430	9 55 92
1,000	31,8310	1,000000	0,041297	0,163714	0,975288	0,495862	1,00000	0,988933	10 58 77



	<i>L</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>
A	0,00 m	0,00 m	0,00 m
1	135·0,05 = 6,75	135·0,05 = 6,75	135·0,00002 = 0,003
2	135·0,10 = 13,50	135·0,10 = 13,50	135·0,00017 = 0,022
3	135·0,15 = 20,25	135·0,15 = 20,25	135·0,00056 = 0,076
4	135·0,20 = 27,00	135·0,20 = 27,00	135·0,00133 = 0,180
5	135·0,25 = 33,75	135·0,25 = 33,75	135·0,00260 = 0,352
6	135·0,30 = 40,50	135·0,30 = 40,50	135·0,00450 = 0,607
7	135·0,35 = 47,25	135·0,34987 = 47,23	135·0,00714 = 0,964
8	135·0,40 = 54,00	135·0,39974 = 53,96	135·0,01066 = 1,439
B	135·0,45 = 60,75	135·0,44953 = 60,688	135·0,01518 = 2,049

Gibt man der Polarmethode den Vorzug, so berechnet man die Sehnen und Winkel von A aus, indem man wiederum die Tabelle A benützt und erhält folgende Absteckungszahlen:

	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>α</i>
A	0,00 m	0,00 m	0 g 00 c 0
1	135·0,05 = 6,75	135·0,05 = 6,75	0 02, 6
2	135·0,10 = 13,50	135·0,10 = 13,50	0 10, 3
3	135·0,15 = 20,25	135·0,15 = 20,25	0 23, 9
4	135·0,20 = 27,00	135·0,20 = 27,00	0 42, 4
5	135·0,25 = 33,75	135·0,25 = 27,00	0 66, 3
6	135·0,30 = 40,50	135·0,30 = 40,50	0 95, 5
7	135·0,35 = 47,25	135·0,34994 = 47,24	1 30, 0
8	135·0,40 = 54,00	135·0,39989 = 53,98	1 69, 8
B	135·0,45 = 60,75	135·0,44980 = 60,72	2 14, 8

## Sur l'élimination des parallaxes résiduelles

*Par A. Ansermet*

Sous ce titre, M. le Prof. Kasper vient de publier un article qui a suscité beaucoup d'intérêt vu la personnalité de l'auteur et sa compétence dans le domaine de la photogrammétrie. Certains passages du texte sont cependant un peu condensés et mériteraient d'être développés de façon un peu plus explicite. Le but de ces lignes est de mettre particulièrement en évidence certains aspects de ce problème d'importance capitale. Les praticiens trouveront peut-être subtiles les considérations qui suivent; au point de vue théorique, en tous cas, elles doivent être formulées. Elles contribueront aussi à dissiper quelques malentendus car M. le Prof. Kasper a posé le problème sur son véritable terrain.

Les équations initiales, bien connues, sont: