

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 49 (1951)

**Heft:** 4

**Artikel:** Über das Wegschaffen von Restparallaxen : Gedanken zum Orientierungsverfahren von J. Kramers

**Autor:** Kasper, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-208336>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

d'affaissements accélérés et ceux présentant un ralentissement marqué. Dans tous les cas, et à plus forte raison dans ces deux derniers, la seule façon d'établir exactement ces mouvements et leur vitesse est de s'en tenir à la représentation indiquée à la fig. 2.

## **Über das Wegschaffen von Restparallaxen.**

### **Gedanken zum Orientierungsverfahren von J. Krames**

*Von H. Kasper, Heerbrugg*

Im Oktoberheft 1949 dieser Zeitschrift brachte *J. Krames* einen Vorschlag über «Das Wegschaffen von Restparallaxen mittels graphischer Konstruktionen». Die ersten zwei Sätze dieser Abhandlung lauten:

«Beim gegenseitigen Orientieren von Luftaufnahmen kommt es oft vor, daß in einer Modellecke kleine Restparallaxen stehenbleiben, während im Gesichtsfeld sonst nirgends mehr *y*-Parallaxen zu beobachten sind. Da in solchen Fällen nach den üblichen optisch-mechanischen Verfahren keine weitere Verbesserung der Einpassung möglich ist, begnügt man sich gewöhnlich mit einem rein gefühlsmäßigen Aufteilen (Verdrücken) der Restparallaxen auf das gesamte Raummodell.»

Im ersten Satz wird gesagt, um welche Art von Restparallaxen es sich handelt. Die Größenordnung ist also bei einem Auswertegerät erster Ordnung etwa ein Meßmarkendurchmesser, das ist z. B. beim Autographen Wild A5 rund 0,04 mm, bezogen auf die Bildebene.

Solche Restparallaxen in einer Modellecke können mannigfaltige Ursachen haben, die sich jedoch in zwei Gruppen einteilen lassen.

Zu einer Gruppe gehören jene Restparallaxen, die von lokalen Abbildungsfehlern des Aufnahmeobjektivs, unregelmäßiger Filmschrumpfung, unebener Filmlage bei der Aufnahme oder unebenen Platten bei Plattenkammern und Restfehlern des Auswertegerätes herrühren. Wenn es nicht möglich ist, diese Fehlerursachen einzeln aufzudecken und zu berücksichtigen, wird eine nicht unterschreitbare Grenzgenauigkeit der gegenseitigen Orientierung von der Gesamtheit dieser Restfehler bestimmt. Wie man sich gegen sie schützt und wann sie überhaupt wirksam bekämpft werden können, ist von Fall zu Fall verschieden und hängt auch von der Erfahrung und dem Geschick des Operators ab. In einer Zeit, als die photogrammetrischen Aufnahme- und Auswertegeräte noch unvollkommener waren als heute und namentlich eine unregelmäßige Filmschrumpfung stets befürchtet werden mußte, traten Ecken-Restparallaxen häufiger auf. Damals hatte man nur selten die Möglichkeit, die Fehlerursachen einzeln aufzudecken und nahm deshalb zu Tilgungsverfahren Zuflucht, die oft als «Verdrücken» bezeichnet werden mußten, besonders wenn ungeübte Operateure recht systemlos einen Ausweg such-

ten. Wenn heute Restparallaxen, deren wahre Ursache nicht klar erkannt werden kann, in einer Modellecke doch noch gelegentlich auftreten, strebt man eine solche Verteilung an, daß die Quadratsumme der übrigbleibenden Parallaxenreste wie für zufällige Fehler möglichst klein wird.

In eine zweite Gruppe gehören die unvermeidlichen Fehler beim Wegstellen oder Messen der Vertikalparallaxen. Sie sind meist zufälliger Art. Ihre Größenordnung ist durch den mittleren Fehler einer Parallaxeneinstellung von etwa  $\pm 5$  Mikron, bezogen auf die Bildebene, gegeben. Unrichtig gewählte Überkorrekturen sowie die Ermittlung der Querneigung aus einer einzigen Ordinate können auch diese Fehler so summieren, daß in einer Modellecke ein kleiner Parallaxenrest auftritt, während das übrige Modell vertikalparallaxenfrei ist.

In den meisten Fällen von Eckenparallaxen bei *Filmaufnahmen* wirken beide Fehlergruppen zusammen. Man kompensiert deshalb die Restparallaxen in der Praxis nach den für zufällige Fehler üblichen Regeln und weiß aus Erfahrung, daß durch diese Maßnahme auch die systematischen Fehler meist in erträglicher Form verteilt werden.

Bei *Plattenaufnahmen* mit einwandfreien Objektiven und ebenen Platten treten systematische Fehler kaum auf. Die Bilder können auch bei einer anfänglichen kleinen Eckenparallaxe ausreichend parallaxenfrei orientiert werden.

Mit diesen Verhältnissen muß der Operateur vertraut sein, wenn er solche Eckenparallaxen beseitigen will, wie sie *J. Krames* im ersten Satz seiner Abhandlung beschreibt.

Ob die Prämisse des zweiten Satzes von *Krames* zutrifft, ist von den jeweiligen wirklichen Fehlerursachen abhängig. Seine Folgerung, man begnüge sich gewöhnlich mit einem rein gefühlsmäßigen Aufteilen (Verdrücken) der Restparallaxen, wird heute kaum mehr die Zustimmung eines gut ausgebildeten Operateurs finden können.

Es soll deshalb hier gezeigt werden, daß man eine Ecken-Restparallaxe stets *ganz systematisch* und nicht rein gefühlsmäßig beseitigt. Zunächst sei der praktischen Häufigkeit entsprechend ein *ebenes* Modell angenommen, bei welchem wie in dem Beispiel von *Krames* im Punkt 5 eine Restparallaxe  $p_5$  auftritt.

Geht der Operateur nach einem optisch-mechanischen Verfahren vor, so ergibt das Profil 1, 3, 5 mit der bekannten Überkorrektur für  $p_5$  einen bestimmten Korrekturwert für  $\omega$ . Das parallaxenfreie Profil 2, 4, 6 liefert hingegen *keine*  $\omega$ -Verbesserung. Im ebenen Modell sind jedoch beide Profile hinsichtlich  $\omega$  als gleichwertig anzusehen. Man führt daher  $\frac{1}{2} d\omega$  als plausiblen Korrekturmittelwert ein<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Bei nicht ebenen Modellen wird ein gewichtetes Mittel zwischen  $d\omega$  und Null eingeführt, wobei als Gewichte die reziproken Quadrate der Überkorrekturen für die Punkte 5 und 6 in den Profilen 1, 3, 5, bzw. 2, 4, 6 eingesetzt werden können. Die mittleren Fehler in der Bestimmung von  $\omega$  sind bekanntlich nahezu proportional den zugehörigen Überkorrekturwerten.

Stellt man den errechneten Mittelwert von  $d\omega$  in das Auswertegerät ein, so entstehen in allen sechs charakteristischen Punkten Restparallaxen. Man beseitigt ihren Mittelwert aus 2, 4, 6 mit  $by$ , den aus 1, 3, 5 mit  $\kappa$ , schließlich die halbe Differenz aus 4, 6 mit  $bz$  und ebenso aus 3, 5 mit  $\varphi$ .

Rechnet man die Aufteilung von  $p_5$  nach, so erhält man als Restparallaxen für die Hauptpunkte  $-\frac{1}{6}p_5$ , bzw.  $+\frac{1}{6}p_5$ , für 3 und 5 je  $+\frac{1}{12}p_5$ , für 4 und 6 je  $-\frac{1}{12}p_5$ .

Geht man nach einem *numerischen* Verfahren vor, z. B. nach *Hallert* oder *Zeller-Brandenberger*, so erhält man dieselben Restparallaxen.

Bei beiden Verfahren wird kein Punkt bevorzugt behandelt. Die Quadratsumme *sämtlicher* Restparallaxen ist ein Minimum.

Betrachtet man hingegen das Verfahren von *Krames*, so fällt sofort auf, daß bei seiner Definition der Grundfläche der auszuführenden Bündelbewegung eine für geodätische Begriffe als willkürlich zu bezeichnende Verfügung über die Restparallaxen getroffen wird. Für den Geodäten liegt jedoch keine Veranlassung vor, drei Parallaxen vollständig zu tilgen und für die drei anderen eine einseitige Bedingung einzuführen.

Nimmt man das gleiche Beispiel eines ebenen Modells an und rechnet es nach den *Kramesschen* Anweisungen durch, so ist die Grundfläche der Bündelbewegung durch die Koordinaten der Grundpunkte

$$G_0 \quad (Z_0 = -h, Y_0 = +a)$$

$$G_b \left( Z_b = -h - \frac{a^2}{2h} Y_b = 0 \right)$$

gegeben.

Die Restfehler sind:

$$v_1 = v_3 = v_5 = 0$$

$$v_2 = -v_4 = -v_6 = \frac{1}{4}p_5$$

Die Summe der Fehlerquadrate beträgt  $\frac{3}{16}p_5^2$ , im früheren Fall hingegen bloß  $\frac{1}{12}p_5^2$ .

Verdoppelt man nun nach *Krames* die Orientierungselemente, so sollte man in einem Auswertegerät I. Ordnung wohl erkennen können, daß die Parallaxen nicht ganz befriedigend beseitigt sind. Bis auf gering-

fügige Abweichungen entstehen in den Punkten 2, 4 und 6 Parallaxen von  $\frac{1}{2}p_5$ , in 5 tritt  $-p_5$  auf, 1 und 3 bleiben nahezu parallaxenfrei. Die Verdoppelung zeigt daher, daß die Bündelbewegung unbefriedigend war und das eingeführte  $d\omega$  verbesserungsbedürftig ist. Nimmt man den Punkt 5, der die deutlichste Parallaxe zeigt, zur Interpolation einer Korrektur, so führt dies zu *keinem neuen Wert* von  $d\omega$ , sondern wegen der neuerlichen unvermeidlichen Fehler höchstens zu einem unbefriedigenden weiteren Probieren.

Der Photogrammeter, der den angenommenen Verteilungsschlüssel von vornherein als fehlertheoretisch inkonsequent angesehen hat, wird nach diesen Überlegungen das empfohlene Verfahren auch nur als willkürliches «Verdrücken» bezeichnen können. Den bisher verwendeten Methoden ist es keinesfalls überlegen.

Nun hat *J. Krames* — nachdem er auf diese Meinung der Photogrammeter aufmerksam gemacht wurde — das Verfahren modifiziert und im Januarheft 1951 dieser Zeitschrift eine neue Variante veröffentlicht.

Eingangs stellt er fest, daß zwei Zielstrahlbündel im Verlauf der letzten Orientierungsbewegungen in solche Lagen kommen können, daß bloß in einer der vier Modellecken eine meßbare  $y$ -Parallaxe zu beobachten ist.

Dies bestätigt die bekannten Ergebnisse der analytischen Restfehlerbeurteilung.

Anschließend führt *J. Krames* ein neues Verteilungsprinzip für die Restfehler ein: Innerhalb einer Normalebene zur Basis sollen Restparallaxen von minimaler Quadratsumme entstehen; dieser Weg entspräche besser dem in der Geodäsie üblichen Prinzip der kleinsten Quadratsummen.

Leider wird dieser geodätische Grundsatz durch die neue Annahme *nicht* erfüllt. *J. Krames* macht nur *Teilsummen* zu einem Minimum, keineswegs jedoch die Summe der Restparallaxen *aller* beobachteten Punkte.

Zieht man wiederum das Beispiel eines ebenen Modelles mit der Arbeitshöhe  $h$ , der Basis  $b$  und den Ordinaten  $\pm a$  der charakteristischen Punkte 3, 4, 5, 6 heran, so haben die Grundpunkte der Bündelbewegung nach *J. Krames* in der neuen Variante seines Verfahrens die Koordinaten

$$G_0 (Z_0 = -h, Y_0 = a)$$

$$G_b \left( Z_b = -h - \frac{2a^2}{3h}, Y_b = 0 \right).$$

Vergleicht man nun die Orientierungselemente der beiden Verfahren von *J. Krames* miteinander und mit dem Ergebnis der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, bzw. der vorhin beschriebenen optisch-mechanischen Methode der photogrammetrischen Praxis, so erhält man folgendes Bild:

	Methode:	J. Krames 1949	J. Krames 1951	Meth. der kl. Quadr. u. übliche opt.-mech. Orientierung
Orientierungselemente	$d\omega$	$-\frac{h}{2a^2}p_5$	$-\frac{h}{2a^2}p_5$	$-\frac{h}{4a^2}p_5$
	$d\varphi$	$-\frac{h}{2ab}p_5$	$-\frac{h}{2ab}p_5$	$-\frac{h}{2ab}p_5$
	$d\kappa$	$\frac{1}{4b}p_5$	$\frac{1}{3b}p_5$	$\frac{1}{3b}p_5$
	$db\gamma$	$\frac{2h^2 + a^2}{4a^2}p_5$	$\frac{3h^2 + 2a^2}{6a^2}p_5$	$\frac{3h^2 + 2a^2}{12a^2}p_5$
	$dbz$	0	0	0
Restfehler	$v_1$	0	0	$-\frac{1}{6}p_5$
	$v_2$	$+\frac{1}{4}p_5$	$+\frac{1}{3}p_5$	$+\frac{1}{6}p_5$
	$v_3$	0	0	$+\frac{1}{12}p_5$
	$v_4$	$-\frac{1}{4}p_5$	$-\frac{1}{6}p_5$	$-\frac{1}{12}p_5$
	$v_5$	0	0	$+\frac{1}{12}p_5$
	$v_6$	$-\frac{1}{4}p_5$	$-\frac{1}{6}p_5$	$-\frac{1}{12}p_5$
	$[vv]$	$\frac{3}{16}p_5^2$	$\frac{1}{6}p_5^2$	$\frac{1}{12}p_5^2$
	$m$	$\pm 0.43 p_5$	$\pm 0.41 p_5$	$\pm 0.29 p_5$

Die Fehlerquadratsummen  $[vv]$  verhalten sich also wie 9 : 8 : 4, die mittleren Fehler  $m$  wie 1.5 : 1.4 : 1.  
(Schluß folgt)

### Kleine Mitteilungen

#### *Organisation de statistiques de travail dans un bureau privé de géomètre*

La Société Vaudoise des géomètres, consciente des devoirs qu'elle a en sa qualité de section de la S. S. M. A. F., a pris l'initiative d'apporter une contribution active au moment où le problème de la taxation est en pleine révision.