**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und

Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du

génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik =

Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 48 (1950)

**Heft:** 12

Artikel: Das Prinzip der Isostasie und seine Verwendung in der Geodäsie

[Fortsetzung]

Autor: Baeschlin, C.F.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-207462

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 29.10.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

## Das Prinzip der Isostasie und seine Verwendung in der Geodäsie

Von C. F. Baeschlin, Zollikon

(Fortsetzung)

Für eine Ozeansäule, wo die Kompensation zwischen den Tiefen  $(T_o - t_{Oz}')$  und  $T_o$  untergebracht ist, erhalten wir aus der Gleichheit der Massen von Topographie und Kompensation, wenn wir  $t_{Oz}'$  mit seinem Absolutwert einführen, die Beziehung

$$(\Theta_{\text{Sial}} - \Theta_{W}) [R_{o}^{3} - (R_{o} - t)^{3}] =$$

$$= (\Theta_{\text{Sima}} - \Theta_{\text{Sial}}) \{ [R_{o} - (T_{o} - t_{\text{Oz}}')]^{3} - [R_{o} - T_{o}]^{3} \}$$

Setzen wir hier zur Abkürzung

$$\frac{\Theta_{\mathrm{Sial}} - \Theta_{W}}{\Theta_{\mathrm{Sima}} - \Theta_{\mathrm{Sial}}} = \mu = 2.73833...$$

und verwenden für  $t_{Oz}'$  die Näherungen  $\mu t$ , respektive

$$\mu t \left[ 1 + \frac{2 T_o - (\mu + 1) t}{R_o} \right]$$

so erhalten wir in analoger Rechnung zum Landfall den bis und mit Gliedern zweiter Ordnung richtigen Ausdruck

$$t_{Oz'} = \mu t \left\{ 1 + \frac{2 T_o - (\mu + 1) t}{R_o} + \frac{2 (T_o - \mu t) [2 T_o - (\mu + 1) t]}{R_o^2} - \frac{T_o (T_o - \mu t)}{R_o^2} - \frac{(\mu^2 - 1) t^2}{3 R_o^2} \right\}$$
(19 Oz)

Auch hier lautet der erste Faktor im dritten Glied der geschweiften Klammer bei *Heiskanen* in seiner Formel (2), Seite 7 a. a. O. (2  $T_o - \mu t$ ), statt 2 ( $T_o - \mu t$ ) in (19 Oz). Der Grund für diese Abweichung ist derselbe wie bei seiner Formel (1).

Vergleichen wir die Ergebnisse der Formeln (19), die sphärischer Rechnung entsprechen, mit den auf ebener Basis gewonnenen Formeln (6) und (7), so sehen wir, daß dort

$$t_L = \lambda h$$
, respektive  $t_{OZ} = \mu t$ 

ist. Daraus erkennt man, daß  $t_L'$  und  $t_{Oz}'$  dem Absolutwerte nach größer als  $t_L$  und  $t_{Oz}$  sind.

Damit haben wir sämtliche Formeln, die sich aus der Stipulierung der entgegengesetzten Gleichheit der Massen von Topographie und Kompensation bei sphärischer Rechnung ergeben, abgeleitet.

Fassen wir zusammen, so erkennen wir, daß das *Prinzip der entgegengesetzten Massengleichheit* von Topographie und Kompensation durch die Beziehung dargestellt wird

$$\vartheta_{\text{Top}} D_{\text{Top}'} + \vartheta_{\kappa'} D_{k'} = 0 \tag{20}$$

wo  $D_{\text{Top}}'$  und  $D_k'$  die reduzierten Dicken der Topographie und der Kompensation bedeuten, wobei die Reduktion nach den Formeln (12), (12a), (16c) und für die Airy-Hypothese (19) auszuführen ist.

Bei ebener Rechnung ergaben Massengleichheit und gleicher spezifischer Druck auf die Ausgleichsfläche dieselben Resultate. Wir wollen nun untersuchen, zu welchen Resultaten das *Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes* der Massen der Topographie und der Kompensation bei sphärischer Rechnung führt.

Wir bezeichnen den Radius der Kugel durch den Schwerpunkt der Topographie mit  $R_T$ . Dann ist der Radius der Kugel durch den Schwerpunkt der Kompensation  $(R_T-l)$ , wenn l den Abstand der beiden Schwerpunkte bedeutet. Ein Rotationskegel, dessen Achse durch die beiden Schwerpunkte geht, vom räumlichen Sehwinkel  $\Omega_T$  schneidet aus der Kugel vom Radius  $R_T$  die Fläche  $\Omega_T$   $R_T^2$ .

Ein Rotationskegel mit derselben Achse vom räumlichen Sehwinkel  $\Omega_{\kappa}$  schneidet aus der Kugel vom Radius  $(R_T - l)$  die Fläche  $\Omega_{\kappa} (R_T - l)^2$ .

Wenn die beiden Flächen gleich sein sollen, muß

$$\Omega_T R_{T^2} = \Omega_K (R_T - l)^2 = \Omega_K R_{T^2} \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2$$

sein. Es muß also

$$\Omega_T = \Omega_K \left( 1 - \frac{l}{R_T} \right)^2 \tag{21}$$

sein. Die Masse der Topographie ist nach Formel (13d)

$$M_T = \Omega_T R_{T^2} \Theta_0 h \tag{22}$$

während die Masse der Kompensation

$$M_k = \Omega_{\kappa} (R_T - l)^2 \vartheta_{\kappa} D_k = \Omega_{\kappa} R_T^2 \left( 1 - \frac{l}{R_T} \right)^2 \vartheta_{\kappa} D_k \quad (23)$$

ist. Ersetzen wir in der Formel (22)  $\Omega_T$  durch  $\Omega_K$  nach Formel (21), so finden wir

$$M_T = \Omega_K R_{T^2} \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2 \Theta_0 h \qquad (24)$$

Gemäß Ableitung von Formel (21) ist die Fläche auf beiden Kugeln dieselbe; daher stellt

$$\frac{M_k}{\Omega_{\kappa} R_{T^2} \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2} = \vartheta_{\kappa} D_k$$

die Masse der Kompensation pro Flächeneinheit dar, während

$$\frac{M_T}{\Omega_K R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2} = \Theta_0 h$$

die Masse der Topographie pro Flächeneinheit bedeutet. Wenn die Schwerkraft im Schwerpunkt der Topographie  $g_T$ , im Schwerpunkt der Kompensation  $g_k$  ist, so stellt  $g_T$   $\Theta_o$  h den spezifischen Druck der Topographie,  $g_k$   $\vartheta_K$   $D_k$  den spezifischen Druck der Kompensation dar. Wenn diese beiden spezifischen Drucke entgegengesetzt gleich sein sollen, so muß

$$g_T \Theta_o h + g_K \vartheta_K D_k = 0 (25)$$

sein oder allgemeiner ausgedrückt

$$g_T D_{\text{Top}} \vartheta_{\text{Top}} + g_k D_k \vartheta_{\kappa} = 0$$
 (25a)

Durch diese Gleichung wird das strenge Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes von Topographie und Kompensation ausgedrückt.

Setzen wir

$$g_T = g_k$$

so geht (25a) über in

$$\vartheta_{\mathbf{Top}} D_{\mathbf{Top}} + \vartheta_{\kappa} D_{k} = 0 \tag{26}$$

die wir die Bedingung für vereinfachtes hydrostatisches Gleichgewicht nennen. Hier ist die Änderung der Schwerkraft in der Nähe der Erdoberfläche vernachlässigt.

Diese Bedingung (26) ist identisch der Formel (8), die wir unter der Voraussetzung ebener Verhältnisse gewonnen haben. Daraus finden wir den Satz:

Die Beziehung (8), welche die Bedingung der Isostasie für ebene Verhältnisse darstellt, ist identisch der Beziehung (26) für vereinfachtes hydrostatisches Gleichgewicht zwischen Topographie und Kompensation, unter Voraussetzung sphärischer Verhältnisse. Dabei sind Glieder von der Ord-

nung 
$$\frac{h^2}{R^2}$$
 usw. vernachlässigt.

Vergleichen wir die Formeln (25a) für strenges hydrostatisches Gleichgewicht und (20) für Massengleichheit miteinander, und studieren wir besonders die Formeln (15), (16) und (19), so erkennen wir, daß im Falle des hydrostatischen Gleichgewichtes die Massen von Topographie und Kompensation ungleich sind. Wir wollen diese Massendifferenz quantitativ bestimmen. Es ist leicht zu erkennen, daß diese Massendifferenz

für das strenge Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes nach Formel (25a) anders ausfallen muß als für das vereinfachte Prinzip nach Formel (26). Wir wollen zunächst den letzteren Fall untersuchen. Wir gehen von den Formeln (26) und (20) aus und beachten, daß in beiden Formeln  $\vartheta_{\text{Top}}$  identisch ist. Um die Ableitung für die verschiedenen Fälle der Isostasie allgemein zu gestalten, führen wir die Dicken der Topographie und der Kompensation, deren Dichten und den Abstand l der Schwerpunkte von Topographie und Kompensation ein. Die Dichte der Kompensation für die Hypothese gleicher Massen bezeichnen wir mit  $\vartheta_{\kappa}$ , für die Hypothese des hydrostatischen Gleichgewichtes mit  $\vartheta_{\kappa}$ . Bei der Airyschen Hypothese, wo die Dichte der Kompensation —  $(\Theta_{\text{Sima}} - \Theta_{\text{Sial}})$  respektive +  $(\Theta_{\text{Sima}} - \Theta_{\text{Sial}})$  ist, wird die Dicke der Kompensation für gleiche Massen mit  $D_k$ , für hydrostatisches Gleichgewicht mit  $D_k$  bezeichnet.

Die Masse der Topographie  $M_T$  ist

$$M_T = \vartheta_T D_T \cdot F_{R_T} \Omega \tag{27}$$

wenn man die Flächeneinheit auf der Kugel durch den Schwerpunkt der Topographie, deren Radius wir mit  $R_T$  bezeichnet haben,  $F_{R_T}$ ,  $\Omega$  nennt. Die Masse der Kompensation, bezogen auf die Kugel durch ihren Schwerpunkt mit dem Radius  $R_T - l$ , ist

$$D_k \vartheta_{\kappa}$$

wobei bekanntlich, um den Druck pro Flächeneinheit zu erhalten, ein anderer räumlicher Sehwinkel  $\Omega_{\kappa}$  eingeführt worden ist. Um aber die Massen innerhalb desselben Kegels zu erhalten, muß  $D_k$   $\vartheta_{\kappa}$  auf den Sehwinkel  $\Omega_T$  gebracht werden. Es ist nach Formel (21)

$$\Omega_T = \Omega_K \left( 1 - \frac{2 l}{R_T} \right)$$

Daher wird die Masse der Kompensation innerhalb des Kegels mit dem räumlichen Sehwinkel  $\Omega_T$ 

$$M_k = D_k \,\vartheta_{\kappa} \left(1 - \frac{2 \, l}{R_T}\right)$$

Daher wird

$$F_{R_T,\Omega}D_k \vartheta_{\kappa} = M_k \left(1 + \frac{2l}{R_T}\right)$$

oder

$$D_k \vartheta_{\kappa} = \frac{M_k \left(1 + \frac{2l}{R_T}\right)}{F_{R_T, \Omega}} \tag{28}$$

während nach (27)

$$D_T \vartheta_T = \frac{M_T}{F_{R_T, \Omega}}. (29)$$

(Fortsetzung folgt.)