Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 48 (1950)

Heft: 3

Artikel: Die nivellitische Refraktion in dem finnischen Landesnivellement

Autor: Kukkamäki, T.J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-207432

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Abschiedsfeier zu danken für die geistigen Güter, die sie von ihm vor langen Jahren empfangen hatten und nun ihm einen frohen, ungetrübten Lebensabend zu wünschen.

Von seinen Angehörigen umgeben und betreut, lebte er nun zurückgezogen in Bern, dessen ruhige Atmosphäre seinem eigenen Wesen so sehr entsprach und wo er wieder Anschluß fand an seine früheren Studiengenossen aus der Seminar- und Universitätszeit. Leider machten sich in den spätern Jahren immer häufiger körperliche Leiden fühlbar, die ihm das Dasein erschwerten und ihn auch zwangen, auf ermüdende schriftliche Arbeiten und mathematische Studien immer mehr zu verzichten. Trotz diesen Behinderungen empfand er große Freude, wenn ihn ab und zu seine früheren Geometerschüler einzeln oder in Gruppen besuchten und er Gelegenheit hatte, sich mit ihnen über Berufsfragen zu unterhalten.

Als die schweizerischen Geometer am 29. Oktober 1949 ihren Vermessungsdirektor Dr. Jakob Baltensperger zum Grabe geleiteten, gesellte sich auch der hochbetagte Lehrer Dr. Gottfried Baumberger zu den Trauernden und erwies seinem ehemaligen Schüler die letzte Ehre. Wenige Tage später warf ihn ein Schlaganfall auf das Krankenlager, von dem er sich nicht mehr erheben sollte. Am 26. Januar 1950 verschied er, umgeben und tief betrauert von seinen Angehörigen im Alter von 82 Jahren.

Zur Bestattungsfeier im Krematorium von Bern erschienen am 28. Januar die älteren Jahrgänge der im Kanton Bern tätigen Grundbuchgeometer vollzählig. Auch viele aus der übrigen Schweiz hatten sich eingefunden. Sie alle hatten das Bedürfnis, den Verstorbenen durch ihre Anwesenheit und einen letzten Blumengruß zu ehren und zu bezeugen, wie hoch sie ihren Lehrer schätzten und wie wach ihre Gefühle der Dankbarkeit ihm gegenüber auch heute noch sind. Auch der Bernische Geometer- und Kulturingenieurverein ehrte den verstorbenen Geometerlehrer für seine dem schweizerischen Vermessungswesen geleisteten Dienste durch eine Delegation an der Bestattungsfeier und durch ein Kranzgewinde. *Gz.*

Die nivellitische Refraktion in dem finnischen Landesnivellement

Von Dr. T. J. Kukkamäki, Helsinki

Die nivellitische Refraktion. Die bei dem Feinnivellement angewandten Geräte sind bis zu solcher Vollständigkeit entwickelt worden, daß wir durch ihre Verbesserung die Genauigkeit des Nivellements nicht mehr erhöhen können. Die Grenze der Messungsgenauigkeit ist von den äußeren Verhältnissen gesetzt, und zwar machen einen der bedeutendsten Faktoren die lokalen und zeitlichen Veränderungen der Luftrefraktion aus. Über die Refraktion beim Nivellement sind nur wenige experimentelle Untersuchungen ausgeführt worden. Im allgemeinen hat man sich damit begnügt, in dieser Hinsicht nur qualitative Betrachtungen vorzu-

legen; demzufolge ist die Bedeutung der verschiedenen Faktoren in Ermangelung des quantitativen Kriteriums irrtümlich bewertet worden, und falsche Auffassungen von der Luftrefraktion beim Nivellement sind nicht sehr selten.

Als wir in Finnland im Jahre 1935 mit der Neumessung des Landesnivellements begannen, richteten wir unsere besondere Aufmerksamkeit auf die Luftrefraktion. Es gelang uns dann, ein Verfahren zu entwickeln, mit dessen Hilfe sich der systematische Teil der Luftrefraktion, die nivellitische Refraktion, zum größten Teil beseitigen läßt[1]. Da wir nun über Ergebnisse von über zehn Jahren verfügen und auch einige Erfahrungen über die zufälligen Einwirkungen der Luftrefraktion gewonnen haben, mag eine Darstellung des Sachverhalts ein gewisses allgemeineres Interesse finden, besonders dort, wo große Höhenunterschiede und demzufolge große Werte der nivellitischen Refraktion vorkommen.

Die Refraktion der Luft. Der Lauf des Lichtstrahls durch die Luft ist von den lokalen und zeitlichen Veränderungen des Refraktionskoeffizienten des betreffenden Luftkörpers abhängig. Der Refraktionskoeffizient ist seinerseits von Temperatur, Luftdruck, Feuchtigkeit und Kohlensäure bestimmt. Zunächst sei betrachtet, welche Bedeutung diese Faktoren unter den beim Nivellement vorkommenden Verhältnissen haben, d. h. in Höhen zwischen einigen Dezimetern und 3 Metern und längs einer Strecke von ein paar hundert Metern.

Die lokalen Temperaturunterschiede sind in der Nähe der Erdoberfläche weit größer als in größerer Höhe. Ein gutes Bild von den betreffenden Verhältnissen ergibt sich, wenn wir annehmen, daß die Temperatur in der Höhe des Nivellierinstruments sich auf eine Höhendifferenz von 1 m um 0.2° vermindert, d. h. der vertikale Temperaturgradient —0.2°/m beträgt. Dann verbiegt sich eine 50 m lange Ziellinie 0.23 mm aufwärts, was einen recht bemerkenswerten Fehler bedeutet. Soweit der Temperaturgradient längs der ganzen Ziellinie gleich ist, wird der besagte Fehler ganz beseitigt, wenn man die gleichen Zielweiten vorwärts und rückwärts anwendet, wie es beim Feinnivellement immer der Fall ist. Der Temperaturgradient ist jedoch stets in der Nähe der Erdoberfläche größer als weiter oben, und wenn man in geneigtem Gelände nivelliert, wird die Aufwärtszielung näher der Erdoberfläche als die Abwärtszielung verlaufen, und somit ist längs der ersteren der Temperaturgradient größer als längs der letzteren, wodurch ein systematischer Fehler entsteht, der von der Größe und Richtung der Geländeneigung abhängt. Wenn der Temperaturgradient längs der Aufwärtszielung —0.2 und längs der Abwärtszielung —0.1°/m beträgt, belaufen sich die entsprechenden Höhenveränderungen der 50 m langen Ziellinie auf 0.23 bzw. 0.11 mm und somit der entstandene systematische Fehler bei einem Instrumentenstande auf 0.12 mm, und zwar ist die gemessene Höhendifferenz geringer als die wahre.

---

[1] T. J. Kukkamäki: Über die nivellitische Refraktion, Veröffentlichung des Finnischen Geodätischen Institutes, Nr. 25, 48 S., 1938.

Durch die Verminderung des Luftdruckes beugt sich eine 50 m lange Ziellinie 0.04 mm nach unten. Weil die Verminderung des Druckes gleichmäßig ist, wird dieser Fehler durch Anwendung gleicher Zielweiten völlig beseitigt.

Auf die allgemein bekannten mikroklimatischen Tatsachen und unsere eigenen Messungen gestützt, können wir sagen, daß der Einfluß der Feuchtigkeit unter den beim Nivellement vorkommenden Verhältnissen höchstens nur auf den zwanzigsten Teil des Temperatureinflusses steigen kann. Die Bedeutung der Kohlensäure in dieser Hinsicht ist noch geringer als die der Feuchtigkeit.

Demnach hängt die beim Nivellement vorkommende Luftrefraktion wesentlich nur von der Temperatur ab, und man kann hier Luftdruck, Feuchtigkeit und Kohlensäure außer acht lassen.

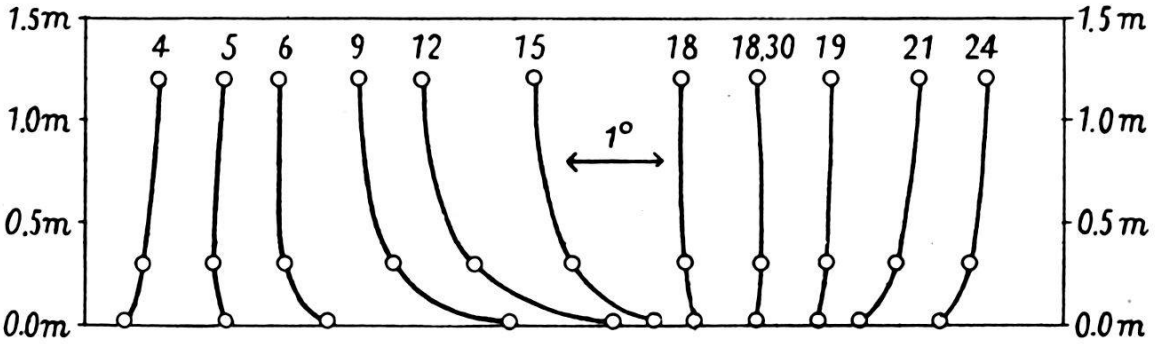

Fig. 1. Der Gang der Temperatur oberhalb eines grasbedeckten Feldes in Südengland zu verschiedenen Tageszeiten im Jahr 1922/23 nach *Best*.

Die Temperatur der untersten Luftschichten. Um eine Auffassung von dem vertikalen Gang der Temperatur zu verschiedenen Tageszeiten zu vermitteln, haben wir die von *Best* in England ausgeführten Temperaturregistrierungen graphisch dargestellt[1]. Daraus ist zu ersehen, daß in der Nacht, wenn die Ausstrahlung die Einstrahlung überschreitet, die Temperatur nach der Höhe zunimmt, d. h. der vertikale Temperaturgradient positiv ist. Am Morgen, wenn die Einstrahlung sich vermehrt, erwärmt sich die Erdoberfläche schneller als die Luft und vermindert sich der Temperaturgradient und wird ein paar Stunden nach Sonnenaufgang gleich Null. Danach wird die Erdoberfläche fortwährend wärmer, und der negative Gradient wächst und erlangt sein Maximum ein paar Stunden nach Mittag. Von nun an vermindert sich der Temperaturunterschied zwischen der Erdoberfläche und der Luft, und der Gradient wird ein paar Stunden vor Sonnenuntergang wieder gleich Null. Die Ausstrahlung wird wieder überwiegend, und der Gradient erreicht schnell seinen positiven Nachtwert und bleibt die ganze Nacht beinahe unverändert.

[1] *A. C. Best:* Transfer of Heat and Momentum in the Lowest Layers, in the Atmosphere, Geophysical Memoirs No. 65, 1935.

Der vertikale Gang der Temperatur ist am besten durch die Interpolationsformel

$$t = a + bz^c \tag{1}$$

auszudrücken, wo z die Höhe bezeichnet und a, b und c Konstanten sind. Die Konstante a gibt die Temperatur der Erdoberfläche an und hat hier, wenn wir uns mit den Temperaturdifferenzen beschäftigen, keine Bedeutung. Der Exponent c variiert bei den Beobachtungen von *Best* im Bereich —0.7 bis +0.5, und zwar ist er in der Nacht positiv und am Tage negativ. Je kleiner c ist, desto schneller verändert sich der Gradient.

Um ein anschaulicheres Bild zu geben, haben wir aus den Werten von *Best* den Temperaturgradienten unter gewissen Verhältnissen berechnet und in der Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1

Der Temperaturgradient in °C/1 m nach den Beobachtungen von *Best*

Monat	Um 12 Uhr			Um 24 Uhr		
	In der Höhe			In der Höhe		
	0.5 m	1.5 m	2.5 m	0.5 m	1.5 m	2.5 m
Jan.	—0.08	—0.02	—0.01	+0.31	+0.12	+0.08
Febr.	—0.28	—0.08	—0.05	+0.40	+0.14	+0.09
März	—0.47	—0.16	—0.09	+0.57	+0.23	+0.15
April	—0.56	—0.17	—0.10	+0.48	+0.18	+0.12
Mai	—0.59	—0.17	—0.10	+0.42	+0.24	+0.18
Juni	—0.76	—0.20	—0.11	+0.43	+0.19	+0.13
Juli	—0.50	—0.12	—0.06	+0.32	+0.15	+0.10
August	—0.59	—0.16	—0.09	+0.38	+0.18	+0.12
Sept.	—0.37	—0.10	—0.05	+0.42	+0.20	+0.15
Okt.	—0.32	—0.09	—0.05	+0.52	+0.22	+0.14
Nov.	—0.14	—0.04	—0.02	+0.27	+0.10	+0.06
Dez.				+0.28	+0.10	+0.06

Außerdem haben wir zu berücksichtigen, daß die Erdoberfläche zwischen den beiden Lattenpunkten eine und dieselbe Temperatur hat und demzufolge die isothermischen Flächen in den untersten Luftschichten parallel mit der Erdoberfläche verlaufen. Dies gilt mit genügender Genauigkeit bis zu der größten beim Nivellement vorkommenden Höhe, 3 m.

Wenn man die Temperaturmessungen in drei verschiedenen Höhen ausführt, kann man die Konstanten der Gleichung (1) auswerten. Beim

finnischen Landesnivellement haben wir die Konstante a ganz außer acht gelassen. Für die Berechnung des Exponenten c wäre, wegen der großen Schwankungen der Temperatur in freier Luft eine recht große Menge von Beobachtungen nötig, was im Verlaufe der Nivellementsarbeit äußerst schwer anzuordnen wäre. Deswegen haben wir die aus den *Best*schen Beobachtungen berechneten durchschnittlichen Werte angewandt. Daß eine solche Maßnahme berechtigt ist, davon haben wir uns durch Vergleichen der so erhaltenen Werte mit den Beobachtungen von *Franssila* in Mittel-Finnland und Lappland[1] überzeugt. Für die Bestimmung der Konstanten b haben wir bei jedem Instrumentenstande die Temperaturdifferenz zwischen den Höhen 0.5 und 2.5 m mit Hilfe eines speziellen, von uns konstruierten Widerstandsthermometers gemessen.

Wenn wir die Temperaturdifferenz $t_2 - t_1$ zwischen den Höhen z_2 und z_1 gemessen und c aus der Tabelle entnommen haben, können wir die Temperaturdifferenz zwischen zwei willkürlichen Höhen z und z_0 mit Hilfe der Formel

$$t - t_0 = \frac{t_2 - t_1}{z_2^c - z_1^c} (z^c - z_0^c)$$

berechnen. Wenn wir ferner berücksichtigen, daß die Beziehung zwischen der Temperatur und dem Refraktionskoeffizienten durch die Formel

$$n - 1 = \frac{0.0002923}{1 + 0.00368 \cdot t} \cdot \frac{B}{760}$$

ausgedrückt ist, können wir die Differenz der Refraktionskoeffizienten der zwei gegebenen Höhen für die mittlere Beobachtungstemperatur von $+15^0$ und den Luftdruck 750 mmHg durch die Formel

$$n - n_0 = 0.954 \cdot 10^{-6} \frac{t_2 - t_1}{z_2^c - z_1^c} (z^c - z_0^c) \tag{2}$$

berechnen.

Die Formel der nivellitischen Refraktion. Bei der Ableitung der Formeln für die nivellitische Refraktion wollen wir die in der Figur 2 vorkommenden Bezeichnungen anwenden.

Betrachten wir zuerst die einseitige Zielung B_0C_1, vorwärts von B_0 nach B_1. Wenn wir den Winkel zwischen dem Lichtstrahl und den isothermischen Flächen mit α bezeichnen, können wir zwischen diesem Winkel und dem Refraktionskoeffizienten n die bekannte Beziehung

$$n \cdot \cos \alpha = \text{const.}$$

---

[1] *M. Franssila:* Mikroklimatische Untersuchungen des Wärmehaushaltes, Mitt. d. Met. Zentralanstalt, Nr. 20, Helsinki 1936.

M. Franssila: Mikroklimatische Temperaturmessungen in Sodankylä, Mitt. d. Met. Zentralanstalt, Nr. 26, Helsinki 1945.

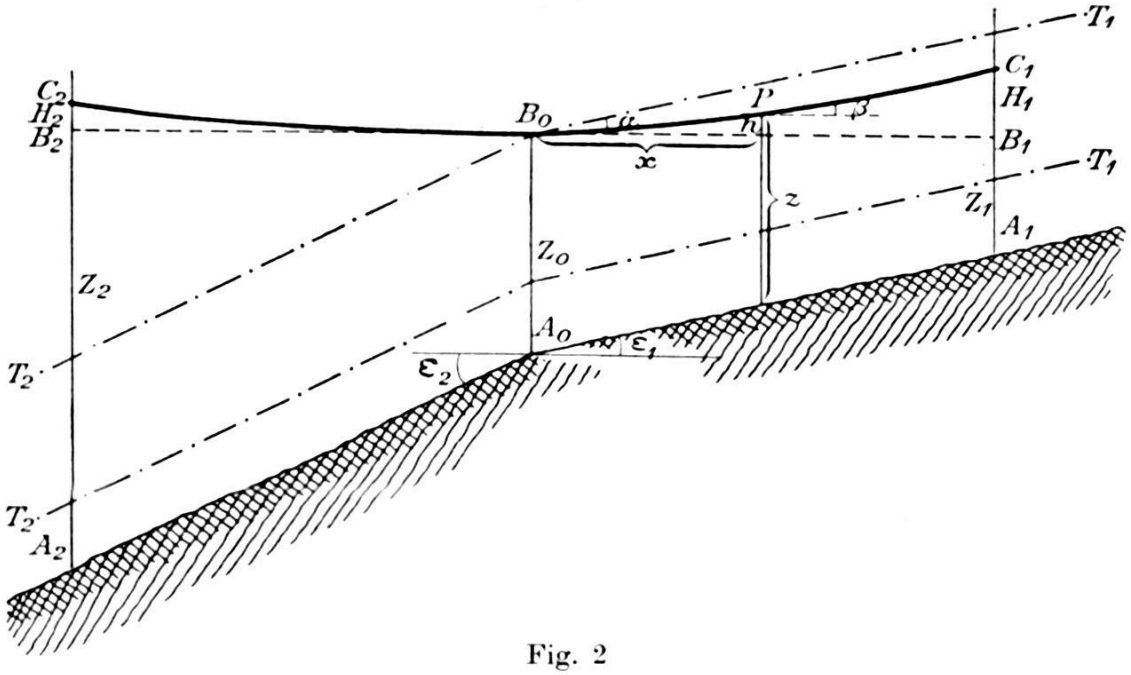

Fig. 2

$A_2 A_0 A_1$	Erdoberfläche
$T_2 T_1$	Isosthermische Flächen
B_0	Nivellierinstrument
$A_2 C_2$, $A_1 C_1$	Latten
$B_2 B_0 B_1$	Durch das Instrument verlaufende Horizontale
$B_0 B_2$ und $B_0 B_1$	Strahlengang bei der Rück- bzw. Vorwärtszielung

niederschreiben, woraus die Differentialgleichung

$$d\alpha = \operatorname{cotg} \alpha \frac{dn}{n}$$

folgt. Den Neigungswinkel β des Lichtstrahls in einem beliebigen Punkte (P), der in einer Entfernung x vom Instrument entfernt liegt, finden wir durch die Integration

$$\beta = \int_{n_0}^{n} \frac{\operatorname{cotg} \alpha}{n} dn,$$

wo n_0 und n die Refraktionskoeffizienten in dem Punkt B_0 bzw. P bezeichnen. Mit genügender Annäherung können wir unter den Integralzeichen den Winkel α als unveränderlich betrachten und durch den Neigungswinkel der Erdoberfläche ε ersetzen, sowie den Refraktionskoeffizienten gleich 1 setzen; dann erhalten wir unter Berücksichtigung der Gleichung (2)

$$\beta = \operatorname{cotg} \varepsilon \cdot 0.954 \cdot 10^{-6} \frac{t_2 - t_1}{z_2^c - z_1^c} (z^c - z_0^c).$$

Dieser Höhenunterschied h zwischen der Horizontale B_0B_1 und dem wirklichen Lichtstrahl B_0C_1 ergibt sich durch Integration

$$h = \operatorname{cotg} \varepsilon \cdot 0.954 \cdot 10^{-6} \frac{t_2 - t_1}{z_2^c - z_1^c} \int_0^x (z^c - z_0^c)\, dx.$$

Hier führen wir als neue Integrationsveränderliche

$$z = Z_0 - \operatorname{tg} \varepsilon \cdot x$$

ein und erhalten dann

$$H_1 = \operatorname{cotg}^2 \varepsilon \cdot 0.954 \cdot 10^{-6} \frac{t_2 - t_1}{z_2^c - z_1^c} \left\{ \frac{1}{c+1} Z_1^{c+1} - \right.$$

$$\left. - Z_0^c Z_1 + \frac{c}{c+1} Z_0^{c+1} \right\}$$

Eine entsprechende Formel ist für die Rückwärtszielung abzuleiten; dann ist die Korrektion, *die nivellitische Refraktion*, in dem betreffenden Instrumentenstande

$$\rho = H_1 - H_2.$$

Wir dürfen annehmen, daß im Durchschnitt die Neigungswinkel der Erdoberfläche nach beiden Richtungen, ε_1 und ε_2, gleich sind, so daß sich die Formel der nivellitischen Refraktion in der Form

$$(3) \qquad \rho = \operatorname{cotg}^2 \varepsilon \cdot 0.954 \cdot 10^{-6} \frac{t_2 - t_1}{z_2^c - z_1^c} \left\{ \frac{1}{c+1} (Z_1^{c+1} - Z_2^{c+1}) - \right.$$

$$\left. - Z_0^c (Z_1 - Z_2) \right\}$$

schreiben läßt.

Die nivellitische Refraktion verändert sich somit näherungsweise linear mit der gemessenen Höhendifferenz, unter der Voraussetzung, daß man nicht sehr nahe an die Erdoberfläche herankommt. Dies berechtigt dazu, statt der Formel (3) die Interpolationsformel

$$(4) \qquad \rho = 10^{-5} \gamma \left(\frac{s}{50} \right)^2 (t_2 - t_1)\, D$$

anzuwenden, wo s die Zielweite, $t_2 - t_1$ die Temperaturdifferenz zwischen den Höhen 0.5 und 2.5 m, D die gemessene Höhendifferenz in Halbzentimeter und γ die von c abhängige Konstante

$$\frac{0.594}{250^c - 50^c} \left\{ \frac{1}{c+1} (50^{c+1} - 250^{c+1}) - 150^c \cdot 200 \right\}$$

bezeichnet. Die Werte von γ haben wir für verschiedene Tageszeiten und für die geographischen Breiten von 30° bis 64° berechnet und in Tabellenform herausgegeben[1].

Finnische Versuchsmessungen. Bevor diese Methode beim finnischen Landesnivellement verwendet wurde, stellten wir mehrere Versuche an. Zuerst wurden im Jahre 1936 Versuche bei einem Instrumentenstande ausgeführt. Die Beobachtungsstelle befand sich auf einer Asphaltchaussee. Die Zielweite betrug 50 m und die Höhendifferenz 1.721 m. Die Höhendifferenz wurde gleichzeitig mit zwei Nivellierinstrumenten Zeiß III gemessen, das eine in einer Höhe von 1.1 und das andere von 1.8 m. Der Temperaturgradient wurde bei den beiden Latten zur Zeit jeder Höhenmessung gemessen. In der Tabelle 2 sind die mittleren beobachteten Abweichungen von dem Sollwert $H_{beob.}$ und dieselben, korrigiert mit Hilfe der nivellitischen Refraktion, $H_{korr.}$ angegeben.

Tabelle 2

Die mittleren Abweichungen der beobachteten und der mit der nivellitischen Refraktion korrigierten Höhendifferenzen in einem Instrumentenstande

Datum	Anzahl der Messungen	Untere Instrumentenlage		Obere Instrumentenlage	
		$H_{beob.}$	$H_{korr.}$	$H_{beob.}$	$H_{korr.}$
1936		mm	mm	mm	mm
Juni 29	8	0.41	0.22	0.16	0.13
30	11	0.59	0.35	0.26	0.17
Juli 1	9	0.27	0.20	0.08	0.08
2	9	0.54	0.20	0.15	0.09
3	9	0.38	0.24	0.12	0.06
4	9	0.16	0.24	0.13	0.17
Alle Tage	54	0.427	0.251	0.163	0.126

Hier kann man sehen, daß die Abweichungen durch die Berücksichtigung der nivellitischen Refraktion wesentlich abgenommen haben. Außerdem ist ferner zu bemerken, daß die beobachteten Werte und die nivellitische Refraktion einen sehr deutlichen täglichen Gang mit dem Temperaturgradienten aufweisen.

---

[1] *T. J. Kukkamäki:* Formeln und Tabellen zur Berechnung der nivellitischen Refraktion, Veröffentlichung des Finnischen Geodätischen Institutes, Nr. 27, 18 S., Helsinki 1939.

Im Jahre 1937 wurden Versuche auf einer 1958 m langen Strecke ausgeführt. Die Linie läuft längs der Eisenbahn auf dem südlichen Hang eines Sandrückens. Die Höhendifferenz der Enden beträgt 18.442 m. Das Nivellement wurde 20 mal unter Anwendung einer Zielweite von 100 m ausgeführt. Gleichzeitig wurde der Temperaturgradient bei jedem Instrumentenstande mit Hilfe des Widerstandsthermometers ausgewertet. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 3 wiedergegeben. Hier ist eine noch stärkere Verminderung der Abweichungen als bei den Versuchen des Jahres 1936 zu erkennen.

Tabelle 3

Die mittleren Abweichungen der beobachteten und der mit der nivellitischen Refraktion korrigierten Höhendifferenzen auf einer 1958 m langen Strecke

Datum	Anzahl der Messungen	$H_{beob.}$	$H_{korr.}$
1937		mm	mm
Juni 9	4	8.32	3.27
10	2	6.19	4.63
12	1	1.77	1.86
14	5	3.62	1.71
15	4	8.04	3.27
17	4	2.76	2.83
Alle Tage	20	5.96	3.07

Die nivellitische Refraktion in dem finnischen Landesnivellement. Von dem Jahre 1937 an ist bei dem finnischen Landesnivellement das Widerstandsthermometer ausnahmslos verwendet worden. Es hat sich als zuverlässig und leicht verwendbar erwiesen. Auf Grund der gemessenen Temperaturdifferenzen ist die nivellitische Refraktion für jeden Instrumentenstand ausgewertet und bei der Berechnung der Höhendifferenzen berücksichtigt worden.

Als Probe sind hier die auf einer Linie erhaltenen Ergebnisse in der Tabelle 4 angegeben. Die Linie 410–36177 läuft in der Richtung N–S zwischen den geographischen Breiten 60°.8 und 60°.5.

Es ist bemerkenswert, daß die nivellitische Refraktion auf der ganzen Linie —3.37 mm beträgt, und zwar bedeutet das +0.052 mm auf eine gemessene Höhendifferenz von 1 m. Die Quadratsumme der Differenz zwischen Vor- und Rückmessung vermindert sich unter Berücksichtigung der nivellitischen Refraktion von 26.41 auf 20.95 und der wahrscheinliche Kilometerfehler entsprechend von 0.242 auf 0.216 mm.

Tabelle 4

Die nivellitische Refraktion auf einer Linie des finnischen Landesnivellements

Nummer des Festpunktes	Abstand	Höhen-differenz	Datum		Differenz $\Delta = h_1 - h_2$	Nivellitische Refraktion			Korrigierte Differenz $\Delta + (\rho_1 - \rho_2)$
			1. Hin	2. Her		ρ_1	ρ_2	$\frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2)$	
	km	m	1938	1938	mm	mm	mm	mm	mm
410									
37062	0.82	+ 3.05	Aug. 16	Aug. 16	+0.19	—0.07	+0.06	0.00	+0.06
38007	1.79	— 0.84	16	16	+2.03	—0.06	0.00	—0.03	+1.97
38208	2.83	—20.77	17	15	+1.24	—1.16	—0.09	—0.62	+0.17
38209	2.04	+ 2.00	18	13	0.00	+0.02	+0.06	+0.04	—0.04
415	1.09	+ 0.24	18	18	+0.30	+0.02	+0.02	+0.02	+0.30
38210	0.83	— 5.96	17	12	+0.52	—0.06	—0.20	—0.13	+0.66
418	2.42	— 7.64	17	12	+1.60	—0.58	—0.34	—0.46	+1.36
419	0.66	+ 0.96	15	12	—1.06	+0.05	+0.02	+0.04	—1.03
420	1.88	— 1.67	15	11	+1.02	—0.09	—0.07	—0.08	+1.00
12	1.67	+ 6.62	11	20	—1.30	+0.25	0.00	+0.12	—1.05
422	1.47	— 9.35	19	20	+0.50	—0.41	0.00	—0.20	+0.09
38211	1.81	— 2.08	19	24	+0.13	—0.04	—0.01	—0.02	+0.10
425	2.28	— 2.66	19	24	—1.07	—0.20	—0.23	—0.22	—1.04
426	1.26	+ 1.58	19	25	+0.77	+0.06	+0.18	+0.12	+0.65
38212	2.53	— 2.45	23	25	+0.27	—0.27	—0.08	—0.18	+0.08
38213	1.73	— 2.33	24	26	—0.40	—0.11	—0.15	—0.13	—0.36
431	1.42	+ 0.11	24	26	—0.40	0.00	+0.01	0.00	—0.41
432	1.11	+ 0.74	25	29	—0.70	+0.03	+0.04	+0.04	—0.71
433	0.79	— 5.67	25	29	—0.30	—0.35	—0.33	—0.34	—0.32
435	1.98	+ 3.61	26	29	+0.92	+0.21	+0.30	+0.26	+0.83
436	1.03	+ 4.44	26	29	—0.18	+0.32	+0.25	+0.28	—0.11
437	0.98	— 0.47	26	29	+0.12	—0.06	—0.03	—0.04	+0.09
438	0.93	— 4.94	27	30	+0.87	—0.08	—0.15	—0.12	+0.94
439	1.97	— 3.35	27	30	+0.36	—0.08	—0.16	—0.12	+0.44
440	1.28	— 2.57	31	Sept. 3	+0.48	—0.11	—0.15	—0.13	+0.52
441	0.82	— 5.61	31	3	0.00	—0.53	—0.52	—0.52	—0.01
442	1.22	— 1.97	31	3	+1.90	—0.21	—0.04	—0.12	+1.73
443	0.95	+ 7.03	31	5	+0.68	+0.18	+0.48	+0.33	+0.38
444	1.22	— 5.20	31	6	—0.45	—0.12	—0.35	—0.24	—0.22
445	1.17	— 3.00	31	6	+1.24	—0.29	—0.18	—0.24	+1.13
446	1.73	+ 2.20	Sept. 2	Aug. 30	0.00	+0.07	+0.07	+0.07	0.00
448	1.52	+ 3.11	2	Sept. 6	—1.50	+0.28	+0.17	+0.22	—1.39
449	1.07	—10.93	2	5	+0.72	—0.98	—0.74	—0.86	+0.48
450	0.55	+ 0.75	2	5	—0.38	+0.01	+0.01	+0.01	—0.38
36177	1.16	— 1.33	2	5	+0.48	—0.11	—0.12	—0.12	+0.49
	50.01	—64.36			+8.60	—4.47	—2.27	—3.37	+6.40

In dem ganzen bisher gemessenen Netze des finnischen Landesnivellements hat die mittlere nivellitische Refraktion +0.06 mm auf eine Höhendifferenz von 1 m betragen.

(Schluß folgt.)