Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 47 (1949)

Heft: 5

Artikel: Die Überkorrektur bei der gegenseitigen Orientierung von Senkrechtaufnahmen eines beliebigen Geländes

Autor: Kasper, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-206566

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Überkorrektur bei der gegenseitigen Orientierung von Senkrechtaufnahmen eines beliebigen Geländes

Von H. Kasper, Heerbrugg

Die gegenseitige Orientierung von Luftbildern in den photogrammetrischen Auswertegeräten erfolgt, abgesehen von ganz spärlichen Ausnahmen, allgemein nach optisch-mechanischen Orientierungsverfahren, deren Grundgedanken *O. v. Gruber* angegeben hat. Diese Verfahren sind trotz verschiedener Versuche, sie durch andere, vermeintlich bessere Methoden zu ersetzen, aus der photogrammetrischen Praxis so lange nicht zu verdrängen, als Auswertegeräte in der heute üblichen Form gebaut werden.

Obwohl es sich nur um Probierverfahren sukzessiver Annäherung an die wahrscheinlichste Modellform handelt, die oft mehrmals wiederholt werden müssen, erzielt man bei einiger Übung in wenigen Minuten stets etwa gleich genaue parallaxenfreie Modelle, wenn man nur ein paar einfache Regeln über die Trennung der Einflüsse der Orientierungsfehler und über die mögliche Anhäufung zufälliger Parallaxenreste kennt und beachtet.

Die einzige, für den Anfänger schwierigere Operation ist hierbei die Trennung des Querneigungseinflusses von dem der übrigen Orientierungselemente.

Im allgemeinen verwendet man für die Orientierung die sechs charakteristischen Punkte, welche in der Abb. 1 dargestellt und bezeichnet sind. Bei dem klassischen Verfahren nach *O. v. Gruber*, welches auf alle Kunstgriffe verzichtet und die einzelnen Orientierungselemente in systematischer Weise klar und übersichtlich berichtigt, werden bekanntlich zuerst die Punkte 1 und 2 mit by und κ parallaxenfrei gemacht, danach z. B. der Rand 3,4 mit bz und φ. Am Bildrand 5,6 erscheinen neue Parallaxen p^*, die mit ω weggestellt und gemessen werden können. Diese Parallaxen müssen je nach der räumlichen Lage der gewählten

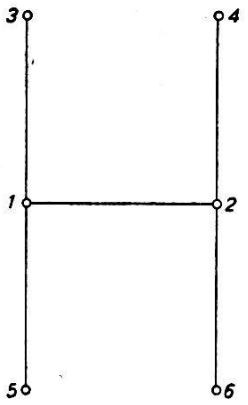

Abb. 1

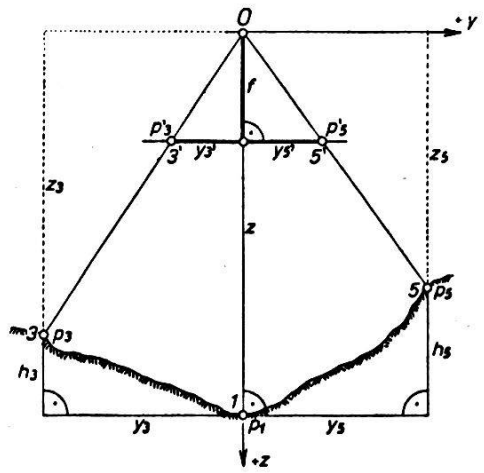

Abb. 2

Modellpunkte in bezug auf die Lage der Aufnahmepunkte mit ω überkorrigiert werden, um den richtigen Wert für die Querneigung ω zu erhalten.

Es ist üblich, die Bildordinaten y' der Punkte 3 und 5 bzw. 4 und 6 gleich lang zu wählen und mittels der Kammerkonstante f die Überkorrektur n für ebenes Gelände nach

$$n = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{f^2}{y^2}\right) \tag{1}$$

zu berechnen und anstatt der Randparallaxe p^* den Wert $n \cdot p^*$ mit ω wegzustellen (Bezeichnungen gemäß Abb. 2).

Beseitigt man wie vorher die Parallaxen in den Punkten 1 bis 4, so sollten bei richtiger Wahl von n auch 5 und 6 parallaxenfrei sein. Im allgemeinen wird aber noch eine Restparallaxe auftreten, welche mit Δp bezeichnet werden möge. Um das Verfahren rascher konvergent zu machen, stellt man statt Δp nicht $n \cdot \Delta p$ weg, sondern

$$n \cdot \frac{p \cdot \Delta p}{p - \Delta p} \tag{2}$$

Sind die Orientierungsverbesserungen klein, so wird dieses Verfahren sofort zum Ziele führen und das ganze Modell parallaxenfrei werden. Wenn jedoch wegen größerer Abweichungen der Aufnahmerichtung von der Nadirdistanz nur schlechte Ausgangswerte für die Orientierungselemente gegeben sind und das Gelände vielleicht überdies gebirgig oder hügelig ist oder keine symmetrisch liegenden Randpunkte zur Verfügung stehen, kann der Anfangswert der Überkorrektur (1) so falsch sein, daß die durch (2) angestrebte Konvergenz des Verfahrens ausbleibt und die bei Wiederholungen entstehenden Randparallaxen divergieren oder sprunghaft Größe und Richtung wechseln. In solchen Fällen brauchen oft auch geübte Auswerter viel Zeit, bevor sie die richtige Überkorrektur ermitteln. Die Schwierigkeiten vermehren sich noch, wenn einer oder mehrere der charakteristischen Punkte samt ihrer Umgebung in einer Wasserfläche oder sonstwie uneinstellbar liegen, so daß andere Punkte für die Orientierung gewählt werden müssen.

In solchen Fällen könnte man sich rascher helfen, wenn man die bisher fast unbeachtet gebliebene Formel für die Überkorrektur bei beliebigem Gelände von *H. Gänger*[1] anwenden würde. Die Formel wurde meines Wissens sonst nur von *R. Finsterwalder*, *Photogrammetrie*, Berlin 1939, erwähnt.

In der Praxis hat die *Gängersche* Formel keinen Eingang finden können, weil sie von ihm in einer etwas zu schwerfälligen Form belassen wurde, die sich der Auswerter nicht leicht merkt, denn er verbindet mit ihrem Aufbau keinerlei Vorstellung. Überdies rechnet der Photogrammeter nur ungern.

---

[1] Mitteilungen d. D. Ges. f. Photogr. 1938.

Hätte man aber ein Hilfsmittel, welches rasch und zuverlässig den richtigen oder nahezu richtigen Wert der Überkorrektur in jedem Normalschnitt zur Basis angeben würde, so wäre nicht nur für stark bewegtes Gelände eine Hilfe geschaffen, sondern es könnte auch der Folgebildanschluß bei der Aerotriangulation, wo jeweils im Anschlußstreifen drei Geländepunkte und der Aufnahmepunkt koordinatenmäßig bekannt sind, beschleunigt und *verbessert* werden.

Die von *H. Gänger* angegebene Formel für die Überkorrektur bei Senkrechtaufnahmen läßt sich aber nicht nur kürzer ableiten und einfacher darstellen, sondern auch sehr elegant geometrisch deuten. Die geometrische Deutung ist, wie sich im folgenden zeigen wird, auch noch verallgemeinerungsfähig und führt zu einer überraschend einfachen Konstruktion der Überkorrektur.

Um die Formel kurz herzuleiten, setzen wir z. B. die Parallaxengleichungen für den Folgebildanschluß an, wenn die linke Kammer fest und die rechte beweglich angenommen wird.

Wählen wir z. B. den Normalschnitt (Abb. 2) durch die Punkte 1, 3, 5 (Abb. 1), so lauten die speziellen Parallaxengleichungen

$$\left.\begin{aligned}
&1) \quad -(bd\kappa + dby) + z_1 d\omega = p_1 \\
&2) \quad -(bd\kappa + dby) + z_3\left(1 + \frac{y_3^2}{z_3^2}\right) d\omega + \frac{y_3}{z_3}(bd\varphi - dbz) = p_3 \\
&3) \quad -(bd\kappa + dby) + z_5\left(1 + \frac{y_5^2}{z_5^2}\right) d\omega + \frac{y_5}{z_5}(bd\varphi - dbz) = p_5
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Aus diesen kann man $d\omega$ leicht berechnen. Wenn man die erste Parallaxengleichung von der dritten und fünften subtrahiert, fallen $d\kappa$ und dby aus, und es entstehen zwei neue Gleichungen. Wenn man diese durch ihre Koeffizienten $\frac{y}{z}$ von $(bd\varphi - dbz)$ dividiert und die so entstehenden Gleichungen von einander subtrahiert, so bleibt nur eine Gleichung übrig, aus welcher sich

$$d\omega = \frac{(p_5 - p_1)\frac{z_5}{y_5} - (p_3 - p_1)\frac{z_3}{y_3}}{y_5 - y_3 - \left(\frac{z_5}{y_5} h_5 - \frac{z_3}{y_3} h_3\right)} \quad (4)$$

ergibt. Diese Gleichung findet man auch bei *E. Gotthardt*[1].

Wählt man das vorhin beschriebene Orientierungsverfahren nach

[1] Rechnerische und zeichnerische Hilfsmittel der gegenseitigen Orientierung von Senkrechtaufnahmen gebirgigen Geländes. Diss. Berlin 1938.

v. Gruber, bei welchem die Parallaxen in den Punkten 1 und 2 mit by und κ, die Parallaxen in den Punkten 3 und 4 mit bz und φ weggestellt werden, so sind die Mitte und ein Bildrand parallaxenfrei, und am anderen Rand entstehen Hilfsparallaxen p^*, z. B. p_5^*. Setzt man in (4) $p_1 = p_3 = O$, so ergibt sich mit p_5^*

$$d\omega = \frac{p_5^* \dfrac{z_5}{y_5}}{y_5 - y_3 - \left(\dfrac{z_5}{y_5} h_5 - \dfrac{z_3}{y_3} h_3\right)} \tag{5}$$

Aus der letzten der Gleichungen (3) ist

$$p_5^* = z_5 \left(1 + \frac{y_5^2}{z_5^2}\right) \cdot d\omega^* \tag{6}$$

wenn die Parallaxe p_5^* nur durch den $d\omega^*$-Anteil gemessen wird.

Um die richtige Querneigung $d\omega$ aus p_5^* zu erhalten, muß p_5^* mit der Querneigungsbewegung nicht nur weggestellt, sondern n-fach korrigiert werden, wobei für den Punkt 5

$$n_5 = \frac{d\omega}{d\omega^*} \tag{7}$$

ist.

Setzt man (5) und (6) in (7) ein, so ist die Überkorrektur

$$\boxed{n_5 = \frac{y_5 \left(1 + \dfrac{z_5^2}{y_5^2}\right)}{y_5 - y_3 - \left(\dfrac{z_5}{y_5} h_5 - \dfrac{z_3}{y_3} h_3\right)}} \tag{8}$$

Diese Formel erhält man auch durch eine kleine Umwandlung der von *Gänger* a. a. O. abgeleiteten Formel.

Aus der Abb. 3 kann man sofort ablesen, daß der Zähler gleich der Strecke $\overline{OD'_5}$ oder d' ist. Der Nenner ist $\overline{A'_3 A'_5}$ oder $\overline{A_3 A_5}$, er ist in der Abbildung auch mit a' bezeichnet.

Es wird also

$$n = \frac{d'}{a'} \tag{9}$$

Projiziert man d' auf $\overline{05}$ und bezeichnet diese Strecke mit d, so ist

die Projektion von a' auf die Strecke $\overline{05}$ oder eine dazu Parallele gleich a und das Verhältnis $\frac{d}{a}$ gleicht der Überkorrektur n:

$$\boxed{n = \frac{d}{a}} \tag{10}$$

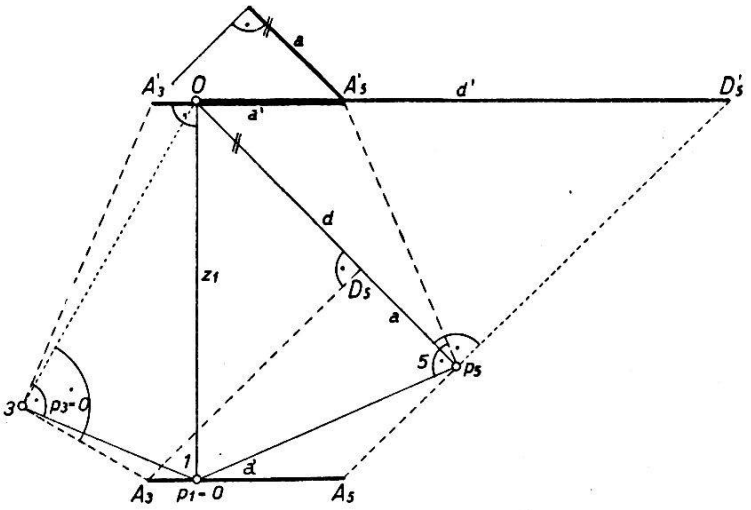

Abb. 3

Läßt man alle Doppel- und Hilfskonstruktionen in der Abb. 3 weg, so entsteht Abb. 4. Diese zeigt die geometrische Bedeutung der Überkorrektur und gleichzeitig ihre Verallgemeinerungsfähigkeit. Der Punkt 1 muß keineswegs Nadirpunkt sein, sondern kann ebenso wie 3 und 5 ein beliebiger Punkt des Normalschnittes sein. Die Überkorrektur ist also stets mit drei Loten auf die Bildstrahlen sehr einfach zu konstruieren.

Wird in Abb. 4 $a = 0$, so liegt der Punkt 5 auf dem gefährlichen Kreis; die Orientierung ist mit den drei geplanten Punkten in diesem Fall undurchführbar. Dasselbe gilt praktisch auch, wann a sehr klein ist, wodurch die Überkorrektur sehr große Werte annimmt. Liegt der Punkt 5 innerhalb des durch 1,3 und O gehenden Kreises, dann ist die Überkorrektur negativ.

Abb. 5 zeigt, wie man die Überkorrektur bei *ebenem* Gelände durch Ziehen eines einzigen Lotes ermitteln kann.

Bei der Aerotriangulation, welche auf der fortgesetzten Anwendung des Folgebildanschlusses beruht, kennt man stets die Modellform im Anschluß-Streifen an das vorhergehende Modell. Zwecks Maßstabbestimmung und Höhenvergleichs stellt man ohnedies mindestens drei Punkte heraus, welche dieselbe Abszisse haben und liest ihre Höhen am Höhenzählwerk ab. Da die Lage des Aufnahmepunktes ebenfalls bekannt ist, kann man diesen auch auftragen. Die Überkorrektur $n = \frac{d}{a}$

wird ausreichend genau durch bloß zwei Lote, so wie dies Abb. 6 zeigt, konstruiert. Sie gilt unter der Voraussetzung, daß in 1 und 3 die Parallaxen auf beliebige Weise beseitigt werden.

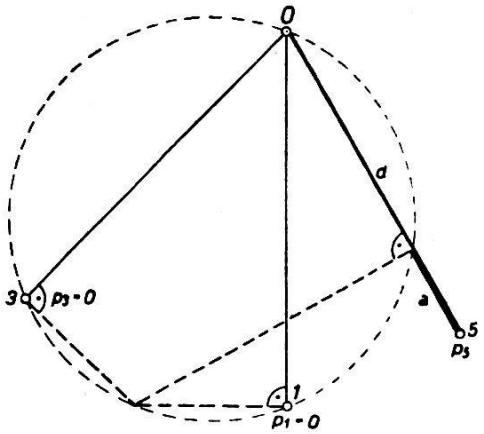

Abb. 4

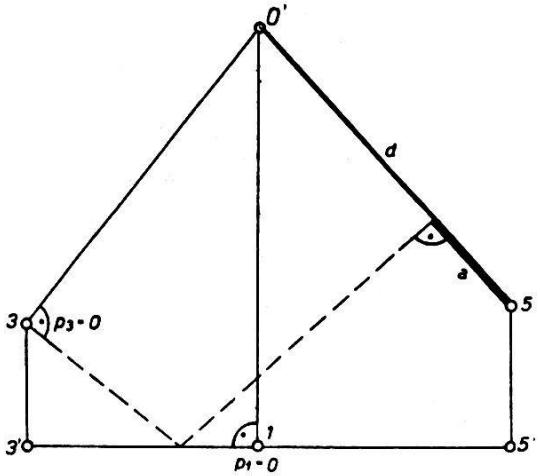

Abb. 5

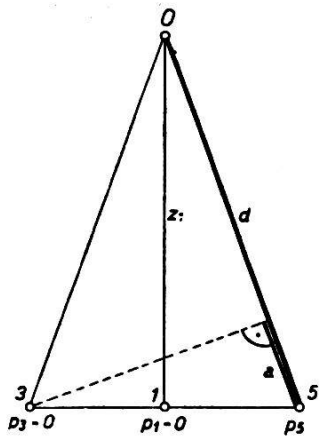

Abb. 6

Will man die Genauigkeit in der Trennung von ω und by erhöhen, wiederholt man das Verfahren in mehreren Abszissen des Modells und mittelt die erhaltenen ω-Werte.

Es läßt sich also auch bei dem optisch-mechanischen Orientierungsverfahren nach *von Gruber* ohne weiteres und viel einfacher als dies bisher bekannt war, ein richtiger Wert der Querneigung ohne lange Vorversuche bestimmen.

Ermittelt man auf diese Weise die Überkorrektur wenigstens überschlägig, so wird es selten vorkommen, daß man den Orientierungsvorgang öfter als einmal wiederholen muß. Man erhält auch unter schwierigen sonstigen Bedingungen einen guten Näherungswert.

Daß die Überkorrektur insbesonders bei Aufnahmen mit Normalwinkelkammern sehr stark von der Geländeform abhängig ist, zeigt die

Tabelle I, welche für ein Basisverhältnis 1 : 3 und Bildordinaten gleich der Basislänge gerechnet wurde. Für Weitwinkelaufnahmen sind die Schwankungen der Überkorrektur geringer, was Tabelle II zeigt.

Tabelle I

Überkorrektur bei Normalkammern

$$\frac{b}{f} = \frac{y'}{f} = \frac{y}{z} = \frac{1}{3}; \qquad n_5 = \frac{1 - \frac{h_5}{z_1}}{0{,}2 - \left(\frac{h_3}{z_1} + \frac{h_5}{z_1}\right)}$$

$\frac{h_3}{z_1}$ \ $\frac{h_5}{z_1}$	−0,20	−0,15	−0,10	−0,05	0,00	+0,05	+0,10	+0,15	+0,20
+0,20	6,0	7,7	11,0	21,0	±∞	−19,0	− 9,0	− 5,6	− 4,0
+0,15	4,8	5,8	7,3	10,5	20,0	±∞	−18,0	− 8,5	− 5,3
+0,10	4,0	4,6	5,5	7,0	10,0	19,0	±∞	−17,0	− 8,0
+0,05	3,4	3,8	4,4	5,3	6,7	9,5	18,0	±∞	−16,0
+0,00	3,0	3,3	3,7	4,2	5,0	6,3	9,0	17,0	±∞
—0,05	2,7	2,9	3,2	3,5	4,0	4,8	6,0	8,5	16,0
—0,10	2,4	2,6	2,8	3,0	3,3	3,8	4,5	5,6	8,0
—0,15	2,2	2,3	2,5	2,6	2,9	3,2	3,6	4,3	5,3
—0,20	2,0	2,1	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	4,0

Tabelle II

Überkorrektur bei Weitwinkelkammern

$$\frac{b}{f} = \frac{5}{8}, \quad \frac{y}{f} = \frac{2}{3}; \qquad n_5 = \frac{13\left(1 - \frac{h_5}{z_1}\right)}{8 - 13\left(\frac{h_3}{z_1} + \frac{h_5}{z_1}\right)}$$

$\frac{h_3}{z_1}$ \ $\frac{h_5}{z_1}$	—0,3	—0,2	—0,1	0,0	0,1	0,2	0,3
0,3	2,1	2,3	2,6	3,0	4,2	6,9	45,5
0,2	1,8	1,9	2,1	2,3	2,8	3,7	6,1
0,1	1,6	1,7	1,8	1,9	2,2	2,5	3,3
0,0	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,9	2,2
—0,1	1,3	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,7
—0,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4
—0,3	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1

Praktische Versuche mit den verschiedenen neueren Orientierungsverfahren lassen die Überzeugung aussprechen, daß die optisch-mechanischen Verfahren nach *v. Gruber* weiterhin in einer oder der anderen Modifikation die Hauptrolle in der photogrammetrischen Praxis spielen werden und zumindest von den bisher bekanntgewordenen Neuerungsvorschlägen weder verdrängt noch in ihrer Universalität geschmälert werden können. Deshalb ist es sicherlich vorteilhaft, eine rasche Methode zur Ermittlung der Überkorrektur zu kennen.

Die Fehlerellipse des Neupunktes beim Rückwärtseinschnitt aus fehlerhaften Festpunkten

Von Prof. Dr. Franz Ackerl, Wien

In dieser Zeitschrift [1] wurden die Unterlagen dargestellt, mit denen es möglich ist, den Lagefehler des rückwärtseingeschnittenen Neupunktes zu ermitteln, wenn die Koordinatenfehler der gegebenen Punkte und auch die m. F. der Winkelbeobachtungen bekannt sind.

Die Lösung der dort aufgeworfenen Schlußfrage: „Welches ist die mittlere Fehlerellipse des Neupunktes, wenn die mittleren Fehlerellipsen der Anschlußpunkte und die Beobachtungsfehler gegeben sind?" wird hier entwickelt.

Wir drücken die Koordinaten des durch Rückwärtseinschnitt bestimmten Punktes $P(x, y)$ als Funktionen der gegebenen Punkte A, B, M und der gemessenen Winkel α, β aus, nämlich

$$\begin{aligned} x &= \varphi_1 (x_A, y_A, x_B, y_B, x_M, y_M, \alpha, \beta), \\ y &= \varphi_2 (x_A, y_A, x_B, y_B, x_M, y_M, \alpha, \beta). \end{aligned} \tag{1}$$

Mit abgekürzter Bezeichnung der partiellen Differentialquotienten erhält man hieraus

$$\begin{aligned} dx &= K_1\, dx_A + K_2\, dy_A + K_3\, dx_B + K_4\, dy_B + K_5\, dx_M + K_6\, dy_M \\ &\qquad + K_7\, d\alpha + K_8\, d\beta, \\ dy &= L_1\, dx_A + L_2\, dy_A + L_3\, dx_B + L_4\, dy_B + L_5\, dx_M + L_6\, dy_M \\ &\qquad + L_7\, d\alpha + L_8\, d\beta, \end{aligned} \tag{2}$$

und mit der üblichen Annahme, daß die Fehler voneinander unabhängige Größen seien, ergibt sich die Darstellung

$$\begin{aligned} m^2{}_x &= K^2{}_1\, m^2{}_{x_A} + K^2{}_2\, m^2{}_{y_A} + K^2{}_3\, m^2{}_{x_B} + K^2{}_4\, m^2{}_{y_B} + K^2{}_5\, m^2{}_{x_M} \\ &\qquad + K^2{}_6\, m^2{}_{y_M} + K^2{}_7\, m^2{}_\alpha + K^2{}_8\, m^2{}_\beta, \\ m^2{}_y &= L^2{}_1\, m^2{}_{x_A} + L^2{}_2\, m^2{}_{y_A} + L^2{}_3\, m^2{}_{x_B} + L^2{}_4\, m^2{}_{y_B} + L^2{}_5\, m^2{}_{x_M} \\ &\qquad + L^2{}_6\, m^2{}_{y_M} + L^2{}_7\, m^2{}_\alpha + L^2{}_8\, m^2{}_\beta. \end{aligned} \tag{3}$$

---

[1] *Ackerl*, Über den Rückwärtseinschnitt aus fehlerhaften Festpunkten. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, 1948, Heft 2–4.