Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 47 (1949)

Heft: 4

Artikel: Über die Freiluft-Reduktion der Schweremessungen

Autor: Berroth, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-206562

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE ZEITSCHRIFT FÜR

VERMESSUNG UND KULTURTECHNIK

Revue technique Suisse des Mensurations et du Génie rural

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik. Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft f. Photogrammetrie

Editeur: Société Suisse de Mensuration et du Génie rural. Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

REDAKTION: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Administration und Inseratenannahme: BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR AG.
Schluß der Inseratenannahme am 6. jeden Monats

NR. 4 • XLVII. JAHRGANG
der „Schweizerischen Geometer-Zeitung"
Erscheinend am 2. Dienstag jeden Monats
12. APRIL 1949
INSERATE: 25 Rp. per einspalt. mm-Zeile.
Bei Wiederholungen Rabatt gemäß spez. Tarif

ABONNEMENTE:
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 20.— jährlich
Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie Fr. 10.— jährlich
Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Vereins f. Vermessungswesen u. Kulturtechnik

Über die Freiluft-Reduktion der Schweremessungen

Von A. Berroth

Für Erdmessungszwecke wird neben den verschiedenen isostatischen Reduktionen hauptsächlich die Freiluftreduktion vom Beobachtungspunkt nach unten bis zur Meeresfläche angewandt. Diese Reduktion bedingt Massenverschiebungen in der Weise, daß alle über die Meeresfläche herausragenden Massen unverändert soweit in die Tiefe versenkt werden, bis der Beobachtungspunkt selber in der Meeresfläche liegt. Die Höhenverschiebung wird durch den normalen Schweregradienten $\partial g/\partial z$ berücksichtigt.

Im Laufe der Zeit können an die Auswertung der g-Messungen immer höhere Ansprüche bezüglich Genauigkeit der Erdfigur gestellt werden, und es fragt sich daher, ob die Freiluftreduktion diesen Ansprüchen noch genügt.

Die Freiluftreduktion befriedigt deswegen nicht vollständig, weil sie Massenverschiebungen verlangt, welche Potentialänderungen im Gefolge haben. Wenn es auch als erwiesen gelten kann, daß diese Veränderungen nicht bedeutend sind, so lassen sie sich doch theoretisch nicht genügend verfolgen. Außerdem bewirkt die Reduktion nach abwärts eine größere Annäherung an die in der Tiefe liegenden Störmassen und damit die Erreichung eines Bezirks, in dem eine geringe Änderung des Vertikalgradienten nicht mehr angenommen werden darf und die zudem sich der Beobachtung entzieht.

Deshalb wird im folgenden der Versuch unternommen, anstelle der Reduktion nach abwärts eine solche nach aufwärts zu setzen[1], und zwar aus verschiedenen Überlegungen auf eine Niveaufläche, die in einem Äquatorpunkt den Abstand 700 Meter von der dortigen Meeresfläche hat.

Diese, als *Hilfsniveauflächen-Reduktion* (abgekürzt im folgenden *HNF*-Reduktion geschrieben) bezeichnete Reduktion hat gegenüber der gewöhnlichen *Freiluft-Reduktion* (abgekürzt im folgenden *FL*-Reduktion geschrieben) 2 Vorteile: 1. Sie bedingt keine Massenverschiebungen und vermeidet daher alle sich daraus ergebenden Unsicherheiten, 2. sie entfernt sich von den unbekannten Massenstörungen und gelangt dadurch in einen abnehmenden Bereich des Vertikalgradienten, der sich weniger von der Rechengrundlage entfernt als im Falle der Abwärtsreduktion.

Zu dieser *HNF*-Reduktion muß bewiesen werden, daß sie theoretisch einwandfrei und in der rechnerischen Ausführung nicht schwierig ist; es ergeben sich dann Vergleiche zwischen der *HNF*- und der *FL*-Reduktion.

Beide Reduktionen liefern Randwerte im Sinne der Potentialtheorie. Dies leisten auch die isostatischen Reduktionen. Diese haben jedoch den Nachteil, daß sie noch weit größere Massenverschiebungen verlangen, die zudem noch nach einem schematischen Prinzip ausgeführt werden. Dies führt zu der Schlußfolgerung, daß die isostatischen Reduktionen für neuzeitliche Ansprüche der Erdmessung nicht genügen und deshalb nicht in Frage kommen können.

A. *Die Reduktion auf eine Hilfsniveaufläche außerhalb, HNF-Reduktion*

Wenn alle Massen aus potentialtheoretischen Gründen innerhalb einer Niveaufläche liegen sollen (die Luftmasse kann außer Betracht bleiben), so wäre dazu eine Höhe von 8840 m notwendig. Praktisch wird man zunächst einmal Stationen über 3000 m Höhe nicht verwenden und im übrigen eine Höhe suchen, die auch für die Meeresmessungen akzeptabel erscheint. Man gelangt so zu einer Annahme von 700 m, so daß mit Einschluß der Meeresmessungen zurzeit 95 % aller Stationen nach aufwärts, 5 % nach abwärts reduziert werden. Da sich zeigen wird, daß die *HNF*-Reduktion sich von der *FL*-Reduktion nur wenig unterscheidet (von einer Konstanten abgesehen), so sollen diese Abwärtsreduktionen auf die Höhe 700 mit der *FL*-Reduktion stattfinden. Als Meereshöhen der Stationen gelten strenggenommen immer die orthometrischen Höhen. Wenn man die Lage der *HNF* 700 genau genug angeben kann, so folgen daraus die Abstände der Stationspunkte von der *HNF*, für welche die Reduktion der *g*-Messungen zu geschehen hat.

Auf der *HNF* werden die *g*-Werte nach den gleichen Prinzipien behandelt wie auf dem Geoid; es folgen daraus die Formen der *HNF* und daraus wieder rückwärts die des Geoids.

Wir führen dazu 3 Flächen ein:

1. Die Parallelfläche *PF* zum Geoid durch einen Äquatorpunkt

$\varphi = 0$, $\lambda = 0$, den wir uns auf dem Meere selber liegend denken, in Höhe 700,000 Meter,

2. Die Hilfsniveaufläche *HNF* durch diesen Punkt,

3. Das Hilfs-Niveausphäroid 2. Ordnung von gleichem Potentialwert wie die *HNF*, in 700 m Abstand im Äquatorpunkt vom Normalsphäroid Null.

In den Beobachtungspunkten selbst liegen die Messungswerte g vor, die Vertikalgradienten $\partial g/\partial h$ sind direkt nicht meßbar, dagegen können sie an einigen Stellen nach einem Verfahren von Evjen[2] aus einer g-Verteilung abgeleitet werden.

1. *Abstand der HNF- und g-Werte auf ihr*

Unter Benützung der vorgenannten Messungswerte in den Beobachtungspunkten i berechnen wir aus dem Potential des Meeres W_0 in den Lotfußpunkten m, die Potentialwerte in i, ferner in den Punkten p der

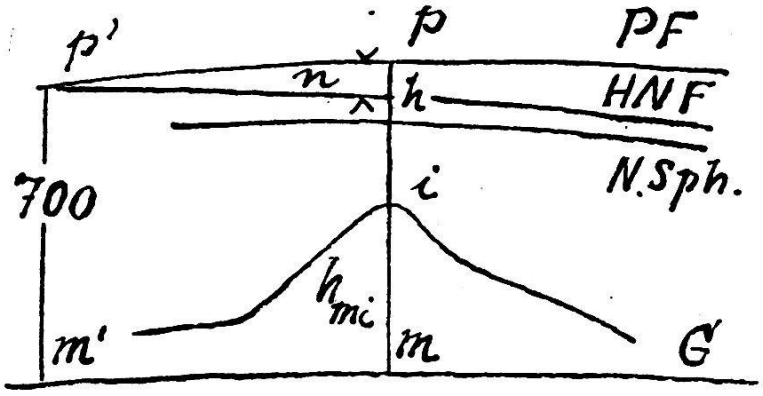

Fig. 1. Orientierungs-Skizze

PF und den Punkten h der *HNF* (Fig. 1). Wenn m' der Ausgangspunkt im Äquator ist und p' der vertikal darüber liegende Punkt in 700 m, so folgt der Potentialwert der *HNF* aus:

$$W_h = W_0 - 70000\, g_{m'} - 70000^2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_{m'}. \tag{1}$$

Im Punkt i mit der orthometrischen Höhe h_{mi} ist dann:

$$W_i = W_0 - h_{mi}\, g_i - \frac{1}{2}\, h^2_{mi}\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)'_i;$$

2)

$$\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)'_i (\text{innen}) = \left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_i (\text{außen}) + 4\pi n^2 \vartheta.$$

Der Potentialwert an der PF in p ist:

$$3)\quad \begin{cases} W_p = W_i - (70000 - h_{mi})\, g_i - (70000 - h_{mi})^2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_i \\ W_p = W_0 - 70000\, g_i - \frac{1}{2} h^2_{mi}\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)'_i - \frac{1}{2}(70000 - h_{mi})^2\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_i. \end{cases}$$

Der Potentialunterschied HNF — PF ist:

$$4)\quad \begin{aligned} dW_{hp} &= W_h - W_p \\ &= -70000\,(g_{m'} - g_i) - 70000^2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_{m'} \\ &\quad + h^2_{mi} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)'_i + (70000 - h_{mi})^2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_i. \end{aligned}$$

Der Höhenunterschied HNF — PF ist:

$$5)\quad n = -\frac{dW_{hp}}{g_p}.$$

Der Schwerewert auf der HNF ist:

$$6)\quad \begin{aligned} g_h &= g_i + (70000 + n - h_{mi})\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_i \\ &\quad + (70000 + n - h_{mi})\,\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial h^2}\right)_i; \quad n \text{ ist negativ.} \end{aligned}$$

Die Normalbeträge in freier Luft sind:

$$7)\quad \begin{cases} g_i - g_m = -0{,}3086 \cdot 10^{-5}\, h_{mi}\,(1 + 0{,}000\,71 \cos 2\varphi) \\ \qquad\qquad + 0{,}72 \cdot 10^{-14}\, h^2_{mi} \\ \partial g/\partial h = -0{,}3086 \cdot 10^{-5}\,(1 + 0{,}000\,71 \cos 2\varphi) \\ \qquad\qquad + 1{,}45 \cdot 10^{-14}\, h_{mi} \\ \partial^2 g/\partial h^2 = +1{,}45 \cdot 10^{-14} \end{cases}$$

2. *Numerische Werte*

Der Abstand der HNF von der PF wurde unter Zugrundelegung des Verzeichnisses von Ackerl[3] berechnet, weil dort die benötigten Prey'schen Reduktionen ausgeführt sind. Dieses Verzeichnis bezieht sich auf das Wiener Schweresystem. Im folgenden ist nur ein Auszug für 5 Stationen

gegeben. Zur Probe sei angegeben, daß z. B. für Station 3 mit $\vartheta = 2{,}4$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right) h = (-3086 + 2020) \cdot 10^{-9} \cdot 47400 = g_i - g_m = -50{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ ist.}$$

	φ	λ	h_{mi}	g_i	g_m (Prey)
1. Pol	90	0	0	983.237	983.237
2. N. Polarmeer	84 15	12 22	0	983.121	983.121
3. Ulm/N. Ulm	48 24	10 00	474	980.816	980.8665
4. Äquator	0	0	0	978.065	978.065
5. Kamerun	4 02	9 42	18	978.060	978.062
6. Antarktis	—77 51	166 45	9	983.002	983.003

$W_0 = 6\,263\,996 \cdot 10^5$ (Verf.; Potsdamer Schweresystem 1906)
± 63

	W_i 10^5	W_p 10^5	W_h 10^5	dW_{hp} 10^5
1.	$W_0 - 0$	$W_0 - 688{,}1903$	$W_0 - 684{,}5699$	$+ 3{,}6204$
2.	$W_0 - 0$	$W_0 - 688{,}1091$	$W_0 - 684{,}5699$	$+ 3{,}5392$
3.	$W_0 - 464{,}8944$	$W_0 - 686{,}5508$	$W_0 - 684{,}5699$	$+ 1{,}9811$
4.	$W_0 - 0$	$W_0 - 684{,}5699$	$W_0 - 684{,}5699$	0
5.	$W_0 - 17{,}6051$	$W_0 - 684{,}5690$	$W_0 - 684{,}5699$	$- 0{,}0009$
6.	$W_0 - 8{,}8470$	$W_0 - 688{,}0270$	$W_0 - 684{,}5699$	$+ 3{,}4571$

	g_p	n (cm)	g_h (HNF)	g_0 (FL)	$g_h - g_0$
1.	983.021.2	— 368	983.022.3	983.237.0	— 0.214.7
2.	982.905.2	— 360	982.906.3	983.121.0	— 0.214.7
3.	980.746.3	— 203	980.746.9	980.962.3	— 0.215.4
4.	977.848.9	0	977.848.9	978.065.0	— 0.216.1
5.	977.849.4	0	977.849.4	980.065.5	— 0.216.1
6.	982.789.0	— 352	982.790.1	983.004.8	— 0.214.7

Die kontinentale und regionale Formänderung der Niveaufläche in 700 Meter Höhe gegenüber dem Geoid kann also ausgedrückt werden durch:

8) $$n^{cm} = -0{,}005\,26\, H^{cm} \sin^2 \varphi + \ldots$$

Und der normale Unterschied der Schwerkraft durch:

9) $$g_h - g_0 = -0{,}216\,1 + 0{,}001\,4 \sin^2 \varphi + \ldots$$

Hierzu ist zu bemerken, daß der Koeffizient 0,0014 sich zusammensetzt aus 0,0011 von n und 0,0003 aus der normalen Variation von $\partial g/\partial z$ mit der Breite.

Die Potentialdifferenz der beiden Niveauflächen beträgt in dem um — 13 mgal geänderten Potsdamer Schweresystem — 6,845 494 · 10^7.

Kontrolle

Der Verlauf von Potential, Schwere und Radiusvektor auf dem N. Sphäroid gleichen Potentialwerts wurde ferner im Außenraum von $a = a_0$ bis $a = 2a_0$ und im Innenraum von $a = a_0$ bis $a = 0$ nach Potenzen von H/a_0 entwickelt; die ersten Glieder außen sind (φ = geoz. Breite):

Abstand N. Sphäroid 700 minus Parallelfläche 700 zu N. Sphäroid Null:

10) $$n^{cm} = -\left\{0{,}005262 \sin^2\varphi + 0{,}0000025 \sin^2 2\varphi\right\} H^{cm}$$

Normalschwere auf dem N. Sphäroid 700 (Potsdam 1906):

11) $$\gamma_0 = 977{,}83288\,(1 + 0{,}005291 \sin^2\varphi + 0{,}0000177 \sin^2 2\varphi)$$

977.8329 Ae.

983.0055 P.

Ausgangswerte:

$\partial v/\partial a$	$= -978{,}0490$	$\partial v/\partial b$	$= -983{,}2213$
$\partial^2 v/\partial a^2$	$= +3087{,}8 \cdot 10^{-9}$	$\partial^2 v/\partial b^2$	$= +3083{,}2 \cdot 10^{-9}$
$\partial^3 v/\partial a^3$	$= -1{,}453 \cdot 10^{-14}$	$\partial^3 v/\partial b^3$	$= -1{,}446 \cdot 10^{-14}$
$\partial g/\partial a$	$= -3087{,}8 \cdot 10^{-9}$	$\partial g/\partial b$	$= -3083{,}2 \cdot 10^{-9}$
$\partial^2 g/\partial a^2$	$= +1{,}453 \cdot 10^{-14}$	$\partial^2 g/\partial b^2$	$= +1{,}446 \cdot 10^{-14}$
$\partial^3 g/\partial a^3$	$= -9{,}1 \cdot 10^{-23}$	$\partial^3 g/\partial b^3$	$= -9{,}1 \cdot 10^{-23}$

Die Niveaufläche 700 macht alle kontinentalen und regionalen Bewegungen des Geoids innerhalb einer jemals möglichen Bestimmungsgenauigkeit mit, und nur die lokalen Bewegungen werden an manchen

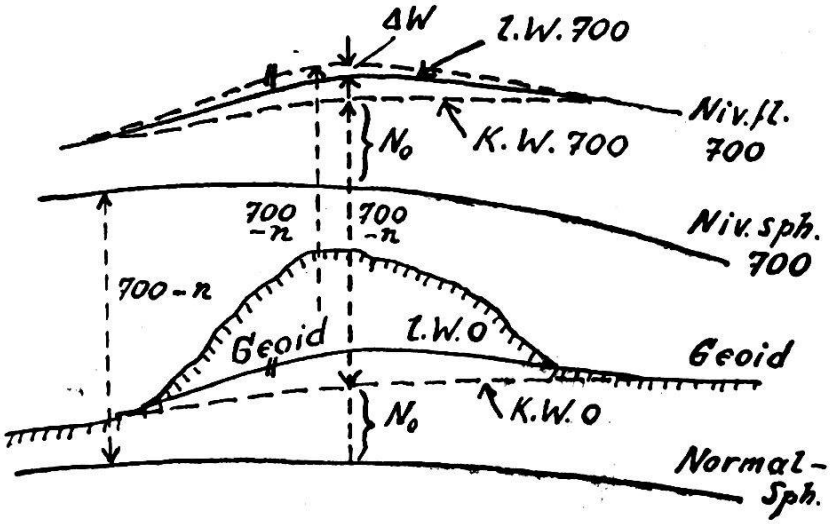

Fig. 2. Die Wellen in der Nähe des Geoids

Stellen in 700 Meter Höhe eine sich auf cm oder dm belaufende positive oder negative Veränderung aufweisen. Diese sind jedoch für die hier ins Auge gefaßten Anwendungen nicht von Belang, weil von anderer Periode und im Vorzeichen wechselnd. (Gegenstand der orthometrischen Korrektion.) In Fig. 2 bedeuten l. W. die lokale Welle, k. W. die kontinentale Welle, ΔW die Abschwächung der l. W. 700 gegen die l. W. Null.

3. *Vergleich der Freiluftreduktion nach unten und oben*

Für eine homogene, weit ausgedehnte Platte ist der Anteil des Vertikalgradienten = 0. Für alle Inhomogenitäten, die Topographie und die unter dem Meeresspiegel liegenden Massenstörungen sind Abweichungen vom normalen Vertikalgradienten vorhanden. Man müßte sie bei den Reduktionen berücksichtigen, doch sind sie in den meisten Fällen weder durch Messung noch durch Rechnung erfaßbar. Dadurch entstehen Fehler in der Reduktion. Es zeigt sich nun, daß bei allen Landstationen diese Fehler kleiner werden, wenn man nach oben statt nach unten reduziert.

Ein solcher Fall ist in Fig. 3 herausgegriffen.

Wenn man bei der *FL*-Reduktion die Masse soweit versenkt, daß der Beobachtungspunkt in den Meereshorizont kommt, dann muß man auch die zu der Topographie gehörige Kurve des Verlaufs $\partial g/\partial h$ mit versenken.

Die zu den unter dem Meeresspiegel liegenden Massenstörungen gehörige Kurve $\partial g/\partial h$ bleibt an ihrem Platz. Dadurch gelangt man für beide Teile in einen ungünstigeren Bereich der Kurven. Wenn man jedoch nach oben reduziert, d. h. die *HNF*-Reduktion anwendet, bleiben beide Kurven stehen und man gelangt in einen günstigeren Bereich der Kurven. Die *HNF*-Reduktion muß also im allgemeinen für Landstationen sich günstiger auswirken als die *FL*-Reduktion.

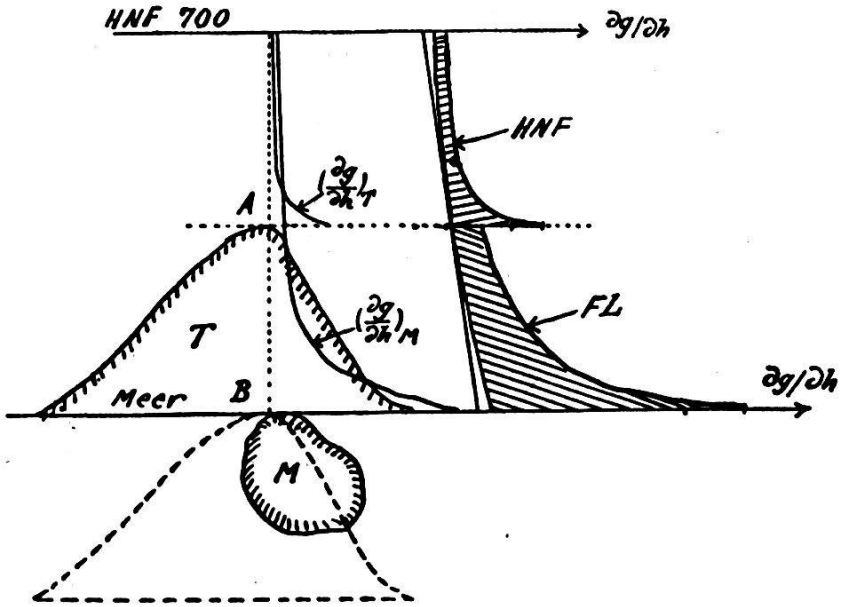

Fig. 3. Kurven des Vertikalgradienten bei *FL*- und *HNF*-Reduktion

Dies ist allerdings für die Meeresstationen nicht der Fall, weil dort die FL-Reduktion sowieso $= 0$ ist. Mit Rücksicht auf die heute noch weit geringere Anzahl der Meeresmessungen und ihre bei weitem nicht an die der Landmessungen heranreichende Meßgenauigkeit kommen diese sehr geringen Reduktionsfehler nicht zur Geltung, sie werden auch nicht immer das gleiche Vorzeichen haben. In den Fig. 3 und 4 sind die schraffierten Flächen die unvermeidlichen Fehler der beiden Reduktionsarten.

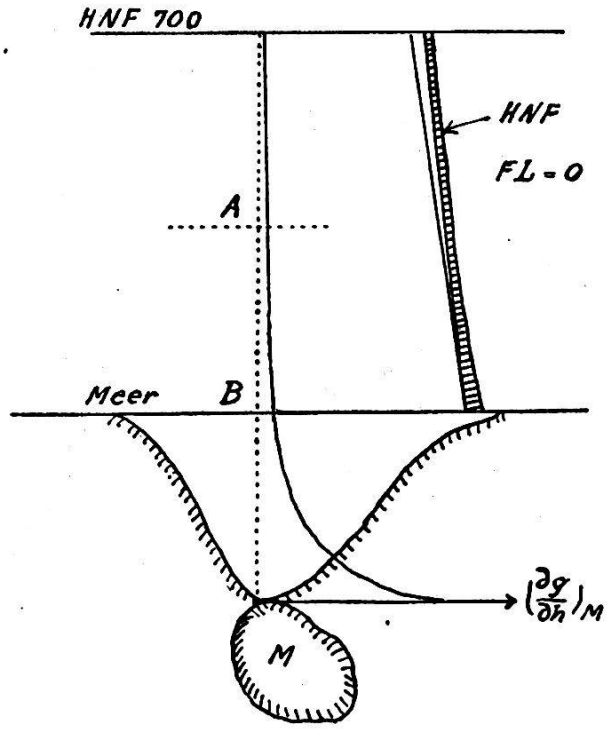

Fig. 4. Störung am Meeresgrund

B. *Vergleich mit den isostatischen Reduktionsmethoden*

Diese verlangen bekanntlich beträchtliche Massenverschiebungen, sie liefern jedoch ebenfalls Randwerte. Die Massenverschiebungen werden nach dem allgemeinen Gesetz der Isostasie ausgeführt, und dies verlangt eine schematische Behandlung. Dadurch entstehen mehrere beträchtliche Fehlerquellen:

1. Den Hauptanteil an diesen bewirkt die Schematisierung an sich, denn in der Natur kommt nur eine individuelle, jedoch keine schematische Massenlagerung vor. Zudem sind schon viele Gebiete bekannt, in denen nicht einmal eine Spur von Isostasie vorhanden ist, sie werden jedoch trotzdem in gleicher Weise behandelt.

2. Die Massenverschiebungen bewirken systematische Potentialänderungen, die rechnerisch nicht genügend verfolgt werden können.

2a. Geringe systematische Schwereänderungen durch Übertragung von g auf die Niveaufläche als Folge von 2. und ungünstiger Bereich des Vertikalgradienten wie vordem.

Der Beweis zu 1. kann nur empirisch erbracht werden und folgt aus Vergleichen von schon abgeleiteten Schwereformeln aus wesentlich dem gleichen Beobachtungsmaterial Freiluft und isostatisch. Dies zeigt sich deutlich an der $\sin^2\varphi$ und $\cos 2\lambda$-Welle. Man kommt zu dem Schluß, daß die isostatische Behandlung eine Welle von 100 m Amplitude vorzutäuschen in der Lage ist, denn nur die mit FL abgeleiteten Wellen können theoretisch richtig sein.

Den Beweis zu 2. führen wir mit den Kondensationsformeln von Helmert, Höhere Geodäsie II, S. 151 und 152.

Wir entnehmen für das Potential einer sphärischen Scheibe in Höhe H oder Tiefe T zwecks Behandlung der Isostasie nach Pratt und berechnen den maximal möglichen Einfluß (Helmert'scher Maximalkörper).

$$12)\qquad v_H = 2\pi\,\kappa^2\,\Theta\,r^2{}_H\,dr\,\frac{\sqrt{r^2{}_H + r'^2 - 2r_H r'\cos\psi_H} - (r_H - r')}{r_H r'}$$

$$13)\qquad v_T = 2\pi\,\kappa^2\,\Theta\,r^2{}_T\,dr\,\frac{\sqrt{r^2{}_T + r'^2 - 2r_T r'\cos\psi_T} - (r' - r_T)}{r_T r'}$$

$$14)\qquad v_H - v_T = 2\pi\,\kappa^2\,\Theta\,dr\left\{\frac{r'r_T + r'r_H - 2r_T r_H}{r'} - \frac{E_r}{r'}(r_H - r_T)\right\}.$$

Die Werte der Quadratwurzeln in 12) und 13) sind nahezu gleich, wenn die Platte bis an die Begrenzung des Maximalkörpers genommen wird; dieser Wert ist gleich der Entfernung E_r.

Wir setzen:

$$15)\qquad r_H = r' + H;\quad r_T = r' - T;\quad T = \frac{T_0}{H_a}(H_a - H)$$

$$16)\qquad v_H - v_T = 2\pi\,\kappa^2\,\Theta\,dr\left\{T - H + \frac{2TH}{r'} - \frac{E_r}{r'}(T + H)\right\}.$$

Für $H = 0$ ist $T = T_0$:

$$17)\qquad v_H - v_T = 2\pi\,\kappa^2\,\Theta\,dr\,T_0\left(1 - \frac{E_0}{r'}\right).$$

Für $H = H_a$ ist $T = 0$:

$$18)\qquad v_H - v_T = -\,2\pi\,\kappa^2\,\Theta\,dr\,H_a\left(1 + \frac{E_a}{r'}\right).$$

Dazwischen liegt ein Plattenelement, für welches $v_H - v_T = 0$ ist:

$$0 = 2\pi\,\kappa^2\,\Theta\,dr\left\{T_g - H_g + \frac{2\,T_g H_g}{r'} - \frac{E_g}{r'}(H_g + T_g)\right\}$$

19)

$$T_g = H_g = \frac{H_a}{T_0 + H_a}\,T_0.$$

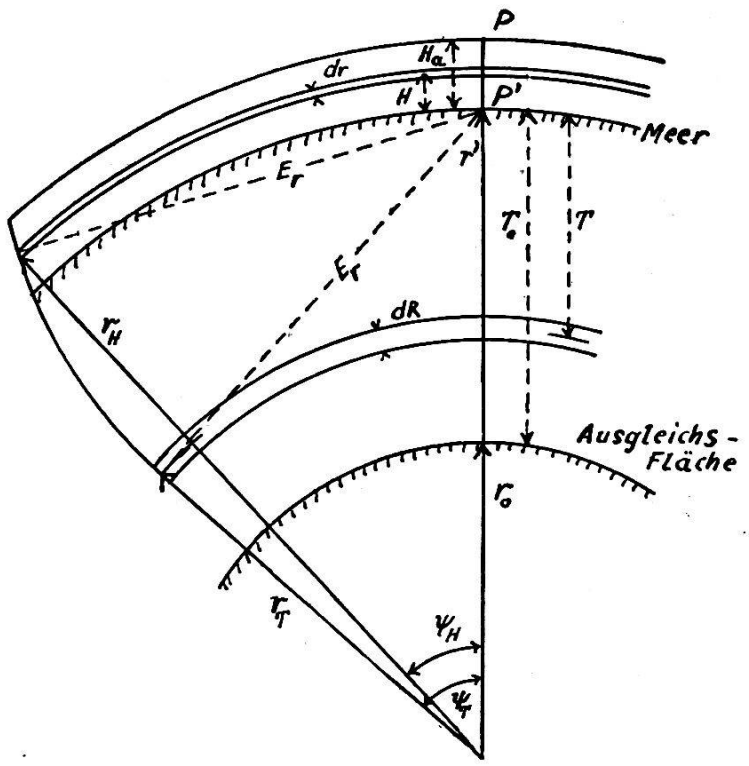

Fig. 5. Potentialänderung bei Isostasie nach Pratt

In der Formel 16) ist H und damit T variabel. Für vorliegende Abschätzung genügt eine numerische Integration mit Hilfe des Mittelwerts von H und T; man erhält:

20)

$$\int_{H=0}^{H=H_a} (v_T - v_H) = -\pi\,\kappa^2\,\Theta\,H_a\,T_0\left(1 - \frac{1}{8}\right).$$

Mit $\kappa^2 = 66{,}7 \cdot 10^{-9}$, $H_a = 3 \cdot 10^5$, $T_0 = 120 \cdot 10^5$, $\Theta = 2{,}8$ ergibt dies eine Potential-Änderung in P' infolge isostatischer Massenverschiebung von $-18{,}5 \cdot 10^5$ und somit eine radiale Verschiebung der Niveaufläche nach innen um 19 Meter. Dies ist aber nur für Zentralasien zu erwarten, während sonst kaum 10 Meter erreicht werden dürften — immerhin für die heutige Erdmessung zur Vernachlässigung schon zu viel.

Schlußfolgerungen

Die Unterschiede zwischen der Freiluftreduktion nach unten (*FL*) und der nach oben (*HNF*) sind zwar nicht beträchtlich, jedoch nicht unmerklich. Im Gegensatz zu *FL* verlangt die *HNF*-Reduktion keine Massenverschiebungen (die zu 5 % geschätzten aus größeren Höhen fallen nicht ins Gewicht), und sie gelangt auf den Festländern in die günstigeren Zweige der Kurven des Vertikalgradienten. Sie macht bei der Berechnung auch nicht mehr Arbeit.

Andererseits wird die Erdmessung bei ungestörter Weiterentwicklung imstande sein, zahlreiche kontinentale und regionale Wellen mit einer Genauigkeit zu ermitteln, die in der Amplitude nur wenige Meter beträgt. Dazu ist allerdings notwendig, daß ein Minimum an Fehlerquellen angestrebt wird, und dies wird die *HNF*-Reduktion am ehesten leisten.

Die üblichen isostatischen Reduktionen dagegen liefern wegen ihrer bedeutenden systematischen Fehlerquellen für die Erdmessung keinen günstigen Aspekt.

Literaturangaben

[1] M. Brillouin hat bereits in der Revue Générale des Sciences 1900, S. 875–882 den Vorschlag gemacht, auf 10 000 Meter Höhe zu reduzieren. F. R. Helmert hat dazu in der Berliner Akademie der Wissenschaften 1902, S. 844 und 1903, S. 650–55 Stellung genommen. Bei dieser Höhe treten allerdings beträchtliche Unsicherheiten in der Reduktion auf, und deswegen wurde sie nie ausgeführt.

[2] H. M. Evjen, The place of the vertical gradient in gravitational interpretations, USA Geophysics 1936, 1, 127–136.

[3] F. Ackerl, Die Schwerkraft am Geoid, Akademie der Wissenschaften Wien, Math. Nat. Kl. 141, 1932, S. 303.

Die Basismessung Walperswil-Sugiez von 1834

W. Häberlin, Ing. der Eidg. Landestopographie

In einer Artikelfolge dieser Zeitschrift vom Jahre 1939 beschreibt Ing. W. Lang die „Grundlinien der schweizerischen Triangulationen". Darin ist die moderne Methode der Invardrahtmessung, wie auch die nächst ältere, für die Grundlinien Aarberg, Weinfelden und Giubiasco angewandte Methode Ibañez, ausführlich behandelt. Nachdem im Zuge der Sammlung historischer geodätischer Instrumente durch Herrn Dr. H. Zölly im Herbst 1947 die Überreste des Basismeß-Apparates von Oeri aufgefunden wurden, erscheint es angezeigt, den angefangenen Kreis zu schließen. Dies soll geschehen durch Beschreibung von Gerät und Verfahren, die Johann Eschmann 1834 zur Messung der bedeutendsten Grundlinie der Epoche Dufour anwandte.