Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 43 (1945)

Heft: 7

Artikel: Méthode de la connexion des images et théorie des erreurs de l'orientation relative [suite]

Autor: Bachmann, W.K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-202948

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 25.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Es muß leider festgestellt werden, daß einige der kantonalen Nomenklaturkommissionen bisher versagt haben, da ihre linguistischen Mitglieder in den amtlichen Plänen und Karten nichts weiteres zu erblicken vermochten, als willkommene Dienerinnen ihrer speziellen Mundartforschung. Bestünden eidgenössische Grundsätze, so wären solche Entgleisungen kantonaler Berater nicht mehr möglich. Wir sind überzeugt, daß unsere bedeutendsten Philologen als Mitglieder einer eidgenössischen Kommission im Stande wären, ohne Voreingenommenheit alle Aspekte der Nomenklaturfrage zu würdigen.

In verwaltungsrechtlicher Beziehung ergibt sich die Stellung einer solchen Kommission aus den folgenden Erwägungen: Die Durchführung der Grundbuchvermessung ist Sache des Eidg. Justiz- und Polizeidepartementes (Vermessungsdirektion), die Erstellung der Landeskarte jedoch des Eidg. Militärdepartementes (Landestopographie). Diesen beiden Stellen kann für die vorliegende Angelegenheit nicht eine Kommission übergestellt werden. Die eidg. Nomenklaturkommission kann daher nur eine beratende Expertenkommission sein, nicht aber ein ausführendes Organ der Bundesverwaltung. Wenn in dieser Kommission die Vermessungsdirektion und die Landestopographie vertreten sind, so wird sie zur *Koordinierungsstelle* für alle Nomenklaturfragen. **(Fortsetzung folgt.)**

Méthode de la connexion des images et théorie des erreurs de l'orientation relative

par *Dr W. K. Bachmann*

(Suite)

La parallaxe verticale ne dépendant que des valeurs attribuées aux éléments d'orientation des deux chambres, elle est un critérium pour l'orientation relative. *L'orientation relative de deux vues conjuguées étant correcte, la parallaxe verticale est nulle en tout point du modèle spatial.* Démontrons la réciproque. La parallaxe verticale étant nulle en tout point du modèle, on a nécessairement

$$dl_B - dl_A = 0$$

Les équations (4.26) et (4.27) montrent qu'il est alors possible de déterminer les différentielles δX, δY, δZ de telle sorte que l'on ait simultanément en un point quelconque du modèle

$$\Delta X_A = \Delta X_B = \Delta Y_A = \Delta Y_B = 0. \tag{4.32}$$

Les équations (4.32) étant vérifiées, les extrémités supérieures des tiges conductrices interceptent les clichés en deux points conjugués, quel que soit le point choisi du modèle spatial. *Nous en concluons que l'orientation relative est correcte, si les parallaxes verticales sont nulles en tout point du modèle spatial.*

Notons que la démonstration de cette réciproque manque généralement dans les traités de photogrammétrie. Elle n'est cependant pas nouvelle; nous savons en effet que M. le Professeur C. F. Baeschlin s'est déjà occupé de cette question il y a un certain nombre d'années.

Formons encore explicitement l'expression de la parallaxe verticale pv_B. En tenant compte de (4.24), la première des formules (4.31) nous donne

$$(4.33) \qquad \boxed{pv_B = \left[+ X\, d\kappa - \frac{XY}{Z} d\varphi + Z\left(1 + \frac{Y^2}{Z^2}\right) d\omega - dby - \frac{Y}{Z} dbz \right]_A^B}$$

où les termes entre crochets doivent être pris positivement avec l'indice B et négativement avec l'indice A.

En considérant des vues rigoureusement verticales et un terrain horizontal, nous avons, si les composantes de base by_A, by_B, bz_A, bz_B, sont nulles:

$$(4.34) \qquad X_B = X_A - bx \qquad Y_B = Y_A \qquad Z_B = Z_A$$

et ceci aussi bien pour la base intérieure que pour la base extérieure (voir fig. 4.2).

Quoique ces conditions ne soient jamais remplies rigoureusement dans la pratique, les formules (4.34) peuvent généralement être appliquées. La formule (4.33) nous montre en effet que les accroissements différentiels de premier ordre des coordonnées X, Y, Z n'entraînent que des variations de second ordre pour les parallaxes verticales.

Notons qu'au point de vue mathématique, rien ne s'oppose à l'étude du cas général, puisqu'il est facile de calculer l'expression analytique de la parallaxe verticale pour un modèle et des vues quelconques. En partant de ces formules générales, on obtient aisément les équations pour le cas normal qui fait l'objet de notre étude. Si nous avons jugé utile de procéder autrement, c'est dans le but de rendre ces calculs plus simples. En considérant par contre le problème dans toute sa généralité, on réunit tous les cas possibles dans une seule formule. Pour l'application pratique de cette dernière, on est cependant obligé de préciser la surface objet à restituer, en se donnant par exemple son équation dans le système de coordonnées (X, Y, Z). Dans ce cas, nous ne sommes guère plus avancés que précédemment puisqu'un *modèle particulier* doit être introduit. Comme le cas normal à modèle horizontal est de beaucoup le plus important au point de vue pratique, notre façon de procéder nous semble justifiée. Pour des cas spéciaux, soit lorsque l'on utilise des vues convergentes ou lorsque le terrain à restituer est très accidenté, on peut avoir recours à d'autres développements qui devraient faire l'objet de recherches spéciales, étant donné le caractère particulier de ces problèmes.

Revenons au cas normal qui fait l'objet de notre étude. La composante de base bx s'introduisant dans la majorité des formules, il est indiqué d'alléger les écritures en écrivant simplement b au lieu de bx chaque fois qu'une confusion est exclue. Nous maintiendrons par contre les désignations bx resp. $b\bar{x}$ lorsqu'il sera spécialement question des composantes de base introduites dans l'autographe. Avec cette nouvelle désignation, les formules (4.34) deviennent

$$(4.35) \qquad X_B = X_A - b \qquad Y_B = Y_A \qquad Z_B = Z_A.$$

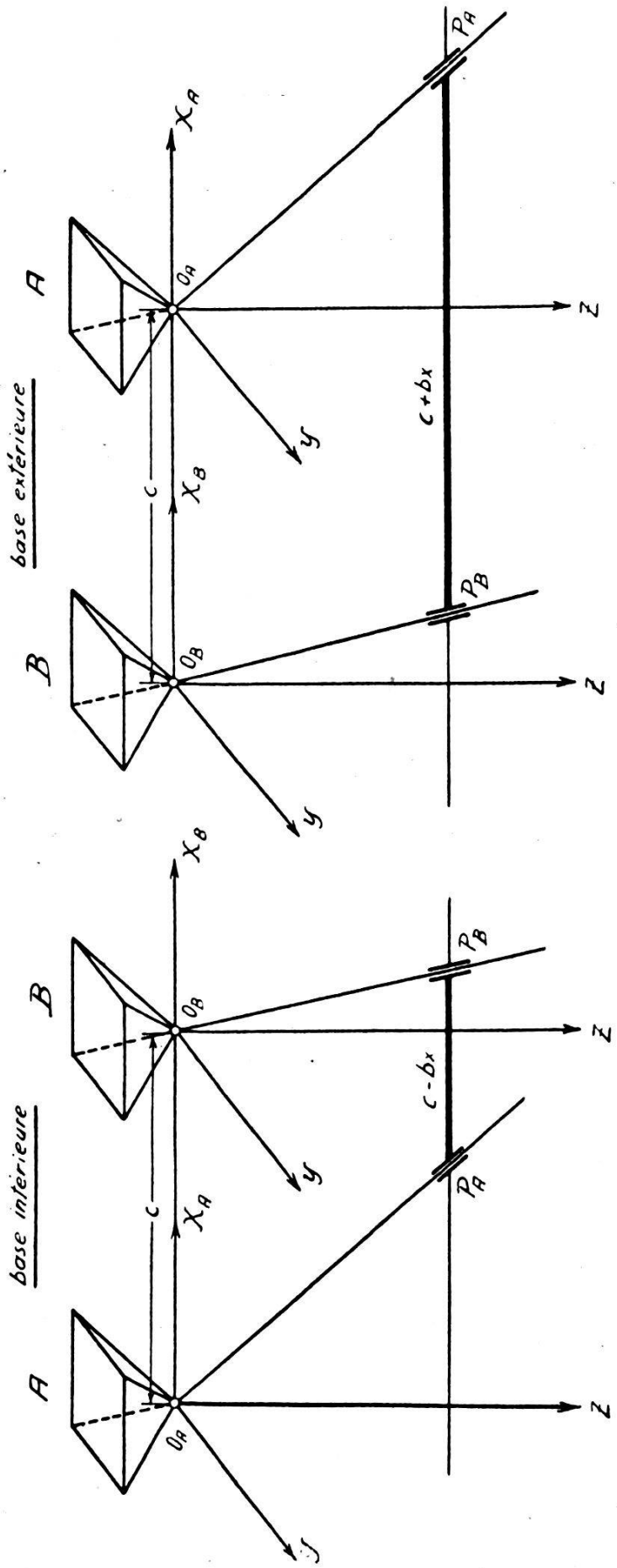

base extérieure
A
B
O_A
O_B
X_A
X_B
c
y
z
P_A
P_B
c+bx
base intérieure
c-bx

Fig. 4.2

En éliminant, à l'aide de (4.35), les coordonnées X_B, Y_B, Z_B dans l'expression de la parallaxe verticale, nous obtenons

$$pv_B = (X_A - b)\, d\kappa_B - (X_A - b)\, \frac{Y}{Z}\, d\varphi_B + Z\left(1 + \frac{Y^2}{Z^2}\right) d\omega_B - dby_B$$

$$- \frac{Y}{Z}\, dbz_B - X_A\, d\kappa_A + X_A\, \frac{Y}{Z}\, d\varphi_A - Z\left(1 + \frac{Y^2}{Z^2}\right) d\omega_A$$

$$+ dby_A + \frac{Y}{Z}\, dbz_A$$

ou bien en rassemblant les termes ayant le même coefficient

$$(4.36)\quad \begin{cases} pv_B = X_A (d\kappa_B - d\kappa_A) - X_A\, \dfrac{Y}{Z}\, (d\varphi_B - d\varphi_A) \\ \qquad + Z\left(1 + \dfrac{Y^2}{Z^2}\right)(d\omega_B - d\omega_A) - \dfrac{Y}{Z}(dbz_B - dbz_A - b \cdot d\varphi_B) \\ \qquad - (dby_B - dby_A + b \cdot d\kappa_B). \end{cases}$$

La parallaxe verticale est donc nulle en tout point du modèle si les équations suivantes sont vérifiées:

$$(4.37)\quad \boxed{\begin{array}{lll} d\kappa_B = d\kappa_A & d\varphi_B = d\varphi_A & d\omega_B = d\omega_A \\ dbz_B - dbz_A - b \cdot d\varphi_B = 0 & dby_B - dby_A + b \cdot d\kappa_B = 0 & \end{array}}$$

Pour les deux chambres, nous disposons des 12 variables d'orientation $d\varphi_A$, $d\omega_A$, $d\kappa_A$, $db\bar{x}_A$, dby_A, dbz_A, $d\varphi_B$, $d\omega_B$, $d\kappa_B$, $db\bar{x}_B$, dby_B, dbz_B. Vu que l'orientation relative donne lieu aux 5 équations (4.37), elle fixe en général 5 des variables d'orientation. Les 7 variables restantes sont ensuite déterminées lors de l'orientation absolue du modèle. Les équations (4.37) nous montrent également les mouvements possibles du modèle après l'obtention de l'orientation relative. On voit immédiatement que ceux-ci consistent en 3 rotations, 3 translations et un changement d'échelle du modèle. L'ensemble de ces derniers mouvements dépendant de 7 paramètres, toutes les variables d'orientation prennent généralement des valeurs bien définies, une fois l'orientation absolue du modèle établie.

Notons qu'il s'agit là de propriétés bien connues. Mais comme on utilise généralement la géométrie projective pour leur démonstration, nous avons tenu à indiquer ici leur développement analytique. Nous constatons que toute la photogrammétrie théorique pourrait être basée sur un développement analytique semblable à celui que nous venons d'indiquer, sans qu'il soit nécessaire d'avoir recours à la géométrie projective.

Vu les équations (4.37), nous devons disposer de 5 variables pour l'établissement de l'orientation relative. Deux cas peuvent alors être envisagés, suivant que l'une des chambres doive rester fixe ou non:

a) *Orientation relative par le déplacement d'une seule chambre.*
Les variables d'orientation choisies sont

κ_B, ω_B, φ_B, by_B, bz_B ou

κ_A, ω_A, φ_A, by_A, bz_A.

b) *Orientation relative par le déplacement des deux chambres.*
Les variables d'orientation choisies sont

κ_A, κ_B, ω_A (ou ω_B), φ_A, φ_B.

Ajoutons que l'orientation relative peut être indéterminée dans certains cas particuliers, mais ces questions ayant déjà été traitées d'une façon très détaillée dans la littérature photogrammétrique, nous n'y reviendrons pas.

5. *Orientation relative*

Jusqu'à ce jour, le problème de l'orientation relative n'a pas encore été traité dans toute sa généralité. Quoiqu'il s'agisse là d'un domaine d'exploration très prometteur pour le théoricien, nous ne voulons aborder ces questions dans cet exposé.

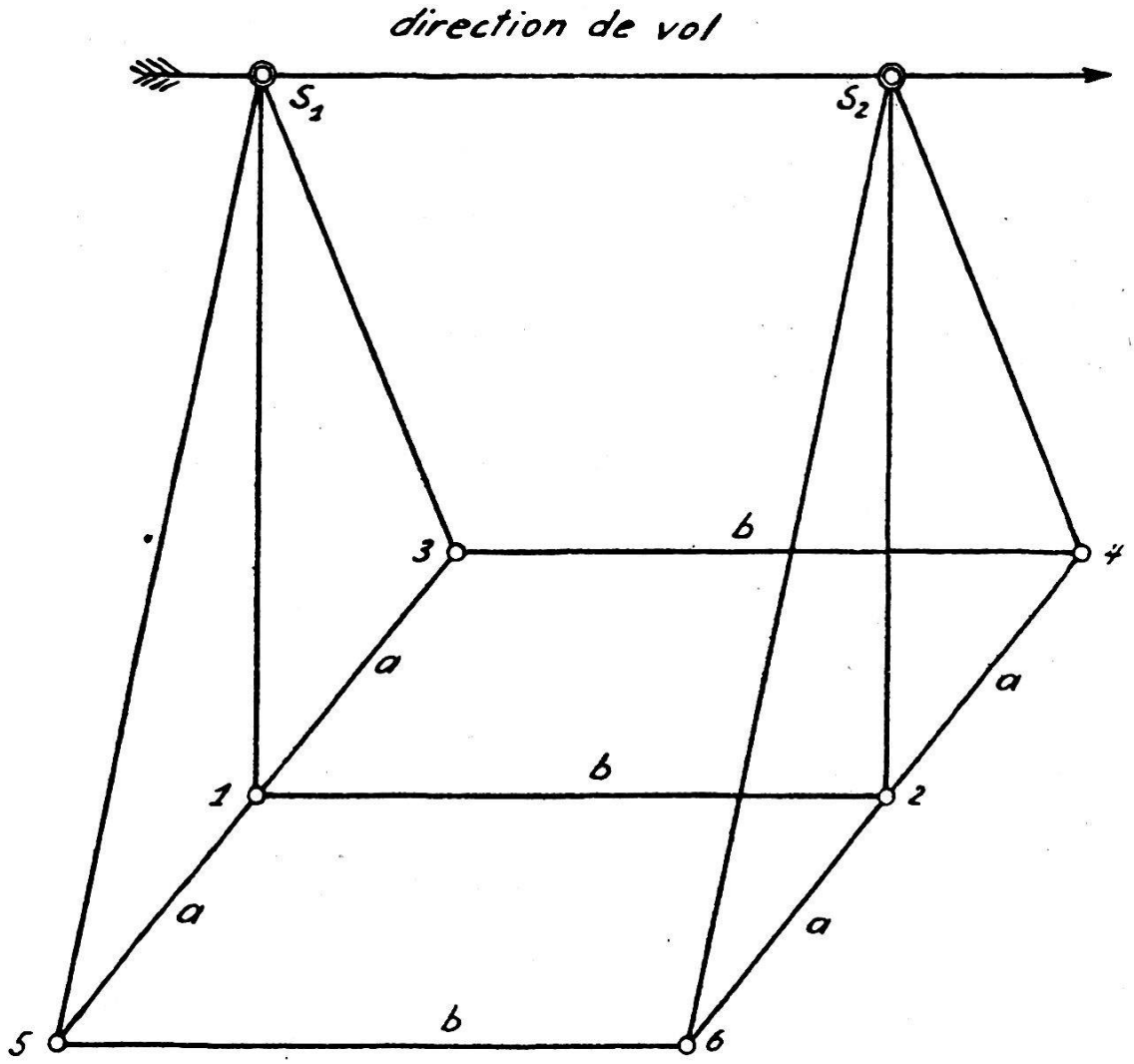


Fig. 5.1

On sait que l'orientation relative peut être obtenue de différentes façons. On constate toutefois que la méthode mécano-optique, qui fut découverte par le Prof. v. Gruber, est très répandue dans la pratique. Mais là encore, il s'agit en somme non pas d'une méthode mais plutôt d'un principe qui peut être appliqué de différentes manières.

La théorie des erreurs de l'orientation relative ne pouvant être établie correctement que lorsque la méthode d'orientation est fixée dans ses moindres détails, nous sommes obligés de choisir une méthode déterminée avant de pouvoir calculer quoi que ce soit. Les méthodes sur lesquelles nous nous baserons par la suite sont bien connues du praticien.

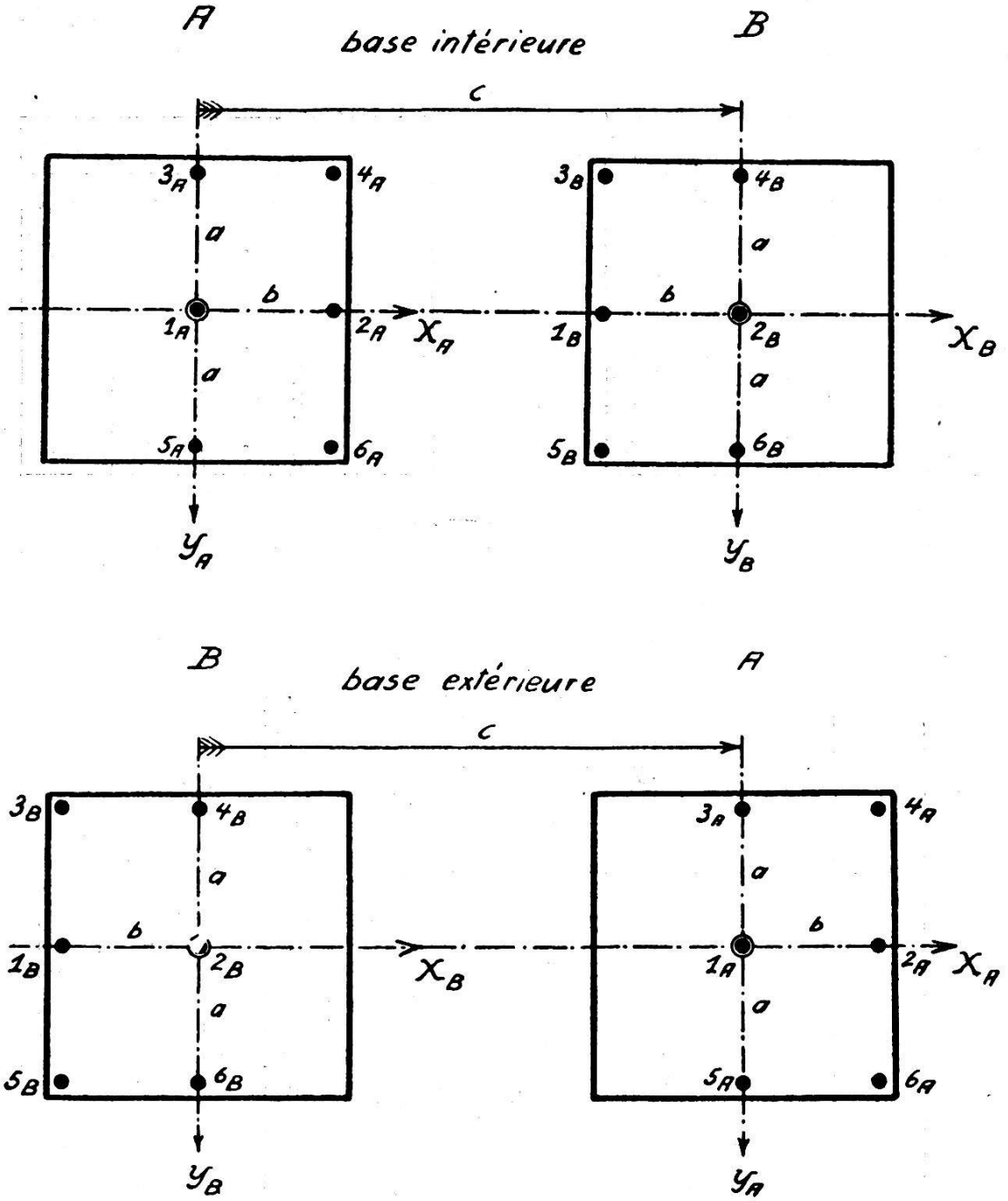


Fig. 5.2

Il s'agit là, non pas des meilleures méthodes possibles au point de vue de la théorie des erreurs, mais uniquement d'exemples concrets pouvant être appliqués très facilement dans la pratique.

Pour l'orientation relative, ainsi que pour l'étude de la déformation du modèle, on peut se borner à considérer les six points particuliers indiqués à la fig. 5.1.

La distance entre les deux *points nadiraux* (1) et (2) est b. *Les points latéraux* (3), (4), (5), (6) sont situés dans des plans verticaux passant par les stations de prise de vues S_1, S_2 et perpendiculaires à la base. Leur distance du point nadiral correspondant est a. La fig. 5.2 nous montre la disposition de ces points dans l'espace objet, aussi bien pour la base intérieure que pour la base extérieure. Les coordonnées (X, Y, Z) de ces points sont pour les deux cas

Pts.	X_A	Y_A	Z_A
1_A	·	·	$+h$
2_A	$+b$	·	$+h$
3_A	·	$-a$	$+h$
4_A	$+b$	$-a$	$+h$
5_A	·	$+a$	$+h$
6_A	$+b$	$+a$	$+h$

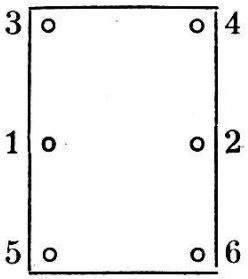
Pts.	X_B	Y_B	Z_B
1_B	$-b$	·	$+h$
2_B	·	·	$+h$
3_B	$-b$	$-a$	$+h$
4_B	·	$-a$	$+h$
5_B	$-b$	$+a$	$+h$
6_B	·	$+a$	$+h$

Pour ces 6 points, les parallaxes verticales pv_B sont indiquées par les formules (5.1) et (5.2)

$$pv_B = dl_B - dl_A$$

(5.1)

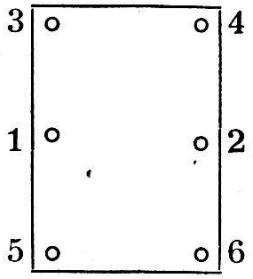
pv	$d\kappa_B$	dby_B	$d\omega_B$	$d\varphi_B$	dbz_B
1	$-b$	-1	$+h$	·	·
2	·	-1	$+h$	·	·
3	$-b$	-1	$+h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	$-\frac{ab}{h}$	$+\frac{a}{h}$
4	·	-1	$+h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	·	$+\frac{a}{h}$
5	$-b$	-1	$+h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	$+\frac{ab}{h}$	$-\frac{a}{h}$
6	·	-1	$+h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	·	$-\frac{a}{h}$



$$pv_B = dl_B - dl_A$$

(5.2)

pv	$d\kappa_A$	$d\kappa_B$	$d\omega_A$	$d\varphi_A$	$d\varphi_B$
1	·	$-b$	$-h$	·	·
2	$-b$	·	$-h$	·	·
3	·	$-b$	$-h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	·	$-\frac{ab}{h}$
4	$-b$	·	$-h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	$-\frac{ab}{h}$	·
5	·	$-b$	$-h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	·	$+\frac{ab}{h}$
6	$-b$	·	$-h\left(1+\frac{a^2}{h^2}\right)$	$+\frac{ab}{h}$	·



A l'aide des formules (5.1) et (5.2) les procédés d'orientation peuvent être trouvés sans aucune difficulté. Cette question étant bien connue, nous ne faisons que la mentionner et nous utiliserons par la suite, selon les variables d'orientation choisies, l'une des méthodes suivantes:

a) *Orientation relative de vues verticales par le déplacement d'une seule chambre*

(5.3)

1. éliminer pv_4 avec bz_B; lecture $(bz_B)_4$
2. éliminer pv_6 avec bz_B; lecture $(bz_B)_6$

   amener bz_B à $\dfrac{(bz_B)_4 + (bz_B)_6}{2}$
3. éliminer pv_3 avec φ_B; lecture $(\varphi_B)_3$
4. éliminer pv_5 avec φ_B; lecture $(\varphi_B)_5$

   amener φ_B à $\dfrac{(\varphi_B)_3 + (\varphi_B)_5}{2}$
5. éliminer pv_4 avec ω_B; lecture $(\omega_B)_4$
6. éliminer pv_6 avec ω_B; lecture $(\omega_B)_6$

   $\Big\}\ (\omega_B)_m = \dfrac{(\omega_B)_4 + (\omega_B)_6}{2}$
7. éliminer pv_2 avec ω_B; lecture $(\omega_B)_2$

   amener ω_B à $(\omega_B)_m - \dfrac{h^2}{a^2}\left\{(\omega_B)_2 - (\omega_B)_m\right\}$
8. éliminer pv_2 avec by_B
9. éliminer pv_1 avec κ_B.

b) *Orientation relative de vues verticales par le déplacement des deux chambres.*

$$
(5.4)\quad \left\{
\begin{array}{l}
1.\ \text{éliminer } pv_4 \text{ avec } \varphi_A;\ \text{lecture } (\varphi_A)_4 \\
2.\ \text{éliminer } pv_6 \text{ avec } \varphi_A;\ \text{lecture } (\varphi_A)_6 \\
\quad \text{amener } \varphi_A \text{ à } \dfrac{(\varphi_A)_4 + (\varphi_A)_6}{2} \\
3.\ \text{éliminer } pv_3 \text{ avec } \varphi_B;\ \text{lecture } (\varphi_B)_3 \\
4.\ \text{éliminer } pv_5 \text{ avec } \varphi_B;\ \text{lecture } (\varphi_B)_5 \\
\quad \text{amener } \varphi_B \text{ à } \dfrac{(\varphi_B)_3 + (\varphi_B)_5}{2} \\
\left.\begin{array}{l} 5.\ \text{éliminer } pv_3 \text{ avec } \omega_A;\ \text{lecture } (\omega_A)_3 \\ 6.\ \text{éliminer } pv_5 \text{ avec } \omega_A;\ \text{lecture } (\omega_A)_5 \end{array}\right\} (\omega_A)_m = \dfrac{(\omega_A)_3 + (\omega_A)_5}{2} \\
7.\ \text{éliminer } pv_1 \text{ avec } \omega_A;\ \text{lecture } (\omega_A)_1 \\
\quad \text{amener } \omega_A \text{ à } (\omega_A)_m - \dfrac{h^2}{a^2}\left\{(\omega_A)_1 - (\omega_A)_m\right\} \\
8.\ \text{éliminer } pv_1 \text{ avec } \kappa_B \\
9.\ \text{éliminer } pv_2 \text{ avec } \kappa_A
\end{array}
\right.
$$

Pour des raisons que nous indiquerons plus loin, chacune de ces suites d'opérations doit être effectuée plusieurs fois et les valeurs obtenues pour les variables doivent être notées pour chacune de ces suites. On choisira ensuite comme valeur définitive la moyenne arithmétique des résultats obtenus précédemment pour chacune des variables. Le nombre de ces répétitions est fonction de la précision que l'on désire obtenir. Pour la triangulation aérienne, nous choisirons le nombre de répétitions égal à 5. **(A suivre)**

Die Jahresversammlung des Schweizerischen Geometervereins

vom 17. Juni 1945 in Zofingen

Die eintägige Hauptversammlung des Schweiz. Geometervereines des Jahres 1945 wurde in Zofingen um 11 Uhr mit einem vom Stadtrat im Vorraum des Zofinger Saalbaues gebotenen Begrüßungstrunk eröffnet. Daran schloß sich die Besichtigung der von den beiden schweizerischen Instrumentenfabriken Kern & Co. AG., Aarau und Verkaufsgesellschaft AG. Heinrich Wilds geodätischer Instrumente, Heerbrugg auf der Empore und der Bühne des Saalbaues geschickt aufgebauten Ausstellung neuerer Vermessungsinstrumente. Um 12 Uhr hielt Prof. Dr. C. F. Baeschlin im selben Saal einen Vortrag über „Neuere Vermessungsinstrumente", unterstützt durch Lichtbilder.

Um 13 Uhr begann das Bankett in der hintern Hälfte des Saales, der von einer großen Zahl von Gästen und Mitgliedern besetzt war. Das reichlich und gut servierte Essen verlief in angeregter Geselligkeit, gewürzt von einem Willkommgruß des Präsidenten der Sektion Aargau-Basel-Solothurn, Oberst *Ruh* und einer Ansprache des Zofinger Stadt-