Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 43 (1945)

Heft: 1

Artikel: Influence de la courbure de la terre sur les triangulations aériennes

Autor: Bachmann, W.K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-202922

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Und wie ich nun zu später Stunde der Nacht und des Jahres Reißfeder und Rechenschieber zur Seite lege, fällt mein Blick auf eine kleine Weihnachtsgabe, deren poetisch gehaltenes Motto mich in eigenen Belangen tief beeindruckte und das ich allen verehrten Lesern unserer Zeitschrift als Neujahrsgruß und -Wunsch entbieten möchte; es lautet:

„Immerdar enthüllt das Ende sich
als strahlender Beginn."

Influence de la courbure de la terre sur les triangulations aériennes

par Dr. W. K. Bachmann

I. Introduction

Les instruments photogrammétriques, ayant atteint actuellement un grand perfectionnement, permettent l'accomplissement de grands travaux de mensuration en un minimum de temps. Pour les travaux courants, la précision obtenue est très bonne. Par contre, l'établissement de triangulations aériennes à grande portée (50–100 km) rencontre aujourd'hui encore de grosses difficultés, en ce sens que la précision obtenue est souvent insuffisante. Un examen approfondi de la question montre que ces difficultés sont surtout d'ordre théorique et non pas instrumental. Il est facile de se rendre compte que les études théoriques sur la photogrammétrie présentent un retard considérable sur le développement instrumental.

Désireuse de développer des méthodes permettant la meilleure utilisation des instruments photogrammétriques pour les travaux de haute précision, la maison H. Wild S. A. à Heerbrugg m'a confié l'étude de ces problèmes.

Cette première publication traite de l'influence de la courbure de la terre sur les triangulations aériennes. D'autres publications, qui suivront, seront consacrées à de nouveaux problèmes d'erreur, à l'orientation relative et à la compensation des triangulations aériennes. Pour ce dernier problème, il est inutile d'insister sur le fait qu'aucune méthode de compensation rigoureuse n'est connue jusqu'à ce jour. Ceci prouve nettement qu'il s'agit là d'un problème très ardu pour le théoricien; on a déjà souvent exprimé l'opinion qu'il serait probablement impossible de développer une méthode de compensation rigoureuse pratiquement applicable. Il n'en est cependant nullement ainsi; la maison H. Wild S. A. à Heerbrugg publiera sous peu une méthode entièrement nouvelle pour la compensation rigoureuse des triangulations aériennes. Grâce à cette méthode et à l'emploi de l'autographe Wild A 5, une augmentation

considérable de la précision des triangulations aériennes peut être envisagée avec certitude.

Au premier abord, le fait d'avoir négligé la courbure de la terre dans les triangulations aériennes nous étonne. Il s'explique pourtant facilement étant donné que les erreurs accidentelles – que l'on considérait souvent à tort comme erreurs systematiques – étaient très grandes. Dès l'instant où nous sommes en mesure de rendre les erreurs accidentelles plus petites, la courbure de la terre ne peut plus être négligée dans les triangulations aériennes à longue portée, vu qu'*elle donne lieu à une forte erreur systématique.* Dans ce qui suit, nous faisons abstraction de toutes les erreurs accidentelles, ainsi que des erreurs systématiques ne provenant pas de la courbure de la terre.

II. Triangulation aérienne sans utilisation du statoscope

Numérotons les $(n + 1)$ clichés d'une bande de vol droite et horizontale par (0), (1), ... (n). Sans l'emploi d'aucun point fixe de la mensuration sur le sol, nous pouvons, à l'aide de l'autographe, reconstituer dans l'espace un modèle du terrain à une échelle arbitraire, en lui donnant une orientation également arbitraire. Le modèle spatial, ainsi obtenu, est en tous ses points semblable à la surface du terrain photographié. Soient S_0', S_1', ..., S_n' les stations des prises de vues dans ce modèle (voir fig. 1). Quelles sont les altitudes que l'autographe nous donne pour ces stations?

Le chariot de base de l'autographe se déplaçant sur deux rails parallèles, rendus horizontaux à l'aide d'une nivelle, l'horizon de référence de l'autographe est un plan horizontal OX (voir fig. 1).

Les altitudes que l'autographe nous donne pour S_0', S_1', ..., S_n' sont par conséquent égales aux longueurs des perpendiculaires abaissées

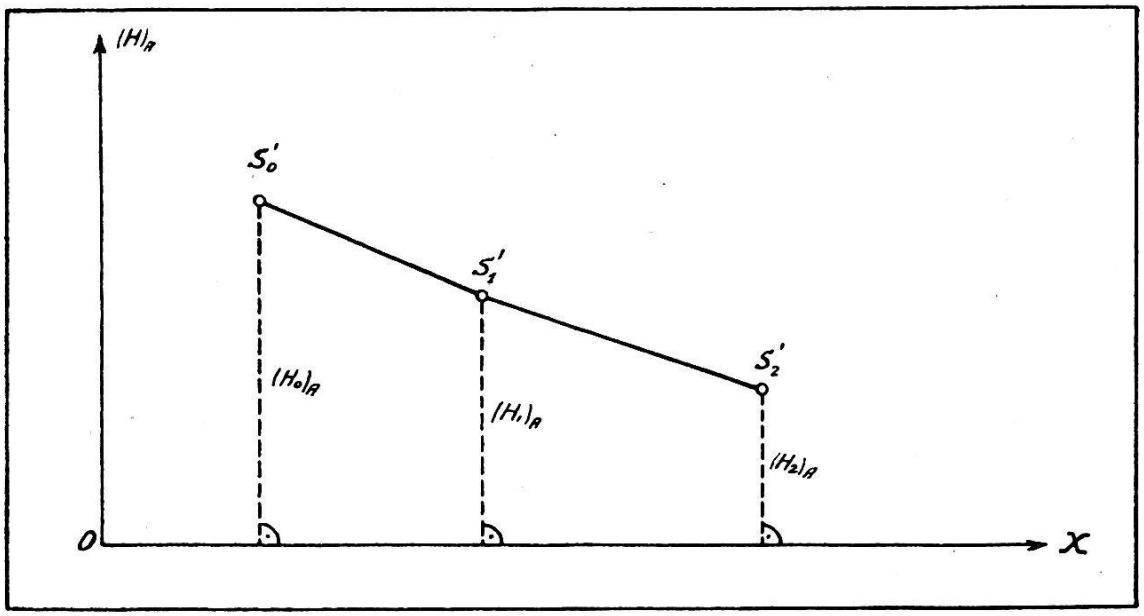

Fig. 1

de ces points sur le plan OX. Toutes les altitudes du modèle sont comptées à partir de ce plan de référence horizontal.

La surface de niveau terrestre, d'altitude $(H) = 0$, peut en première approximation être assimilée à une sphère. L'altitude d'un point quelconque de la terre est alors donnée par la longueur de la perpendiculaire abaissée de ce point sur la surface de niveau sphérique. Si S_0, S_1, ..., S_n désignent les stations de prises de vues, nous abaissons de ces points les perpendiculaires sur la surface de niveau et obtenons ainsi les points nadiraux N_0, N_1, ..., N_n que nous fixons à l'aide de leur abcisse curviligne s, comptée à partir de N_0 (voir fig. 2). Les altitudes des stations sont alors

$$N_0 S_0 = H_0 \qquad N_1 S_1 = H_1 \ldots \ldots N_n S_n = H_n$$

Pour l'orientation absolue des modèles, on se sert du premier modèle de la bande, formé par les clichés (0) et (1), sur lesquels au moins trois points fixes de la mensuration, bien répartis, doivent être identifiables. *Nous supposons cette orientation absolue établie de telle sorte que le plan de référence de l'autographe est tangent en N_0 à la surface de niveau sphérique.* Cependant, dans la pratique, ce cas ne sera jamais réalisé d'une façon rigoureuse, même en faisant abstraction des erreurs accidentelles commises lors de l'orientation relative. Les points fixes, servant à orienter les deux premiers clichés, étant répartis dans tout le modèle, la courbure de la surface de niveau sphérique intervient également lors de

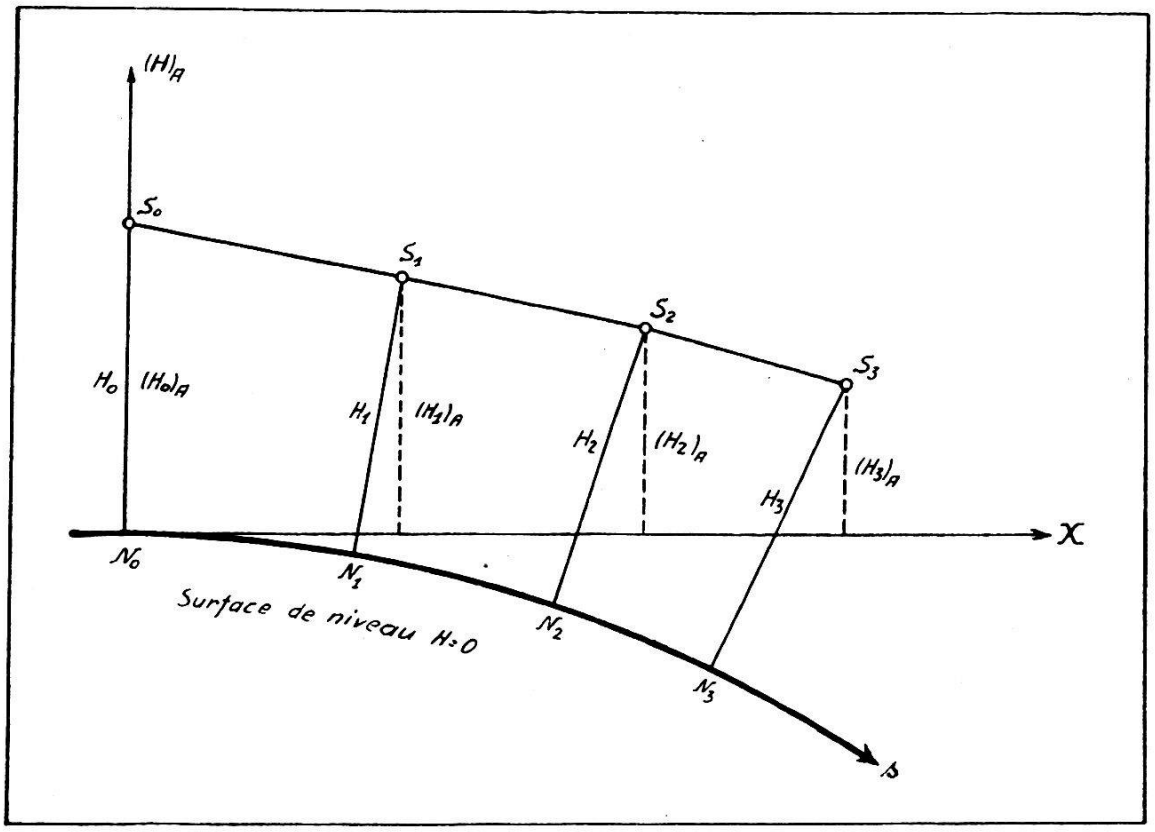

Fig. 2

l'orientation absolue du premier modèle. L'erreur qui en résulte étant toutefois petite, nous la négligerons par la suite. En abaissant de S_0, S_1, ... S_n des perpendiculaires sur $N_0\ X$, nous obtenons les altitudes $(H_0)_A$, $(H_1)_A$, ... $(H_n)_A$ que donne l'autographe. Le problème consiste donc à déterminer les différences

$$H_0 - (H_0)_A, \quad H_1 - (H_1)_A, \ \ldots \ldots \ H_n - (H_n)_A.$$

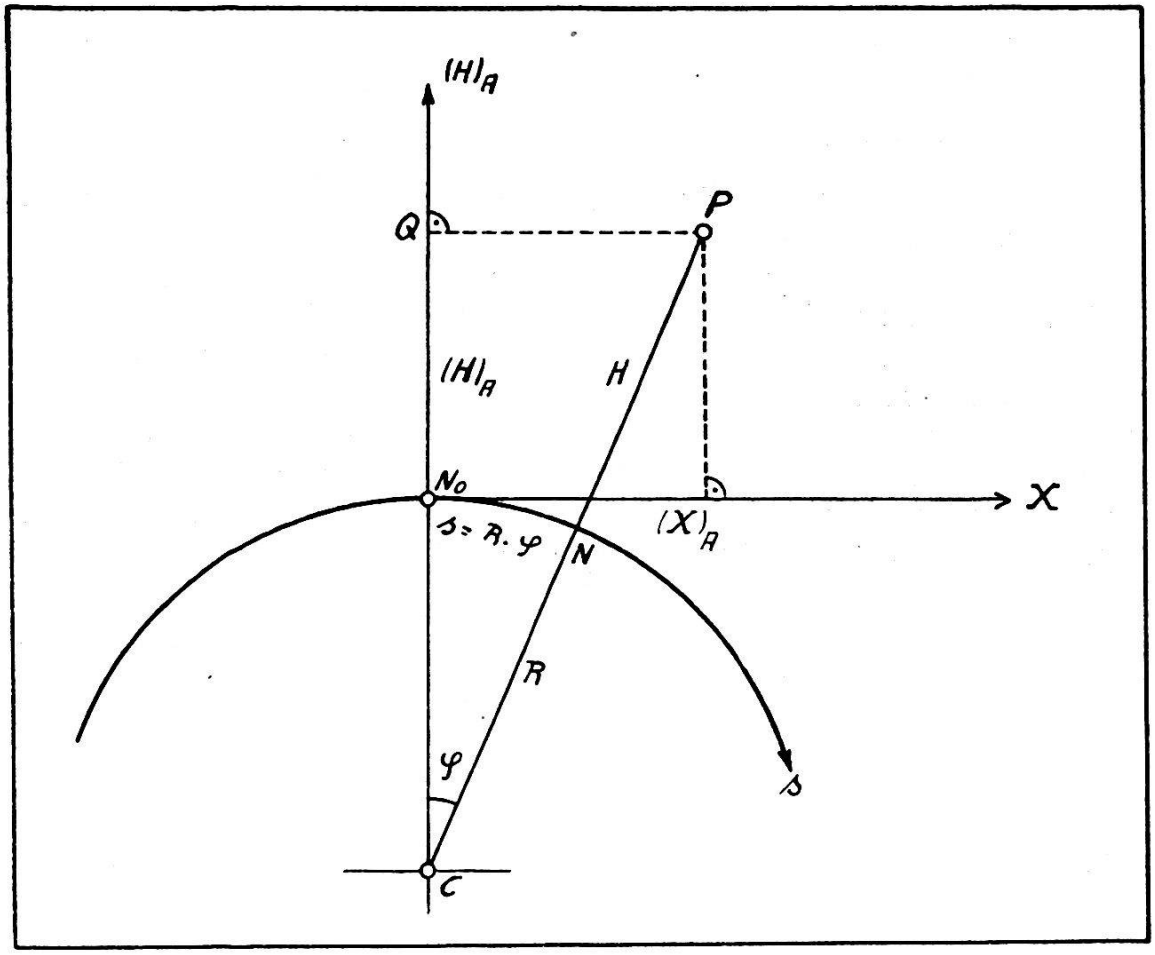

Fig. 3

Soit P un point quelconque d'abcisse curviligne s et d'altitude H (voir fig. 3). Le rayon de la surface de niveau sphérique étant R, nous désignons son centre par C. Les abcisses curvilignes s sont comptées à partir du point nadiral N_0. En abaissant la perpendiculaire de P sur $C\ N_0$, nous obtenons le point Q et nous avons ainsi

$$\overline{N_0\ Q} = (H)_A \qquad \overline{N\ P} = H$$

En menant en outre en N_0 le plan tangent à la surface de niveau, l'abcisse rectiligne du point P devient $(X)_A$; lors de la restitution, l'autographe nous donne cette même abcisse. Etablissons des développements

en série pour le calcul de $(H)_A$ et $(X)_A$ en fonction de s et de H. En désignant l'angle au centre de la sphère par φ la fig. 3 nous donne

$$\overline{C\,Q} = \overline{C\,N_0} + \overline{N_0\,Q} = R + (H)_A = \left\{ R + H \right\} \cos \varphi$$

$$(H)_A = \left\{ R + H \right\} \cos \varphi - R \tag{1}$$

$$(X)_A = \left\{ R + H \right\} \sin \varphi \tag{2}$$

L'angle φ étant toujours petit, nous pouvons limiter les développements en série aux termes du 2me ordre, ce qui nous donne pour (1)

$$(H)_A = (R + H)\left(1 - \frac{\varphi^2}{2} + \ldots\right) - R = H - \frac{1}{2}(R + H)\,\varphi^2 + \ldots$$

mais on a $\varphi = \dfrac{s}{R}$ d'où

$$(H)_A = H - \frac{1}{2}\,\frac{R + H}{R^2}\,s^2 = H - \frac{1}{2}\,\frac{s^2}{R} + \ldots$$

et la formule cherchée devient ainsi

$$\boxed{H = (H)_A + \frac{1}{2}\,\frac{s^2}{R}} \tag{3}$$

Cette formule de réduction est la même que celle utilisée habituellement en triangulation. Voir à ce sujet p. ex.: Jordan, Eggert „Handbuch der Vermessungskunde" Bd. II_2, 1933, p. 131 et tableau [6] de l'annexe.

Pour une bande de 50 km, la formule (3) nous donne par exemple $H - (H)_A = 196$ m, et nous constatons ainsi que la courbure de la terre a une grande influence sur les altitudes obtenues par triangulation aérienne. Pour obtenir de bons résultats, les altitudes données par l'autographe doivent être corrigées d'après la formule (3) avant la compensation de l'erreur altimétrique de fermeture. Il y aura également lieu de tenir compte de cette correction lors de la restitution.

Les altitudes étant corrigées, il nous reste à calculer la correction des abcisses, à savoir $(X)_A - s$. En partant de la formule (2), un développement en série, limité aux termes du premier ordre, nous donne

$$(X)_A = (R + H)\,\varphi = \frac{R + H}{R}\,s = \left(1 + \frac{H}{R}\right) s$$

$$\boxed{(X)_A = s + \frac{H}{R}\,s} \tag{4}$$

Pour $s = 50$ km, $R = 6400$ km, $H = 6$ km, la formule (4) nous donne par exemple

$$\frac{H}{R} s = 47 \text{ m}$$

ce qui représente également une correction appréciable de l'abcisse des stations de prise de vues. En ce qui concerne les points restitués du terrain, cette correction pourra souvent être négligée, si les altitudes ne sont pas trop élevées. Pour $H = 640$ m, $R = 6400$ km et $s = 50$ km, nous obtenons par exemple $\frac{H}{R} s = 5$ m.

Nous en concluons que les corrections de longueur doivent toujours être apportées aux abcisses des stations de prise de vues; pour les points du terrain par contre, ces corrections sont souvent négligeables.

Transformons encore l'équation (4) en vue du calcul de s en fonction de $(X)_A$ et $(H)_A$; nous avons

$$s \left(1 + \frac{H}{R}\right) = (X)_A$$

$$s = \frac{(X)_A}{1 + \frac{H}{R}} = \left(1 - \frac{H}{R} + \ldots\right) (X)_A. \tag{5}$$

En tenant compte de (3) et en négligeant les termes d'ordre supérieur au premier, nous trouvons

$$\boxed{s = \left\{1 - \frac{(H)_A}{R}\right\} (X)_A} \tag{6}$$

Nous nous sommes contentés dans tous ces développements d'une première approximation qui est suffisante pour le moment. Nous constatons toutefois que tous ces problèmes ont à la fois un caractère photogrammétrique et géodésique et que nous ne pouvons séparer la géodésie de la photogrammétrie lorsqu'il s'agit de triangulations aériennes. Etant donné que les triangulations aériennes peuvent être exécutées sans utilisation d'aucun point fixe de la mensuration, et qu'elles peuvent être rendues indépendantes de la direction de la pesanteur, il semble que la photogrammétrie sera un jour en état de rendre d'importants services à la géodésie.

Les points fixes de la mensuration étant généralement donnés par leurs coordonnées rectangulaires dans un système de projection déterminé, on calcule facilement les abcisses curvilignes s en vue de la réduction des $(X)_A$. On peut également envisager la possibilité de développer les formules de réduction de telle sorte qu'elles donnent directement la projection des s dans le système adopté.

III. Triangulation aérienne avec utilisation du statoscope

Il nous reste à examiner l'emploi du statoscope pour la triangulation aérienne. En faisant abstraction des erreurs accidentelles entachant les altitudes indiquées par le statoscope, nous pouvons dire que celui-ci nous donne directement les altitudes vraies H_0, H_1, ..., H_n. Il serait cependant faux d'introduire directement H_0, H_1, ..., H_n à l'autographe dans le but d'éliminer l'inconnue *bz* lors de l'orientation relative. En procédant ainsi, on serait inévitablement amené à des modèles déformés (voir fig. 2). Pour obtenir des modèles exempts de déformation, nous sommes obligés de calculer au préalable les altitudes $(H)_A$ en utilisant la formule (3). Les valeurs $(H)_A$ ainsi calculées peuvent ensuite être introduites directement dans l'autographe lors de l'orientation relative. On peut aussi procéder autrement: après établissement de l'orientation relative du modèle $[i, i + 1]$, celui-ci est tourné de façon que les altitudes $(H_i)_A$, $(H_{i+1})_A$ des stations S_i, S_{i+1} correspondent avec les altitudes H_i, H_{i+1} données par le statoscope. Ce procédé donne certainement une grande stabilité à l'ensemble de la bande de vol, mais il entraîne nécessairement de fortes erreurs partielles, étant donné qu'un cliché quelconque (i) de la bande possède alors deux orientations différentes suivant que l'on considère le modèle $[(i - 1), i]$ ou $[i, (i + 1)]$. Il en résulte une déchirure entre les différents modèles, ce qui compromet forcément la précision de la restitution.

Nous en concluons que l'utilisation d'un statoscope pour la triangulation aérienne présente de grosses difficultés théoriques et pratiques et qu'une solution satisfaisante ne pourra être trouvée qu'à l'aide de la théorie des erreurs de la triangulation aérienne.

Nochmals über Landesaufnahme

Meine möglichst lautgetreue Namenreihe I auf S. 229 des Jg. 1944 dieser Zeitschrift stellt eine Auswahl von Flurnamen in Originalerhebungen dar. Trotz Dr. Saladin (Ebenda S. 248) bin ich heute mehr denn je überzeugt, daß dies die Form der Originalerhebungen sein soll; denn dies entspricht den elementaren Grundsätzen jeder Landesaufnahme: Ausgleichsänderungen bringt man erst nachher an.

Eine willkürliche Abänderung an einem der beobachteten Namen muß ich dabei allerdings noch redressieren. Anstatt „Mittliste Stafel" soll es heißen „Am Mittlisten". So sagen meine Originalerhebungen und so bezeichnen die Elmer ihre mittleren Stafel, sei es nun auf Gamperdun, Ramin oder Falzüber. Der untere Stafel ist dann meistens „das Stäfeli" und der obere „die Matt".

Mein obenerwähnter Aufsatz ist als Organisationsartikel gemeint. Daß dabei ein interessierter Sprachforscher in Bewegung gerät, paßt sehr gut zum Thema. Der Satz vom Näherzusammenrücken scheint nun Saladin besonders gut gefallen zu haben. Wie er sich aber diese Zusammenarbeit vorstellt, damit bin ich nicht einverstanden:

Bemerkungen

zu den in der „Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik" erschienenen Artikeln über den Einfluß der Erdkrümmung auf die Lufttriangulation und über den Folgebildanschluß mit Statoskopangaben

In den Jahren 1942 und 1945 sind von den Herren Prof. Dr. M. Zeller, Dr. W. K. Bachmann und Dr. A. v. Speyr die folgenden Aufsätze veröffentlicht worden:

Zeller, M., Der Folgebildanschluß mit Statoskop und seine praktische Durchführung am Wild-Autographen A5. 1942, S. 48–64 und 85–97 [1].

Bachmann, W. K., Influence de la courbure de la terre sur les triangulations aériennes. 1945, S. 9–15 [2].

Zeller, M., Folgebildanschluß mit Statoskopangaben, 1945, S. 32–37 [3].

Bachmann, W. K., Zum Folgebildanschluß mit Statoskopangeben, 1945, S. 76–82 [4].

v. Speyr, A., Weiteres zum Folgebildanschluß, 1945, S. 108–113 [5].

Ferner ist außerhalb dieser Zeitschrift erschienen:

Bachmann, W. K., Théorie des erreurs de l'orientation relative. Dissertation, Lausanne 1943 [6].

Auf Grund einer Aussprache der beteiligten Verfasser unter dem Vorsitz des Redaktors ergeben sich die folgenden, von allen Beteiligten anerkannten, abschließenden Feststellungen:

1. Bei dem von Prof. Zeller in seinem Aufsatz [1] entwickelten Verfahren treten zwischen den Teilmodellen keine Klaffen auf. Die Methode ist somit nicht identisch mit dem auf S. 15 von [2] dargestellten zweiten Verfahren.

2. Der Einfluß der Erdkrümmung ist bisher schon berücksichtigt worden, dagegen gibt erst das von Dr. Bachmann in [2] S. 9–14 entwikkelte Formelsystem die einwandfreie Erfassung dieses Einflusses.

3. In den Ausführungen Dr. Bachmanns in [4] S. 78 und 79 wurde von der Annahme ausgegangen, daß in der von Prof. Zeller in [1] entwickelten Methode die Modelldrehung entsprechend den Statoskopangaben ohne Nachstellen des X-Zählwerkes erfolgt sei. Diese Annahme entspricht den Tatsachen nicht, wie aus [1] hervorgeht. Der Methodenfehler 1, S. 79 ist daher vermieden.

4. Der auf S. 111 von [5] unter „Anwendungsbereich des Statoskopes" angegebene „Konvergenzfehler" von $\pm$ 8'.3 ist der Längsneigungsfehler der hinzuorientierten Kammer, wenn die andere unverändert bleibt. Die Formel für m_n soll nur aufgefaßt werden als Näherungsausdruck für den Höhenfehler am Streifenende, erzeugt durch Längsneigungsfehler; es bleibt näherer Prüfung vorbehalten, ob die Anwendung dieser Formel den Verhältnissen der Aerotriangulation entspricht. Im übrigen soll hier gerade ein numerischer Fehler in diesem Abschnitt von

[5] berichtigt werden: m_1 ergibt sich richtig zu $\pm$ 1.3 m (statt $\pm$ 0,13 m). Damit wird der zu $\pm$ 2 m angenommene zufällige Fehler der Statoskopdifferenz schon mit zwei Hinzuorientierungen erreicht. Es wird von allen Beteiligten anerkannt, daß Dr. Bachmann in seiner Dissertation [6] zum ersten Male den Beweis geleistet hat, daß die Statoskopangaben nicht zur gegenseitigen Orientierung herangezogen werden dürfen; dagegen ist diese Tatsache von einzelnen Fachleuten schon früher erkannt und im Arbeitsgang berücksichtigt worden.

5. Auf Seite 112 von [5] hat Dr. v. Speyr verschiedene Behauptungen zu positiv gefaßt, indem daraus irrtümlicherweise geschlossen werden könnte, daß eine korrekte fehlertheoretische Behandlung des Folgebildanschlusses bereits vorliege.

Nachschrift der Redaktion. Ich möchte meine große Befriedigung darüber ausdrücken, daß es mir dank dem Entgegenkommen der Beteiligten gelungen ist, die Polemik, die sich in den letzten Nummern unserer Zeitschrift entsponnen hat, durch die vorstehenden „Bemerkungen" zum Abschluß zu bringen. Ich hoffe, daß die dadurch erreichte Entspannung zu einer engen Zusammenarbeit der Beteiligten führen werde.

Der Redaktor: *F. Baeschlin.*

Schweizerischer Geometerverein

Zentralvorstand

Protokoll über die Sitzung vom 16. Juni 1945 in Zofingen.

Anwesend: Präsident Bertschmann, Gsell, Baudet, Biasca und der Redaktor, Herr Prof. Dr. Baeschlin. Kassier Kübler hat sein Wegbleiben entschuldigt. Der Vorsitzende eröffnet die Sitzung um 18.00 in der Brauerei Senn.

1. Das Haupttraktandum bildet die Stellungnahme zu einem vorliegenden Entwurf der Eidg. Vermessungsdirektion betr. neuen *Weisungen über die Verwendung des Personals bei Grundbuchvermessungen.* Die bisherige Ausscheidung der einzelnen Arbeiten in solche, welche vom Grundbuchgeometer ausgeführt werden müssen, „G", und diejenigen, welche einer Hilfskraft übertragen werden können, „H", bleibt auch in der vorgesehenen Neuordnung bestehen. Neu ist die Ausscheidung der Arbeitsgattungen für das Gebiet der Photogrammetrie.

Von den bisher mit „G" bezeichneten Arbeiten sind nun aber neu eine Anzahl mit „G*" bezeichnet. Diese Arbeiten können, wie vorgesehen, außer vom Grundbuchgeometer, dann vom Vermessungstechniker ausgeführt werden, wenn er eine entsprechende Prüfung abgelegt hat. Es betrifft dies z. B. auf dem Gebiete der Triangulation: Die Organisation der Materialtransporte, Winkelmessung, Berechnung der trig. Höhenunterschiede usw. Bei der Parzellarvermessung sind es vor allem die Polygonmessung und die Detailaufnahme. Die Ausführung der Originalübersichtspläne kann in Zukunft ganz vom Vermessungstechniker erledigt werden.

Grundsätzlich sind aber alle Arbeiten, welche ein tieferes fachtechnisches Wissen erfordern und diejenigen, welche eine Kontrolle der Gesamtarbeit gestatten, vom Grundbuchgeometer vorzunehmen. Die