Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =

Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 40 (1942)

Heft: 3

Artikel: Formeln für die winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion

Autor: Wenedikoff, M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-199756

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Dieser außerordentlich kleine Höhenfehler zeigt, daß der Folgebildanschluß mit Statoskopangaben namentlich auf größere Strecken (über 10 km) dem Verfahren ohne Aeronivellement weit überlegen ist. Nach Dr. v. Speyr beträgt der mittlere Höhenfehler beim Folgebildanschluß ohne Statoskop unter denselben Verhältnissen ca. ± 9 m. — Die beiden Methoden lassen sich bezüglich der Fortpflanzung der Höhenfehler am besten vergleichen mit Bussolen- und Polygonzug. — Bemerkenswert ist die Verteilung der Vorzeichen der Fehler, indem zwischen den Paßpunkten 9 und 46 eine ausgesprochen einseitige Verlagerung zu verzeichnen ist, die offenbar von kleinen Störungen der barometrischen Niveauslächen vor und nach dieser Teilstrecke herrührt. Die Ausgleichung dieser, nach den gegebenen Punkten Nr. 7, 9, 46 und 47 eingepaßten Teilstrecke von 20 km würde einen mittleren Höhenfehler von nur ca. $\pm 1,1$ m ergeben.

Ausgleichung der Lagefehler.

Die berechnete Länge L_{82-1} aus den Autographenablesungen zeigt gegenüber der Sollänge L' einen Fehler von —119.7 m (= —9.58 mm im Maschinenmaßstab), die Strecke 84–3 den Fehler von —106.4 m (= —8.51 mm). Diese beiden Werte ergeben für c = —0.942, bzw. —0.838, so daß mit dem Mittelwert die Formel für die Korrektur der x (im Maschinenmaßstab in m) lautet:

$$\Delta x = -0.890 \cdot x^2.$$

(Schluß folgt.)

Formeln für die winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion

Von Dr. Ing. M. Wenedikoff, Assistent an der Universität Sofia.

Bei der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion wird das Erdellipsoid auf eine Kugel und von dieser Kugel durch einen Zylinder auf eine Ebene abgebildet. Der Projektionszylinder berührt die Kugel in einem Großkreis, der durch einen Mittelpunkt des abgebildeten Erdareals geht.

Mit Rücksicht auf die Anwendung dieser Projektion für die Schweiz hat Rosenmund¹ die zur Übertragung von der Kugel auf die Ebene und umgekehrt notwendigen Gebrauchsformeln durch Reihenentwicklung einiger Funktionen abgeleitet, indem er die Glieder von höherer als fünfter Ordnung vernachlässigte.

Die auf diese Weise abgeleiteten Formeln ergeben die erforderliche Genauigkeit bei der Abbildung kleiner Flächen, wie dies bei der Schweiz

¹ M. Rosenmund, Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung. Bern 1903. Seiten 83–105.

der Fall ist. Bei der Anwendung derselben Projektion auf größere Gebiete ergeben jedoch die von Rosenmund abgeleiteten Formeln nicht die erforderliche Genauigkeit bei Anwendung auf die vom Koordinatenursprung am weitest entfernten Punkte.

Bei einer Untersuchung über die Anwendung dieser Projektion für Bulgarien habe ich daher alle Formeln auf dem von Rosenmund benutzten Wege abgeleitet, indem ich die Reihenentwicklungen bis zu Gliedern sechster und siebenter Ordnung ausgedehnt habe.

Im folgenden sind die endgültigen Resultate dieser Ableitung angegeben.

In den nachstehenden Formeln bedeuten:

X, Y =rechtwinklige Koordinaten in der Ebene. Bei dem Koordinatensystem wird X positiv nach Norden und Y positiv nach Osten angenommen;

 b_0 , $l_0 =$ geographische Koordinaten des Kartenmittelpunktes auf der Kugel;

 $\psi = b - b_0 =$ Breitendifferenz zwischen einem beliebigen Punkt auf der Kugel mit der Breite b und dem Kartenmittelpunkte auf der Kugel;

 $\lambda = l - l_0 =$ Längendifferenz zwischen den gleichen Punkten;

 $\mu = \text{die Meridiankonvergenz in der Ebene};$ R = Durchmesser der Kugel bei winkeltrenDurchmesser der Kugel bei winkeltreuer Abbildung des Erdellipsoides auf die Kugel;

 ρ " = 206 265.

1. Formeln für die ebenen Koordinaten X und Y, abgeleitet aus geographischen Kugelkoordinaten b und l.

$$Y = K_{1}\lambda - K_{2}\psi\lambda - K_{3}\lambda^{3} - K_{4}\psi^{3}\lambda + K_{5}\psi\lambda^{3} - K_{6}\psi^{2}\lambda^{3} + K_{7}\lambda^{5} - K_{8}\psi^{5}\lambda - K_{9}\psi\lambda^{5} + K_{10}\psi^{3}\lambda^{3} - K_{11}\psi^{2}\lambda^{5} - K_{12}\psi^{4}\lambda^{3} - K_{13}\lambda^{7}.$$

Darin bedeutet:

$$K_{1} = \frac{R}{\rho^{\text{n}}} \cos b_{0}$$

$$K_{2} = \frac{R}{\rho^{\text{n}2}} \sin b_{0}$$

$$K_{3} = \frac{R}{6 \rho^{\text{n}3}} \sin^{2} b_{0} \cos b_{0}$$

$$K_{4} = \frac{R}{3 \rho^{\text{n}4}} \sin b_{0}$$

$$K_{5} = \frac{R}{6 \rho^{\text{n}4}} \sin b_{0}$$

$$K_{6} = \frac{R}{2 \rho^{\text{n}5}} \sin^{2} b_{0} \cos b_{0}$$

$$K_{7} = \frac{R}{120 \rho^{\text{n}5}} \sin^{2} b_{0} \cos b_{0} (1 + 6 \cos^{2} b_{0})$$

$$K_{8} = \frac{2 R}{15 \rho^{\text{n}6}} \sin b_{0}$$

$$K_{9} = \frac{R}{120 \rho^{\text{n}6}} \sin b_{0} (1 + 30 \sin^{2} b_{0} \cos^{2} b_{0})$$

$$K_{10} = \frac{R}{18 \, \rho^{\text{n6}}} \sin b_0 \, (1 + 6 \sin^2 b_0)$$

$$K_{11} = \frac{R}{24 \, \rho^{\text{n7}}} \sin^2 b_0 \cos b_0 \, (6 \cos^2 b_0 - 1)$$

$$K_{12} = \frac{R}{3 \, \rho^{\text{n7}}} \sin^2 b_0 \cos b_0$$

$$K_{13} = \frac{R}{5040 \, \rho^{\text{n7}}} \cos b_0 \, (1 + 119 \cos^2 b_0 - 210 \cos^4 b_0 + 90 \cos^6 b_0)$$

$$K_{14} = \frac{R}{\rho^{\text{n}}} \qquad K_{15} = \frac{R}{2 \, \rho^{\text{n2}}} \sin b_0 \cos b_0$$

$$K_{16} = \frac{R}{2 \, \rho^{\text{n3}}} \sin^2 b_0 \qquad K_{17} = \frac{R}{6 \, \rho^{\text{n3}}}$$

$$K_{18} = \frac{R}{4 \, \rho^{\text{n4}}} \sin b_0 \cos b_0 \qquad K_{19} = \frac{R}{24 \, \rho^{\text{n4}}} \sin b_0 \cos b_0$$

$$K_{20} = \frac{R}{24 \, \rho^{\text{n5}}} \qquad K_{21} = \frac{5 \, R}{12 \, \rho^{\text{n6}}} \sin^2 b_0$$

$$K_{22} = \frac{R}{24 \, \rho^{\text{n5}}} \sin^2 b_0 \, (1 + 6 \cos^2 b_0)$$

$$K_{23} = \frac{R}{48 \, \rho^{\text{n6}}} \sin b_0 \cos b_0 \, (1 + 24 \sin^2 b_0)$$

$$K_{24} = \frac{5 \, R}{48 \, \rho^{\text{n6}}} \sin b_0 \cos b_0$$

$$K_{25} = \frac{R}{720 \, \rho^{\text{n6}}} \sin b_0 \cos b_0 \, (1 + 30 \sin^2 b_0 \cos^2 b_0)$$

$$K_{26} = \frac{R}{144 \, \rho^{\text{n7}}} \sin^2 b_0 \, (5 + 18 \cos^2 b_0)$$

$$K_{27} = \frac{61 \, R}{240 \, \rho^{\text{n7}}} \sin^2 b_0 \, (1 + 120 \cos^2 b_0 - 90 \cos^4 b_0)$$

$$K_{29} = \frac{61 \, R}{5040 \, \rho^{\text{n7}}}$$

2. Formeln für die geographischen Kugelkoordinaten b und l, abgeleitet aus den ebenen Koordinaten X und Y.

$$\psi = K_{31} X - K_{32} Y^2 - K_{33} X^3 - K_{34} X Y^2 - K_{35} X^2 Y^2 + K_{36} Y^4 - K_{37} X^3 Y^2 + K_{38} X Y^4 + K_{39} X^5 + K_{40} X^2 Y^4 - K_{41} X^4 Y^2 - K_{42} Y^6.$$

$$\begin{array}{l} \lambda \ = \ K_{43} \ Y \ + \ K_{44} \ X \ Y \ - \ K_{45} \ Y^3 \ + \ K_{46} \ X^2 \ Y \ - \ K_{47} \ X \ Y^3 \ + \ K_{48} \ X^3 \ Y \\ - \ K_{49} \ X^2 \ Y^3 \ - \ K_{50} \ X^4 \ Y \ + \ K_{51} \ Y^5 \ + \ K_{52} \ X \ Y^5 \ - \ K_{53} \ X^3 \ Y^3 \\ + \ K_{54} \ X^5 \ Y. \end{array}$$

Darin bedeutet:

$$K_{31} = \frac{\rho^{n}}{R} \qquad K_{32} = \frac{\rho^{n}}{2 R^{2}} \text{ tg } b_{0}$$

$$K_{33} = \frac{\rho^{n}}{6 R^{3}} \qquad K_{34} = \frac{\rho^{n}}{2 R^{3}} \text{ tg}^{2} b_{0}$$

$$K_{35} = \frac{\rho^{n}}{2 R^{4}} \text{ tg}^{3} b_{0} \qquad K_{36} = \frac{\rho^{n}}{2 4 R^{4}} \text{ tg } b_{0} (1 + 3 \text{ tg}^{2} b_{0})$$

$$K_{37} = \frac{\rho^{n}}{12 R^{9}} \text{ tg}^{2} b_{0} (1 + 6 \text{ tg}^{2} b_{0})$$

$$K_{38} = \frac{\rho^{n}}{24 R^{9}} \text{ tg}^{2} b_{0} (4 + 9 \text{ tg}^{2} b_{0})$$

$$K_{39} = \frac{\rho^{n}}{24 R^{9}}$$

$$K_{40} = \frac{\rho^{n}}{12 R^{6}} \text{ tg}^{3} b_{0} (5 + 9 \text{ tg}^{2} b_{0})$$

$$K_{41} = \frac{\rho^{n}}{6 R^{6}} \text{ tg}^{3} b_{0} (2 + 3 \text{ tg}^{2} b_{0})$$

$$K_{42} = \frac{\rho^{n}}{720 R^{6}} \text{ tg } b_{0} (1 + 30 \text{ tg}^{2} b_{0} + 45 \text{ tg}^{4} b_{0})$$

$$K_{43} = \frac{1}{K_{1}} \qquad K_{44} = \frac{K_{2} K_{31}}{K^{2}_{1}}$$

$$K_{45} = \frac{K_{2} K_{34}}{K^{2}_{1}} - \frac{K_{2}}{K^{4}_{1}} K_{46} = \frac{K^{2}_{2} K^{2}_{31}}{K^{3}_{1}}$$

$$K_{47} = \frac{K_{2} K_{34}}{K^{2}_{1}} - 4 \frac{K_{2} K_{3} K_{31}}{K^{3}_{1}} + \frac{K_{5} K_{31}}{K^{4}_{1}} + 2 \frac{K^{2}_{2} K_{31} K_{32}}{K^{2}_{1}}$$

$$K_{48} = \frac{K_{4} K^{3}_{31}}{K^{2}_{1}} - \frac{K_{2} K_{3}}{K^{2}_{1}} + \frac{K_{3} K^{3}_{31}}{K^{4}_{1}}$$

$$K_{49} = \frac{K_{2} K_{35}}{K^{2}_{1}} - 10 \frac{K^{2}_{2} K_{3} K^{2}_{31}}{K^{6}_{1}} + 3 \frac{K_{4} K^{2}_{31} K_{32}}{K^{2}_{1}} + 4 \frac{K_{2} K_{5} K^{2}_{31}}{K^{5}_{1}}$$

$$K_{50} = 2 \frac{K_{2} K_{4} K^{4}_{31}}{K^{3}_{1}} - 2 \frac{K^{2}_{2} K_{31} K_{32}}{K^{5}_{1}} + \frac{K_{5} K_{32}}{K^{5}_{1}} + \frac{K^{5}_{2} K^{3}_{31}}{K^{5}_{1}}$$

$$K_{51} = \frac{K_{2} K_{36}}{K^{2}_{1}} - 4 \frac{K_{2} K_{3} K_{32}}{K^{5}_{1}} + 3 \frac{K_{3} K_{32}}{K^{7}_{1}} + \frac{K^{5}_{2} K^{3}_{31}}{K^{5}_{1}} - \frac{K_{7}}{K^{6}_{1}}}$$

$$+ \frac{K_{3}^{2}}{K_{1}^{7}} - 2 \frac{K_{2} K_{3} K_{32}}{K_{1}^{5}} + \frac{K_{2}^{2} K_{32}^{2}}{K_{1}^{3}}.$$

^{*} In dem Ausdruck K_{51} der von Rosenmund für λ abgeleiteten Formel (61) (von ihm mit [18¹] bezeichnet) fehlen folgende Glieder:

$$\begin{split} K_{52} &= \ 21 \, \frac{K_2 \, K_{^2_3} \, K_{31}}{K^8_1} \, - 4 \, \frac{K_2 \, K_3 \, K_{34}}{K^5_1} \, - 20 \, \frac{K^2_2 \, K_3 \, K_{31} \, K_{32}}{K^6_1} \, - 6 \, \frac{K_3 \, K_5 \, K_{31}}{K^7_1} \\ &+ \frac{K_2 \, K_{38}}{K^2_1} \, + 3 \, \frac{K_4 \, K_{31} \, K^2_{32}}{K^2_1} \, + \frac{K_5 \, K_{34}}{K^4_1} \, + 8 \, \frac{K_2 \, K_5 \, K_{31} \, K_{32}}{K^5_1} \\ &- 2 \, \frac{K_6 \, K_{31} \, K_{32}}{K^4_1} \, - 6 \, \frac{K_2 \, K_7^{\prime} K_{31}}{K^7_1} \, + \frac{K_9 \, K_{31}}{K^6_1} \, + \, 2 \, \frac{K^2_2 \, K_{31} \, K_{36}}{K^3_1} \\ &+ 2 \, \frac{K^2_2 \, K_{32} \, K_{34}}{K^3_1} \, + \, 3 \, \frac{K^3_2 \, K_{31} \, K^2_{32}}{K^4_1} \end{split}$$

$$\begin{split} K_{53} &= \frac{K_2 \, K_{37}}{K^2_1} + 4 \, \frac{K_2 \, K_3 \, K_{33}}{K^5_1} - 4 \, \frac{K_3 \, K_4 \, K^3_{31}}{K^5_1} - 22 \, \frac{K^3_2 \, K_3 \, K^3_{31}}{K^7_1} \\ &+ 3 \, \frac{K_4 \, K^2_{31} \, K_{34}}{K^2_1} - \frac{K_5 \, K_{33}}{K^4_1} + 10 \, \frac{K^2_2 \, K_5 \, K^3_{31}}{K^6_1} - 4 \, \frac{K_2 \, K_6 \, K^3_{31}}{K^5_1} \\ &+ \frac{K_{10} \, K^3_{31}}{K^4_1} + 2 \, \frac{K^2_2 \, K_{31} \, K_{35}}{K^3_1} + 8 \, \frac{K_2 \, K_4 \, K^3_{31} \, K_{32}}{K^3_1} - 2 \, \frac{K^2_2 \, K_{32} \, K_{33}}{K^3_1} \\ &+ 3 \, \frac{K^3_2 \, K^2_{31} \, K_{34}}{K^4_1} + 4 \, \frac{K^4_2 \, K^3_{31} \, K_{32}}{K^5_1} \end{split}$$

$$K_{54} = \frac{K_2 K_{39}}{K_{1}^{2}} + \frac{K_8 K_{31}^{5}}{K_{1}^{2}} - 3 \frac{K_4 K_{31}^{2} K_{33}}{K_{1}^{2}} - 3 \frac{K_{3} K_{21}^{2} K_{33}}{K_{1}^{4}} + 3 \frac{K_{2}^{2} K_{4} K_{31}^{5}}{K_{1}^{4}} + \frac{K_{2}^{5} K_{31}^{5}}{K_{1}^{6}}$$

3. Formeln für die Meridiankonvergenz μ in Funktion der ebenen Koordinaten X und Y.

$$\begin{array}{l} \mu \ = \ K_{55} \ Y \ + \ K_{56} \ X \ Y \ + \ K_{57} \ X^2 \ Y \ - \ K_{58} \ Y^3 \ - \ K_{59} \ X \ Y^3 \ + \ K_{60} \ X^3 \ Y \\ - \ K_{61} \ X^2 \ Y^3 \ + \ K_{62} \ X^4 \ Y \ + \ K_{63} \ Y^5 \ + \ K_{64} \ X \ Y^5 \ - \ K_{65} \ X^3 \ Y^3 \\ + \ K_{66} \ X^5 \ Y. \end{array}$$

Darin bedeutet:

$$K_{55} = \frac{\rho^{"}}{R} \operatorname{tg} b_{0} \qquad K_{56} = \frac{\rho^{"}}{R^{2}} \operatorname{tg}^{2} b_{0}$$

$$K_{57} = \frac{\rho^{"}}{2 R^{3}} \operatorname{tg} b_{0} (1 + 2 \operatorname{tg}^{2} b_{0}) \qquad K_{58} = \frac{\rho^{"}}{6 R^{2}} \operatorname{tg} b_{0} (1 + 2 \operatorname{tg}^{2} b_{0})$$

$$K_{59} = \frac{\rho^{"}}{3 R^{4}} \operatorname{tg}^{2} b_{0} (2 + 3 \operatorname{tg}^{2} b_{0}) \qquad K_{60} = \frac{\rho^{"}}{3 R^{4}} \operatorname{tg}^{2} b_{0} (2 + 3 \operatorname{tg}^{2} b_{0})$$

$$K_{61} = \frac{\rho^{"}}{12 R^{5}} \operatorname{tg} b_{0} (1 + 20 \operatorname{tg}^{2} b_{0} + 24 \operatorname{tg}^{4} b_{0})$$

$$K_{62} = -\frac{\rho^{"}}{24 R^{5}} \operatorname{tg} b_{0} (1 + 20 \operatorname{tg}^{2} b_{0} + 24 \operatorname{tg}^{4} b_{0})$$

$$K_{63} = \frac{\rho^{"}}{120 R^{5}} \operatorname{tg} b_{0} (1 + 20 \operatorname{tg}^{2} b_{0} + 24 \operatorname{tg}^{4} b_{0})$$

$$K_{64} = \frac{\rho^{\text{n}}}{15 R^6} \operatorname{tg}^2 b_0 \ (2 + 15 \operatorname{tg}^2 b_0 + 15 \operatorname{tg}^4 b_0)$$
 $K_{65} = \frac{\rho^{\text{n}}}{9 R^6} \operatorname{tg}^2 b_0 \ (4 + 30 \operatorname{tg}^2 b_0 + 30 \operatorname{tg}^4 b_0)$
 $K_{66} = \frac{\rho^{\text{n}}}{15 R^6} \operatorname{tg}^2 b_0 \ (2 + 15 \operatorname{tg}^2 b_0 + 15 \operatorname{tg}^4 b_0)$

Die Formeln für die Azimutreduktionen und das Vergrößerungsverhältnis wurden nicht abgeleitet, da die von Rosenmund abgeleiteten Formeln die für größere Gebiete erforderliche Genauigkeit gewährleisten.

Schweizerischer Geometerverein

Geschäftsbericht für das Jahr 1941

1. Allgemeines

Im Leben des Vereins für sich betrachtet, verlief das Berichtsjahr normal. Die dringlichen Bedürfnisse der Kriegswirtschaft brachten unserem Berufsstande Arbeit in Hülle und Fülle. Wie eine Grundwelle bahnte sich die Notwendigkeit einer forcierten Bodenkultur Bahn in den Überlegungen von Behörden und Bauern. Die kluge und kraftvolle Führung unserer obersten Landesbehörde stellte die Anhandnahme von Meliorationen durch Zwangsbestimmungen sicher; die Einsicht der Bauernschaft ließ dasselbe Ziel auf freiwilligem Wege erreichen. Schade nur, daß diese umfangreichen Arbeiten unter dem Zwang der Verhältnisse nicht mit mehr Ruhe und Überlegung durchgeführt werden können. Eine reiflichere Abwägung der verschiedenen Möglichkeiten, die jedem Unternehmen eigen sind, würde gewiß vielfach wirkungsvollere Ergebnisse zeitigen. Die Durchführung eines Ideenwettbewerbes für Millionenunternehmen halten wir in Zukunft für gerechtfertigt.

Ist im äußeren Geschehen des Vereins nicht viel zu melden, so hat er im inneren Ausbau einen wesentlichen Schritt weiter getan im Sinne einer strafferen und ökonomischeren Geschäftsführung. Damit wird aber diese Entwicklung kaum abgeschlossen sein. Im Zusammenhang mit der erfolgten Lösung der Studienfrage wird zu prüfen sein, ob der Schweizerische Geometerverein durch Ausweitung seiner Wirksamkeit zu einem Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik auszubauen sei.

Der Verein hat den Verlag des Buches "Vermessung — Grundbuch — Karte", Festschrift zur Schweizerischen Landesausstellung in Zürich, übernommen.

2. Mitgliederbewegung

Im Berichtsjahr hat der Verein folgende Mitglieder durch den Tod verloren: Grivaz Henri, Lausanne; Imobersteg, Bern; Steinegger, Neunkirch; Briner, Bern; Keller Albert, Bellinzona; Mändli, Basel; Rougemont, Bern.

Der Schweizerische Geometerverein gedenkt ihrer in Dankbarkeit und wird ihnen ein gutes Andenken bewahren.