Grundsätzliches über die Uhrkorrektionen und die Gänge verschiedener Uhren : deren Bestimmung mit Hilfe von Registrierung

Autor(en): **Baeschlin, C.F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **38 (1940)**

Heft 6

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-198521

Grundsätzliches über die Uhrkorrektionen und die Gänge verschiedener Uhren. Deren Bestimmung mit Hilfe von Registrierung.

Von *C. F. Baeschlin*, Zollikon.

Heute wird der Gang einer Uhr meistens durch Vergleichung mit den drahtlosen Zeitsignalen bestimmt, die von verschiedenen Stationen ausgesandt werden; dies wird großenteils durch elektrische Registrierung auf einen Chronographen ausgeführt. Da man bei der Ausmessung der Chronographenstreifen, die aus der Registrierung zweier Uhren hervorgehen, sowohl die Sekundenzeichen der einen, als auch der andern Uhr als Bezugsskala verwenden kann, so dürfte es nicht ganz überflüssig sein, auf die damit verbundenen Fragen systematisch einzutreten.

Wir betrachten zunächst eine einzelne Uhr. Die Zeitangaben werden durch das Zifferblatt und durch gewisse Klopftöne vermittelt, wenn es sich um akustische Vergleichungen handelt. Wenn dagegen die Vergleichung mit dem Chronographen vorgenommen werden soll, so gelten als Zeitmarken die durch die Uhr ausgelösten elektrischen Kontakte. Die Minute wird durch das Ausfallen eines Kontaktes, resp. des dadurch bedingten Stromschlusses markiert. Falls die Uhr einen Sekundenzeiger besitzt, muß festgestellt werden, für welche Zeigerstellung der Ausfall erfolgt. Ferner muß, wenn die Uhr gleichzeitig für akustische und elektrische Vergleichung verwendet werden soll, die Zeitdifferenz zwischen den akustischen und den elektrischen Zeichen bestimmt werden. Das geschieht dadurch, daß man die Uhr auf einen Chronographen registrieren läßt und die Zeitpunkte der akustischen Zeichen mit Hilfe eines Tops markiert. Bei der elektrischen Registrierung mit einem Spitzenchronographen sind zwei verschiedene Zeitpunkte zu unterscheiden: 1. der Zeitpunkt, in dem die Uhr den Kontakt schließt, und 2. der Augenblick, in dem die Spitze das Registrierpapier berührt. Bei Verwendung eines Chronographen, bei dem die Schreibfeder ständig mit dem Papier in Berührung steht und die Zeichen durch Seitwärtsrücken der Feder gegeben werden, kommen einerseits die Momente des Kontaktes in der Uhr und die Augenblicke des Beginnes des Ausweichens der Schreibfeder, anderseits die Momente des Aufhörens des Kontaktes und des Beginnes der Rückbewegung der Schreibfeder in Betracht. Die in Frage kommenden Verzögerungen können bei der ständigen Verwendung desselben Chronographen konstant gehalten werden, indem stets mit derselben Stromstärke registriert wird. Auf die Bestimmung dieser Reaktionszeiten treten wir hier nicht ein. Dagegen muß hier ein Wort über die sogenannte „Spitzenparallaxe“ gesagt werden. Wenn zwei Uhren registriert werden, so muß unterschieden werden, ob zwei Spitzen vorhanden sind, die von verschiedenen Elektromagneten betätigt werden, oder ob die einzige Schreibfeder von demselben Magneten abgelenkt wird. In diesem Falle wird die Stromrichtung der beiden Schließkreise verschieden gewählt, so daß ein Stromstoß in denselben die Schreibfeder nach verschiedenen Seiten ablenkt.

Im ersten Falle können zunächst die Registrierpunkte der beiden Spitzen bei ruhendem Registrierstreifen nicht auf einer Normalen zur Streifenachse liegen. Die Abweichung nennen wir die „Ruheparallaxe“. Andererseits sind die Registrierpunkte bei laufendem Registrierstreifen gegen die Normale zur Streifenachse verschoben, bei gleichzeitigem Kontakt in beiden Stromkreisen infolge Differenz der Reaktionszeiten in denselben. Der gleichzeitige Stromschluß in beiden Stromkreisen kann mit Hilfe eines sogenannten „Parallaxschlüssels“ erreicht werden. Die damit gewonnene „Spitzenparallaxe“ stellt die Zusammenwirkung der Ruheparallaxe mit der Differenz der Reaktionszeiten dar. Dabei hängt die Wirkung der Ruheparallaxe von der Geschwindigkeit des Registrierstreifens ab, sofern die Ablesungen in bezug auf die Sekundenpunkte mit Hilfe einer sogenannten „Ableseharfe“ gemacht werden.

Im zweiten Fall kommt nur die Differenz der Reaktionszeiten in beiden Stromkreisen infolge verschiedener Stromstärke in Frage.

Die Uhrkorrektionen zweier Uhren.

Wir betrachten nunmehr zwei Uhren U_1 und U_2 und setzen voraus, daß die „Uhrsekunde“ jeder Uhr vollständig konstant sei. Wir bezeichnen sie mit t_1 und t_2, ausgedrückt in Sekunden mittlerer Zeit, um mit dem Gramm-Zentimeter-Sekundensystem in Übereinstimmung zu sein. Durch $t = 1$ ist eine auf mittlere Zeit regulierte Uhr gekennzeichnet, durch $t = 0.9973$ eine auf Sternzeit regulierte Uhr.

Wir denken uns jede der beiden Uhren mit einem Zifferblatt ausgerüstet. Der Einfachheit halber setzen wir voraus, daß der Sekundenzeiger eine stetige Bewegung ausführe und nicht eine ruckweise, wie dies praktisch gewöhnlich der Fall ist.

In einem bestimmten Augenblicke sei die Ablesung am Zifferblatt der ersten Uhr U_1 gleich u_1, während die Ablesung der zweiten Uhr U_2 gleich u_2 sei. Diese Ablesungen sind reine Zahlen vergleichbar den Winkeln. Sie haben also keine physikalische Dimension. Wir wollen die zwei einem bestimmten Moment entsprechenden Uhrablesungen u_1 und u_2 durch das Symbol bezeichnen

$$u_1 \longrightarrow u_2$$

Wir nennen nun diejenige Zahl $\Delta_{12} u_1$, die wir zu u_1 algebraisch zufügen müssen, um sie auf u_2 zu bringen, als die „Uhrkorrektion“ der ersten Uhr U_1 auf die zweite Uhr U_2. Diese Uhrkorrektion, die oft auch als „Uhrstand“ bezeichnet wird, kann in Stunden, Minuten und Sekunden ausgedrückt werden, trotzdem sie keine Zeit bedeutet.

Wir haben

$$u_1 + \Delta_{12} u_1 = u_2 \tag{1}$$

$$\Delta_{12} u_1 = u_2 - u_1 \tag{2}$$

Ganz analog bezeichnen wir diejenige Zahl $\Delta_{21}u_2$, die wir zu u_2 algebraisch zufügen müssen, um sie auf u_1 zu bringen, als die Uhrkorrektion der zweiten Uhr U_2 auf die erste Uhr U_1.

Wir haben

(3) $$u_2 + \Delta_{21}u_2 = u_1$$

(4) $$\Delta_{21}u_2 = u_1 - u_2$$

Daher ist

(5) $$\Delta_{21}u_2 = -\Delta_{12}u_1$$

Die Gleichungen (1) bis (5) stellen reine Zahlengleichungen dar. In einem zweiten spätern Augenblick sei

$$u'_1 \longrightarrow u'_2$$

Wir haben dann

$$\Delta_{12}u'_1 = u'_2 - u'_1 \quad \text{und}$$

$$\Delta_{21}u'_2 = u'_1 - u'_2$$

Wir bilden nun die zweite Differenz der Uhrangaben, nämlich

(6) $$\begin{aligned}\Delta^2{}_{12}u_1 &= \Delta_{12}u'_1 - \Delta_{12}u_1 = \\ &= u'_2 - u'_1 - (u_2 - u_1) = \\ &= u'_2 - u_2 - (u'_1 - u_1)\end{aligned}$$

Analog können wir $\Delta^2{}_{21}u_2$ bilden:

(7) $$\begin{aligned}\Delta^2{}_{21}u_2 &= \Delta_{21}u'_2 - \Delta_{21}u_2 = (u'_1 - u'_2) - (u_1 - u_2) \\ &= u'_1 - u_1 - (u'_2 - u_2)\end{aligned}$$

(8) $$\Delta^2{}_{21}u_2 = -\Delta^2{}_{12}u_1$$

Auch die Gleichungen (6) bis (8) sind reine Zahlengleichungen.

Definition des Ganges einer Uhr gegen eine andere.

Wir gehen nun zu zweiten Differenzenquotienten über, indem wir bilden:

(9) $$\frac{\Delta^2{}_{12}u_1}{u'_1 - u_1} = \frac{u'_2 - u_2}{u'_1 - u_1} - 1 \quad \text{und}$$

(10) $$\frac{\Delta^2{}_{21}u_2}{u'_2 - u_2} = \frac{u'_1 - u_1}{u'_2 - u_2} - 1$$

Die Größe $\dfrac{\Delta^2{}_{12}u_1}{u'_1 - u_1}$ bezeichnen wir als den „Gang“ der Uhr U_1 gegen die Uhr U_2.

Drücken wir den Nenner $u'_1 - u_1$ in Sekunden, in Minuten, in Stunden oder in Tagen aus, so erhalten wir den Gang pro Sekunde, pro Minute, pro Stunde oder pro Tag, die wir mit s_{12}, m_{12}, h_{12} und g_{12} bezeichnen wollen.

Wir erhalten so die Definitionsgleichungen:

$$(11)\quad \begin{cases} s_{12} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{12} u_1}{(u'_1 - u_1)^{\text{sec}}} \\[2ex] m_{12} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{12} u_1}{(u'_1 - u_1)^{\text{min}}} \\[2ex] h_{12} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{12} u_1}{(u'_1 - u_1)^{\text{h}}} \\[2ex] g_{12} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{12} u_1}{(u'_1 - u_1)^{\text{d}}} \end{cases}$$

$\Delta^2{}_{12} u_1$ drücken wir in Sekunden aus; demgemäß werden s_{12}, m_{12}, h_{12} und g_{12} in Sekunden dargestellt. Wir haben:

$$(12)\quad \begin{cases} g_{12} = 24\ h_{12} = 1440\ m_{12} = 86\,400\ s_{12} \\[1ex] h_{12} = \dfrac{g_{12}}{24} = 60\ m_{12} = 3\,600\ s_{12} \\[2ex] m_{12} = \dfrac{g_{12}}{1440} = \dfrac{h_{12}}{60} = 60\ s_{12} \\[2ex] s_{12} = \dfrac{g_{12}}{86\,400} = \dfrac{h_{12}}{600} = \dfrac{m_{12}}{60} \end{cases}$$

Wir finden die Uhrkorrektion der Uhr U_1 auf die Uhr U_2 zu einem beliebigen Uhrmoment u_1'' wie folgt:

$$(13)\quad \begin{aligned} \Delta_{12} u_1'' &= \Delta_{12} u_1 + [u_1'' - u_1]^{\text{sec}} s_{12} \\ &= \Delta_{12} u_1 + \frac{[u_1'' - u_1]^{\text{sec}}}{86\,400} g_{12} \end{aligned}$$

Es ist

$$u_1'' \longrightarrow u_2''$$

$$u_1'' + \Delta_{12} u_1'' = u_2''$$

Die Größe

$$\frac{\Delta^2{}_{21} u_2}{u'_2 - u_2}$$

bezeichnen wir als den Gang der Uhr U_2 gegen die Uhr U_1 und bezeichnen ihn mit s_{21}, m_{21}, h_{21} oder g_{21} mit den Definitionsgleichungen

$$(14)\quad \begin{cases} s_{21} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{21} u_2}{(u'_2 - u_2)^{\text{sec}}} \\[2ex] m_{21} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{21} u_2}{(u'_2 - u_2)^{\text{min}}} \\[2ex] h_{21} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{21} u_2}{(u'_2 - u_2)^{\text{h}}} \\[2ex] g_{21} \equiv \dfrac{\Delta^2{}_{21} u_2}{(u'_2 - u_2)^{\text{d}}} \end{cases}$$

Wir finden die Uhrkorrektion der Uhr U_2 auf die Uhr U_1 zu einem beliebigen Uhrmoment u''_2 aus der Gleichung:

$$(15)\quad \begin{aligned} \Delta_{21} u''_2 &= \Delta_{21} u_2 + [u''_2 - u_2]^{\text{sec}} s_{21} \\ &= \Delta_{21} u_2 + \frac{[u''_2 - u_2]^{\text{sec}}}{86\,400} g_{21} \end{aligned}$$

Dabei ist $\qquad u''_2 \longrightarrow u''_1 \qquad$ und

$$u''_2 + \Delta_{21} u''_2 = u''_1$$

Da $\qquad \Delta_{21} u''_2 = -\Delta_{12} u''_1 \qquad$ und

$$\Delta_{21} u_2 = -\Delta_{12} u_1$$

so erhalten wir aus den Gleichungen (13) und (15) durch Addition:

$$0 = 0 + \frac{(u''_1 - u_1)^{\text{sec}}}{86\,400} g_{12} + \frac{(u''_2 - u_2)^{\text{sec}}}{86\,400} g_{21}$$

oder

$$(16)\quad (u''_1 - u_1)^{\text{sec}} g_{12} = -(u''_2 - u_2)^{\text{sec}} g_{21}$$

oder

$$(17)\quad \frac{g_{21}}{g_{12}} = -\frac{u''_1 - u_1}{u''_2 - u_2} = -\frac{u'_1 - u_1}{u'_2 - u_2}$$

Die letzte Gleichheit erkennen wir aus der Vergleichung der Gleichungen (11) und (14), wenn wir beachten, daß

$$\Delta^2{}_{12} u_1 = -\Delta^2{}_{21} u_2$$

und die Gleichung (12) in Betracht ziehen.

Die Gänge g_{21} und g_{12} haben entgegengesetztes Vorzeichen; im absoluten Betrag sind sie verschieden.

Machen wir in der Definitionsgleichung

$$g_{12} \equiv \frac{\Delta^2{}_{12} u_1}{(u'_1 - u_1)^{\mathrm{d}}} \tag{11}$$

$$(u'_1 - u_1)^{\mathrm{d}} = 1, \text{ was } (u'_1 - u_1)^{\mathrm{h}} = 24$$

$$\text{oder } (u'_1 - u_1)^{\mathrm{sec}} = 86\,400 \text{ entspricht,}$$

so wird

$$g_{12} = \Delta^2{}_{12} u_1 = (u'_2 - u_2)^{\mathrm{sec}} - 86\,400$$

oder

$$g_{12} = u'_2 - (u_2 + 86\,400) \tag{18}$$

Da aber $u_2 + 86\,400 = u_2$, und die Uhr in 24 Stunden einen vollen Zyklus macht, so stellt g_{12} die Änderung der Ablesung von U_2 dar, während U_1 einen vollen Zyklus ausgeführt hat.

Macht man aber in (14)

$$g_{21} \equiv \frac{\Delta^2{}_{21} u_2}{(u'_2 - u_2)^{\mathrm{d}}}$$

$$u'_2 - u_2 = 1^{\mathrm{d}}, \text{ was } 24^{\mathrm{h}} \text{ oder } 86\,400^{\mathrm{sec}} \text{ entspricht,}$$

so wird

$$g_{21} = \Delta^2{}_{21} u_2 = (u'_1 - u_1)^{\mathrm{sec}} - 86\,400$$

oder

$$g_{21} = u'_1 - (u_1 + 86\,400) \tag{19}$$

Analog wie oben stellt also g_{21} die Änderung der Ablesung von U_1 dar, während U_2 einen vollen Zyklus von 24^{h} ausgeführt hat.

g_{12} ist positiv, wenn die Uhr U_1 gegenüber der Uhr U_2 nachgeht. $(u'_2 > u_2 + 86\,400 = u_2)$

g_{21} ist positiv, wenn die Uhr U_2 gegenüber der Uhr U_1 nachgeht $(u'_1 > u_1 + 86\,400 = u_1)$

Bisher haben wir das Problem als reines Zifferblatt-Phänomen aufgefaßt. Jetzt wollen wir es als Zeitproblem betrachten.

Wir haben eine Uhrablesung u_1 an der Uhr U_1, die zu einem Zeitmoment Z gehört.

$$u_1 \rightarrow Z$$

Wenn

$$u_1 \rightarrow u_2$$

so ist auch

$$u_2 \rightarrow Z$$

Die Uhrablesung u_2 an der zweiten Uhr U_2 gehört also ebenfalls zu dem Zeitmoment Z.

In einem zweiten Zeitmoment Z' sei

$$u'_1 \rightarrow Z' \rightarrow u'_2$$

Wenn t_1 die Uhrsekunde von U_1 ist, so haben wir

$$(u'_1 - u_1)\, t_1 = Z' - Z$$

Analog ist

$$(u'_2 - u_2)\, t_2 = Z' - Z$$

Somit ist

(20) $$(u'_1 - u_1)\, t_1 = (u'_2 - u_2)\, t_2$$

Dies ist nun eine Gleichung in Zeitgrößen.
Nach den Gleichungen (9) und (11) haben wir:

$$s_{12} = \frac{u'_2 - u_2}{u'_1 - u_1} - 1 = \frac{t_1}{t_2} - 1$$

Da nach Gleichung (12)

$$s_{12} = \frac{g_{12}}{86400}$$

so finden wir:

(21) $$g_{12} = 86\,400 \left(\frac{t_1}{t_2} - 1\right)$$

Analog ergibt sich

(22) $$g_{21} = 86\,400 \left(\frac{t_2}{t_1} - 1\right)$$

Aus (21) und (22) folgt:

(21a) $$\frac{g_{12}}{86\,400} + 1 = \frac{t_1}{t_2}; \qquad \frac{g_{21}}{86\,400} + 1 = \frac{t_2}{t_1}$$ (22a)

Durch Multiplikation dieser Gleichungen erhalten wir:

$$\left(1 + \frac{g_{12}}{86\,400}\right)\left(1 + \frac{g_{21}}{86\,400}\right) = 1$$

Daraus folgt

$$\frac{g_{12}}{86\,400} + \frac{g_{21}}{86\,400} + \frac{g_{12} \cdot g_{21}}{(86\,400)^2} = 0$$

oder einfacher:

(23) $$g_{12} + g_{21} = - \frac{g_{12} \cdot g_{21}}{86\,400}$$

Da g_{12} und g_{21} verschiedenes Vorzeichen haben, so ist

$g_{12} + g_{21} \geqq 0$, also stets positiv.

Addieren wir (21a) und (22a), so finden wir:

$$g_{12} + g_{21} = 86\,400 \frac{(t_1 - t_2)^2}{t_1 t_2}$$

Anderseits erhalten wir:

$$1 + \frac{g_{21}}{86\,400} = \frac{1}{1 + \frac{g_{12}}{86\,400}} = 1 - \frac{g_{12}}{86\,400} + \frac{g^2_{12}}{(86\,400)^2} - \frac{g^3_{12}}{(86\,400)^3}$$

indem wir nach dem binomischen Satze entwickeln, oder

(24) $$g_{21} = -g_{12} + \frac{g^2_{12}}{86\,400} - \frac{g^3_{12}}{(86\,400)^2} + \ldots .$$

Analog gilt:

(25) $$g_{12} = -g_{21} + \frac{g^2_{21}}{86\,400} - \frac{g^3_{21}}{(86\,400)^2} + \ldots .$$

Relative Gänge mehrerer Uhren und Beziehungen zwischen denselben.

Wir betrachten nunmehr drei Uhren U_1, U_2 und U_3, deren Angaben wir mit u_1, u_2 und u_3 bezeichnen. Die Uhrsekunden dieser Uhren seien t_1, t_2 und t_3.

Die Vergleichungen von U_1 mit U_2 liefern die Uhrkorrektionen $\Delta_{12}\,u_1$; die Vergleichungen von U_2 mit U_1 dagegen liefern $\Delta_{21}\,u_2$ usf.

(26) $$\left\{\begin{array}{l} \text{Wenn } u_1 \rightarrow u_2\text{, so haben wir:} \\ u_1 + \Delta_{12}\,u_1 = u_2 \\ u_2 + \Delta_{21}\,u_2 = u_1 \\ \text{Wenn } u_1 \rightarrow u_3\text{, so ist} \\ u_1 + \Delta_{13}\,u_1 = u_3 \\ u_3 + \Delta_{31}\,u_3 = u_1 \\ \text{Wenn } u_2 \rightarrow u_3\text{, so ist} \\ u_2 + \Delta_{23}\,u_2 = u_3 \\ u_3 + \Delta_{32}\,u_3 = u_2 \end{array}\right.$$

Wir gehen nun zu den sechs relativen täglichen Gängen zwischen den drei Uhren über.

Nach dem frühern bestehen die sechs folgenden Beziehungen:

(27) $$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{g_{12}}{86\,400} = \dfrac{t_1}{t_2} - 1; \quad \dfrac{t_1}{t_2} = 1 + \dfrac{g_{12}}{86\,400} \\ \dfrac{g_{21}}{86\,400} = \dfrac{t_2}{t_1} - 1; \quad \dfrac{t_2}{t_1} = 1 + \dfrac{g_{21}}{86\,400} \\ \dfrac{g_{13}}{86\,400} = \dfrac{t_1}{t_3} - 1; \quad \dfrac{t_1}{t_3} = 1 + \dfrac{g_{13}}{86\,400} \\ \dfrac{g_{31}}{86\,400} = \dfrac{t_3}{t_1} - 1; \quad \dfrac{t_3}{t_1} = 1 + \dfrac{g_{31}}{86\,400} \\ \dfrac{g_{23}}{86\,400} = \dfrac{t_2}{t_3} - 1; \quad \dfrac{t_2}{t_3} = 1 + \dfrac{g_{23}}{86\,400} \\ \dfrac{g_{32}}{86\,400} = \dfrac{t_3}{t_2} - 1; \quad \dfrac{t_3}{t_2} = 1 + \dfrac{g_{32}}{86\,400} \end{array}\right.$$

Damit können wir die verschiedensten Beziehungen zwischen den sechs Gängen aufstellen.

Wir wollen z. B. g_{23} aus g_{21} und g_{31} bestimmen.

Wir haben

$$\frac{g_{23}}{86\,400} = \frac{t_2}{t_3} - 1 = \frac{\frac{t_2}{t_1}}{\frac{t_3}{t_1}} - 1 = \frac{1 + \frac{g_{21}}{86\,400}}{1 + \frac{g_{31}}{86\,400}} - 1$$

$$= \frac{\frac{g_{21}}{86\,400} - \frac{g_{31}}{86\,400}}{1 + \frac{g_{31}}{86\,400}}$$

Daraus folgt:

$$(28) \quad g_{23} = \frac{g_{21} - g_{31}}{1 + \frac{g_{31}}{86\,400}} = g_{21} - g_{31} - \frac{g_{31}}{86\,400}(g_{21} - g_{31}) + \frac{g^2_{31}}{(86\,400)^2}(g_{21} - g_{31}) - \ldots .$$

Anderseits finden wir:

$$\frac{g_{32}}{86\,400} = \frac{t_3}{t_2} - 1 = \frac{\frac{t_3}{t_1}}{\frac{t_2}{t_1}} - 1 = \frac{1 + \frac{g_{31}}{86\,400}}{1 + \frac{g_{21}}{86\,400}} = \frac{\frac{g_{31} - g_{21}}{86\,400}}{1 + \frac{g_{21}}{86\,400}}$$

Daraus ergibt sich:

$$(29) \quad g_{32} = \frac{g_{31} - g_{21}}{1 + \frac{g_{21}}{86\,400}} = g_{31} - g_{21} - \frac{g_{21}}{86\,400}(g_{31} - g_{21}) + \frac{g^2_{21}}{(86\,400)^2}(g_{31} - g_{21}) - \ldots .$$

Leicht finden wir die Beziehung (23), die zwischen den Gängen g_{23} und g_{32} bestehen muß, bestätigt, nämlich

$$g_{23} + g_{32} = -\frac{g_{23} \cdot g_{32}}{86\,400}$$

Man kann aber g_{23} und g_{32} auch durch g_{13} und g_{12} ausdrücken.

Wir haben:

$$\frac{g_{23}}{86\,400} = \frac{t_2}{t_3} - 1 = \frac{\frac{t_1}{t_3}}{\frac{t_1}{t_2}} - 1 = \frac{1 + \frac{g_{13}}{86\,400}}{1 + \frac{g_{12}}{86\,400}} - 1 = \frac{\frac{g_{13} - g_{12}}{86\,400}}{1 + \frac{g_{12}}{86\,400}}$$

Daraus folgt:

$$(30) \qquad g_{23} = \frac{g_{13} - g_{12}}{1 + \frac{g_{12}}{86\,400}} = g_{13} - g_{12} - \frac{g_{12}}{86\,400}(g_{13} - g_{12}) + \frac{g^2_{12}}{(86\,400)^2}(g_{13} - g_{12}) - \dots.$$

Analog findet man

$$(31) \qquad g_{32} = \frac{g_{12} - g_{13}}{1 + \frac{g_{13}}{86\,400}} = g_{12} - g_{13} - \frac{g_{13}}{86\,400}(g_{12} - g_{13}) + \frac{g^2_{13}}{(86\,400)^2}(g_{12} - g_{13}) - \dots.$$

Leicht findet man auch die Gleichungen:

$$(32a) \qquad g_{12} \cdot t_2 + g_{23} \cdot t_3 + g_{31} \cdot t_1 = 0$$

$$(32b) \qquad g_{21} \cdot t_1 + g_{13} \cdot t_3 + g_{32} \cdot t_2 = 0$$

Wir wollen das Gefundene an einem Beispiel klarlegen.

U_1 : Normaluhr mittlerer Zeit; $t_1 = 1$.
U_2 : Mittlere Zeituhr, aber nicht genau reguliert.
U_3 : Mittlere Zeituhr, aber nicht genau reguliert.
U_4 : Sternzeituhr, aber nicht genau reguliert.
U_5 : Normal-Sternzeituhr; $t_5 = 0.^s\,997\,269\,566$

Es sind die folgenden drei Gänge bestimmt worden:

$$g_{14} = +\,257.^s\,48$$
$$g_{24} = +\,285.^s\,93$$
$$g_{34} = +\,255.^s\,72$$

Diese Gänge kann man leicht mit Hilfe der Koinzidenzmethode bestimmen, auf die wir, als bekannt, hier nicht näher eintreten.

Wir haben

$$g_{21} = g_{24} - g_{14} - \frac{g_{14}}{86\,400}(g_{24} - g_{14}) + \frac{g^2_{14}}{(86\,400)^2}(g_{24} - g_{14})$$

$$g_{31} = g_{34} - g_{14} - \frac{g_{14}}{86\,400}(g_{34} - g_{14}) + \frac{g^2_{14}}{(86\,400)^2}(g_{34} - g_{14})$$

und finden in Zahlen:

$$g_{21} = +\ 28.^s\,450 - 0.^s\,085 + 0.^s\,0003 = +\ 28.^s\,365$$

$$g_{31} = -\ 1.^s\,760 + 0.^s\,005 - 0.^s\,00002 = -\ 1.^s\,755$$

$$g_{23} = g_{24} - g_{34} - \frac{g_{34}}{86\,400}(g_{24} - g_{34}) + \frac{g^2_{34}}{(86\,400)^2}(g_{24} - g_{34})$$

Damit erhalten wir:

$$g_{23} = +\ 30.210 - 0.089 + 0.0003 = +\ 30.^s\,121$$

Aus den berechneten g_{21} und g_{31} findet man:

$$g_{23} = g_{21} - g_{31} - \frac{g_{21} - g_{31}}{86\,400}(g_{21} - g_{31})$$

$$g_{23} = +\ 30.^s\,120 + 0.^s\,0006 = +\ 30.^s\,121$$

Das Resultat stimmt also auf Rechnungsschärfe mit dem direkt erhaltenen überein.

Wir wollen nun auch noch den Gang von U_4 gegen Normal-Sternzeit bestimmen, was wir leicht können, da uns der Gang einer Normal-mittlere-Zeit-Uhr gegen eine Normal-Sternzeit-Uhr bekannt ist.

Es ist bekanntlich

$$g_{15} = +\ 236.^s\,5554$$

$$g_{51} = -\ 235.^s\,9095$$

Wir haben:

$$g_{45} = g_{15} - g_{14} - \frac{g_{14}}{86\,400}(g_{15} - g_{14}) + \frac{g^2_{14}}{(86\,400)^2}(g_{15} - g_{14}) - \ldots.$$

Das gibt zahlenmäßig

$$g_{45} = -\ 20.^s\,9246 + 0.^s\,0624 - 0.^s\,0002 = -\ 20.^s\,8624$$

Wir erkennen an diesen Beispielen, daß die Korrekturen 1. Ordnung nie vernachlässigt werden können, wenn die Rechnungsschärfe für die Gänge die Tausendstelsekunde sein soll. Dagegen waren die Korrekturen 2. Ordnung für diese Rechenschärfe immer vernachlässigbar. Da in unserm Beispiel relativ große Gänge angenommen worden sind, so darf man daraus entnehmen, daß die Korrektionen 2. Ordnung im allgemeinen vernachlässigt werden dürfen.

Wir wollen noch eine Kontrolle von g_{45} aus g_{51} durchführen.

Für drei Uhren U_1, U_2, U_3 haben wir gefunden (Gl. 32a):

$$g_{23} \cdot t_3 + g_{31} \cdot t_1 + g_{12} \cdot t_2 = 0$$

Daraus folgt:

$$g_{23} = -\ g_{31}\frac{t_1}{t_3} - g_{12}\frac{t_2}{t_3}$$

Nun ist aber

$$\frac{t_3}{t_1} = 1 + \frac{g_{31}}{86\,400}; \quad \frac{t_2}{t_3} = 1 + \frac{g_{23}}{86\,400}$$

Damit erhalten wir:

$$g_{23} = \frac{-g_{31}}{1 + \frac{g_{31}}{86\,400}} - g_{12}\left(1 + \frac{g_{23}}{86\,400}\right)$$

Das gibt durch Entwicklung mit Hilfe der binomischen Reihe und Zusammenziehung:

$$(33) \qquad g_{23} = -g_{12} - g_{31} + \frac{g^2_{31} - g_{12}\,g_{23}}{86\,400} - \frac{g^3_{31}}{(86\,400)^2}$$

Setzen wir für unsern Fall

$$2 = 4; \quad 3 = 5; \quad 1 = 1$$

so erhalten wir

$$g_{45} = -g_{14} - g_{51} + \frac{g^2_{51} - g_{14} \cdot g_{45}}{86\,400} - \frac{g^3_{51}}{(86\,400)^2}$$

Setzen wir:

$$g_{14} = +257.^s\,4800$$
$$g_{51} = -235.^s\,9095$$

und übernehmen $g_{45} = -20.^s\,86$, so erhalten wir

$$g_{45} = -257.4800 + 235.9095 + 0.7063 + 0.0018$$
$$= -20.^s\,8624$$

d. h. also vollständige Übereinstimmung mit der Rechnung aus g_{15}.

Bestimmung der Uhrkorrektionen und Gänge aus Registrierungen der Uhren.

Wir haben uns bisher nicht damit beschäftigt, wie wir die Uhrkorrektionen bestimmen können. Hier wollen wir nun untersuchen, wie wir dies an Hand von Registrierungen tun können.

Wir lassen die Uhren U_1 und U_2 auf einen Chronographen registrieren, dessen Streifen sich mit einer Geschwindigkeit von v cm sec^{-1} bewege. Um keine unnötigen Komplikationen in die Untersuchung hineinzutragen, sehen wir von der Spitzenparallaxe ab, d. h. wir nehmen an, sie sei Null. Ferner nehmen wir an, daß die Streifengeschwindigkeit v konstant sei. Ebenso vernachlässigen wir ein evtl. „Hinken“ der Registrierung, was sich darin äußert, daß aufeinanderfolgende Streifensekunden nicht gleich lang sind.

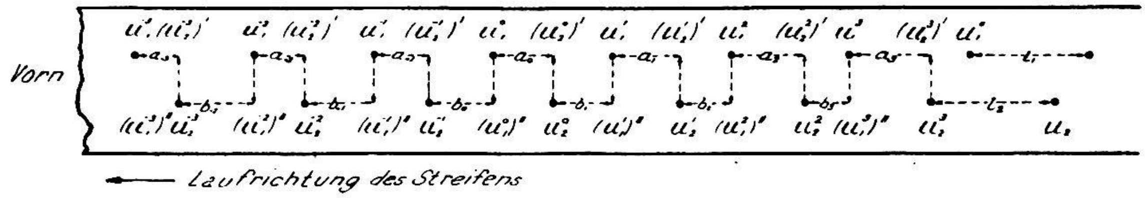
Jede der beiden Uhren erzeugt eine Reihe äquidistanter Sekundenpunkte. Der Abstand derselben hängt von den Uhrsekunden t_1 und t_2 ab. Bezeichnen wir den Abstand benachbarter Sekundenpunkte jeder

Uhr auf dem Registrierstreifen, die sogenannte „Sekundenlänge“, mit l_1 und l_2, so ist

$$l_1 = v \cdot t_1; \qquad l_2 = v \cdot t_2$$

d. h. die l sind den t proportional.

Der Registrierstreifen biete den nachstehenden Anblick:



Wir werden die Sekundenpunkte einer jeden der beiden Uhren im Anschluß an die ausgefallenen Sekundenpunkte zu Beginn der vollen Minuten anschreiben. In der Figur bezeichnen wir diese Nummern für die erste Uhr mit u_1^{-3}, u_1^{-2}, u_1^{-1}, u_1^0, u_1^1, u_1^2, u_1^3, ..., ausgehend von einer Stelle, in deren Gegend eine Uhrkorrektion abgeleitet werden soll. Für die zweite Uhr bezeichnen wir die Nummern mit u_2^{-3}, u_2^{-2}, u_2^{-1}, u_2^0, u_2^1, u_2^2, u_2^3, ..., wobei u_2^0 der auf u_1^0 nächstfolgende Sekundenpunkt von U_2 sein soll.

Soll nun der Stand und Gang von U_1 gegen U_2 abgeleitet werden, so projizieren wir die Sekundenpunkte von U_2 auf die Reihe der Sekundenpunkte von U_1. Dieser Prozeß liefert die Punkte $(u_2^{-3})'$, $(u_2^{-2})'$, $(u_2^{-1})'$, $(u_2^0)'$, $(u_2^1)'$, $(u_2^2)'$, $(u_2^3)'$, ...

Nun sind die Strecken u_1^{-3} — $(u_2^{-3})'$, u_1^{-2} — $(u_2^{-2})'$, u_1^{-1} — $(u_2^{-1})'$, u_1^0 — $(u_2^0)'$, u_1^1 — $(u_2^1)'$, u_1^2 — $(u_2^2)'$ .... auszumessen. Wir bezeichnen diese Strecken mit

$$a_{-2},\ a_{-1},\ a_0,\ a_1,\ a_2\ \ldots.$$

Daraus erhalten wir durch Division durch l_1 die Zeiten, um welche die Sekundenpunkte der Uhr U_2 später eingetreten sind als die entsprechend numerierten der Uhr U_1. Diese Zeitintervalle bezeichnen wir wie folgt:

$$\frac{a_{-2}}{l_1} = i_1^{-2};\ \frac{a_{-1}}{l_1} = i_1^{-1};\ \frac{a_0}{l_1} = i_1^0;\ \frac{a_1}{l_1} = i_1^1;\ \frac{a_2}{l_2} = i_1^2\ \ldots.$$

Im Hinblick auf den Umstand, daß es praktisch nicht gelingt, v genau konstant und gleich einer runden Größe (etwa 1 cm) zu halten, werden diese Sekundenbrüche i direkt mit Hilfe einer sogenannten „Ableseharfe“ bestimmt, die wir hier als bekannt voraussetzen. Um die oben definierten Sekundenbrüche i_1 zu bestimmen, paßt man die Außenlinien der Harfe auf zwei ungerade bezifferte Sekundenpunkte von U_1 ein, deren Zeitabstand also 2 t_1 beträgt. (Man wählt mit Vorteil ungerade bezifferte Sekundenpunkte, damit die ausfallenden Minutenpunkte überbrückt werden). Man liest dann die Zeitintervalle i direkt auf $^1/_{100}$ Sekunde t_1 durch Zehntelschätzung in die Zehntellinien ab. Für Endgenauigkeiten von $^1/_{1000}$ Sekunde sind die Ablesungen vom Einfluß der Konvergenz der Harfenlinien zu korrigieren, worauf wir hier nicht eintreten.

Da der Zeitpunkt von $(u_2^0)'$ dem Zeitpunkt von u_2^0 entspricht usw., so haben wir nun die Beziehungen:

$$\begin{array}{lcl}
u_1^{-3} + i_1^{-3} & \rightarrow & u_2^{-3} \\
u_1^{-2} + i_1^{-2} & \rightarrow & u_2^{-2} \\
u_1^{-1} + i_1^{-1} & \rightarrow & u_2^{-1} \\
u_1^{0} + i_1^{0} & \rightarrow & u_2^{0} \\
u_1^{1} + i_1^{1} & \rightarrow & u_2^{1} \\
u_1^{2} + i_1^{2} & \rightarrow & u_2^{2} \\
u_1^{3} + i_1^{3} & \rightarrow & u_2^{3}
\end{array}$$

Somit ist z. B. die Uhrkorrektion von U_1 auf U_2 für die Uhrablesung $u_1^0 + i_1^0$, die wir mit

$$\Delta_{12}\,(u_1^0 + i_1^0)$$

bezeichnen,

$$\Delta_{12}\,(u_1^0 + i_1^0) = u_2^0 - (u_1^0 + i_1^0)$$

Analog erhalten wir

$$\begin{array}{lcl}
\Delta_{12}\,(u_1^{-2} + i_1^{-2}) & = & u_2^{-2} - (u_1^{-2} + i_1^{-2}) \\
\Delta_{12}\,(u_1^{-1} + i_1^{-1}) & = & u_2^{-1} - (u_1^{-1} + i_1^{-1}) \\
\Delta_{12}\,(u_1^{0} + i_1^{0}) & = & u_2^{0} - (u_1^{0} + i_1^{0}) \\
\Delta_{12}\,(u_1^{1} + i_1^{1}) & = & u_2^{1} - (u_1^{1} + i_1^{1}) \\
\Delta_{12}\,(u_1^{2} + i_1^{2}) & = & u_2^{2} - (u_1^{2} + i_1^{2})
\end{array}$$

Bezeichnen wir die Uhrkorrektion der Uhrablesung u_2^0 von U_2 auf U_1 mit

$$\Delta_{21}\,(u_2^0)$$

so haben wir

$$\begin{array}{lcl}
\Delta_{21}\,(u_2^{-2}) & = & (u_1^{-2} + i_1^{-2}) - u_2^{-2} \\
\Delta_{21}\,(u_2^{-1}) & = & (u_1^{-1} + i_1^{-1}) - u_2^{-1} \\
\Delta_{21}\,(u_2^{0}) & = & (u_1^{0} + i_1^{0}) - u_2^{0} \\
\Delta_{21}\,(u_2^{1}) & = & (u_1^{1} + i_1^{1}) - u_2^{1} \\
\Delta_{21}\,(u_2^{2}) & = & (u_1^{2} + i_1^{2}) - u_2^{2}
\end{array}$$

Wenn die Gänge beider Uhren nicht gleich, also der relative Gang nicht Null, $l_2 \neq l_1$, $t_2 \neq t_1$ ist, so sind die abgeleiteten Stände nicht gleich.

Nun ist aber die Strecke

$$(u_2^{-1})' - (u_2^0)' = l_2$$

Die Strecke

$$u_1^{-1} - (u_2^{-1})' = a_{-1}$$

und die Strecke

$$u_1^{-1} - u_1^0 = l_1$$

folglich besteht die Beziehung:

$$a_{-1} + l_2 = a_0 + l_1$$

d. h.

$$a_{-1} = a_0 + (l_1 - l_2)$$

Dividieren wir durch l_1, so finden wir

$$i_1^{-1} = i_1^0 + \frac{l_1 - l_2}{l_1}$$

(Schluß folgt.)

Société suisse des Géomètres.

Rapport du Comité central sur l'activité de la Société durant l'année 1939.

1. Généralités.

Les événements et les tensions politiques qui se succédèrent dans le monde entier au cours de ces dernières années, leur répercussion sur les conditions économiques et sociales, devaient amener le dénouement fatal.

Si les horreurs de la guerre ont jusqu'à aujourd'hui épargné notre pays, sa situation économique créée par les événements n'en est pas moins durement éprouvée.

L'espoir après plusieurs années de crise, de voir notre profession prendre un nouvel essort, s'efface à nouveau devant les événements actuels, qui nous obligent de nous rendre à l'évidence que ce n'est non-seulement la situation économique, mais l'existence de l'état qui est en jeu.

La plupart de nos collègues sont sous les drapeaux, il s'agit donc en premier lieu de sauvegarder l'existence du pays, ce n'est qu'après que tous les efforts devront tendre à reprendre plus que jamais l'étude de la question concernant la création d'occasions de travail. Il faudra cependant bien se rendre compte, que l'état des finances de la Confédération, ne lui permettra plus de faire face comme auparavant dans toute leur étendue aux tâches qui lui incombe.

Une œuvre sociale de grande envergure a été la création de la caisse de compensation pour pertes de salaire aux travailleurs en service militaire actif. La Société des Géomètres a renoncé de créer une caisse professionnelle de compensation autonome, le rattachement aux caisses cantonales étant plus favorable pour nos membres.

En 1940 la Société s'occupera de la création d'une caisse règlant le payement d'allocations pour perte de gain aux mobilisés qui au civil exercent une profession indépendante.