

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 38 (1940)

Heft: 4

Artikel: Besondere Formeln für das Maschinenrechnen : einfacher Vorwärts-
und Rückwärtseinschnitt, Schnittpunkt zweier Geraden

Autor: Bertschmann, S.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-198514>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 02.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die gesetzlichen Maßnahmen für die Erhaltung und Nachführung der Triangulation I.–IV. Ordnung und der Nivellementsresultate sind bereits in der Verordnung von 1931 enthalten; seither sind durch die Weisungen des Eidg. Justiz- und Polizeidepartementes vom 14. März 1932 weitere gesetzliche Grundlagen geschaffen worden, um das erstellte Werk zu sichern und zu erhalten. Dank der verständnisvollen Zusammenarbeit des Kantons-Oberförsters Dr. M. Oechlin und der eidg. Behörden werden diese Weisungen streng eingehalten. Es wird aber an dieser Stelle überdies der Wunsch an die ganze ernerische Bevölkerung und an alle Besucher der Urner Alpen ausgesprochen, Gefährdung und Zerstörung trigonometrischer und nivellitische Punkte dem Oberforstamt in Altdorf oder der eidg. Landestopographie sofort zu melden, um die Erhaltung dieses neuen Werkes mitsichern zu helfen. *H. Zölly.*

Besondere Formeln für das Maschinenrechnen.

Einfacher Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt,
Schnittpunkt zweier Geraden.

Von *S. Bertschmann.*

I. Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten eines durch einfaches Einschneiden bestimmten Punktes.

Auf den Punkten P_a, P_b , deren Koordinaten y_a, x_a, y_b, x_b gegeben sind, seien zur Bestimmung der Koordinaten y, x des Punktes P die zur Abszissenachse der Koordinaten orientierten Richtungen φ_a, φ_b berechnet. Unter Einführung eines Hilfspunktes H auf der Geraden $P_a P$ mit $x_H = x_b$ ergibt sich alsdann folgendes:

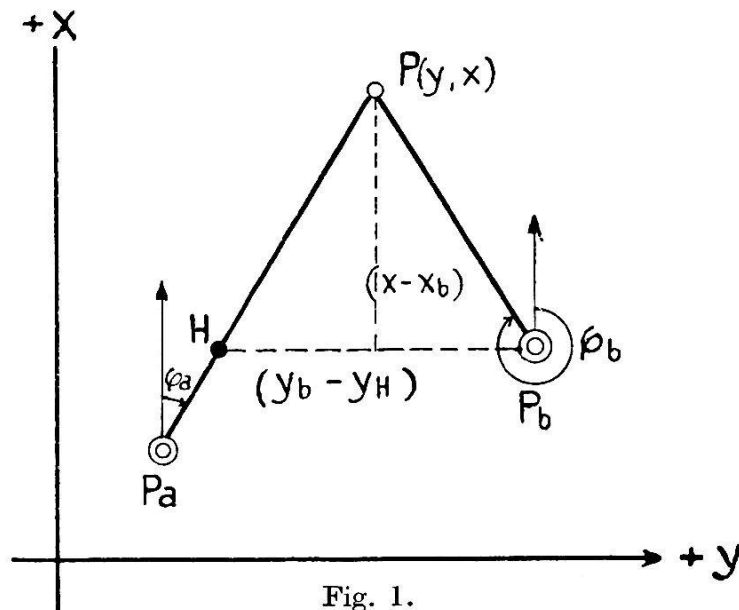


Fig. 1.

$$y_H - y_a = \operatorname{tg} \varphi_a (x_H - x_a) = \operatorname{tg} \varphi_a (x_b - x_a) \quad (1)$$

$$y - y_H = \operatorname{tg} \varphi_a (x - x_H) = \operatorname{tg} \varphi_a (x - x_b)$$

$$y_b - y = \operatorname{tg} \varphi_b (x_b - x) = -\operatorname{tg} \varphi_b (x - x_b) \text{ addieren!}$$

$$y_b - y_H = (\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b) (x - x_b) \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_a = \frac{y - y_a}{x - x_a} \quad \operatorname{tg} \varphi_b = \frac{y - y_b}{x - x_b}$$

$$y - y_b = -\operatorname{tg} \varphi_b (x_b - x) \quad (3)$$

Die Formeln 1-3 werden nach folgender Anordnung auf einer Einzel-Rechenmaschine ausgewertet:

Produktenreihe (Resultatwerk) <i>PR</i>	Einstellreihe <i>ER</i>	Kurbelreihe (Zählwerk) <i>KR</i>	Bemerkungen
y_a \vdots $(y_H - y_a)$ \downarrow y_H	$\operatorname{tg} \varphi_a$	x_a \downarrow $(x_b - x_a)$ \downarrow x_b	y_a in <i>PR</i> , x_a in <i>KR</i> , $\operatorname{tg} \varphi_a$ in <i>ER</i> einstellen, Kurbel drehen, bis in <i>KR</i> x_b erscheint. Formel (1) ist damit ausgewertet, in <i>PR</i> haben wir y_H .
\downarrow $(y_b - y_H)$ \downarrow y_b	$\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b$	\vdots $(x - x_b)$ \downarrow x	$(\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b)$ in <i>ER</i> einstellen, Kurbel drehen bis in <i>PR</i> y_b erscheint. Formel (2) ist damit ausgewertet, in <i>KR</i> haben wir das gesuchte x .
\vdots $(y - y_b)$ \downarrow y	$-\operatorname{tg} \varphi_b$	\downarrow $(x_b - x)$ \downarrow x_b	$-\operatorname{tg} \varphi_b$ in <i>ER</i> einstellen, Kurbel drehen bis in <i>KR</i> x_b erscheint. Formel (3) ist damit ausgewertet, in <i>PR</i> haben wir das gesuchte y .

Für positive Werte von $\operatorname{tg} \varphi_a$, $\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b$, $-\operatorname{tg} \varphi_b$ wird die Maschine auf Zurechnung (Multiplikation), bei negativen Werten aber auf Abrechnung (Division) geschaltet. Im allgemeinen wird man in ein und demselben Quadranten zu rechnen haben. Für den Rechnungsgang können alsdann die Vorzeichen der Koordinatenwerte unberücksichtigt bleiben, sie sind dem Schlußergebnis entsprechend vorzusetzen. Erstreckt sich der Rechnungsgang über verschiedene Quadranten, so hat man bei negativen Koordinatenwerten mit den dekadischen Ergänzungen zu

operieren. Das erschwert die Arbeit. Werden die Koordinatenwerte x y vertauscht, also x in PR und y in KR eingestellt, so sind an Stelle der Tangenswerte für die Richtungswinkel die Kotangenswerte zu setzen.

Beispiel

y_a	-43755.36	x_a	+17698.95	φ_a	327° 40' 38"	$\text{tg } \varphi_a$	- 0.63273
y_b	-39668.14	x_b	+20347.78	φ_b	67 37 26	$\text{tg } \varphi_b$	+ 2.42906
y	<u>-41581.08</u>	x	<u>+21135.30</u>				- 3.06179

Für den Rechnungsgang ergeben sich folgende Zahlenbilder, wobei nur x und y der Maschine zu entnehmen und zu notieren sind:

Umschalt- hebel auf	PR	ER	KR
(\bar{D})	(-) 43755.36000000 42079.36579410	0000.63273	(+) 17698.950 ↓ 20347.780
(\bar{D})	↓ 39668.14187151	0003.06179	<u>21135.301</u>
(\bar{D})	<u>41581.07763177</u>	0002.42906	↓ 20347.780

II. Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten eines durch einfaches Rückwärtseinschneiden bestimmten Punktes.

Zur Bestimmung der Koordinaten y x eines Punktes P seien auf diesem Punkte die Richtungen nach den mit ihren Koordinaten y_a x_a , y_b x_b , y_m x_m gegebenen Punkte P_a , P_b , P_m beobachtet und aus den daraus hergeleiteten Winkeln α und β die orientierten Richtungen φ_a^Q , φ_b^Q , φ_m^Q , φ_a , φ_b abgeleitet, z. T. erst im Verlaufe der Rechnung. Wir haben

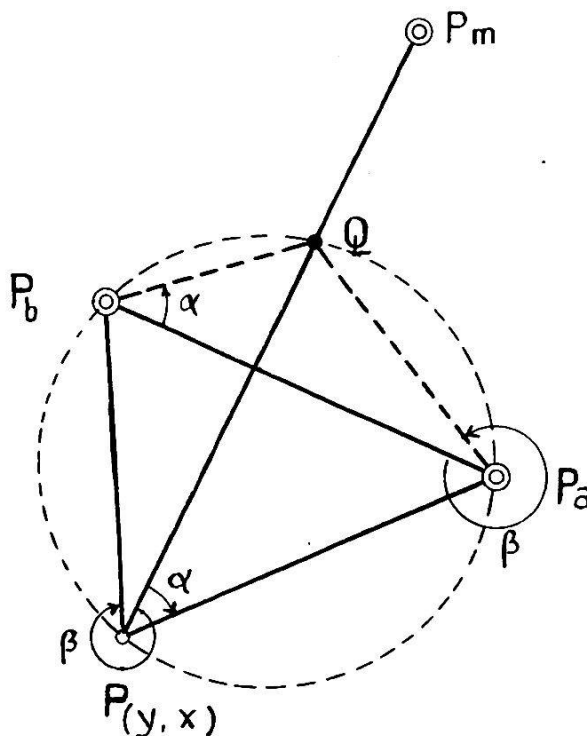


Fig. 2.

$$\operatorname{tg} \varphi_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$

$$\varphi_a^Q = \varphi_a^b - \beta \qquad \varphi_b^Q = \varphi_a^b - \alpha \pm \pi$$

Damit berechnen wir nach dem vorgeschilderten Verfahren des einfachen Vorwärtseinschnittes die Koordinaten des Collins'schen Hilfspunktes Q . Für den zu bestimmenden Punkt P erhalten wir alsdann

$$\operatorname{tg} \varphi_m^Q = \frac{y_Q - y_m}{x_Q - x_m}$$

$$\varphi_a = \varphi_m^Q + \alpha \qquad \varphi_b = \varphi_m^Q + \beta$$

womit die Koordinaten yx des Punktes P durch einen zweiten Vorwärtseinschnitt berechnet werden.

Wir kennen bereits die Technik der „Rechenmaschinengeometrie“, so daß wir ohne Formelentwicklung die Anordnung des Rechnungsganges hinschreiben können.

PR	ER	KR	Bemerkungen
y_a y_{H_1} \downarrow y_b $\underline{y_Q}$	$\operatorname{tg} \varphi_a^Q$ $\operatorname{tg} \varphi_a^Q - \operatorname{tg} \varphi_b^Q$ $-\operatorname{tg} \varphi_b^Q$	x_a \downarrow x_b $\frac{x_Q}{x_b}$ \downarrow x_b	$\operatorname{tg} \varphi_m^Q, \operatorname{tg} \varphi_b$ und $\operatorname{tg} \varphi_m^Q - \operatorname{tg} \varphi_b$ berechnen
y_{H_2} \downarrow y_b \underline{y}	$-\operatorname{tg} \varphi_b$ $\operatorname{tg} \varphi_m^Q - \operatorname{tg} \varphi_b$ $-\operatorname{tg} \varphi_b$	x_Q $\frac{x}{x_b}$ \downarrow x_b	
y_a y y_b	$\operatorname{tg} \varphi_a$ $\operatorname{tg} \varphi_b$	x_a \downarrow x \downarrow x_b	Probe

Beispiel

y_a	—51729.30	x_a	—38394.39	α	27°35'15". ₃	$\text{tg } \varphi_a^b$	
y_b	—50947.34	x_b	—36870.44	β	301 39 04. ₃	$\text{tg } \varphi_m^Q$	— 1.10333
y_m	—51471.79	x_m	—37847.01	φ_a^b	27 09 46. ₇	φ_m^Q	132°11'15. ₁
y_Q	—50936.51	x_Q	—38332.16	φ_a^Q	85°30'42". ₄	φ_a	159 46 30. ₄
$y_Q - y_m$	+ 535.28	$x_Q - x_m$	— 485.15	φ_b^Q	179 34 31. ₄	φ_b	73 50 19. ₄
y	<u>—52161.16</u>	x	<u>—37222.20</u>	$\text{tg } \varphi_b^Q$	— 0.00741	$\text{tg } \varphi_b$	+ 3.45073
	(—52161.16)	$\text{tg } \varphi_a$	(—37222.20)	$\text{tg } \varphi_a^Q$	+12.73969	$\text{tg } \varphi_m^Q$	— 1.10333
				Δ	+12.74710	Δ	— 4.55406

Zahlenbilder in der Rechenmaschine

U auf	PR	ER	KR
	(—) 51729.30000000		(—) 38394.390
+ (M)	32314.64942450	0012.73969	↓ 36870.440
+ (M)	↓ 50947.34043650	0012.74710	38332.160
+ (M)	<u>50936.50909130</u>	0000.00741	↓ 36870.440
— (D)	45892.50803570	0003.45073	↓ 38332.160
— (D)	↓ 50947.34158142	0004.55406	37222.198
— (D)	<u><u>52161.16346476</u></u>	0003.45073	<u><u>36870.440</u></u>
Probe	51729.30000000		38394.390
	52161.15897664	0000.36842	↓ 37222.198
	50947.33709330	0003.45073	↓ 36870.440

Es sind nur y_Q x_Q und y x der Maschine zu entnehmen und aufzuschreiben.

III. Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten des Durchschnittspunktes zweier gerader Linien.

Gegeben sind die beiden Geraden $P_a - P_b$ und $P_c - P_d$ durch die Koordinaten der sie bestimmenden Punkte. Es ist

$$\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \lambda \qquad \frac{y_d - y_c}{x_d - x_c} = \mu$$

Der Rechnungsgang ist alsdann folgender:

PR	ER	KR	Bemerkungen
y_a		x_a	
	λ	\downarrow	
y_H		x_c	
\downarrow	$\lambda - \mu$		
y_c		$\frac{x_s}{-}$	
	$-\mu$	\downarrow	
<u>y_s</u>		x_c	
<hr/>			
y_b		x_b	
	λ	\downarrow	
y_s		x_s	
	μ	\downarrow	
y_d		x_d	Probe

Beispiel

y_a	+ 250.86	x_a	+ 1657.00	
Δy	— 22.66		+ 56.74	$\lambda = -0.3993$
y_b	+ 228.20	x_b	+ 1713.74	$\lambda - \mu = -2.8986$
y_c	+ 236.92	x_c	+ 1656.74	
Δy	+ 33.44	Δx	+ 13.38	$\mu = +2.4993$
y_d	+ 270.36	y_d	+ 1670.12	
y_s	<u>+ 249.03</u>	x_s	<u>+ 1661.59</u>	

Zahlenbilder in der Rechenmaschine

U auf	<i>PR</i>	<i>ER</i>	<i>KR</i>
$\bar{-}$ (<i>D</i>)	(+) 000250.8600000		(+) 01657.000
$\bar{-}$ (<i>D</i>)	000250.9638180 ↓	00000.3993	↓ 01656.740
$\bar{-}$ (<i>D</i>)	000236.9201010	00002.8986	01661.585
$\bar{-}$ (<i>D</i>)	<u>000249.0292095</u>	00002.4993	<u>01661.585</u> ↓ 01656.740
$\bar{-}$ (<i>D</i>)	000228.2000000	00000.3993	01713.740
$\bar{+}$ (<i>M</i>)	000249.0254915	00002.4993	↓ 01661.585
	000270.3570170		↓ 01670.120

Literatur: Koll-Eggert, Geodätische Rechnungen.
A. Morpurgo, Die Fluchtmethode.

Schnittpunkt zweier Geraden.

Unter obigem Titel hat in der am 9. Januar 1940 erschienenen Ausgabe der „Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik“ der Stadtgeometer von Zürich, Herr S. Bertschmann, ein durch die Fachliteratur mannigfaltig beleuchtetes Problem unter dem Gesichtswinkel der direkten Koordinatenberechnung des Schnittpunktes zweier Geraden aus Flächenproportionen theoretisch und praktisch neuartig behandelt.

Das Studium der angeführten neuen Berechnungsart gab dem Unterzeichneten Veranlassung, nach einem Formular der Schnittpunktberechnung zu suchen, das die direkte Ermittlung der Koordinatenwerte des Schnittpunktes nach dem Prinzip der Flächenproportionen ermöglichen soll.

Nachdem die Flächenberechnung aus Koordinaten mittelst automatischer Differenzenbildung durch die Rechenmaschine (Artikel von Herrn Ing. H. J. Vosseler, Jahrgang 1936, S. 156), insbesondere bei der Verwendung elektrischer Rechenmaschinen, eine bedeutend raschere Flächenermittlung ermöglicht, zeigt der Formularentwurf (Fig. 1), wie auch die Koordinatenwerte eines Schnittpunktes direkt ohne jegliche