

# Besondere Formeln für das Maschinenrechnen : einfacher Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt, Schnittpunkt zweier Geraden

Autor(en): **Bertschmann, S.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und  
Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et  
améliorations foncières**

Band (Jahr): **38 (1940)**

Heft 4

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-198514>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die gesetzlichen Maßnahmen für die Erhaltung und Nachführung der Triangulation I.–IV. Ordnung und der Nivellementsresultate sind bereits in der Verordnung von 1931 enthalten; seither sind durch die Weisungen des Eidg. Justiz- und Polizeidepartementes vom 14. März 1932 weitere gesetzliche Grundlagen geschaffen worden, um das erstellte Werk zu sichern und zu erhalten. Dank der verständnisvollen Zusammenarbeit des Kantons-Oberförsters Dr. M. Oechslin und der eidg. Behörden werden diese Weisungen streng eingehalten. Es wird aber an dieser Stelle überdies der Wunsch an die ganze ernerische Bevölkerung und an alle Besucher der Urner Alpen ausgesprochen, Gefährdung und Zerstörung trigonometrischer und nivellitische Punkte dem Oberforstamt in Altdorf oder der eidg. Landestopographie sofort zu melden, um die Erhaltung dieses neuen Werkes mitsichern zu helfen. *H. Zölly.*

## Besondere Formeln für das Maschinenrechnen.

Einfacher Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt,  
Schnittpunkt zweier Geraden.

Von *S. Bertschmann.*

### I. Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten eines durch einfaches Einschneiden bestimmten Punktes.

Auf den Punkten  $P_a$ ,  $P_b$ , deren Koordinaten  $y_a$   $x_a$ ,  $y_b$   $x_b$  gegeben sind, seien zur Bestimmung der Koordinaten  $y$   $x$  des Punktes  $P$  die zur Abszissenachse der Koordinaten orientierten Richtungen  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  berechnet. Unter Einführung eines Hilfspunktes  $H$  auf der Geraden  $P_a P$  mit  $x_H = x_b$  ergibt sich alsdann folgendes:

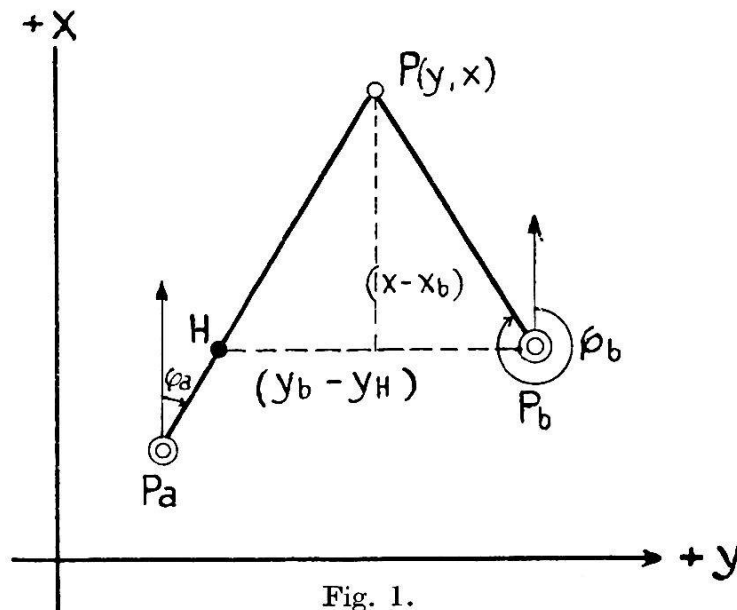


Fig. 1.

$$y_H - y_a = \operatorname{tg} \varphi_a (x_H - x_a) = \operatorname{tg} \varphi_a (x_b - x_a) \quad (1)$$

$$y - y_H = \operatorname{tg} \varphi_a (x - x_H) = \operatorname{tg} \varphi_a (x - x_b)$$

$$y_b - y = \operatorname{tg} \varphi_b (x_b - x) = -\operatorname{tg} \varphi_b (x - x_b) \text{ addieren!}$$

$$y_b - y_H = (\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b) (x - x_b) \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_a = \frac{y - y_a}{x - x_a} \quad \operatorname{tg} \varphi_b = \frac{y - y_b}{x - x_b}$$

$$y - y_b = -\operatorname{tg} \varphi_b (x_b - x) \quad (3)$$

Die Formeln 1–3 werden nach folgender Anordnung auf einer Einzel-Rechenmaschine ausgewertet:

Produktenreihe (Resultatwerk) <i>PR</i>	Einstellreihe <i>ER</i>	Kurbelreihe (Zählwerk) <i>KR</i>	Bemerkungen
$y_a$ $\vdots$ $(y_H - y_a)$ $\downarrow$ $y_H$	$\operatorname{tg} \varphi_a$	$x_a$ $\downarrow$ $(x_b - x_a)$ $\downarrow$ $x_b$	$y_a$ in <i>PR</i> , $x_a$ in <i>KR</i> , $\operatorname{tg} \varphi_a$ in <i>ER</i> einstellen, Kurbel drehen, bis in <i>KR</i> $x_b$ erscheint. Formel (1) ist damit ausgewertet, in <i>PR</i> haben wir $y_H$ .
$\downarrow$ $(y_b - y_H)$ $\downarrow$ $y_b$	$\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b$	$\vdots$ $(x - x_b)$ $\downarrow$ $x$	$(\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b)$ in <i>ER</i> einstellen, Kurbel drehen bis in <i>PR</i> $y_b$ erscheint. Formel (2) ist damit ausgewertet, in <i>KR</i> haben wir das gesuchte $x$ .
$\vdots$ $(y - y_b)$ $\downarrow$ $y$	$-\operatorname{tg} \varphi_b$	$\downarrow$ $(x_b - x)$ $\downarrow$ $x_b$	$-\operatorname{tg} \varphi_b$ in <i>ER</i> einstellen, Kurbel drehen bis in <i>KR</i> $x_b$ erscheint. Formel (3) ist damit ausgewertet, in <i>PR</i> haben wir das gesuchte $y$ .

Für positive Werte von  $\operatorname{tg} \varphi_a$ ,  $\operatorname{tg} \varphi_a - \operatorname{tg} \varphi_b$ ,  $-\operatorname{tg} \varphi_b$  wird die Maschine auf Zurechnung (Multiplikation), bei negativen Werten aber auf Abrechnung (Division) geschaltet. Im allgemeinen wird man in ein und demselben Quadranten zu rechnen haben. Für den Rechnungsgang können alsdann die Vorzeichen der Koordinatenwerte unberücksichtigt bleiben, sie sind dem Schlußergebnis entsprechend vorzusetzen. Erstreckt sich der Rechnungsgang über verschiedene Quadranten, so hat man bei negativen Koordinatenwerten mit den dekadischen Ergänzungen zu

operieren. Das erschwert die Arbeit. Werden die Koordinatenwerte  $x$   $y$  vertauscht, also  $x$  in  $PR$  und  $y$  in  $KR$  eingestellt, so sind an Stelle der Tangenswerte für die Richtungswinkel die Kotangenswerte zu setzen.

### Beispiel

$y_a$	—43755.36	$x_a$	+17698.95	$\varphi_a$	327° 40' 38"	$\text{tg } \varphi_a$	— 0.63273
$y_b$	—39668.14	$x_b$	+20347.78	$\varphi_b$	67 37 26	$\text{tg } \varphi_b$	+ 2.42906
$y$	<u>—41581.08</u>	$x$	<u>+21135.30</u>				<u>— 3.06179</u>

Für den Rechnungsgang ergeben sich folgende Zahlenbilder, wobei nur  $x$  und  $y$  der Maschine zu entnehmen und zu notieren sind:

Umschalt- hebel auf	$PR$	$ER$	$KR$
$(\overline{D})$	(—) 43755.36000000 42079.36579410	0000.63273	(+) 17698.950 20347.780
$(\overline{D})$	39668.14187151	0003.06179	<u>21135.301</u>
$(\overline{D})$	<u>41581.07763177</u>	0002.42906	20347.780

## II. Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten eines durch einfaches Rückwärtseinschneiden bestimmten Punktes.

Zur Bestimmung der Koordinaten  $y$   $x$  eines Punktes  $P$  seien auf diesem Punkte die Richtungen nach den mit ihren Koordinaten  $y_a$   $x_a$ ,  $y_b$   $x_b$ ,  $y_m$   $x_m$  gegebenen Punkte  $P_a$ ,  $P_b$ ,  $P_m$  beobachtet und aus den daraus hergeleiteten Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$  die orientierten Richtungen  $\varphi_a^Q$ ,  $\varphi_b^Q$ ,  $\varphi_m^Q$ ,  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  abgeleitet, z. T. erst im Verlaufe der Rechnung. Wir haben

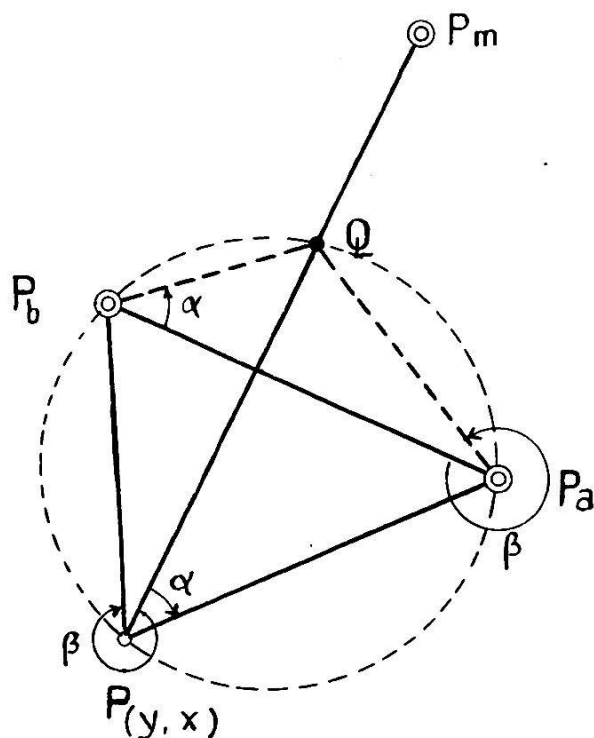


Fig. 2.

$$\operatorname{tg} \varphi_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$

$$\varphi_a^Q = \varphi_a^b - \beta \qquad \varphi_b^Q = \varphi_a^b - \alpha \pm \pi$$

Damit berechnen wir nach dem vorgeschilderten Verfahren des einfachen Vorwärtseinschnittes die Koordinaten des Collins'schen Hilfspunktes  $Q$ . Für den zu bestimmenden Punkt  $P$  erhalten wir alsdann

$$\operatorname{tg} \varphi_m^Q = \frac{y_Q - y_m}{x_Q - x_m}$$

$$\varphi_a = \varphi_m^Q + \alpha \qquad \varphi_b = \varphi_m^Q + \beta$$

womit die Koordinaten  $yx$  des Punktes  $P$  durch einen zweiten Vorwärtseinschnitt berechnet werden.

Wir kennen bereits die Technik der „Rechenmaschinengeometrie“, so daß wir ohne Formelentwicklung die Anordnung des Rechnungsganges hinschreiben können.

$PR$	$ER$	$KR$	Bemerkungen
$y_a$  $y_{H_1}$ $\downarrow$ $y_b$  $\underline{y_Q}$	$\operatorname{tg} \varphi_a^Q$  $\operatorname{tg} \varphi_a^Q - \operatorname{tg} \varphi_b^Q$  $-\operatorname{tg} \varphi_b^Q$	$x_a$ $\downarrow$ $x_b$  $\frac{x_Q}{x_b}$ $\downarrow$ $x_Q$	$\operatorname{tg} \varphi_m^Q, \operatorname{tg} \varphi_b$ und $\operatorname{tg} \varphi_m^Q - \operatorname{tg} \varphi_b$ berechnen
$y_{H_2}$ $\downarrow$ $y_b$  $\underline{y}$	$-\operatorname{tg} \varphi_b$  $\operatorname{tg} \varphi_m^Q - \operatorname{tg} \varphi_b$  $-\operatorname{tg} \varphi_b$	$x_Q$  $\frac{x}{x_b}$ $\downarrow$ $x_b$	
$y_a$  $y$  $y_b$	$\operatorname{tg} \varphi_a$  $\operatorname{tg} \varphi_b$	$x_a$ $\downarrow$ $x$ $\downarrow$ $x_b$	Probe

Beispiel

$y_a$	—51729.30	$x_a$	—38394.39	$\alpha$	27°35'15". <sub>3</sub>	$\text{tg } \varphi_a^b$	
$y_b$	—50947.34	$x_b$	—36870.44	$\beta$	301 39 04. <sub>3</sub>	$\text{tg } \varphi_m^Q$	— 1.10333
$y_m$	—51471.79	$x_m$	—37847.01	$\varphi_a^b$	27 09 46. <sub>7</sub>	$\varphi_m^Q$	132°11'15. <sub>1</sub>
$y_Q$	—50936.51	$x_Q$	—38332.16	$\varphi_a^Q$	85°30'42". <sub>4</sub>	$\varphi_a$	159 46 30. <sub>4</sub>
$y_Q - y_m$	+ 535.28	$x_Q - x_m$	— 485.15	$\varphi_b^Q$	179 34 31. <sub>4</sub>	$\varphi_b$	73 50 19. <sub>4</sub>
$y$	<u>—52161.16</u>	$x$	<u>—37222.20</u>	$\text{tg } \varphi_b^Q$	— 0.00741	$\text{tg } \varphi_b$	+ 3.45073
		$\text{tg } \varphi_a$	— 0.36842	$\text{tg } \varphi_a^Q$	+12.73969	$\text{tg } \varphi_m^Q$	— 1.10333
	(—52161.16)		(—37222.20)	$\Delta$	+12.74710	$\Delta$	— 4.55406

Zahlenbilder in der Rechenmaschine

U auf	PR	ER	KR
$\begin{matrix} + \\ (M) \end{matrix}$	(—) 51729.30000000		(—) 38394.390
$\begin{matrix} + \\ (M) \end{matrix}$	32314.64942450	0012.73969	↓ 36870.440
$\begin{matrix} + \\ (M) \end{matrix}$	↓ 50947.34043650	0012.74710	38332.160
$\begin{matrix} + \\ (M) \end{matrix}$	<u>50936.50909130</u>	0000.00741	↓ 36870.440
$\begin{matrix} - \\ (D) \end{matrix}$	45892.50803570	0003.45073	↓ 38332.160
$\begin{matrix} - \\ (D) \end{matrix}$	↓ 50947.34158142	0004.55406	37222.198
$\begin{matrix} - \\ (D) \end{matrix}$	<u><u>52161.16346476</u></u>	0003.45073	<u><u>↓</u></u> 36870.440
Probe	51729.30000000		38394.390
	52161.15897664	0000.36842	↓ 37222.198
	50947.33709330	0003.45073	↓ 36870.440

Es sind nur  $y_Q$   $x_Q$  und  $y$   $x$  der Maschine zu entnehmen und aufzuschreiben.

### III. Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten des Durchschnittspunktes zweier gerader Linien.

Gegeben sind die beiden Geraden  $P_a - P_b$  und  $P_c - P_d$  durch die Koordinaten der sie bestimmenden Punkte. Es ist

$$\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \lambda \qquad \frac{y_d - y_c}{x_d - x_c} = \mu$$

Der Rechnungsgang ist alsdann folgender:

PR	ER	KR	Bemerkungen
$y_a$	$\lambda$	$x_a$ ↓ $x_c$	
$y_H$ ↓ $y_c$	$\lambda - \mu$	$x_s$ ↓ $x_c$	
<u><math>y_s</math></u>	$-\mu$		
$y_b$	$\lambda$	$x_b$ ↓ $x_s$ ↓ $x_d$	Probe
$y_s$	$\mu$		
$y_d$			

#### Beispiel

$y_a$	+ 250.86	$x_a$	+ 1657.00	$\lambda = -0.3993$ $\lambda - \mu = -2.8986$ $\mu = +2.4993$
$\Delta y$	— 22.66		+ 56.74	
$y_b$	+ 228.20	$x_b$	+ 1713.74	
$y_c$	+ 236.92	$x_c$	+ 1656.74	
$\Delta y$	+ 33.44	$\Delta x$	+ 13.38	
$y_d$	+ 270.36	$y_d$	+ 1670.12	
$y_s$	<u>+ 249.03</u>	$x_s$	<u>+ 1661.59</u>	

# Zahlenbilder in der Rechenmaschine

U auf	<i>PR</i>	<i>ER</i>	<i>KR</i>
$\overline{(-)}$ (D)	(+) 000250.8600000		(+) 01657.000
$\overline{(-)}$ (D)	000250.9638180 ↓	00000.3993	↓ 01656.740
$\overline{(-)}$ (D)	000236.9201010	00002.8986	01661.585
	<u>000249.0292095</u>	00002.4993	<u>01656.740</u>
$\overline{(-)}$ (D)	000228.2000000	00000.3993	01713.740
$\overline{+}$ (M)	000249.0254915	00002.4993	↓ 01661.585
	000270.3570170		↓ 01670.120

Literatur: Koll-Eggert, Geodätische Rechnungen.  
A. Morpurgo, Die Fluchtmethode.

## Schnittpunkt zweier Geraden.

Unter obigem Titel hat in der am 9. Januar 1940 erschienenen Ausgabe der „Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik“ der Stadtgeometer von Zürich, Herr S. Bertschmann, ein durch die Fachliteratur mannigfaltig beleuchtetes Problem unter dem Gesichtswinkel der direkten Koordinatenberechnung des Schnittpunktes zweier Geraden aus Flächenproportionen theoretisch und praktisch neuartig behandelt.

Das Studium der angeführten neuen Berechnungsart gab dem Unterzeichneten Veranlassung, nach einem Formular der Schnittpunktberechnung zu suchen, das die direkte Ermittlung der Koordinatenwerte des Schnittpunktes nach dem Prinzip der Flächenproportionen ermöglichen soll.

Nachdem die Flächenberechnung aus Koordinaten mittelst automatischer Differenzenbildung durch die Rechenmaschine (Artikel von Herrn Ing. H. J. Vosseler, Jahrgang 1936, S. 156), insbesondere bei der Verwendung elektrischer Rechenmaschinen, eine bedeutend raschere Flächenermittlung ermöglicht, zeigt der Formularentwurf (Fig. 1), wie auch die Koordinatenwerte eines Schnittpunktes direkt ohne jegliche