Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 38 (1940)

Heft: 4

Artikel: Besondere Formeln für das Maschinenrechnen : einfacher Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt, Schnittpunkt zweier Geraden

Autor: Bertschmann, S.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-198514

Die gesetzlichen Maßnahmen für die Erhaltung und Nachführung der Triangulation I.–IV. Ordnung und der Nivellementsresultate sind bereits in der Verordnung von 1931 enthalten; seither sind durch die Weisungen des Eidg. Justiz- und Polizeidepartementes vom 14. März 1932 weitere gesetzliche Grundlagen geschaffen worden, um das erstellte Werk zu sichern und zu erhalten. Dank der verständnisvollen Zusammenarbeit des Kantons-Oberförsters Dr. M. Oechslin und der eidg. Behörden werden diese Weisungen streng eingehalten. Es wird aber an dieser Stelle überdies der Wunsch an die ganze urnerische Bevölkerung und an alle Besucher der Urner Alpen ausgesprochen, Gefährdung und Zerstörung trigonometrischer und nivellitischer Punkte dem Oberforstamt in Altdorf oder der eidg. Landestopographie sofort zu melden, um die Erhaltung dieses neuen Werkes mitsichern zu helfen. *H. Zölly.*

Besondere Formeln für das Maschinenrechnen.

Einfacher Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt, Schnittpunkt zweier Geraden.

Von *S. Bertschmann.*

I. *Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten eines durch einfaches Einschneiden bestimmten Punktes.*

Auf den Punkten P_a, P_b, deren Koordinaten y_a x_a, y_b x_b gegeben sind, seien zur Bestimmung der Koordinaten y x des Punktes P die zur Abszissenachse der Koordinaten orientierten Richtungen φ_a, φ_b berechnet. Unter Einführung eines Hilfspunktes H auf der Geraden P_a P mit $x_H = x_b$ ergibt sich alsdann folgendes:

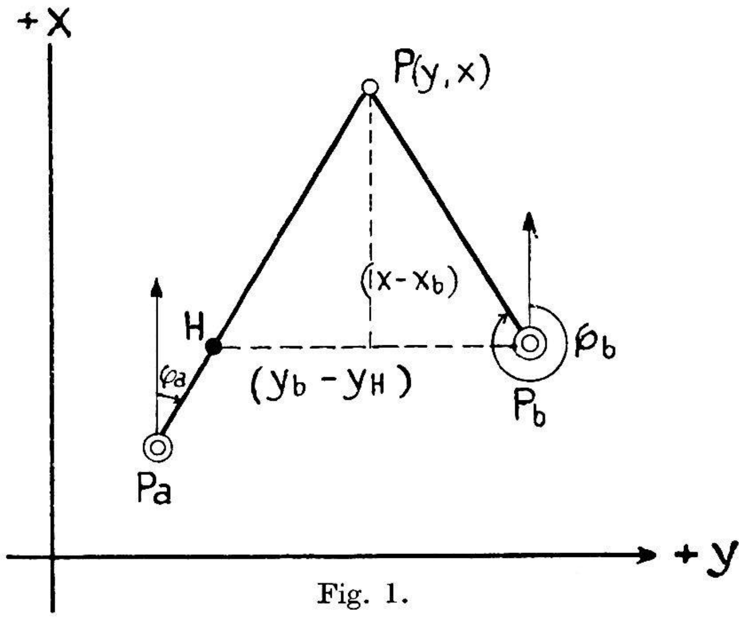

Fig. 1.

$$y_H - y_a = \operatorname{tg}\varphi_a\,(x_H - x_a) = \operatorname{tg}\varphi_a\,(x_b - x_a) \qquad (1)$$

$$\begin{array}{l}
y - y_H = \operatorname{tg}\varphi_a\,(x - x_H) = \operatorname{tg}\varphi_a\,(x - x_b) \\
\underline{y_b - y = \operatorname{tg}\varphi_b\,(x_b - x) = -\operatorname{tg}\varphi_b\,(x - x_b)} \text{ addieren!}
\end{array}$$

$$y_b - y_H = (\operatorname{tg}\varphi_a - \operatorname{tg}\varphi_b)\,(x - x_b) \qquad (2)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_a = \frac{y - y_a}{x - x_a} \qquad \operatorname{tg}\varphi_b = \frac{y - y_b}{x - x_b}$$

$$y - y_b = -\operatorname{tg}\varphi_b\,(x_b - x) \qquad (3)$$

Die Formeln 1–3 werden nach folgender Anordnung auf einer *Einzel*-Rechenmaschine ausgewertet:

Produktenreihe (Resultatwerk) *PR*	Einstellreihe *ER*	Kurbelreihe (Zählwerk) *KR*	Bemerkungen
y_a ⋮ $(y_H - y_a)$ ↓ y_H	$\operatorname{tg}\varphi_a$	x_a ↓ $(x_b - x_a)$ ↓ x_b	y_a in *PR*, x_a in *KR*, $\operatorname{tg}\varphi_a$ in *ER* einstellen, Kurbel drehen, bis in *KR* x_b erscheint. *Formel (1)* ist damit ausgewertet, in *PR* haben wir y_H.
↓ $(y_b - y_H)$ ↓ y_b	$\operatorname{tg}\varphi_a - \operatorname{tg}\varphi_b$	⋮ $(x - x_b)$ ↓ $\underline{x}$	$(\operatorname{tg}\varphi_a - \operatorname{tg}\varphi_b)$ in *ER* einstellen, Kurbel drehen bis in *PR* y_b erscheint. *Formel (2)* ist damit ausgewertet, in *KR* haben wir das gesuchte x.
⋮ $(y - y_b)$ ↓ $\underline{y}$	$-\operatorname{tg}\varphi_b$	↓ $(x_b - x)$ ↓ x_b	$-\operatorname{tg}\varphi_b$ in *ER* einstellen, Kurbel drehen bis in *KR* x_b erscheint. *Formel (3)* ist damit ausgewertet, in *PR* haben wir das gesuchte y.

Für positive Werte von $\operatorname{tg}\varphi_a$, $\operatorname{tg}\varphi_a - \operatorname{tg}\varphi_b$, $-\operatorname{tg}\varphi_b$ wird die Maschine auf Zurechnung (Multiplikation), bei negativen Werten aber auf Abrechnung (Division) geschaltet. Im allgemeinen wird man in ein und demselben Quadranten zu rechnen haben. Für den Rechnungsgang können alsdann die Vorzeichen der Koordinatenwerte unberücksichtigt bleiben, sie sind dem Schlußergebnis entsprechend vorzusetzen. Erstreckt sich der Rechnungsgang über verschiedene Quadranten, so hat man bei negativen Koordinatenwerten mit den dekadischen Ergänzungen zu operieren. Das erschwert die Arbeit. Werden die Koordinatenwerte $x\,y$ vertauscht, also x in *PR* und y in *KR* eingestellt, so sind an Stelle der Tangenswerte für die Richtungswinkel die Kotangenswerte zu setzen.

Beispiel

y_a	—43755.36	x_a	+17698.95	φ_a	327° 40′ 38″	tg φ_a	— 0.63273
y_b	—39668.14	x_b	+20347.78	φ_b	67 37 26	tg φ_b	+ 2.42906
y	—41581.08	x	+21135.30				— 3.06179

Für den Rechnungsgang ergeben sich folgende Zahlenbilder, wobei nur x und y der Maschine zu entnehmen und zu notieren sind:

Umschalthebel auf	*PR*	*ER*	*KR*
$(\overline{D})$	(—) 43755.36000000 42079.36579410	0000.63273	(+) 17698.950 20347.780
$(\overline{D})$	39668.14187151	0003.06179	21135.301
$(\overline{D})$	41581.07763177	0002.42906	20347.780

II. *Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten eines durch einfaches Rückwärtseinschneiden bestimmten Punktes.*

Zur Bestimmung der Koordinaten $y\,x$ eines Punktes P seien auf diesem Punkte die Richtungen nach den mit ihren Koordinaten $y_a\,x_a$, $y_b\,x_b$, $y_m\,x_m$ gegebenen Punkte P_a, P_b, P_m beobachtet und aus den daraus hergeleiteten Winkeln α und β die orientierten Richtungen φ_a^Q, φ_b^Q, φ_m^Q, φ_a, φ_b abgeleitet, z. T. erst im Verlaufe der Rechnung. Wir haben

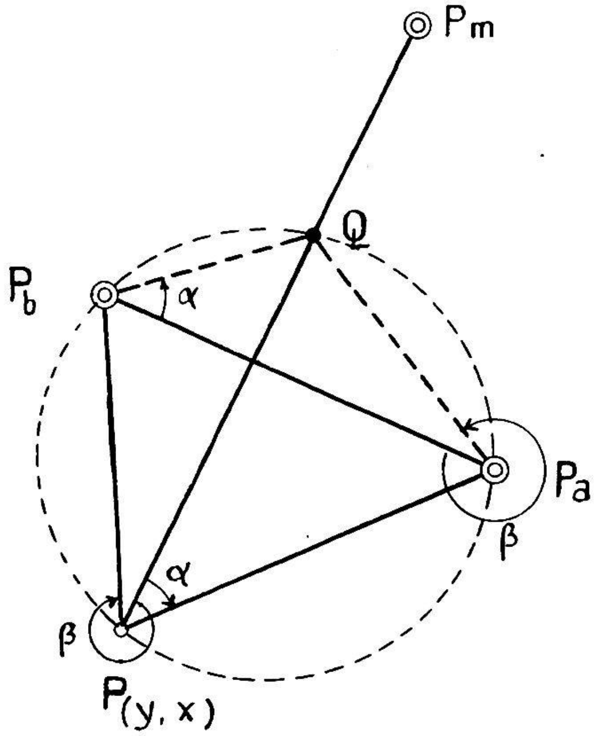

Fig. 2.

$$\operatorname{tg} \varphi_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$

$$\varphi_a^Q = \varphi_a^b - \beta \qquad\qquad \varphi_b^Q = \varphi_a^b - \alpha \pm \pi$$

Damit berechnen wir nach dem vorgeschilderten Verfahren des einfachen Vorwärtseinschnittes die Koordinaten des Collins'schen Hilfspunktes Q. Für den zu bestimmenden Punkt P erhalten wir alsdann

$$\operatorname{tg} \varphi_m^Q = \frac{y_Q - y_m}{x_Q - x_m}$$

$$\varphi_a = \varphi_m^Q + \alpha \qquad\qquad \varphi_b = \varphi_m^Q + \beta$$

womit die Koordinaten $y\,x$ des Punktes P durch einen zweiten Vorwärtseinschnitt berechnet werden.

Wir kennen bereits die Technik der „Rechenmaschinengeometrie", so daß wir ohne Formelentwicklung die Anordnung des Rechnungsganges hinschreiben können.

PR	*ER*	*KR*	Bemerkungen
y_a y_{H_1} $\downarrow$ y_b $\underline{y_Q}$	$\operatorname{tg} \varphi_a^Q$ $\operatorname{tg} \varphi_a^Q - \operatorname{tg} \varphi_b^Q$ $-\operatorname{tg} \varphi_b^Q$	x_a $\downarrow$ x_b $\underline{x_Q}$ $\downarrow$ x_b	$\operatorname{tg} \varphi_m^Q$, $\operatorname{tg} \varphi_b$ und $\operatorname{tg} \varphi_m^Q - \operatorname{tg} \varphi_b$ berechnen
y_{H_2} $\downarrow$ y_b $\underline{y}$	$-\operatorname{tg} \varphi_b$ $\operatorname{tg} \varphi_m^Q - \operatorname{tg} \varphi_b$ $-\operatorname{tg} \varphi_b$	$\downarrow$ x_Q $\underline{x}$ $\downarrow$ x_b	
y_a y y_b	$\operatorname{tg} \varphi_a$ $\operatorname{tg} \varphi_b$	x_a $\downarrow$ x $\downarrow$ x_b	Probe

Beispiel

y_a	—51729.30	x_a	—38394.39	α	$27^\circ 35' 15.''_3$	tg φ_a^b	
y_b	—50947.34	x_b	—36870.44	β	$301\ 39\ 04._3$	tg φ_m^Q	— 1.10333
y_m	—51471.79	x_m	—37847.01	φ_a^b	$27\ 09\ 46._7$	φ_m^Q	$132^\circ 11' 15._1$
y_Q	—50936.51	x_Q	—38332.16	φ_a^Q	$85^\circ 30' 42.''_4$	φ_a	$159\ 46\ 30._4$
$y_Q - y_m$	+ 535.28	$x_Q - x_m$	— 485.15	φ_b^Q	$179\ 34\ 31._4$	φ_b	$73\ 50\ 19._4$
y	—52161.16	x	—37222.20	tg φ_b^Q	— 0.00741	tg φ_b	+ 3.45073
		tg φ_a	— 0.36842	tg φ_a^Q	+12.73969	tg φ_m^Q	— 1.10333
	(−52161.16)		(−37222.20)	Δ	+12.74710	Δ	— 4.55406

Zahlenbilder in der Rechenmaschine

U auf	*PR*	*ER*	*KR*
	(—) 51729.30000000		(—) 38394.390
$\overset{+}{(M)}$		0012.73969	↓
	32314.64942450		36870.440
$\overset{+}{(M)}$	↓	0012.74710	
	50947.34043650		38332.160
$\overset{+}{(M)}$		0000.00741	↓
	50936.50909130		36870.440
$\overset{-}{(D)}$		0003.45073	↓
	45892.50803570		38332.160
$\overset{-}{(D)}$	↓	0004.55406	
	50947.34158142		37222.198
$\overset{-}{(D)}$		0003.45073	↓
	52161.16346476		36870.440
	51729.30000000		38394.390
		0000.36842	↓
Probe	52161.15897664		37222.198
		0003.45073	↓
	50947.33709330		36870.440

Es sind nur $y_Q\ x_Q$ und $y\ x$ der Maschine zu entnehmen und aufzuschreiben.

III. *Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten des Durchschnittspunktes zweier gerader Linien.*

Gegeben sind die beiden Geraden $P_a — P_b$ und $P_c — P_d$ durch die Koordinaten der sie bestimmenden Punkte. Es ist

$$\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \lambda \qquad \frac{y_d - y_c}{x_d - x_c} = \mu$$

Der Rechnungsgang ist alsdann folgender:

PR	*ER*	*KR*	Bemerkungen
y_a		x_a	
	λ	$\downarrow$	
y_H		x_c	
$\downarrow$	$\lambda - \mu$		
y_c		$\underline{x_s}$	
	$-\mu$	$\downarrow$	
$\underline{y_s}$		x_c	
y_b		x_b	
	λ	$\downarrow$	
y_s		x_s	Probe
	μ	$\downarrow$	
y_d		x_d	

Beispiel

y_a	+ 250.86	x_a	+ 1657.00	
$\varDelta y$	— 22.66		+ 56.74	$\lambda = -0.3993$
y_b	+ 228.20	x_b	+ 1713.74	
y_c	+ 236.92	x_c	+ 1656.74	$\lambda - \mu = -2.8986$
$\varDelta y$	+ 33.44	$\varDelta x$	+ 13.38	$\mu = +2.4993$
y_d	+ 270.36	y_d	+ 1670.12	
y_s	<u>+ 249.03</u>	x_s	<u>+ 1661.59</u>	

Zahlenbilder in der Rechenmaschine

U auf	*PR*	*ER*	*KR*
	(+) 000250.8600000		(+) 01657.000
$\overset{-}{(D)}$		00000.3993	↓
	000250.9638180		01656.740
$\overset{-}{(D)}$	↓	00002.8986	
	000236.9201010		01661.585
$\overset{-}{(D)}$		00002.4993	↓
	000249.0292095		01656.740
	000228.2000000		01713.740
$\overset{-}{(D)}$		00000.3993	↓
	000249.0254915		01661.585
$\overset{+}{(M)}$		00002.4993	↓
	000270.3570170		01670.120

Literatur: Koll-Eggert, Geodätische Rechnungen.
A. Morpurgo, Die Fluchtmethode.

Schnittpunkt zweier Geraden.

Unter obigem Titel hat in der am 9. Januar 1940 erschienenen Ausgabe der „Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik" der Stadtgeometer von Zürich, Herr S. Bertschmann, ein durch die Fachliteratur mannigfaltig beleuchtetes Problem unter dem Gesichtswinkel der direkten Koordinatenberechnung des Schnittpunktes zweier Geraden aus Flächenproportionen theoretisch und praktisch neuartig behandelt.

Das Studium der angeführten neuen Berechnungsart gab dem Unterzeichneten Veranlassung, nach einem Formular der Schnittpunktsberechnung zu suchen, das die direkte Ermittlung der Koordinatenwerte des Schnittpunktes nach dem Prinzip der Flächenproportionen ermöglichen soll.

Nachdem die Flächenberechnung aus Koordinaten mittelst automatischer Differenzenbildung durch die Rechenmaschine (Artikel von Herrn Ing. H. J. Vosseler, Jahrgang 1936, S. 156), insbesondere bei der Verwendung elektrischer Rechenmaschinen, eine bedeutend raschere Flächenermittlung ermöglicht, zeigt der Formularentwurf (Fig. 1), wie auch die Koordinatenwerte eines Schnittpunktes direkt ohne jegliche