

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 37 (1939)

Heft: 5

Artikel: Projections conformes à double axe neutre [fin]

Autor: Bachmann, W.K.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-197920>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHWEIZERISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik

ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS

Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Kulturtechnik / Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Organe officiel de l'Association Suisse du Génie rural / Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

Redaktion: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme:

BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR A.G., WINTERTHUR

No. 5 • XXXVII. Jahrgang

der „Schweizerischen Geometer-Zeitung“
Erscheinend am zweiten Dienstag jeden Monats

9. Mai 1939

Inserate: 50 Cts. per einspaltige Nonp.-Zeile

Abonnemente:

Schweiz Fr. 12.—, Ausland Fr. 16.— jährlich

Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaften für
Kulturtechnik u. Photogrammetrie Fr. 9.— jährl.

Unentgeltlich für Mitglieder des
Schweiz. Geometervereins

Projections conformes à double axe neutre.

Par W. K. Bachmann, Lausanne.

(Fin.)

Nous constatons que la déformation est dans ce cas du 4^e degré par rapport à x , et elle sera par conséquent négligeable, puisque nous ne considérons que les termes inférieurs au 4^e degré. L'axe des x est donc dans ce cas un axe neutre. Dans le but de nous rendre compte de l'ordre de grandeur des quantités négligées, nous voulons calculer σ pour quelques valeurs particulières de x . Nous avons

$$a = 2R \quad \text{et} \quad a = 2\mathfrak{R} \quad x = a \cdot x$$

$$x = \frac{x}{a} = \frac{x}{2R} \quad \text{d'où} \quad (14) \quad \sigma = -\frac{1}{16} \left(\frac{x}{\mathfrak{R}} \right)^4$$

Nous avons pris $\mathfrak{R} = 6400$ km, ce qui est assez précis pour le calcul que nous envisageons.

$x = 400$ km	$\sigma = 0,9$ mm
$x = 500$ km	$\sigma = 2,3$ mm
$x = 600$ km	$\sigma = 4,8$ mm
.	.
.	.
.	.
$x = 1000$ km	$\sigma = 37$ mm

Nous constatons ainsi que ces termes sont très petits, et que nous n'obtenons pas même 1 mm pour une distance de 400 km.

Nous verrons plus loin que la projection que nous venons de considérer a la même déformation que la projection de Gauss. Il ne suffit

naturellement pas d'examiner la déformation le long de l'axe des x , nous devons pouvoir la calculer pour tous les points que nous aurons à considérer. Ces formules seront développées un peu plus loin.

Considérons maintenant le cas général. Dans ce but, nous nous donnons la Cassinienne sous forme polaire, et nous déterminons ensuite un développement en série pour la déformation totale F . Reprenons la relation

$$(14) \quad \begin{aligned} c^2 &= 1 - 2 \rho^2 \cos 2 \varphi + \rho^4 \\ c &= \sqrt{1 - \rho^2 [2 \cos 2 \varphi + \rho^2]} \end{aligned}$$

$$\text{mais on a } \begin{cases} (1 + h)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} h - \frac{1}{8} h^2 + \dots \\ (1 - h)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} h - \frac{1}{8} h^2 - \dots \end{cases} \quad \text{d'où}$$

$$c = 1 - \frac{\rho^2}{2} [2 \cos 2 \varphi - \rho^2] - \frac{1}{8} \rho^4 [2 \cos 2 \varphi - \rho^2]^2 - \dots$$

$$m = 1 + \frac{\rho^2}{4 R^2}$$

$$(15) \quad F = m \cdot c = \left[1 + \frac{\rho^2}{4 R^2} \right] \left[1 - \rho^2 \cos 2 \varphi + \frac{\rho^4}{2} \sin^2 2 \varphi + \dots \right]$$

Mais nous négligeons les termes à partir du 4^e degré, et la formule simplifiée devient

$$(16) \quad \Gamma = 1 - \rho^2 \cos 2 \varphi + \frac{\rho^2}{4 R^2}$$

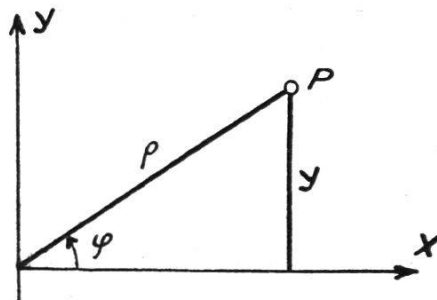
Nous posons donc

$$(17) \quad \boxed{\phi = \rho^2 \left[\frac{1}{4 R^2} - \cos 2 \varphi \right]}$$

Avant d'interpréter cette dernière relation, nous voulons reprendre le cas particulier $R = \frac{1}{2}$; nous obtenons

$$(18) \quad \phi = \rho^2 [1 - \cos 2 \varphi] = 2 \rho^2 \sin^2 \varphi$$

Passons au coordonnées rectangulaires, voir fig. 8.



$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \end{cases}$$

Fig. 8.

La formule (18) devient alors

$$(19) \quad \boxed{\phi = 2 y^2}$$

Cette dernière relation nous montre que nous avons bien la même déformation que pour la projection de Gauss. En effet, si nous introduisons à nouveau le kilomètre comme unité de longueur, nous trouvons

$$\alpha = 2 \Re \quad y = \frac{Y}{2 \Re} \quad \phi = \frac{Y^2}{2 \Re^2} \text{ cqfd.}$$

En examinant (18), nous constatons que la déformation est nulle (aux termes du 4^e ordre près) sur l'axe des x , qu'elle est égale à la déformation de la projection stéréographique sur les droites $\varphi = \pm \frac{\pi}{4}$ et que nous obtenons le double de la déformation stéréographique sur la droite $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$.

Revenons maintenant au cas général, et cherchons l'interprétation géométrique de (17). Nous constatons premièrement que si $\cos 2 \varphi = 0$, nous obtenons la déformation stéréographique. Il en résulte que les lignes pour lesquelles nous avons $\Gamma = m$ (m = coefficient de déformation de la projection stéréographique) sont deux droites passant par l'origine et formant des angles de $\pm \frac{\pi}{4}$ avec l'axe des x , et ceci pour toute valeur de R . Cette propriété résulte du reste immédiatement du fait que les tangentes à la Cassinienne passant par l'origine forment des angles de $\pm \frac{\pi}{4}$ avec l'axe des x en 0. Nous avons déjà remarqué cette propriété pour $R = \frac{1}{2}$, et nous constatons maintenant qu'elle est générale, c'est-à-dire qu'elle a lieu pour toute valeur de R .

Mais il résulte encore une propriété plus importante de la relation (17), à savoir que les projections considérées peuvent comporter deux axes neutres. En effet, la déformation ϕ est nulle si

(20) $\cos 2 \varphi = \frac{1}{4 R^2}$; soit φ_1 cet angle. Comme $\frac{1}{4 R^2}$ est une quantité essentiellement positive, $\cos 2 \varphi$ doit également être positif si (20) doit être vérifiée, c'est-à-dire que $|\varphi|$ doit être inférieur à $\pm \frac{\pi}{4}$. Suivant la valeur que nous donnons à R , nous pouvons donc avoir zéro, un ou deux axes neutres, situés dans le secteur $\pm \frac{\pi}{4}$. En choisissant une valeur convenable pour R , nous pouvons donc donner une position quelconque à ces axes dans le secteur considéré. Nous avons donc ce qui suit:

si $R > \frac{1}{2}$	2 axes neutres
si $R < \frac{1}{2}$	point d'axe neutre
si $R = \frac{1}{2}$	1 axe neutre.

Le cas particulier $R = \frac{1}{2}$ que nous avons considéré est singulier en ce sens que les deux axes neutres viennent se confondre en un seul correspondant avec l'axe des x .

5° Interprétation géométrique.

Cherchons une interprétation géométrique de la formule (17); nous avons

$$\phi = \rho^2 \left[\frac{1}{4R^2} - \cos 2\varphi \right]$$

mais
$$- \cos 2\varphi = 2 \sin^2 \varphi - 1$$

$$\phi = \rho^2 \left[\frac{1}{4R^2} + 2 \sin^2 \varphi - 1 \right] = 2 \rho^2 \sin^2 \varphi + \rho^2 \left[\frac{1}{4R^2} - 1 \right]$$

$$(21) \quad \phi = 2 y^2 + \rho^2 \left[\frac{1}{4R^2} - 1 \right]$$

mais d'après (20), on a $\frac{1}{4R^2} = \cos 2\varphi_1$, d'où

$$(22) \quad \begin{aligned} \phi &= 2 y^2 + \rho [\cos 2\varphi_1 - 1] \\ \phi &= 2 y^2 - 2 \rho^2 \sin^2 \varphi_1 \end{aligned} \quad \text{ou bien, en} \\ \text{considérant la figure 9}$$

$$(23) \quad \boxed{\phi = 2 (y^2 - \eta^2)}$$

La relation (23) nous permet une construction géométrique très rapide de ϕ . Etant donné un domaine D à projeter, la connaissance de la position des axes neutres nous permet de calculer immédiatement la déformation totale F pour tout point de ce domaine; il faudra cependant prendre garde à l'unité de la mesure des longueurs qui aura été choisie.

6° Courbes de même déformation.

La relation (22) nous donne

$$\begin{aligned} \phi &= 2 [y^2 - (x^2 + y^2) \sin^2 \varphi_1] \\ \phi &= 2 [y^2 (1 - \sin^2 \varphi_1) - x^2 \sin^2 \varphi_1] \end{aligned}$$

Ce sont donc des coniques ayant l'origine pour centre. Déterminons les directions asymptotiques.

$$\begin{aligned} \left(\frac{y}{x}\right)^2 (1 - \sin^2 \varphi_1) &= \sin^2 \varphi_1 \\ \left(\frac{y}{x}\right)^2 &= \frac{\sin^2 \varphi_1}{1 - \sin^2 \varphi_1} = \operatorname{tg}^2 \varphi_1 \\ (24) \quad \frac{y}{x} &= \operatorname{tg} \varphi_1 \end{aligned}$$

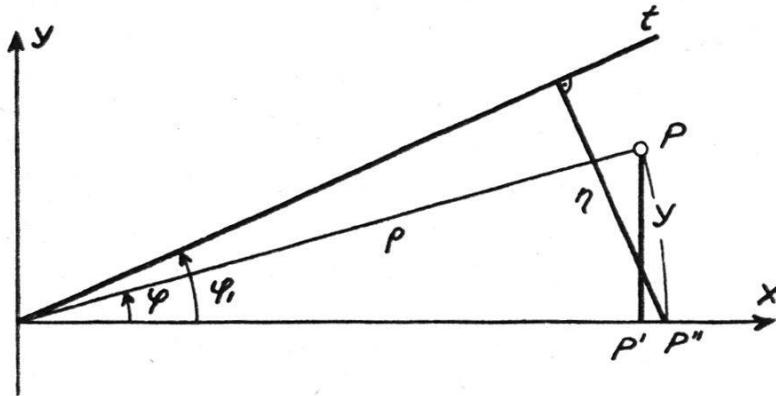


Fig. 9.

Les courbes de même déformation sont donc des hyperboles ayant l'origine pour centre et les axes neutres pour directions asymptotiques.

Réglage du planimètre linéaire à disque.

Par W. K. Bachmann, géomètre officiel, Lausanne.

Il est très curieux de constater que le réglage des théodolites est traité dans tous les livres de topographie, tandis que nous ne trouvons nul part des indications précises sur le réglage des planimètres. Pourtant cette dernière question, qui se pose souvent dans la pratique, mérite d'être traitée avec quelques soins. Le but de cette étude, est d'indiquer une *méthode pratique* permettant à l'opérateur de régler son planimètre. J'insiste sur le fait que ce réglage est assez souvent nécessaire, s'il s'agit par exemple du calcul de la nouvelle répartition lors d'un remaniement parcellaire. Dans ce cas, on se contente généralement de mesurer une même figure dans différentes positions du planimètre, et l'on prend ensuite la moyenne entre les différents résultats obtenus. Si les différences sont trop grandes, le planimètre est généralement retourné à la fabrique pour son réglage; mais je suis persuadé que ce réglage pourrait facilement être effectué par le géomètre. Dans ce qui suit, nous ne considérons que le planimètre linéaire à disque, étant donné que c'est le type le plus utilisé pour la mesure précise de surfaces. En outre, nous ne considérons que les erreurs provenant d'une position incorrecte de la roulette. C'est en effet la seule cause d'erreur qui intéresse le praticien.