Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =

Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 33 (1935)

Heft: 5

Artikel: Untersuchung über das Verhältnis endlicher Flächen bei der

winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion

Autor: Baeschlin, C.F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-195309

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 29.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE

Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik

ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS

Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Kulturtechnik / Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Revue technique suisse des mensurations et améliorations fonçières

ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Organe officiel de l'Association Suisse du Génie rural / Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

Redaktion: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Ständ. Mitarbeiter f. Kulturtechnik: Dr. H. FLUCK, Dipl. Kulturing., Villa Lepontia, Bellinzona-Ravecchia Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme:

BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORMALS G. BINKERT, A.-G., WINTERTHUR

No. 5 • XXXIII. Jahrgang

der "Schweizerischen Geometer-Zeitung" Erscheinend am zweiten Dienstag jeden Monats

14. Mai 1935

Inserate: 50 Cts. per einspaltige Nonp.-Zeile

Abonnemente:

Schweiz Fr. 12. —, Ausland Fr. 15. — jährlich Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaften für Kulturtechnik u. Photogrammetrie Fr. 9. — jährl.

Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Geometervereins

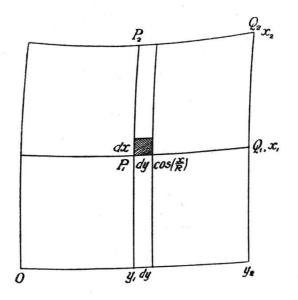
Untersuchung über das Verhältnis endlicher Flächen bei der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion.

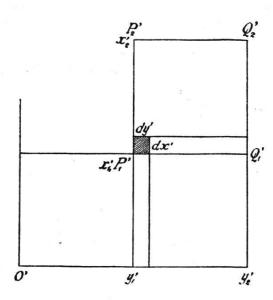
Von Prof. Dr. C. F. Baeschlin, Zollikon.

Im Anschluß an die Untersuchung von Dipl.-Ing. S. Bertschmann über die Flächenverzerrung bei der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion möchte ich zeigen, daß die vom Verfasser jener Studie gemachte Annahme, daß das Flächenverhältnis endlicher Flächen gleich dem Flächenverhältnis für Flächenelemente sei, praktisch weitgehend zutrifft.

Kugel vom Radius R.

Projektionsebene





Wir bezeichnen die Fläche von P_1 P_2 Q_2 Q_1 mit F_K , während wir die Fläche von P_1' P_2' Q_2' Q_1' mit F_E bezeichnen.

Es ist

$$d F_{K} = dx \cdot dy \cos \left(\frac{x}{R}\right)$$

$$d F_{E} = dx' dy'$$

Bei der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion ist

$$dy' = dy; dx' = \frac{dx}{\cos\left(\frac{x}{R}\right)}$$

Damit wird:

(2)
$$dF_{E} = \frac{dx \cdot dy}{\cos\left(\frac{x}{R}\right)}$$

Durch Integration erhalten wir:

(3)
$$F_K = \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{x_1}^{x_2} \cos\left(\frac{x}{R}\right) dx = (y_2 - y_1) R \left[\sin\left(\frac{x_2}{R}\right) - \sin\left(\frac{x_1}{R}\right) \right]$$

Wir entwickeln $\sin\left(\frac{x_2}{R}\right)$ und $\sin\left(\frac{x_1}{R}\right)$ in Reihen und erhalten:

$$\sin\left(\frac{x_2}{R}\right) = \frac{x_2}{R} - \frac{x_2^3}{6R^3}$$

$$\sin\left(\frac{x_1}{R}\right) = \frac{x_1}{R} - \frac{x_1^3}{6R^3}$$

$$\sin\left(\frac{x_2}{R}\right) - \sin\left(\frac{x_1}{R}\right) = \frac{x_2 - x_1}{R} - \frac{x_2^3 - x_1^3}{6 R^3} = \frac{x_2 - x_1}{R} \left(1 - \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2}\right)$$

Somit wird unter Vernachlässigung von Gliedern von der Ordnung $\left(\frac{x}{R}\right)^4$

(4)
$$F_{K} = (x_{2} - x_{1}) (y_{2} - y_{1}) \left(1 - \frac{x_{2}^{2} + x_{1} x_{2} + x_{1}^{2}}{6 R^{2}}\right)$$

$$F_{E} = \int_{y_{1}}^{y_{2}} dy \int_{x_{1}}^{x_{2}} \frac{dx}{\cos\left(\frac{x}{R}\right)}$$

Wir entwickeln
$$\frac{1}{\cos\left(\frac{x}{R}\right)}=\left[\cos\left(\frac{x}{R}\right)\right]^{-1}$$
 in eine Reihe und erhalten $\frac{1}{\cos\left(\frac{x}{R}\right)}=1+\frac{x^2}{2~R^2}$, wobei wir Glieder 4. Ordnung

vernachlässigen.

Damit wird

(5)
$$F_E = (y_2 - y_1) \left\{ x_2 - x_1 + \frac{x_2^3 - x_1^3}{6 R^2} \right\} =$$

$$= (y_2 - y_1) (x_2 - x_1) \left(1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2} \right)$$

Wir bilden $F_E:F_K$ und erhalten:

(6)
$$\frac{F_E}{F_K} = \frac{1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2}}{1 - \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{6 R^2}} = 1 + \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{3 R^2} + Gl^4$$

Das können wir noch bedeutend einfacher darstellen. Das Flächenverhältnis für einen Punkt mit

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

wird

(7)
$$fx_m = 1 + \frac{x_m^2}{R^2} = 1 + \frac{x_2^2 + 2x_1x_2 + x_1^2}{4R^2}$$

Wir dividieren (6) durch (7) und erhalten

$$\begin{split} \frac{F_E:F_K}{fx_m} &= \left(1 \ + \frac{x_2{}^2 + x_1\,x_2 + x_1{}^2}{3\,R^2}\right): \left(1 \ + \frac{x_2{}^2 + 2\,x_1\,x_2 + x_1{}^2}{4\,R^2}\right) \\ &= \left(1 \ + \frac{x_2{}^2 + x_1\,x_2 + x_1{}^2}{3\,R^2}\right) \left(1 - \frac{x_2{}^2 + 2\,x_1\,x_2 + x_1{}^2}{4\,R^2}\right) + \operatorname{Gl}^4 \\ &= 1 \ + \frac{x_2{}^2 - 2\,x_1\,x_2 + x_1{}^2}{12\,R^2} = 1 \ + \frac{(x_2 - x_1)^2}{12\,R^2} + \operatorname{Gl}^4 \end{split}$$

Damit erhalten wir:

(8)
$$F_E = F_K \left[1 + \frac{(x_1 + x_2)^2}{4 R^2} \right] \left[1 + \frac{\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)^2}{3 R^2} \right]$$

Berechnet man also das Flächenverhältnis für den Mittelpunkt

des endlichen Rechteckes mit den Seiten (y_2-y_1) und (x_2-x_1) , so erhält man das Verhältnis der endlichen Flächen gleich diesem fx_m mal

$$\left[1+\frac{\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2}{3 R^2}\right].$$

 $\frac{\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2}{3~R^2}$ ist aber im allgemeinen sehr klein und kann vernachlässigt werden.

Beispiel. $x_2 - x_1 = 2 \text{ km}$; R = 6370 km

$$1 + \frac{\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)^2}{3 R^2} = 1 + \frac{1}{3 \times \overline{6370}^2} = 1 + \frac{1}{121730700} = 1 + 0.8 \cdot 10^{-8}$$

Für eine Fläche von 4 km² macht also die Vernachlässigung des $\frac{\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2}{3\,R^2} \quad \text{nur } 0.032\,\text{m² aus; für ein Quadrat von } 20\,\text{km Seitenlänge, also für eine Fläche von } 400\,\text{km² macht die Vernachlässigung des Gliedes } 320\,\text{m² aus, während das Glied} \quad \frac{x_m^2}{R^2}\,\text{für } x_m = 100\,\text{km ca. } 100\,000\,\text{m² Korrektur ergibt.}$

Rundfrage betr. die Baulinien¹.

Antwort von A. Witzig, Sektionsgeometer, Zürich.

In der Dezembernummer unserer Fachschrift vom Jahre 1934 berührt Herr Kollege Moll ein Gebiet, welches gewiß einer einläßlichen Behandlung wert ist. Je länger je mehr wird es notwendig sein, daß sich auch die Geometerschaft mit dem Baugesetze vertraut macht. Ein spezieller Abschnitt desselben ist nun den Baulinien gewidmet, weshalb im folgenden der Begriff der Baulinie etwas skizziert sei.

¹ Wir beginnen in dieser Nummer mit der Veröffentlichung einzelner Antworten auf die Rundfrage, welche Herr Grundbuchgeometer Moll auf Seite 300 des Jahrganges 1934 dieser Zeitschrift gestellt hat. Das Redaktionskomitee hat eine beschränkte Anzahl von Antworten für die Veröffentlichung bestimmt; die Auswahl geschah z. T. nach regionalen Gesichtspunkten, da die rechtlichen Vorschriften betr. Baulinien kantonal sind. Erfreulicherweise sind der Redaktion viele Antworten zugegangen, so daß die Veröffentlichung aller ermüdend wirken würde. Wir danken im Namen des Redaktionskomitees allen Lesern, die sich die Mühe genommen haben, eine Antwort einzusenden und bitten alle, deren Antworten nicht veröffentlicht werden, sich für zukünftige Fragen nicht abhalten zu lassen, Antworten einzureichen.

Die Redaktion.