Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 32 (1934)

Heft: 6

Artikel: Beitrag zu "eine Korbbogenaufgabe aus der Praxis"

Autor: Sommer, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-194682

betreffenden Stellen in Jordans Handbuch der Vermessungskunde Bd. II und auf Dr. Hammers Lehr- und Handbuch der Trigonometrie, wo sich unter anderm auch Angaben finden über die Größenverhältnisse der beiden Radien. Die in Nr. 8, 1928 dieser Zeitschrift veröffentlichte Näherungsmethode für das apollonische Berührungsproblem hätte auch in diesem besondern Falle sehr rasch zum Ziele geführt, wie Fig. 1 zeigt. Dort ist die ursprüngliche Aufgabe direkt gelöst, nämlich die Konstruktion des Kreises, welcher außen an A in einem Abstand von a und innen an B in einem Abstand von b vorbeigeht und gleichzeitig eine gegebene Gerade berührt. Für das von H. Albrecht in richtiger Weise vereinfachte Problem, den Kreis zu suchen durch einen gegebenen Punkt P, der eine Gerade g und einen Kreis k berührt, ergäbe diese Methode ebenfalls die einfachste Lösung. Eine direkte, d. h. nicht nur angenäherte Lösung ist möglich mit Hilfe der Inversion, gemäß Fig. 2. Wählen wir P selbst als Inversionszentrum, so wird der gesuchte Kreis in seiner Inversion zu einer Geraden. Um k in sich selbst invertieren zu lassen, wodurch die Zeichnung einfacher wird, wählen wir als Inversionspotenz diejenige von P in bezug auf k. Durch Inversion auf dieser Grundlage geht die Gerade g in den Kreis g' über. Nun haben wir nur noch die in Frage kommende gemeinsame Tangente t' an k und g' zu zeichnen und diese rückwärts in den gesuchten Kreis zu invertieren. Da die Inversion eine konforme Abbildung ist, liefern uns die Inversionsstrahlen durch die Berührungspunkte der Tangente t' direkt die Berührungspunkte des Kreises t mit den gegebenen Elementen.

Die Publikation dieser Lösung erfolgt, weil sie geeignet ist, die Leistungsfähigkeit der Inversionsgeometrie bei der Behandlung relativ schwieriger Probleme zu zeigen und damit zu vermehrter Anwendung derselben in der Praxis anzuregen. Die bekannteste Anwendung war bisher wohl die stereographische Projektion, die einen Spezialfall der Inversion darstellt und als solcher ebenfalls winkeltreu ist.

Emil Müller, Frick.

Beitrag zu „Eine Korbbogenaufgabe aus der Praxis".

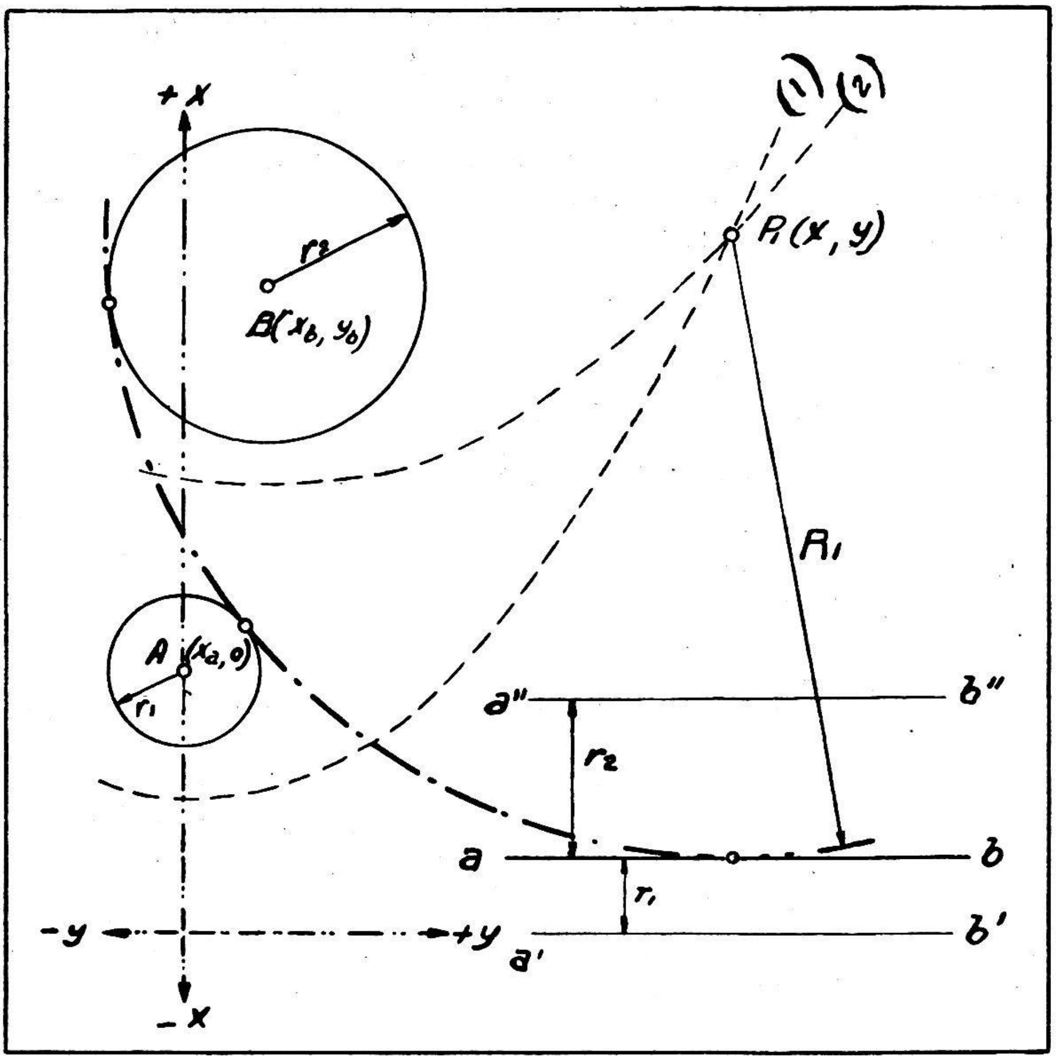
(siehe Nr. 5 dieses Jahres)

Ich möchte eine analytisch einfache und bequeme Lösung zu der ersten der Korbbogenaufgaben, die Herr H. Albrecht in jener Nummer behandelt hat, zeigen.

Wiederholen wir kurz die gestellte Aufgabe; sie lautet folgendermaßen: Gegeben eine Gerade a—b und zwei Kreise mit den Radien r_1 und r_2, gesucht ist der Kreis, der die Gerade und die beiden Kreise berührt.

Lösung: Wir stellen den geometrischen Ort aller Zentren von Kreisen dar, die

a) die Gerade a' — b' tangieren und durch den Punkt A gehen.
b) die Gerade a''—b'' tangieren und durch den Punkt B gehen (siehe Fig.).



Der Schnitt (es sind deren zwei) dieser beiden geometrischen Orte ist der gesuchte Mittelpunkt unseres Kreises R.

Eine analytische Darstellung ist die folgende: Wir legen ein Koordinatensystem folgendermaßen

Y-Achse fällt mit der Geraden a'—b' zusammen,
X-Achse geht durch den Punkt A.
Koordinatenbezeichnung $A\ (x_a,\ 0)$
$B\ (x_b,\ y_b)$
$P\ (x,\ y)$

Der erste geometrische Ort ist dargestellt durch die folgende Gleichung

$$x = \sqrt{(x - x_a)^2 + y^2} \qquad (1)$$

der zweite durch

$$x - (r_1 + r_2) = \sqrt{(x - x_b)^2 + (y - y_b)^2} \qquad (2)$$

beide stellen eine Parabel dar.

Die Auflösung dieser beiden Gleichungen nach x und y geben uns die gewünschten Koordinaten des Mittelpunktes des Kreises R_1 und der Radius R_1 ist einfach $x - r_1$, oder mehr geometrisch ausgedrückt: der eine Schnittpunkt der beiden Parabeln ist der praktisch verwertbare Mittelpunkt des gesuchten Kreises R_1.

Vereinfachung der Gleichung (1) durch Quadrieren

$$x = \frac{x_a^2 + y^2}{2\, x_a} \tag{3}$$

Die weitere Behandlung der beiden Gleichungen ist die denkbar einfachste. Wir kommen zur Auflösung einer Gleichung zweiten Grades, die folgendermaßen lautet:

$$y^2 + y\,\frac{l}{m} + \frac{n}{m} = 0 \tag{4}$$

wobei $l = 2\, x_a\, y_b$

$$m = x_b - x_a - (r_1 + r_2)$$

$$n = x_a^2 \left[x_b - (r_1 + r_2)\right] - x_a \left[y_b^2 + x_b^2 - (r_1 + r_2)^2\right]$$

bedeuten.

Die Auflösung ergibt:

$$y = -\frac{l}{2\,m} \pm \sqrt{\frac{l^2}{x\,m^2} - \frac{n}{m}} \tag{5}$$

Setzen wir y in die Gleichung (3) ein, so erhalten wir die weitere Koordinate x. Diese Rechnung ist einfach und schnell zu erledigen. Es sind einzig die drei Koordinaten x_a x_b und y_b abzugreifen (z. B. in einem aufgetragenen Maßstab 1 : 200) oder zu berechnen und in die Gleichung (5) einzuführen.

Ich möchte durch diese Ausführungen nur kurz zeigen, wie man solche und ähnliche Aufgaben theoretisch sehr korrekt und praktisch leicht verwertbar durch einfache Ueberlegungen analytisch lösen kann.

J. Sommer, dipl. Ing.

Bonitierung bei Güterzusammenlegungen.

Der Vorstand der Schweiz. Gesellschaft für Kulturtechnik hat am 9. Oktober 1933 eine Kommission bestellt, mit dem Auftrage, sich mit der Bonitierung bei Güterzusammenlegungen zu befassen. Auf Grund von zwei Sitzungen (am 21. Oktober und 5. Dezember 1933) und nach schriftlichem Gedankenaustausch ist diese Kommission, bestehend aus den Mitgliedern:

H. Fluck, Kulturingenieur, Bellinzona,
A. Goßweiler, Grundbuchgeometer, Dübendorf,
E. Schärer, Grundbuchgeometer, Baden,
A. Schnyder, Landwirtschaftslehrer, Solothurn,
G. Würmli, Landwirtschaftslehrer, Mannenbach, sowie
H. Bangerter, Grundbuchgeometer, Fraubrunnen
(in Vertretung des erkrankten Hrn. Schnyder in der 2. Sitzung)

zu folgenden Schlußfolgerungen gelangt:

1. *Bonitierungskommission.*

Die Bonitierungskommissionen werden mit Vorteil wie folgt zusammengesetzt: