Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 32 (1934)

Heft: 5

Artikel: Eine Korbbogenfrage aus der Praxis

Autor: Albrecht, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-194680

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Société suisse des Géomètres.

Invitation

à la XXXe Assemblée générale de la Société, à Aarau, le dimanche, 10 juin 1934 à 14 1/4 heures dans la Salle du Grand Conseil.

Ordre du jour:

1° Ouverture et constitution de l'assemblée.
2° Lecture du Procès-verbal de la XXIXe assemblée générale à Sion.
3° Rapport annuel et comptes pour 1933, budget 1934 et fixation de la contribution pour 1934.
4° Désignation du lieu et fixation de la date de la XXXIe assemblée générale 1935.
5° Décisions concernant la formation du personnel auxiliaire.
6° Taxation.
7° Congrès international des géomètres 1934 à Londres.
8° Divers, propositions individuelles.

Zurich et *Zoug*, le 1er mai 1934.

Pour le Comité central:
Le Président: *Bertschmann.* Le Secrétaire: *Dändliker.*

Hauptversammlung in Aarau.

Programm:

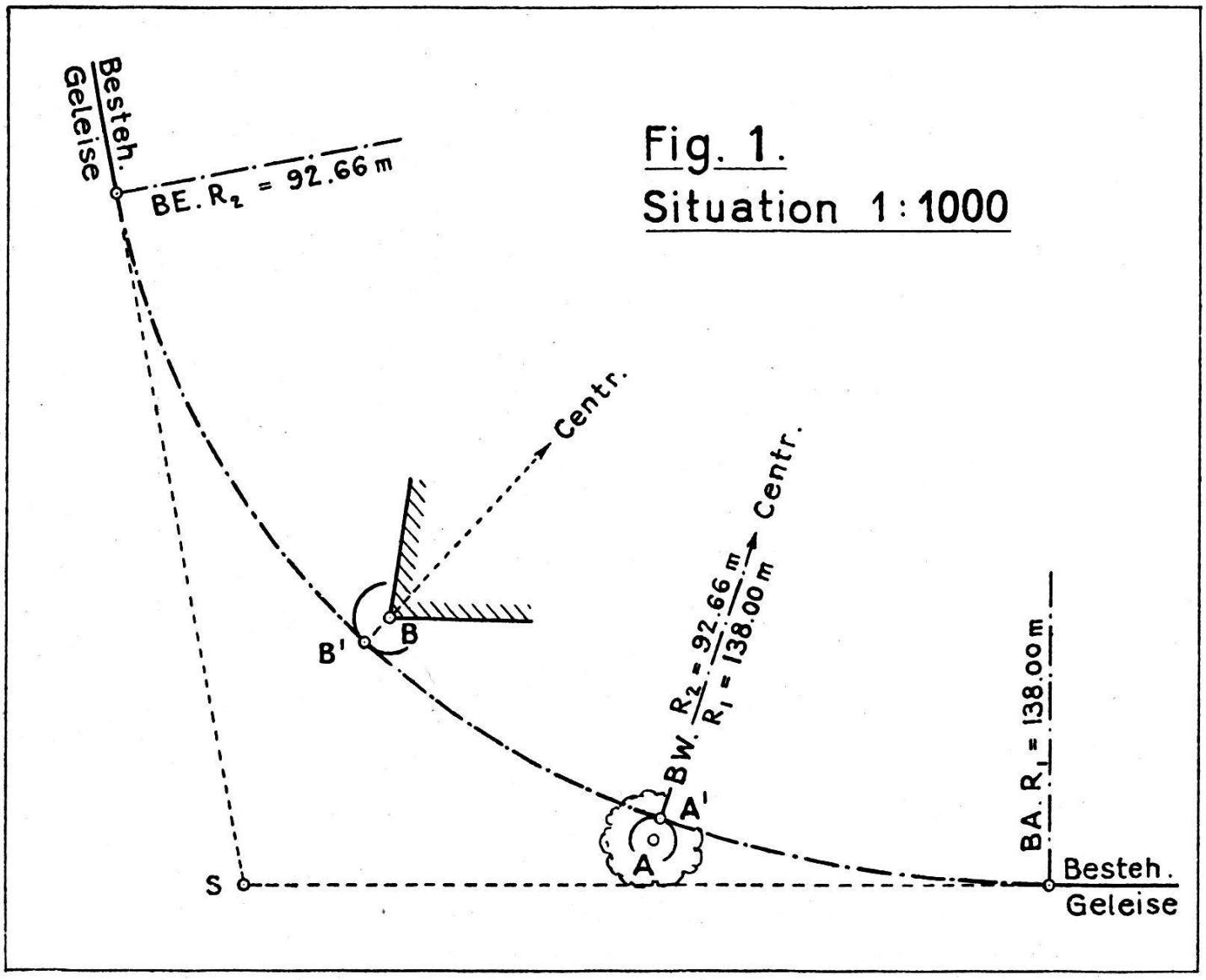
8 — 8½	Uhr:	Ankunft in Aarau.
9 —11	»	Besichtigung der Fabrik geod. Instrumente Kern & Cie
11	»	Apéritif, offeriert von der Firma Kern & Cie.
12½	»	Mittagessen in den Salmenstuben.
14¼	»	Offizielle Verhandlung im Großratssaal, nachher zwanglose Besichtigung der Stadt Aarau.

Anmerkung: Die Teilnehmer sind höfl. gebeten, sich vermittelst beiliegender Karte anzumelden bis längstens 7. Juni 1934.

Sektion Aargau-Basel-Solothurn.

Eine Korbbogenfrage aus der Praxis.

Anläßlich der Erstellung der Zufahrten zur neuen Dreirosenbrücke in Basel mußte auch das Zufahrtsgeleise zum Schlachthof den veränderten Verhältnissen angepaßt werden. Hiebei ergab sich die in der Fig. 1 dargestellte Situation. Bei *A* stand ein Baum, der womöglich erhalten bleiben sollte, und bei *B* war die Ecke des zukünf-



tigen Baublockes projektiert. Es war vorerst zu untersuchen, mit welchen größten Radien das Geleise zwischen diesen beiden Objekten durchgeführt werden könne, wobei vorgeschrieben war, daß der Abstand der Geleiseaxe von der Mitte des Baumes 2.50 m und von der Gebäudeecke 3.50 m betragen müsse.

Die Aufgabe bestand also darin, die beiden Enden des bestehenden Geleises durch einen Korbbogen zu verbinden, welcher die beiden Kreise mit den Zentren *A* und *B* berührt. Der Bogenwechsel dieses Korbbogens konnte sowohl bei *A* wie auch bei *B* liegen. Bei der gegebenen Situation war es zweifelhaft, welcher der beiden Fälle den größeren Minimalradius liefert, so daß zur Abklärung dieser Frage beide Varianten berechnet werden mußten.

Rein analytisch kann die gestellte Aufgabe auf folgende Weise gelöst werden. Für den Bogenwechsel bei *B* haben wir vorerst gemäß Fig. 2 das folgende Problem. Gegeben sind: die Tangente *a*—*b* und die beiden Kreise r_1 und r_2; gesucht ist der Kreis R_1. Eine direkte Lösung

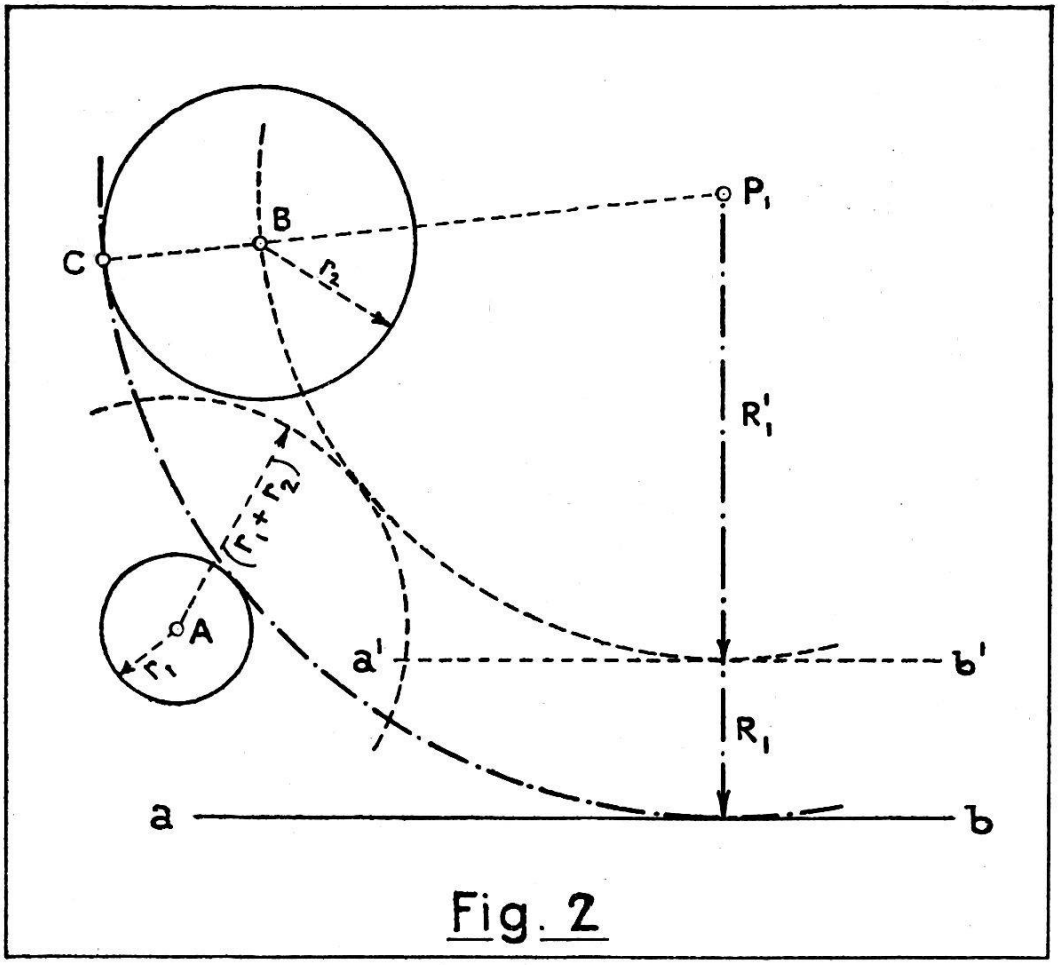


Fig. 2

dieser Aufgabe ist dem Schreibenden nicht bekannt, dagegen führt der folgende, indirekte Weg zum Ziel. Durch die Hilfskonstruktion der Fig. 2 mit dem Kreis $(r_1 + r_2)$ und der Tangente a'—b' läßt sich das Problem reduzieren auf die Aufgabe der Fig. 3, welche lautet: den Kreis R_1 zu bestimmen, der die Gerade a'—b' und den Kreis $(r_1 + r_2)$ berührt und durch den Punkt B geht.

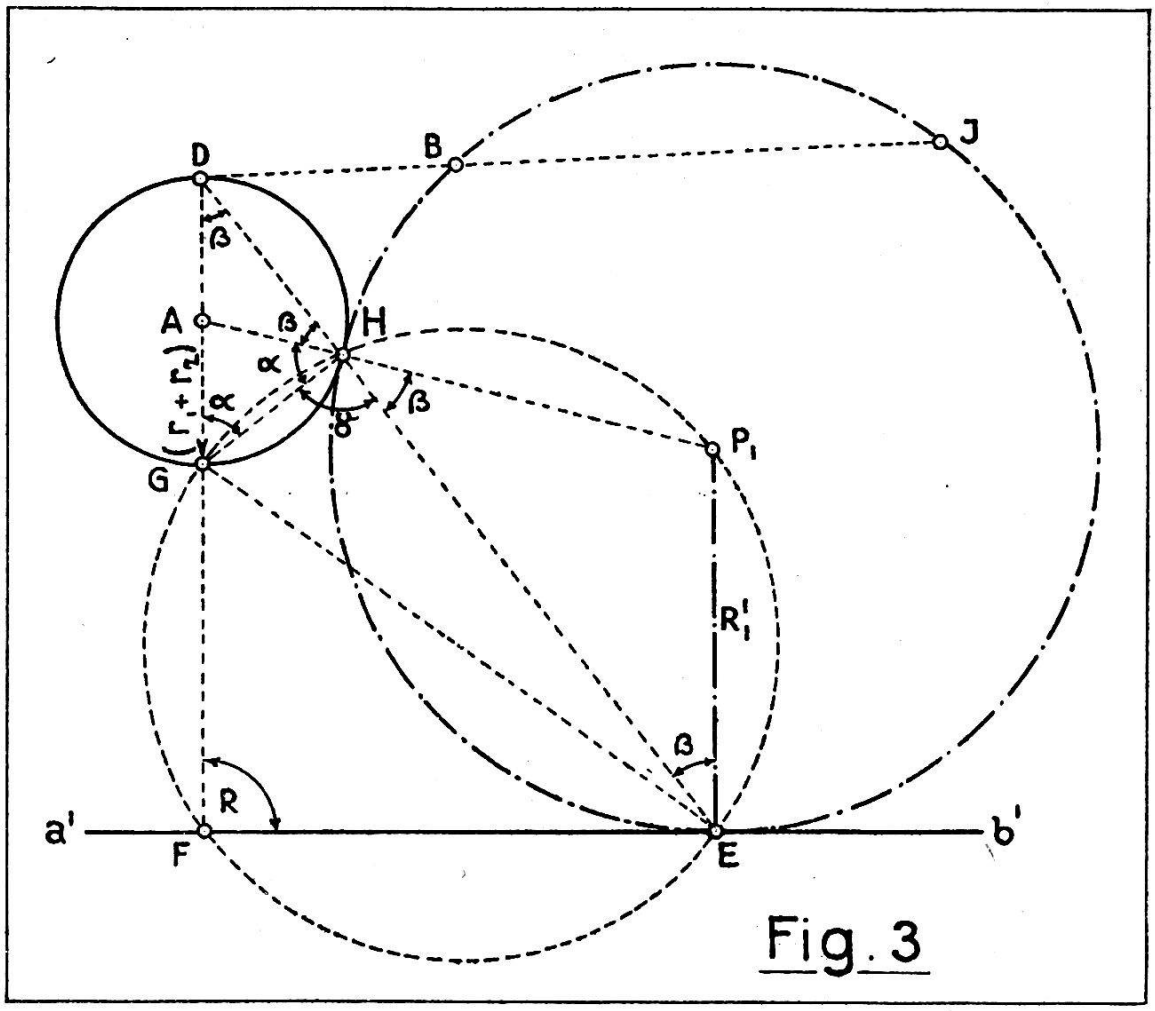
Auch diese vereinfachte Aufgabe dürfte schwerlich direkt zu lösen sein, dagegen läßt sich anhand der Fig. 3 folgendes ableiten. Es seien die 2 sich im Punkte H berührenden Kreise R'_1 und $(r_1 + r_2)$ und ein beliebiger Punkt D auf letzterem gegeben. Man verlängert DH bis nach E und errichtet dort die Tangente. Verlängert man den Radius DA bis zum Schnitt F mit der Tangente, so läßt sich leicht beweisen, daß der Winkel bei F ein rechter wird. Es ist auch:

$$\gamma = 200^g - (\alpha + \beta) = 100^g$$

Die 4 Punkte $EFGH$ liegen somit auf einem Kreis und folglich resultiert aus dem Sekantensatz:

$$\underline{DG \cdot DF} = DH \cdot DE = \underline{DB \cdot DJ}$$

Vermittelst dieser Beziehung läßt sich, nebst dem gegebenen Punkt B, ein weiterer Punkt J des gesuchten Kreises berechnen, so daß als restlich zu lösende Aufgabe noch übrigbleibt: einen Kreis zu



finden, der eine gegebene Gerade berührt und durch 2 gegebene Punkte geht. Die Auflösung hiefür lautet anhand der Fig. 4:

$$DF = \sqrt{DA' \cdot DB'}$$

$$CD = \frac{DE}{\cos \alpha}$$

$$R = \frac{CF}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Ist auf diese Weise der Bogen R_1 (Fig. 1) gefunden, so kann im Punkte B' die Tangente an diesen Kreis gelegt werden, womit sich der Radius R_2 des anschließenden Bogens ohne weiteres berechnen läßt.

Für den vorliegenden praktischen Fall konnte dieser umständliche Weg der rein analytischen Auflösung vermieden werden, weil für die beiden Abstände der Kurve vom Baum A und von der Gebäudeecke B kleinere Abweichungen vom Sollwert bedeutungslos waren. Das Vorgehen war folgendes (Fig. 1): Die bestehenden Geleise und die beiden Punkte A und B wurden polygonometrisch aufgenommen und im Maßstab 1 : 200 vermittelst Koordinaten aufgetragen. Auf diesem Plan wurde mit dem Kurvenlineal der gesuchte Korbbogen möglichst angenähert eingezeichnet, womit dann auch die ungefähren Richtun-

gen der durch die Punkte A und B gehenden Halbmesser konstruiert werden konnten. Die Azimute dieser beiden Radien wurden abgegriffen und mit diesen Azimuten und den beiden als Bedingung gegebenen Abständen von A und B die Koordinaten von A' und B' berechnet. Damit war die Aufgabe mit genügender Genauigkeit auf den Fall der Fig. 4 zurückgeführt. Nachdem die Koordinaten von D und C (Fig. 4) durch Schnittpunktberechnung ermittelt waren, konnten alle Elemente zur Auflösung jener Formeln ohne weiteres berechnet werden. Als Resultat ergab sich:

Bogenwechsel in A' : R_1 = 138.0 m; R_2 = 92.6 m
» » B' : R_1 = 112.2 m; R_2 = 83.1 m

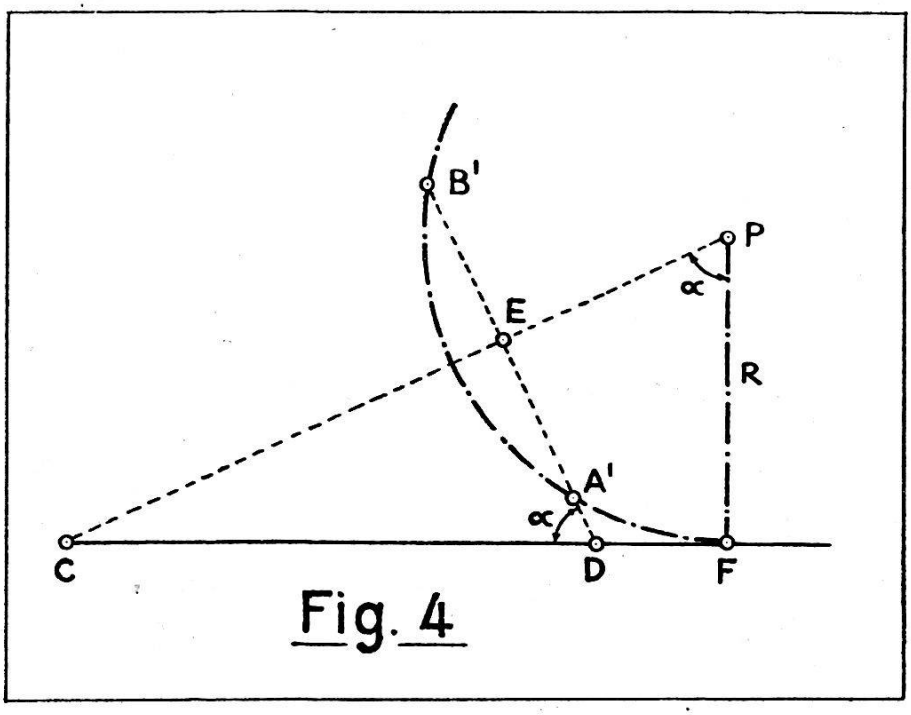


Fig. 4

Die Lösung mit dem Bogenwechsel im Punkt A' war somit die günstigere, doch befriedigte auch diese nicht restlos, weil der Minimalradius wenn möglich nicht kleiner sein sollte als 95 m. Es wurde deshalb die Frage aufgeworfen, welcher maximale Radius möglich wäre bei Preisgabe des Baumes A.

In diesem Fall war also ein Kreis zu bestimmen, der 2 gegebene Geraden und einen gegebenen Kreis berührt. Gemäß Fig. 5 kann dieses Problem reduziert werden auf den Fall, wo 2 Gerade und ein Punkt gegeben sind. Dieser Punkt hieß in unserem praktischen Beispiel B' und seine Koordinaten konnten der Berechnung des Korbbogens entnommen werden. Die noch verbleibende Aufgabe wurde entsprechend Fig. 6 folgendermaßen gelöst.

In bezug auf die Winkelhalbierende SP ist der Punkt B'' ein Symmetriepunkt zu B' und als solcher ebenfalls ein Punkt des gesuchten Kreises. Durch Rücktransformation von B' auf SP erhält

man x und y; durch Kleinpunktberechnung findet man damit die Koordinaten von B''. Damit ist dieses Problem zurückgeführt auf die Aufgabe von Fig. 4.

Die Rechnung ergab für diesen einheitlichen Kreisbogen einen Radius von 97.50 m, weshalb diese Lösung zur Ausführung vorgeschlagen wurde. Der Vertreter der Basler Straßenbahnen (B. St. B.) war aber aus folgenden Gründen mit dieser Linienführung nicht einverstanden.

Die in Frage stehende Kurve des Schlachthofgeleises wird noch gekreuzt von der doppelspurigen Straßenbahn. Für diese Kreuzung verlangte die B. St. B. aus technischen Gründen eine Gerade; dabei

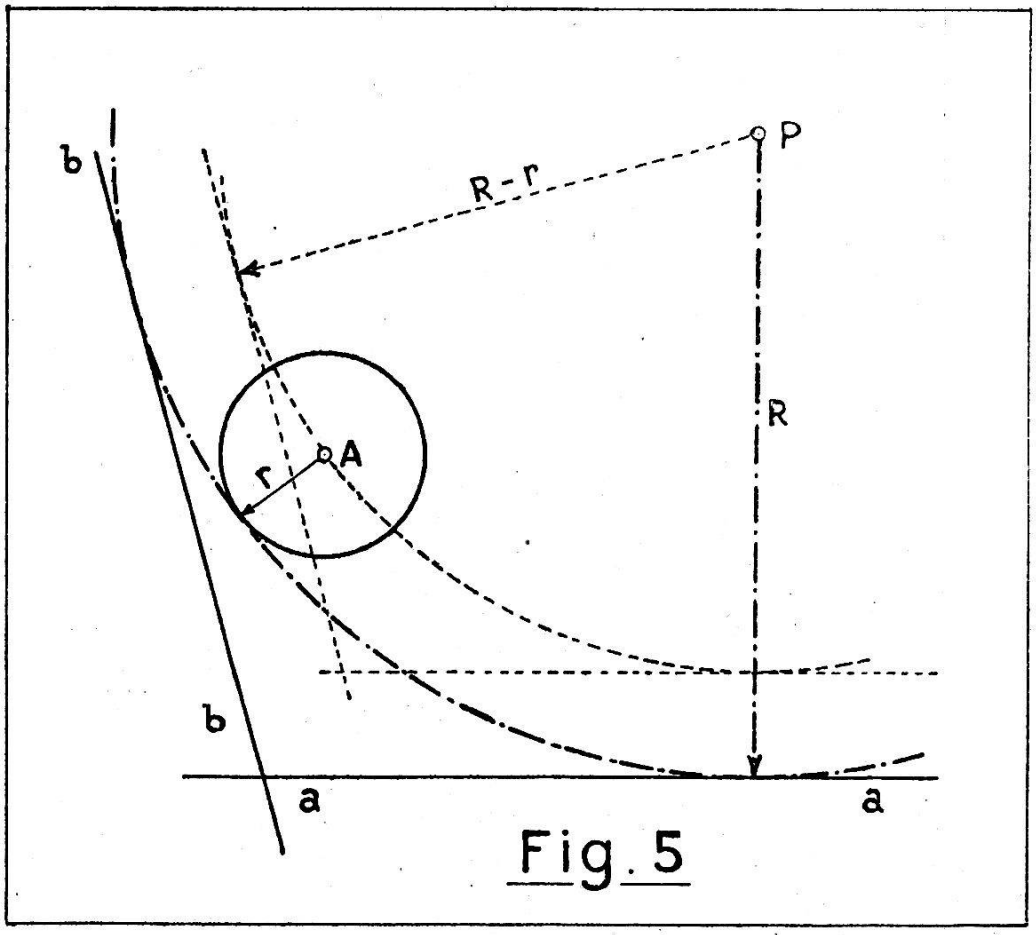


Fig. 5

sollten die vorstehenden Schenkel (Fig. 7) noch mindestens 1 m lang sein. Ein derartiges Trasse war nur möglich bei Zurücknahme der Gebäudeecke B. Dies wurde von der Behörde bewilligt und durch Reduktion der Steigung konnte dann von den S. B. B. noch die Bewilligung erlangt werden, mit dem Kurvenradius auf 90 m herunterzugehen.

Damit lautete die neue Aufgabe gemäß Fig. 7: An die beiden Tangenten a und b je einen Bogen von 90 m Radius so zu legen, daß die beiden Schenkel s_1 und s_2 je 1 m lang werden.

Eine rein rechnerische Lösung dieser Aufgabe dürfte sich, sofern sie überhaupt möglich ist, sehr kompliziert gestalten, so daß ein derartiger Versuch gar nicht gemacht wurde. Um vorerst eine angenäherte graphische Lösung zu finden, wurde je eine Pause hergestellt vom Bogen R_1 mit dem zugehörigen s_1 und analog von R_2. Die Pause 1 wurde dann auf dem Plan 1 : 200 so an die Tangente b gelegt, daß die Bedingung von s_1 erfüllt war. Wurde dann die Pause 2 derart auf die

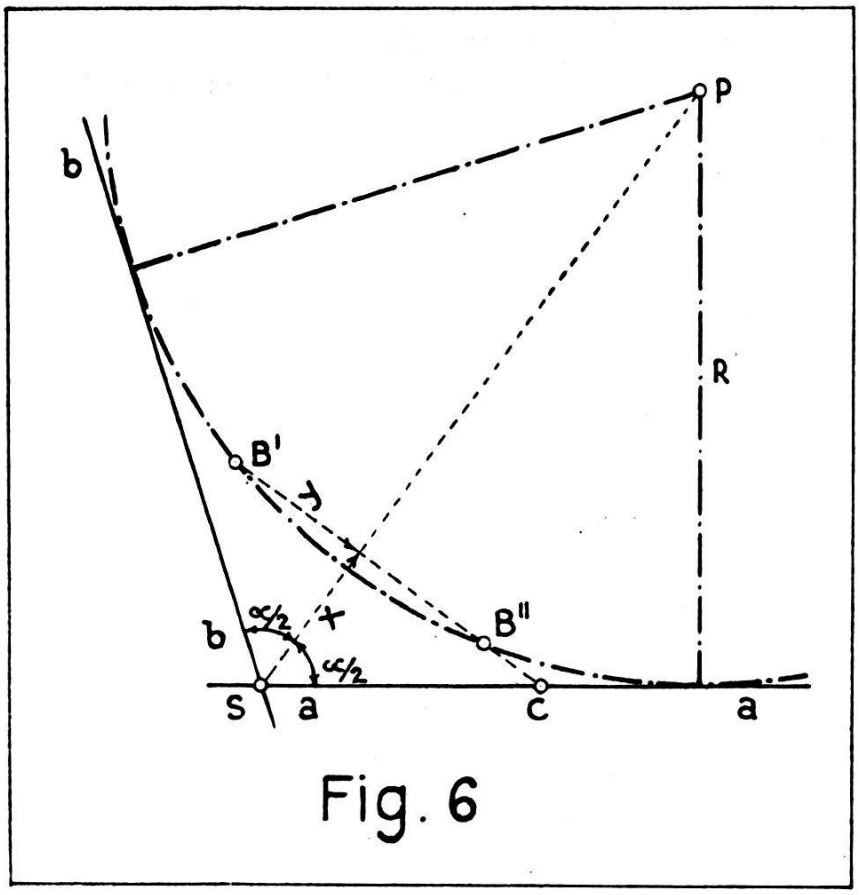


Fig. 6

Pause 1 gelegt, daß $s_2 = 1$ m wurde, so konnte anhand der Abweichung des Bogens R_2 von der Tangente a die notwendige Verschiebung zur Erzielung einer besseren Paßlage geschätzt werden. Nachdem durch wiederholtes Probieren die graphische Lösung ermittelt war, wurden die Distanzen ST_1 und ST_2 abgegriffen und die Koordinaten der beiden Punkte T_1 und T_2 berechnet. Damit waren die Elemente der Lösung festgelegt. Die Strecken s_1 und s_2 waren bei den graphischen Versuchen absichtlich etwas reichlich angenommen worden, da ja deren vorgeschriebene Länge von 1 m auf keinen Fall unterschritten werden durfte. Die Durchrechnung der graphischen Annahme lieferte für $s_1 = 1.57$ m und für $s_2 = 1.39$ m. Gestützt hierauf wurden für die Geleisekreuzung die beiden Schenkel s_1 und s_2 zu je 1.50 m angenommen, da die Verlängerung des Bogens R_1 um 7 cm und die Verkürzung des Bogens R_2 um 11 cm bei der Absteckung auf dem Terrain nicht

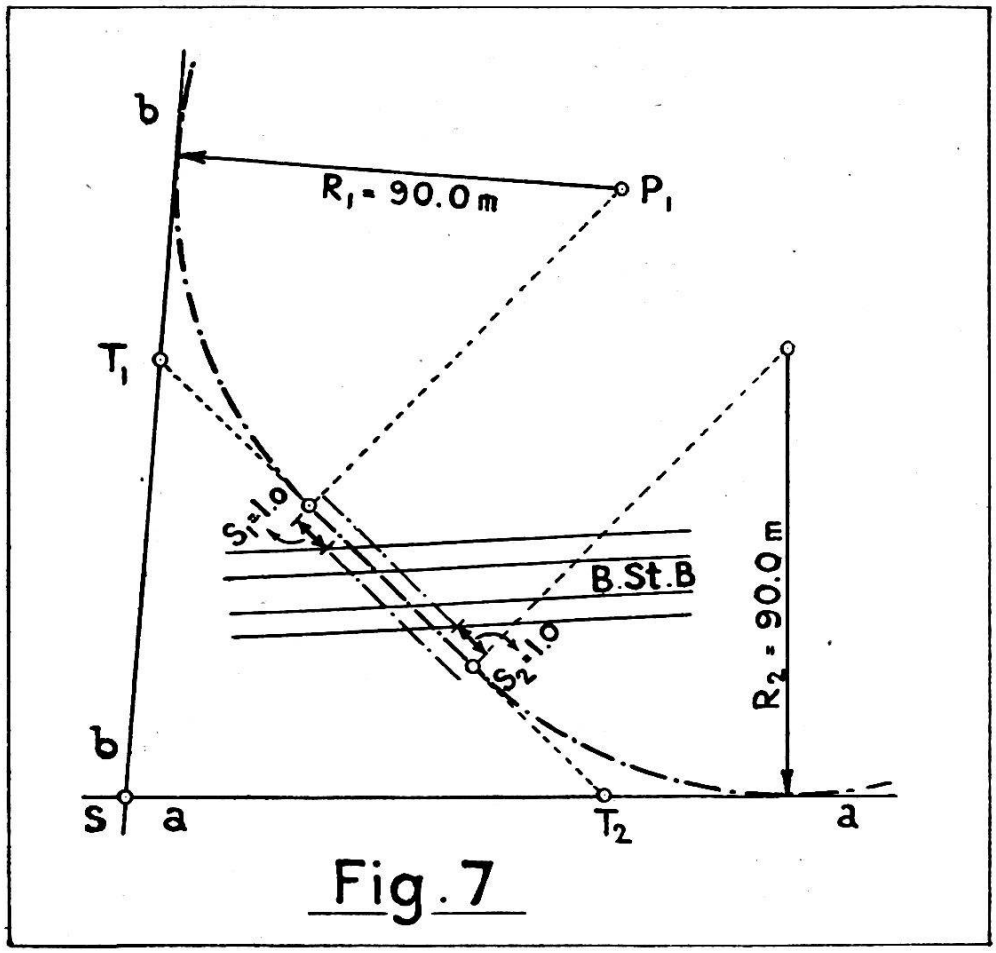


Fig. 7

spürbar ist. — Der Schnitt des Kreisbogens vom Radius 90.00 — 3.50 = 86.50 m und dem Zentrum P_1 (Fig. 7) mit der Gebäudeflucht von *B* (Fig. 1) lieferte dann noch die Koordinaten der neuen Gebäudeecke im vorgeschriebenen Abstand von der Geleiseaxe. *H. Albrecht.*

Nécrologie.

C'est avec une surprise douloureuse que l'on a appris la mort subite de Mr. S. J. Grafas, ingénieur et géomètre officiel à Yverdon, mort survenue à Berne, pendant le grand match de football du lundi de Pâques.

D'origine grecque et né en 1895, notre collègue S. J. Grafas avait fait ses premières études à Constantinople; il vint en Suisse et fréquenta de 1915 à 1920 l'Ecole d'Ingénieurs de Lausanne où il obtint son diplôme d'ingénieur civil. Attiré par certains travaux de mensurations et d'améliorations foncières, il fit divers stages dans des bureaux s'occupant de ces entreprises, en particulier à Genève, ce qui lui permit d'acquérir la nationalité suisse, puis à Yverdon où il se maria. En 1930 il passait les examens théoriques puis pratiques pour l'obtention du diplôme de

betreffenden Stellen in Jordans Handbuch der Vermessungskunde Bd. II und auf Dr. Hammers Lehr- und Handbuch der Trigonometrie, wo sich unter anderm auch Angaben finden über die Größenverhältnisse der beiden Radien. Die in Nr. 8, 1928 dieser Zeitschrift veröffentlichte Näherungsmethode für das apollonische Berührungsproblem hätte auch in diesem besondern Falle sehr rasch zum Ziele geführt, wie Fig. 1 zeigt. Dort ist die ursprüngliche Aufgabe direkt gelöst, nämlich die Konstruktion des Kreises, welcher außen an A in einem Abstand von a und innen an B in einem Abstand von b vorbeigeht und gleichzeitig eine gegebene Gerade berührt. Für das von H. Albrecht in richtiger Weise vereinfachte Problem, den Kreis zu suchen durch einen gegebenen Punkt P, der eine Gerade g und einen Kreis k berührt, ergäbe diese Methode ebenfalls die einfachste Lösung. Eine direkte, d. h. nicht nur angenäherte Lösung ist möglich mit Hilfe der Inversion, gemäß Fig. 2. Wählen wir P selbst als Inversionszentrum, so wird der gesuchte Kreis in seiner Inversion zu einer Geraden. Um k in sich selbst invertieren zu lassen, wodurch die Zeichnung einfacher wird, wählen wir als Inversionspotenz diejenige von P in bezug auf k. Durch Inversion auf dieser Grundlage geht die Gerade g in den Kreis g' über. Nun haben wir nur noch die in Frage kommende gemeinsame Tangente t' an k und g' zu zeichnen und diese rückwärts in den gesuchten Kreis zu invertieren. Da die Inversion eine konforme Abbildung ist, liefern uns die Inversionsstrahlen durch die Berührungspunkte der Tangente t' direkt die Berührungspunkte des Kreises t mit den gegebenen Elementen.

Die Publikation dieser Lösung erfolgt, weil sie geeignet ist, die Leistungsfähigkeit der Inversionsgeometrie bei der Behandlung relativ schwieriger Probleme zu zeigen und damit zu vermehrter Anwendung derselben in der Praxis anzuregen. Die bekannteste Anwendung war bisher wohl die stereographische Projektion, die einen Spezialfall der Inversion darstellt und als solcher ebenfalls winkeltreu ist.

Emil Müller, Frick.

Beitrag zu „Eine Korbbogenaufgabe aus der Praxis".

(siehe Nr. 5 dieses Jahres)

Ich möchte eine analytisch einfache und bequeme Lösung zu der ersten der Korbbogenaufgaben, die Herr H. Albrecht in jener Nummer behandelt hat, zeigen.

Wiederholen wir kurz die gestellte Aufgabe; sie lautet folgendermaßen: Gegeben eine Gerade a—b und zwei Kreise mit den Radien r_1 und r_2, gesucht ist der Kreis, der die Gerade und die beiden Kreise berührt.

Lösung: Wir stellen den geometrischen Ort aller Zentren von Kreisen dar, die

a) die Gerade a' — b' tangieren und durch den Punkt A gehen.

b) die Gerade a''—b'' tangieren und durch den Punkt B gehen (siehe Fig.).

die Abszisse II = Projektion x' von s' auf die Sehne $AP_2 = s$
= Projektion von s' auf die Tangente zu A;
Pfeil oder Ordinate II = Abstand y' des Punktes $P_1 = P'$ von der Sehne s, sowie von der Tangente t_A.

Dabei gehört zu P' der Peripheriewinkel $TAP' = \varphi' = 1/16 \cdot \gamma$.

Die Tafel T ermöglicht nun die Absteckung der Zwischenpunkte des 8-teiligen Bogens:

1. Nach der genauen Viertelsmethode, aus s, y für I $= P$ und s', y' für II $= P'$.
2. Nach der genauen Einrückungsmethode aus s', x' und $y' = zy'$.
3. Nach der Koordinatenmethode aus den Koordinaten x', y' und x, y, mit den Tangenten zu A, E und M als Abszissenachsen.
4. Nach der Peripheriewinkelmethode aus s' und φ'.

Zu den Berechnungen, welche unter Zugrundelegung der Tafel T durchzuführen sind, ist noch folgendes zu bemerken:

Bei einer beliebigen der in Betracht kommenden Funktionen, die wir nun mit z^* bezeichnen wollen, greifen wir 5 spezielle Werte heraus, nämlich

drei in der Tafel T auf einander folgende Werte z', z'', z''';

einen Zwischenwert mit $z' < z < z''$;

den dem Werte z entsprechenden Wert z_0 bei der abzusteckenden Kurve. Dazu führen wir folgende weitere Bezeichnungen ein:

$$z'' - z' = \Delta z; \qquad z - z' = dz = \nu \cdot \Delta z$$

$$\overline{\Delta z} - \Delta z = \Delta^2 z;$$

$$z''' - z'' = \overline{\Delta z}; \qquad z_0 = k \cdot z.$$

Speziell für $z^* = r^*$ wird $r' = r'' = r''' = r = 100$ m.

also $\Delta r = \overline{\Delta r} = \Delta^2 r = 0$.

Und für $z^* = \gamma^*$ wird: $\Delta\gamma = \overline{\Delta\gamma} = 1^\circ$ und $\gamma_0 = \gamma$;

damit wird: $d\gamma$ = Dezimalbruch von γ und $k = 1$.

Wenn nun der abzusteckende Kreisbogen durch die beiden Daten r_0 und γ_0 definiert ist, so wird:

$$r = 100 \text{ m} \qquad \text{und} \qquad k = \frac{r_0}{100};$$

$$\gamma = \gamma_0; \qquad \nu = d\gamma \qquad \text{und} \qquad \gamma' = \gamma - d\gamma.$$

Bei allen weitern Funktionen z^* wird bei Anwendung der gewöhnlichen linearen Interpolation:

$$dz = \nu \cdot \Delta z; \; z = z' + dz \text{ und } z_0 = k \cdot z.$$

(Schluß folgt.)

Berichtigung.

Der Titel des in der letzten Nummer erschienenen Aufsatzes über Korbbogen ist infolge eines Irrtums falsch gesetzt worden. Der Titel muß richtigerweise lauten: *Eine Korbbogen a u f g a b e aus der Praxis.*