**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =

Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

**Herausgeber:** Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

**Band:** 29 (1931)

**Heft:** 12

**Artikel:** Vom Grossen ins Kleine oder umgekehrt?

Autor: Berroth, A.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-192712

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 02.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

## Vom Großen ins Kleine oder umgekehrt?

Von A. Berroth, Aachen.

Bezugnehmend auf die kürzlich erschienene Arbeit von F. Bastl¹: "Reformierungsvorschläge zur Triangulation", welche in der Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik 1931, Seite 264, von F. Bæschlin kurz besprochen und somit den Lesern bekannt gemacht wurde, dürfte es am Platze sein, zu beweisen, daß keinerlei Gründe vorliegen, das gute Alte ins Wanken zu bringen.

Erklärt man sich zunächst mit dem Verfasser einverstanden, daß nur zufällige Fehler und zwar in solcher Größe in Betracht gezogen werden sollen, wie sie günstigstenfalls erreichbar sind, so muß die auf Seite 43 l. c) angeblich erreichbare Genauigkeit in der Uebertragung von Koordinaten auf 1000 km Entfernung von  $\pm 6,3$  cm mehr als stutzig machen. Bei genauerem Zusehen entdeckt man auch die Unhaltbarkeit der Angaben und ihre Ursache.

Durch den Seite 1 gebrachten unseligen Vergleich zwischen der erreichbaren Höhen- und Lage-Genauigkeit ist der Verfasser offenbar auf eine ganz verkehrte Fährte gekommen.

Daß wir durch Nivellements die Höhen so außerordentlich viel genauer übertragen können als Lage-Koordinaten, verdanken wir einem Naturgesetz, welches jedoch für den Fall der Lage nicht wirksam ist.

Bezeichnen beim Nivellieren  $\pm m$  den Neigungsfehler einer Visur, n die Anzahl der Visuren, L die Gesamtlänge des Nivellements, so folgt der mittlere Fehler des Endpunktes gegen den Anfangspunkt aus

$$M = \pm \frac{m}{\rho} \frac{\mathrm{L}}{\sqrt{n}}$$

Genau das gleiche Gesetz würde auch für die Lage-Uebertragung gelten, falls wir eine *Richtkraft* ähnlicher Art hätten, wie die Schwerkraft, jedoch in horizontalem Sinne wirkend, an die jede Messung unabhängig von der vorhergehenden angeschlossen werden könnte.

Eine Kraft solcher Art ist zwar der Erdmagnetismus und es wäre denkbar, mit einem Instrument entsprechend hoher Genauigkeit, das z.B. eine Einstellung senkrecht zur Horizontal-Intensität gestattete, ähnlich wie man beim Nivellement feststellt, wie groß der Abstand eines Punktes von der Niveaufläche durch den Ausgangspunkt ist, so hier festzustellen, wie weit ein Punkt von einer Fläche gleichen Potentiales, wie sie der Anfangspunkt hat, entfernt liegt.

Leider hätte eine solche Angabe keinen praktischen Wert, weil die Intensität des Erdmagnetismus relativ klein und nicht für alle Materialien universell wirksam ist, wie die Wirkung der Schwere.

Das Fortpflanzungsgesetz für eine durch eine *Richtkraft* bedingte Messung (also z. B. für eine Bussolenmessung, ein Nivellement) lautet demnach:

$$M = \pm \frac{m}{\rho} \frac{L}{\sqrt{n}}$$

Dieses Gesetz hat nun Bastl fortwährend angewandt, obwohl in

 $<sup>^{1}</sup>$  Reformierungsvorschläge zur Triangulation. Brünn 1931. Verlag Carl Winiker.

Wirklichkeit für eine Dreieckskette das Gesetz 2) gilt, da für den vorliegenden Zweck die Kette als ein mehrfach versteifter doppelter Polygonzug angesehen werden kann.

2) 
$$M = \pm \frac{m\sqrt{2}}{\rho} L \sqrt{\frac{(n+1)(2n+1)}{6n}}$$

Hierin bedeutet m den mittleren Fehler der endgültigen Richtung einer Außenseite, n die Anzahl der Außenseiten, L die Gesamtlänge eines abgeschälten Zuges.

Wie man aus den Formeln ersieht, besteht der Unterschied hauptsächlich darin, daß das eine Mal der *n* enthaltende Faktor im Nenner, das andere Mal im Zähler auftritt.

Nimmt man nun mit Bastl an, daß  $m=\pm 0$ ".4 für eine 1 km lange Richtung, also für die Methode vom "Kleinen ins Große" im Endresultat erreichbar wäre, so ergäbe 2) für 1000 km Längserstreckung den Wert  $\pm 50$  m, oder im Mittel aus 2 Zügen die Größenordnung von etwa  $\pm 35$  m Koordinatenfehler (nicht  $\pm 6,5$  cm l. c) Seite 43, wie sich bei Anwendung der Formel 2 ergäbe).²

Eine Betrachtung des mutmaßlichen Längsfehlers erhält man überschlägig aus einer schematischen Dreieckskette, z.B. aus gleichseitigen Dreiecken bestehend. Für 1 km lange Seite und 6 km Längserstreckung (11 Dreiecke) ergibt sich nach  $Simon^3$  für das Gewichtsverhältnis der 6 km langen Seitenfolge zur 1. Seite l. c) Seite 32 die Zahl p=1 172,729. Nimmt man mit Bastl den Fehler der ersten Seite zu  $\pm$  2 mm an, so ergibt sich der Koordinatenlängsfehler nach 6 km zu  $\pm$  26 mm und ähnlich groß wird auch der Querfehler mit  $m=\pm$  0".413 (während nach Bastels Methode zu erwarten wären  $\pm$  5 mm).

### Praktischer Nachweis.

Eine praktische Prüfung der "Reformierungsvorschläge" ist schlechterdings überflüssig, weil man bereits an vorhandenen Beispielen überschlagen kann, was herauskommen muß.

Schließt man die 1000 km lange Kette (mit durchschnittlich 1 km Seitenlänge) zum Kranz zusammen, so ist ein mittlerer Fehler in der Winkelsumme zu erwarten von  $\pm$  0".413 .  $\sqrt{2}$  .  $\sqrt{1000} = \pm$  18".5 (ohne jeden systematischen Fehler). Nimmt man auf Grund des umfangreichen Zahlenmaterials z. B. der preußischen Landesaufnahme an, daß ein Winkel zwischen zwei 50 km langen Seiten I. Ordnung mit höchstens  $\pm$  1".0 (ausgeglichen) meßbar ist, so ergäbe sich theoretisch beim Zusammenschluß zum Kranze mit 50 km langen Seiten von 1000 km Länge der Widerspruch in der Winkelsumme  $\pm$  4".5. Als praktisches Beispiel habe ich folgende Widersprüche aus Lotabwei-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Sieht man bei der gestreckten Dreieckskette von den nur in der Längsrichtung wirkenden Fehlern zunächst ab, so bleibt als Haupteinfluß für die Querverschiebung des Endpunktes der Winkelfehler zwischen zwei aufeinanderfolgenden Außenseiten, der auch nach der Ausgleichung keinesfalls unter  $0'',413\cdot\sqrt{2}$  heruntergebracht werden kann.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> P. Simon, Gewichtsbestimmungen. Berlin 1889. Veröffentlichung des Kgl. Pr. Geodätischen Instituts.

chungen<sup>4</sup> Heft 5, S. 47, zusammengestellt, bei einem durchschnittlichen Polygonumfang von 600 km, wobei zu beachten ist, daß hierin auch die systematischen Fehler enthalten sind.

1.	Rauenberg-Leipzig-Brocken-Lüß	+1".44
2.	Brocken-Bonn-Ubagsberg-Nottuln	+1".92
3.	Lüß-Brocken-Nottuln-Wilhelmshaven-Kaiserberg	— 3 <b>″.</b> 55
4.	Rauenberg-Lüß-Kaiserberg-Kiel-Dietrichshagen-Rugard-	
	Vogelsang	+3".28
<b>5.</b>		<b>—</b> 6 ".66
6.	Rauenberg-Vogelsang-Gollenberg-Thurmberg-Springberg.	<b>— 2″.01</b>
7.	Springberg-Thunberg-Trunz-Schönsee	+ 4".93
8.	Schönsee-Trunz-Goldapperberg-Kernsdorf	<b>— 2</b> ″.33

Daraus ergibt sich ein durchschnittlicher Widerspruch von 3".3 für ein Polygon von durchschnittlich 600 km Umfang, für 1000 km Umfang somit durchschnittlich 4".3, ein Resultat, das trotz der hierin enthaltenen systematischen Fehler mit dem vorherigen Wert  $\pm$  4".5 sehr gut übereinstimmt.

Die Annahme, die Horizontalprojektion eines Lichtstrahls laufe zwischen zwei Punkten geradlinig, die mangels der Möglichkeit der Berücksichtigung der Einwirkung der physikalischen Gesetze nicht zu umgehen ist, ist eben immer noch weit genauer als man imstande ist durch Zerschneidung in 50 Teile diese mittels des Theodolits wieder zusammenzuflicken. Trotzdem wird man aus praktischen Gründen die Ziellänge nicht übertreiben und etwa bei 20 km Seitenlänge für die Triangulation I. Ordnung zweckmäßig stehen bleiben (aber nicht darunter)!

Solange also nicht irgendein Komet am Himmel erscheint, welcher die Eigenschaft einer Richtkraft in horizontalem Sinne für die Erde besitzt, dürfte es gut sein, bei dem althergebrachten Arbeitsvorgang "Vom Großen ins Kleine" zu bleiben.

# Kongreß der elsässischen und lothringischen Diplom-Geometer.

In Straßburg fand zwischen dem 19. und 21. September eine Tagung der elsässischen und lothringischen Geometer statt, an welcher sich zirka 130 Teilnehmer einfanden.

sich zirka 130 Teilnehmer einfanden.
Im Konferenzsaal der Ecole Nationale Technique eröffnete Herr Pauli, Contrôleur du Cadastre und Präsident der Vereinigung, den Kongreß mit einer Ansprache. — Herr Iltis, Direktor der Ecole Nationale Technique, entbot Willkommgruß und Glückwunsch zum 50. Jahrestag der Association des Géomètres diplômés.

Der Nachmittag brachte verschiedene interessante Vorträge. Herr Pauli gab einen historischen Ueberblick über den Kataster im Elsaß. Herr Fintz referierte über das Thema "Berufliche Ausbildung", wobei er in großen Zügen das vielseitige Arbeitsfeld des Diplomgeometers skizzierte.

Herr Schweyer sprach über die Flurbereinigung in Elsaß und Lothringen und wies auf verschiedene Mängel des bestehenden Gesetzes

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Veröffentlichung des Kgl. Pr. Geodätischen Instituts. Berlin 1916.