Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 27 (1929)

Heft: 11

Artikel: Geophysikalische Methoden zur Erforschung des Untergrundes

Autor: Baeschlin, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-191444

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 24.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE
Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik
ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS
REVUE TECHNIQUE SUISSE DES MENSURATIONS ET AMÉLIORATIONS FONCIÈRES
ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Redaktion: F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)
Ständiger Mitarbeiter für Kulturtechnik: Dr. Ing. H. FLUCK, Dipl. Kulturingenieur, Neuchâtel Poudrières, 19. — Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats.
Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme:
BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORM. G. BINKERT, WINTERTHUR

Erscheinend am 2. Dienstag jeden Monats Inserate: 50 Cts. per 1spaltige Nonp.-Zeile	No. 11 des XXVII. Jahrganges der „Schweiz. Geometerzeitung". 12. November 1929	Abonnemente: Schweiz . . . Fr. 12.— jährlich Ausland . . . „ 15.— „ Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Geometervereins

Geophysikalische Methoden zur Erforschung des Untergrundes.

Von *F. Baeschlin*, Professor an der Eidg. Techn. Hochschule, Zürich.

In den letzten Jahrzehnten sind verschiedene Methoden ausgearbeitet worden, welche zum Ziele haben, durch Messungen an der Erdoberfläche Einblick in die unterirdische Massenverteilung zu erhalten, um so technisch wichtige Mineralien aufzusuchen.

Obwohl die betreffenden Messungen wesentlich physikalischen Charakter haben, so werden für deren Ausführung mit Vorliebe Vermessungsingenieure und Geometer herangezogen, weil diese ihrer beruflichen Ausbildung entsprechend am ehesten befähigt sind, die Lage der einzelnen Meßstationen an der Erdoberfläche zu bestimmen und im übrigen gemäß ihrer Erziehung zur Genauigkeit auch für die Durchführung der physikalischen Messungen geeignet sind.

Deshalb möchte ich durch diesen Aufsatz den Lesern der „Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik" eine allgemeine Orientierung über die Materie geben, ohne irgendwie Neues bieten zu wollen, indem ich mich auf die vorhandene Literatur stütze.

Die Problemstellung.

Wenn es sich darum handelt, den Untergrund durch Messungen an der Erdoberfläche näher zu erforschen, so heißt das vom praktischen Standpunkt aus meistens, es solle festgestellt werden, wo sich seltener vorkommende Mineralien, wie Erze, Kohle, Erdöl etc. befinden. Gestützt auf die besondern physikalischen Eigenschaften der aufzusuchenden Mineralien, sind Fernwirkungen derselben, die bis an die Erdoberfläche reichen, aufzusuchen, wobei es sich entweder um von diesen Materialien primär ausgehende Wirkungen handelt (Massenanziehung,

magnetische Wirkungen etc.) oder um deren Wirkung auf besondere versuchsmäßig ausgelöste physikalische Erscheinungen, wie elektrische Ströme, Erschütterungen der Erdrinde etc.

Stellen wir uns beispielsweise irgendwo, in neutrales Gestein eingebettet, eine Lagerstätte von Magneteisenerz vor. Von dieser Lagerstätte gehen magnetische Anziehungskräfte aus, welche an der Erdoberfläche festgestellt werden können. Wir werden etwa die magnetische Deklination und Inklination, wie die Horizontalintensität auf verschiedenen im Gebiet zerstreuten Stationen messen. Aus den gefundenen Wirkungen soll nun auf die Ursache, die Lagerstätte geschlossen werden. Studiert man diese Frage näher, so erkennt man, daß die meßtechnisch festgestellten Wirkungen von unendlich vielen Verteilungen von magnetischen Massen herrühren können. Dieser Uebelstand, daß aus den Wirkungen eines Kraftfeldes, welche an einer endlichen Zahl von Punkten festgestellt worden ist, nicht eindeutig auf die Ursachen des Kraftfeldes geschlossen werden kann, ist allen Fernwirkungen eigen. Sobald man aber in unserm Falle über die geologische Struktur des Untergrundes auch nur in großen Zügen orientiert ist, verbleiben von den theoretisch unendlich vielen Möglichkeiten der Verteilung von magnetischen Massen nur einige wenige, vielleicht sogar nur eine, so daß man jetzt in der Lage ist, die Begrenzungsfläche der magnetischen Masse festzulegen. Das Magneteisenerzlager übt aber noch weitere Fernwirkungen aus. Da das Magneteisenerz schwerer als das umgebende Gestein ist, so gehen auch besondere Gravitationswirkungen von dem Lager aus, die wir an der Erdoberfläche messend feststellen können. Das Magneteisenerz hat aber auch eine höhere elektrische Leitfähigkeit als die gewöhnlichen Gesteine. Wenn wir daher starke elektrische Erdströme erzeugen, so werden diese durch das Lager beeinflußt, was wir durch Messungen feststellen können. Werden in der Nachbarschaft des Magneteisenerzlagers starke Erschütterungen ausgelöst (etwa durch Sprengungen an der Erdoberfläche oder in Schächten), so pflanzen sich diese künstlichen Erdbeben durch die Erdschichten als Schwingungen weiter und können an geeignet aufgestellten Erdbebenmessern registriert werden. Infolge der Dichteänderung an der Grenzschicht zwischen dem Erz und dem umgebenden Material werden diese Erdbebenwellen abgelenkt und reflektiert. Aus der Analyse der verschiedenen Erdbebendiagramme können daher ebenfalls Schlüsse über die Lage der Grenzschichten gezogen werden.

Durch die Kombination aller Messungsergebnisse zusammen mit den geologischen Kenntnissen werden wir unter Umständen dazu gelangen, die Lagerstätte mit großer Sicherheit zu bestimmen. In manchen Fällen werden wir auch aus einer Art solcher Messungen allein zusammen mit den geologischen Kenntnissen mit hoher Wahrscheinlichkeit Schlüsse über die Verteilung des Lagers ziehen können.

In jedem Falle aber müssen wir uns darüber klar sein, daß nur aus den Aeußerungen einer Fernwirkung allein, ohne Berücksichtigung der geologisch möglichen Lagerung, kein bestimmter Schluß gezogen wer-

den kann. Das muß hier mit aller Deutlichkeit gesagt werden, damit nicht die falsche Meinung aufkomme, daß durch die hier zu besprechenden geophysikalischen Methoden die geologische Erforschung der Erdrinde unnötig gemacht werde. Die geophysikalischen Methoden wollen nur die geologische Betrachtungsweise unterstützen und damit zu sicherern Schlüssen führen.

Der Einfluß des Untergrundes auf die Beschaffenheit des Schwerefeldes an der Erdoberfläche.

Die Schwerebeschleunigung an irgendeinem Orte, d. h. die Kraft, welche infolge der Anziehung der Erdmasse auf eine an dem betr. Orte aufgestellte Masse Eins wirkt, setzt sich nach Größe und Richtung aus den Einzelwirkungen sämtlicher Massenelemente der ganzen Erde zusammen.

Zwei Massenpunkte, in denen die Massen m_1 und m_2 konzentriert seien, ziehen sich, wenn ihre Entfernung r ist, nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz gegenseitig mit einer Kraft G an, wo

$$G = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

und k die sog. Gravitationskonstante bedeutet.

Wird hier G in Dyn (1 Dyn = 0.0010976 Gramm Gewicht), m_1 und m_2 in Gramm und r in Zentimeter gemessen, so ist nach den heute besten Bestimmungen

$$k = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

Die Gravitationskonstante k ist von dem Material der aufeinanderwirkenden Massen unabhängig gefunden worden.

Bei der Erde tritt infolge ihrer täglichen Rotation noch die daraus resultierende Reaktionskraft (Zentrifugalkraft) hinzu. Die Resultierende von Gravitation und Zentrifugalkraft heißt die *Schwere*. Ihre Richtung ist die Lotrichtung.

Die Schwerkraft besitzt ein Potential, d. h. es gibt für jeden Punkt des Schwerefeldes eine nur vom Orte (also nicht von der Zeit) abhängige Funktion, deren Ableitung nach einem Linienelement gleich der Komponente der Schwerkraft in jener Richtung ist. Nennen wir diese Potentialfunktion U (im Sinne eines Beschleunigungspotentials), während g die Schwerkraftbeschleunigung in einem betrachteten Punkte sei, so ist also

$$g = -\frac{\partial U}{\partial h}$$

wo h die Höhe darstelle. Das Minuszeichen tritt auf, weil die Höhe nach außen positiv gezählt wird, während die Schwerkraft in entgegengesetzter Richtung, nach innen, gerichtet ist.

Verbindet man alle Punkte, welche denselben Wert von U aufweisen, so erhält man eine sog. *Aequipotentialfläche* oder Niveaufläche. Sie hat die Eigenschaft, überall normal zu der Schwerkraftsrichtung (Lotrichtung) in jedem ihrer Punkte zu stehen. Die Niveauflächen sind geschlossene Flächen, die sich umhüllen, sich also nirgends durch-

schneiden oder berühren. Dagegen sind im allgemeinen diese Niveauflächen keine Parallelflächen. Die Schwerkraftsbeschleunigung auf einer Niveaufläche ist nicht konstant, sondern sie wächst vom Aequator bis zum Pol. Diejenige Niveaufläche, welche der freien Meeresoberfläche entspricht, wird das *Geoid* genannt.

Diese Schwerkraftsbeschleunigung g wird mit Hilfe von Pendelmessungen bestimmt. Man unterscheidet absolute und relative Schweremessungen.

Bei den *absoluten* Schweremessungen wird die Länge des mathematischen Sekundenpendels mit Hilfe von Reversionspendeln ermittelt. Bekanntlich ist die halbe Schwingungsdauer T (Zeit von der Links- bis zur Rechtselongation oder umgekehrt) eines mathematischen Pendels von der Länge l, an einem Orte, wo die Schwerebeschleunigung g ist

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Solche absolute Schweremessungen können nur in einem sehr gut ausgerüsteten Institut mit der gewünschten Genauigkeit durchgeführt werden.

Bei den *relativen* Schweremessungen läßt man ein und dasselbe invariable Pendel (gewöhnlich ein Halbsekunden-Pendel von ca. 25 cm Länge) an verschiedenen Orten, darunter auch an einem Orte, wo die Schwerebeschleunigung, z. B. durch absolute Messungen früher schon bestimmt worden ist, schwingen und bestimmt des genauesten die einzelnen Schwingungsdauern des Pendels.

Seien T_1, T_2 .... T_n die Schwingungsdauern an den Stellen, wo die Schwerebeschleunigung resp. g_1, g_2 .... g_n ist, so haben wir die Beziehungen

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g_1}} \quad T_2 = \pi \sqrt{\frac{l}{g_2}} \quad \ldots\ldots \quad T_n = \pi \sqrt{\frac{l}{g_n}},$$ woraus folgt

$$g_1 T^2{}_1 = g_2 \cdot T^2{}_2 \ldots\ldots = g_n \cdot T^2{}_n = \pi^{-2} l = \text{konstant.}$$

Wenn nun z. B. g_n bekannt ist, so lassen sich auch die g_1, g_2 etc. bestimmen.

Nach dieser Methode läßt sich g etwa auf 0.001 cm $\sec^{-2}$ genau ermitteln.

Mit Hilfe solcher Bestimmungen der Schwerkraftsbeschleunigung an der Erdoberfläche lassen sich wohl generelle Angaben über die Massenverteilung in der Erdrinde machen; zur Feststellung von lokalen Vorkommnissen reicht dagegen die heute damit erreichbare Genauigkeit nicht aus.

Zu einer viel weitergehenden und genauern Charakterisierung des Schwerefeldes in der Umgebung eines Punktes gelangen wir mit der von Baron Roland von Eötvös, Budapest, erfundenen Eötvösschen Drehwage oder Torsionswage (englisch = torsion balance).

Bevor wir auf dieses interessante Instrument etwas näher ein-

treten, wollen wir einige Begriffe aus der Höhern Geodäsie und aus der Potentialtheorie kurz darlegen.

Wir betrachten einen Punkt P im Schwerefeld der Erde. Durch ihn geht eine bestimmte Niveaufläche. Wir wählen diesen Punkt P zum Ursprung eines drei-rechtwinkligen Koordinatensystems. Die z-Achse legen wir in die Lotrichtung von P, d. h. also die Normale zur Niveaufläche in P. Die x- und y-Achse fallen dann in die Tangentialebene, d. h. geodätisch in die Horizontalebene durch P. Die x-Achse legen wir in die Meridianebene, $+x$ nach Norden, die $+y$-Achse nach Osten.

Die Gleichung der Niveaufläche lautet dann

$$U\ (x, y, z) = \text{konstant.}$$

Für alle Punkte *außerhalb* des Erdkörpers gilt dann die Laplacesche Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 2\,\omega^2$$

wo ω die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde um ihre Achse bedeutet.

Für Punkte *innerhalb* des Erdkörpers dagegen gilt die Poissonsche Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -4\,\pi\,k\,\sigma + 2\,\omega^2$$

wo σ die Dichte der Erdmasse in der Umgebung des betrachteten Punktes bedeutet.

Nun ist $-\dfrac{\partial U}{\partial z} = g$

$\dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{\partial U}{\partial y} = 0$, weil in der Richtung der Niveaufläche keine Kraft wirkt.

$\dfrac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\dfrac{\partial g}{\partial z}$ bedeutet die Aenderung der Schwerkraftsbeschleunigung längs der Lotlinie nach innen.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z} = -\frac{\partial g}{\partial x} \text{ und } \frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z} = -\frac{\partial g}{\partial y}$$

bedeuten die Aenderung von g in Richtung der negativen x- resp. y-Achse.

Der totale horizontale *Gradient* von g ist

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\right)^2} = \text{grad } g.$$

Dieser horizontale Gradient von g hat gegen die positive x-Achse das Azimut α, wobei

$$\text{tang } \alpha = \frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z} : \frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}$$

Die Niveauflächen des Schwerefeldes sind, wie schon bemerkt, im allgemeinen einander nicht parallel. Dann sind auch die Kraftlinien

des Schwerefeldes, die Lotlinien gekrümmt. Ihr Krümmungsradius ergibt sich aus der Formel

$$r = \frac{g}{\sqrt{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\right)^2}}$$

Wenn wir durch die Lotlinie von P resp. durch die Tangente derselben im Punkte P, Ebenen (Vertikalebenen) legen, so schneiden sie aus der Niveaufläche ebene Kurven (Vertikalschnitte), die jede im Punkte P verschiedene Krümmungsradien haben. Einer dieser Krümmungsradien ist der größte, ein anderer der kleinste von allen. Die Vertikalebenen, die diese beiden besondern Vertikalschnitte herausschneiden, stehen aufeinander senkrecht und werden Hauptkrümmungsebenen genannt.

Nennen wir ρ_1 den kleinsten, ρ_2 den größten dieser Vertikalschnittskrümmungsradien (sog. Hauptkrümmungsradien), so ist

$$\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = -\frac{1}{g}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$$

oder da

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 2\,\omega^2$$

auch

$$\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - 2\,\omega^2\right) = \frac{1}{g}\left(-\frac{\partial g}{\partial z} - 2\,\omega^2\right)$$

Ferner gilt für den Winkel λ, den die dem größern Hauptkrümmungsradius ρ_2 zugehörende Schnittebene mit der xz-Ebene einschließt

$$\operatorname{tang} 2\,\lambda = -2\,\frac{\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}}{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)}$$

Ferner ist

$$\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} = -\frac{1}{g}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) \cdot \frac{1}{\cos 2\,\lambda}$$

Man kann deshalb ρ_1 und ρ_2 berechnen, wenn man die zweiten partiellen Differentialquotienten des Schwerepotentials, resp. nur die folgenden Kombinationen derselben, im Punkte P kennt

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \text{ und } \frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}$$

Eötvös führt dann noch eine Größe R ein (sog. Krümmungsgröße) nach der Formel

$$R = g\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)$$

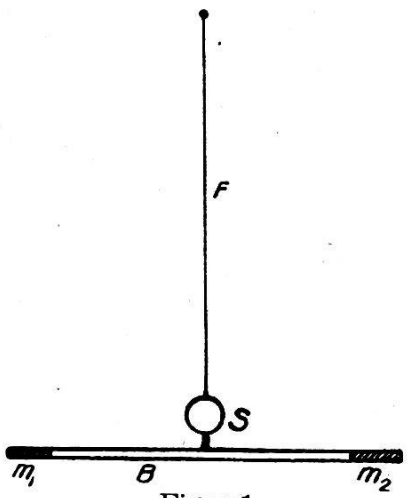
so daß also R stets positiv ist und mit den bisherigen Größen durch die Beziehungen verknüpft ist

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -R\cos 2\,\lambda \text{ und } 2\,\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y} = R\sin 2\,\lambda$$

R und λ eignen sich für eine graphische Darstellung neben dem

grad g für eine graphische Darstellung der Messungsergebnisse oft besonders gut.

Um einige dieser zweiten Differentialquotienten des Schwerepotentials zu bestimmen, hat Eötvös die Drehwage konstruiert, deren Konstruktionsidee die folgende ist:



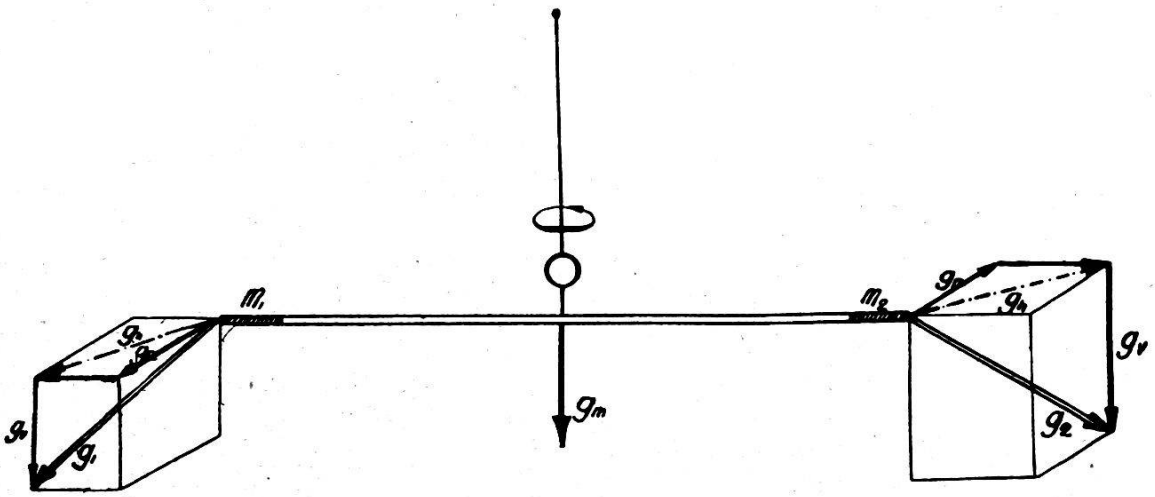
Figur 1.

An den Enden eines dünnen Aluminiumrohres B sind die einander gleichen Massen m_1 und m_2 befestigt. Im Schwerpunkt des Balkens B ist normal zu seiner Längsachse ein kurzes Stäbchen s angebracht, welches einen kleinen Spiegel trägt. Das Stäbchen s ist an einem sehr feinen Drähtchen F, einem sog. Torsionsfaden, aufgehängt. Als Material für F wählt man Platiniridium, Quarz oder in neuester Zeit Wolfram-Einkristallfäden. Was wir hier beschrieben haben, stellt die *Drehwage erster Art* dar.

Ihre Wirkungsweise ist die folgende:

Würden wir sie in ein homogenes Schwerefeld stellen, bei dem also alle Schwerkraftslinien parallel wären, so würde sich der Wagebalken so einstellen, daß der Aufhängedraht F vollständig ungedrillt wäre. In dem inhomogenen Schwerefeld der Erde sind die Lotlinien, die durch die beiden Massen m_1 und m_2 gehen, nicht parallel, sondern i. A. windschief zu einander.

Daraus resultieren von Null verschiedene horizontale Kraftkomponenten, die zu einem horizontalen Drehmoment auf den Balken B Anlaß geben, wie wir in der nachstehenden Figur perspektivisch darzustellen versuchten.



Figur 2.

Das entstehende Drehmoment dreht nun den Balken um die Drahtachse. Dadurch wird der Draht F, der an seinem obern Ende fest mit dem Traggehäuse verbunden ist, gedrillt (tordiert). Dieser Torsion setzt der Draht einen Widerstand entgegen, der proportional zum Tor-

sionswinkel ist. Durch diese Torsion entsteht also ein dem ersten Drehmoment entgegengerichtetes. Der Balken wird also zur Ruhe kommen, wenn die beiden Drehmomente einander absolut gleichgeworden sind. Aus dem Torsionswinkel läßt sich daher, wenn die Torsionskonstante des Drahtes bekannt ist, das durch die beiden nicht parallelen Schwerkräfte erzeugte Drehmoment messen. Da die Torsionskonstante eines dünnen Drähtchens sehr klein ist, lassen sich mit einer solchen Torsionswage außerordentlich kleine Drehmomente messen. Bei den gewöhnlich benützten Dimensionen der Drehwage können wir Drehmomente von der Größenordnung von 10^{-5} Cm Gr Sek-Einheiten messen.

Ganz so einfach ist nun allerdings die Sache in der Wirklichkeit nicht, weil uns kein homogenes Schwerefeld zur Verfügung steht, in dem wir die ungedrillte Lage des Drahtes feststellen können.

Wir finden folgende Formel

$$\vartheta = \frac{1}{2}\frac{\kappa}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 \sin 2\alpha + \frac{\kappa}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\right)_0 \cos 2\alpha.$$

Hier bedeutet

ϑ = Torsionswinkel aus der ungedrillten Lage in Arcus-Maß;
κ = Trägheitsmoment der ganzen Wage um die Fadenachse;
τ = Torsionskonstante des Fadens;
α = Winkel der Gleichgewichtslage des Balkens mit der $+x$-Achse, also bei unserer Wahl des Koordinatensystems, das Azimut der Gleichgewichtslage des Balkens.

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\right)_0$$

stellen die Werte der betr. Differentialquotienten für den Schwerpunkt des Balkens dar, indem angenommen wird, daß sich deren Werte längs des Wagebalkens linear ändern.

κ kann durch Bestimmung der Schwingungsdauer des Balkens leicht bestimmt werden. Die Torsionskonstante des Drahtes ermittelt man dadurch, daß man dem Gewicht m_1 der Drehwage eine Bleikugel von bestimmter Masse auf eine genau bestimmte Distanz nähert und den dadurch erzeugten Drehwinkel mißt. Daraus läßt sich τ berechnen. Der Winkel α kann bequem gemessen werden. Zur Messung des Verdrillungswinkels ϑ benutzt man die Poggendorfsche Spiegelablesung. An der Tragvorrichtung ist ein Fernrohr befestigt, dessen Ziellinie in Richtung der Normalen zu den am Balken befestigten Spiegel gestellt wird. Ueber dem Fernrohr, quer zur Ziellinie ist ein Maßstab angebracht, den man im Fernrohr sehen kann. Sobald der Balken sich ein wenig dreht, wird sich das Skalenbild gegenüber dem Vertikalfaden des Zielfernrohres verschieben. Wenn die Entfernung des Maßstabes von der Spiegelebene a ist, so findet man den Drehungswinkel des Spiegels δ aus

$$\delta = \frac{d}{2a}$$

Es sei nun die Ablesung an der Skala für die ungedrillte Lage des Drahtes und die damit zusammenhängende Lage des Spiegels d_0. Dann ist der Verdrillungswinkel

$$\vartheta = \frac{d - d_0}{2a} \cdot$$

Wir erheben nun die Ablesung d, für die Ruhelage des Balkens und haben

$$d = d_0 + 2\,a\,\vartheta$$

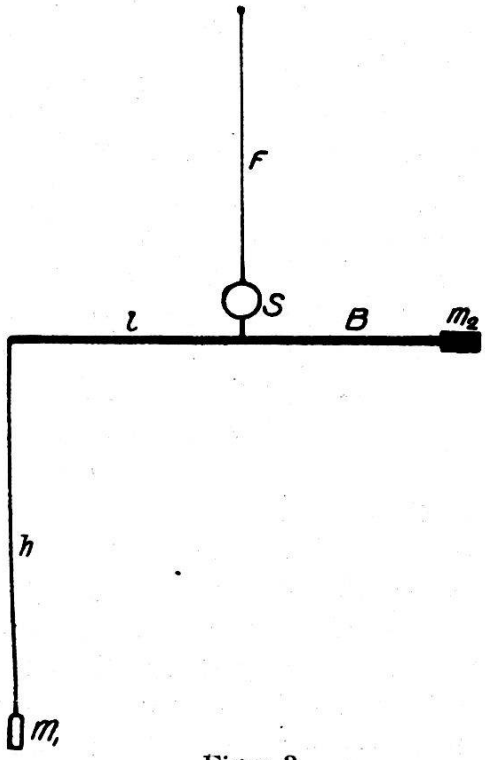
so daß wir für eine bestimmte Einstellung der Wage entsprechend dem Winkel α die Gleichung erhalten

$$d = d_0 + \frac{a\kappa}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 \sin 2\,\alpha + \frac{2\,a\kappa}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\right)_0 \cos 2\,\alpha$$

In dieser Gleichung sind nach vorgängiger Bestimmung von a, κ, τ, α und Ablesung von d noch unbekannt

$$d_0, \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 \text{ und } \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\right)_0$$

Stellen wir daher die Wage in drei verschiedene Azimute α, als welche wir im Interesse der Einfachheit der Rechnung 0°, 120° und 240° wählen, so erhalten wir drei lineare Gleichungen, aus denen wir die drei Unbekannten berechnen können.



Figur 3.

Um noch weitere Differentialquotienten des Schwerepotentiales bestimmen zu können, baute dann Eötvös die sog. 2. Art der Drehwage, deren Prinzip das folgende ist:

Das Gewicht m_1 wird nicht an dem Wagebalken selbst angebracht, sondern mittels eines dünnen Fadens von der Länge h an einem Ende des Balkens in der Entfernung l von der Drehachse aufgehängt, während die Masse m_2, wie bei der Drehwage erster Art am andern Ende des Balkens unmittelbar befestigt ist.

Im Falle des Gleichgewichtes zwischen der Drillung ϑ des Fadens F und dem infolge der Inhomogenität des Schwerefeldes am Aufstellungsort der Vorrichtung entstehenden Drehmoment besteht in diesem Falle die Gleichung

$$\vartheta = \frac{1}{2}\,\frac{\kappa}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 \sin 2\,\alpha + \frac{\kappa}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\right)_0 \cos 2\alpha$$
$$- \frac{m \cdot h \cdot l}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\right)_0 \sin \alpha + \frac{m \cdot h \cdot l}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\right)_0 \cos \alpha$$

Hierin bedeutet m die Masse des tiefer hängenden Gewichtes,

während wir h und l oben eingeführt haben. κ, τ und α bedeuten dasselbe wie in der frühern Betrachtung der Drehwage erster Art.

Auch hier bekommen wir mit den Skalenablesungen d Gleichungen von der Form

$$d = d_0 + 2\,a\,\vartheta$$

Da in dieser Gleichung 5 Unbekannte, nämlich

$$d_0, \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0, \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\right)_0, \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\right)_0 \text{ und } \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\right)_0$$

auftreten, so muß die Drehwage 2. Art in 5 verschiedene Azimute α aufgestellt werden, am besten 0°, 72°, 144°, 216° und 288°. Da man für jedes dieser 5 Azimute das zugehörige d ablesen kann, nachdem der Balken in die Ruhelage gekommen ist, so erhalten wir 5 lineare Gleichungen, aus denen wir unsere 5 Unbekannten berechnen können.

Zur Fernhaltung von schädlichen Temperatureinflüssen und Luftzug wird die ganze Wage in ein dreifaches Röhrensystem mit zwischenstehenden Luftschichten eingebaut.

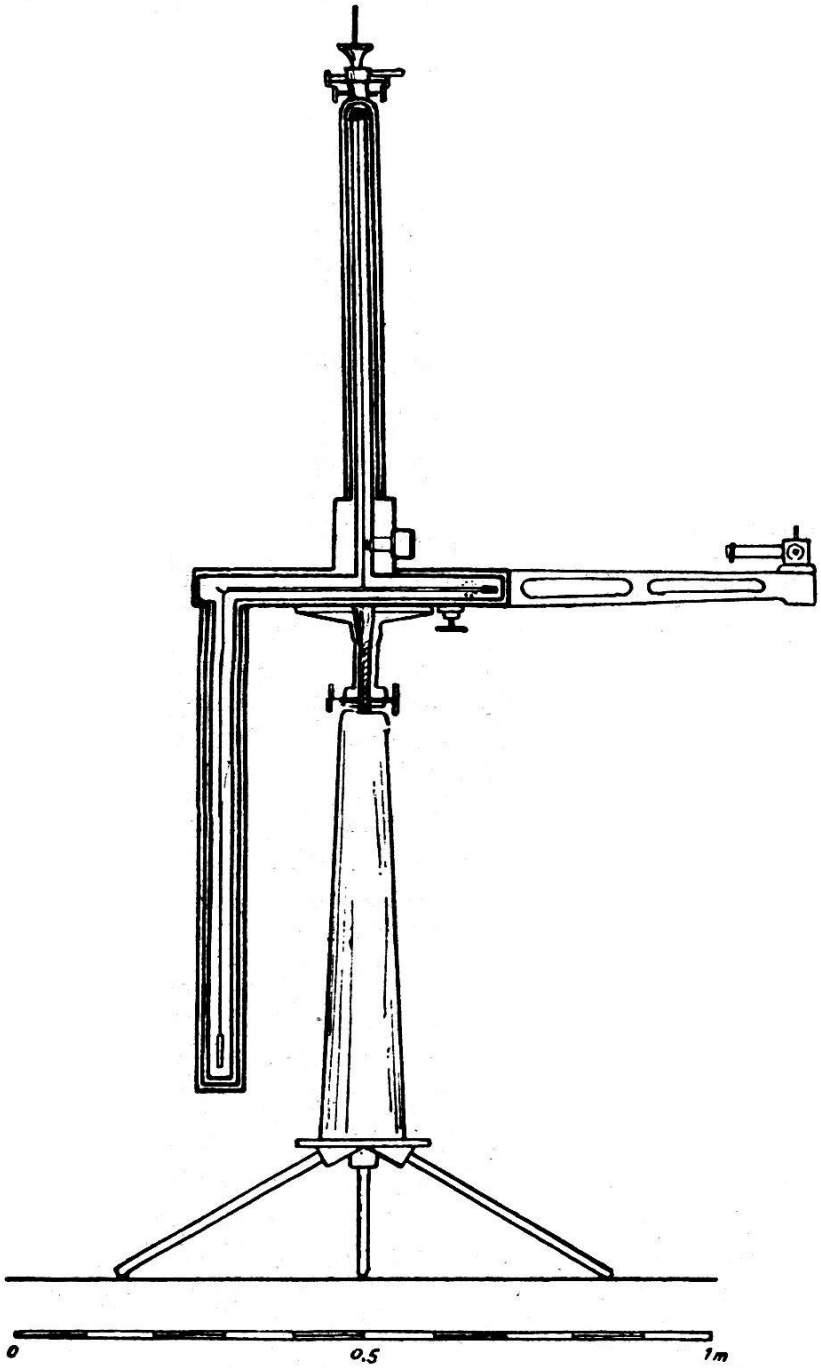
Da der Wagebalken nach dem Einstellen in ein bestimmtes Azimut zunächst naturgemäß noch Schwingungen ausführt, die man allerdings durch Dämpfungseinrichtungen weitgehend bekämpft, so muß man jeweils ca. eine Stunde warten, bis die Ablesung gemacht werden kann. Um die Zeit einer vollen Serie, die bei der Drehwage 2. Art also ca. 5 Stunden dauern würde, herabzusetzen, hat dann Eötvös die sog. Doppeldrehwage konstruiert, die einfach aus zwei Drehwagen zweiter Art besteht, die in der Ruhelage um 180° gegeneinander gedreht sind.

Bei einer solchen Doppeldrehwage genügt die Aufstellung in drei Azimute.

Prof. Schweydar, Potsdam, hat dann noch eine photographische Registrierung angebracht und die notwendigen Drehungen von je 120° durch ein Uhrwerk ausführen lassen. Mit dieser von den Askaniawerken Berlin ausgeführten Drehwage hat der Beobachter nur die erste sorgfältige Aufstellung vorzunehmen, den Wagebalken in der Grundstellung ins Azimut 0° zu bringen, ein Uhrwerk aufzuziehen, die Registrierkammer zu öffnen und wenn alles bereit ist, einen Hebel zu drehen, wodurch die Lampe für die Registrierungen zu richtiger Zeit eingeschaltet wird, um nach ca. einer Stunde die ersten Registrierungen zu erhalten. Dann dreht das Uhrwerk das Ganze um 120°. Nach einer weitern Stunde tritt die Registrierung wieder in Tätigkeit und so fort. Der Apparat arbeitet also vollständig automatisch, so daß der Beobachter, abgesehen von der Einrichtung, nicht zugegen sein muß. Er hat bloß die Wage wieder abzustellen, die Registrierkammer zu schließen und wegzunehmen, um ihr im Dunkelzimmer den Film zu entnehmen und nach Entwicklung auszumessen, womit er die den Ablesungen entsprechenden d erhält. Die weitere Rechnung geht dann ganz entsprechend dem visuellen Verfahren.

Zum Schutze wird die Drehwage in ein Zelt gestellt. Während Eötvös noch wegen der störenden Wirkung der Sonne die Beobachtungen während der Nacht anstellen mußte, können heute infolge besserer

Wärmeisolierung die Messungen selbst unter der tropischen Sonne bei Tage durchgeführt werden.



Figur 4.

Mit Hilfe der Doppeldrehwage kann man also in ca. 3 Stunden folgende Größen bestimmen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x\, \partial y}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x\, \partial z} \text{ und } \frac{\partial^2 U}{\partial y\, \partial z}$$

Auf dem Felde macht man gewöhnlich 2 volle Serien, um gegen Fehler geschützt zu sein, und um einen Einblick in die erreichte Genauigkeit zu erhalten.

Aus den für jede Serie getrennt durchgeführten Berechnungen

erhält man jede der 4 Differentialgrößen doppelt; man mittelt sie und kann dann nach dem frühern ableiten

1) $\frac{\partial g}{\partial s}$ = grad g und dessen Richtung.

2) Den Krümmungsradius der Lotlinie, indem der dafür benötigte Wert von g genügend genau aus den geographischen Positionen der Beobachtungsstation geschlossen werden kann.

3) Die Lage der Hauptkrümmungsebenen der Niveaufläche und die Differenz der Hauptkrümmungen, d. i. $\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}$

ρ_1 und ρ_2 selbst aber können nicht bestimmt werden, weil dazu, noch die Kenntnis von

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\frac{\partial g}{\partial z}$$

bekannt sein müßte, welcher Differentialausdruck mit der Drehwage nicht bestimmt werden kann. Wenn man aber für

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

den aus theoretischen Betrachtungen folgenden Wert für das Normalsphäroid benützt, dann kann man auch ρ_1 und ρ_2 einzeln bestimmen.

Die i. A. unregelmäßige Form der Erdoberfläche in der Umgebung der Station beeinflußt die 4 Differentialausdrücke stark. Die aus den Beobachtungen errechneten Werte derselben werden daher von dem Einfluß der sichtbaren Massen befreit. Dies geschieht in folgender Weise.

Das Gelände wird auf mindestens 3 Meter um die Station herum sorgfältig ausgeebnet, da die allernächsten Massen naturgemäß den größten Einfluß haben. Dann werden die Schnittpunkte der 8 Strahlen durch das Stationszentrum von 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270° und 315° Azimut mit Kreisen von 1,5, 3,0, 5, 10, 20 und 30 Meter, eventuell auch noch von 40, 50, 70 und 100 Meter Radius einnivelliert. Mit Hilfe dieser Zahlen lassen sich die aus den Beobachtungen folgenden Werte der 4 Differentialausdrücke korrigieren. Für das in größerer Entfernung liegende Gelände benutzt man Kurvenkarten und berücksichtigt Entfernungen bis zu einigen hundert Kilometer. Durch diese von Eötvös topographische und kartographische Korrektionen genannte Reduktionen werden die 4 Differentialausdrücke theoretisch umgerechnet, als ob sie auf einem Gelände erhoben worden wären, das bis auf eventuell einige hundert Kilometer horizontal und eben wäre.

Aus den so reduzierten Differentialausdrücken bildet man dann den Gradienten von g und dessen Richtung, die Krümmungsgröße R und die Richtung der I. Hauptkrümmungsebene.

Dann trägt man die Stationen, die auf dem Felde etwa trigonometrisch bestimmt worden sind, in eine Karte des Gebietes ein. Der Gradient von g wird in seiner Richtung in bestimmtem Maßstab, vom

Stationspunkt ausgehend, aufgetragen. Die Krümmungsgröße R trägt man in der Richtung und Gegenrichtung der I. Hauptkrümmungsebene, je zur Hälfte vom Stationspunkt auf. Als Maßstab für grad g und R wählt man gewöhnlich 1.10^{-9} Cm. Gr. Sek. = 1 Millimeter. Zu Ehren von Eötvös nennt man 1.10^{-9} Cm. Gr. Sek. Einheit von grad g und R = ein Eötvös.

Aus einer solchen graphischen Darstellung sucht man dann Schlüsse auf die unterirdischen Massen zu ziehen, wobei man sich an die synthetische Untersuchung einiger Normalfälle hält, von denen hier einige gegeben werden sollen.

(Fortsetzung folgt.)

Offizielle Mitteilung.

Organisatorische Aenderungen betreffend die Leitung und Durchführung der schweizerischen Grundbuchvermessung.

Der Geschäftskreis der eidg. Vermessungsbehörde hat sich in den vergangenen sechs Jahren in erheblichem Maße vergrößert, was in erster Linie auf die Inkraftsetzung des allgemeinen Planes über die Durchführung der Grundbuchvermessungen in der Schweiz, vom 13. November 1923, zurückzuführen ist. Das allgemeine Vermessungsprogramm brachte eine vermehrte Vermessungstätigkeit und veranlaßte den Beginn der Grundbuchvermessung in neun Kantonen. In zweiter Linie mußte der Bund auf Ansuchen von einer Reihe von Kantonen, die keine Verifikationsinstanz besaßen, im Sinne von Art. 3 des Bundesbeschlusses betreffend Beteiligung des Bundes an den Kosten der Grundbuchvermessung, vom 5. Dezember 1919, die Leitung und Prüfung der Parzellarvermessungen übernehmen. In dritter Linie bedingte die Entwicklung der Luftphotogrammetrie, als Aufnahmeverfahren der Alpen und Weiden, die Regelung des Flug- und Photographendienstes und deren Uebernahme durch die Organe des Bundes. Schließlich haben noch weitere Maßnahmen des Bundesrates, wie z. B. die Erleichterung der Grundbuchvermessung in den Gebirgskantonen, etc., zu einer vermehrten Geschäftstätigkeit geführt.

Die Obliegenheiten der eidg. Vermessungsbehörde umfassen nunmehr folgende drei Hauptaufgaben:

1. Die Oberleitung der Grundbuchvermessung unseres Landes im allgemeinen (Art. 950, Absatz 2, des Schweiz. Zivilgesetzbuches und Art. 8 der eidg. Verordnung betreffend die Grundbuchvermessungen, vom 30. Dezember 1924).

2. Die Leitung und Prüfung der Parzellarvermessungen in einer Anzahl von Kantonen im besondern (Art. 3 des Bundesbeschlusses betr. Beteiligung des Bundes an den Kosten der Grundbuchvermessung, vom 5. Dezember 1919).

3. Die Durchführung sämtlicher photogrammetrischen Aufnahmen aus der Luft mit dem Vermessungsflugzeug (Art. 22 der eidg. Verorddung betr. die Grundbuchvermessungen, vom 30. Dezember 1924).

Den neuen Verhältnissen angepaßt, hat der Bundesrat durch Beschlüsse vom 22. März 1929 (Anschaffung eines Vermessungsflugzeuges und Organisation des Flug- und Photographendienstes) und vom 5. Oktober 1929 (Aemterklassifikation) den eidg. Vermessungsdienst teilweise neu geordnet. Es sind hiefür vorgesehen außer dem Vorsteher einen