Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 24 (1926)

Heft: 7

Artikel: Schweizer Geographische Koordinaten : Uebersicht über ihre Grundlagen, Berechnungsmethoden und ihren Verwendungsbereich [Fortsetzung]

Autor: Lang, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-189588

à la disposition du Congrès certains locaux pour ses séances et pour l'exposition d'instruments ou travaux.

La fédération internationale des géomètres sera placée sous l'égide de la Section des relations scientifiques, une des branches de l'Institut international de coopération intellectuelle qui dépend lui-même de la Société des Nations.

Les associations de Géomètres, et les Services publics du cadastre et de topographie des pays adhérents seront avisés et invités par la voie diplomatique.

Les géomètres désireux d'assister à ce congrès peuvent dès maintenant s'inscrire auprès de Mr Mora, trésorier, à Epernay (Marne). La carte d'adhérent donnant droit aux documents imprimés du Congrès, à l'accès à l'exposition, à la promenade en auto-car à Versailles et au banquet, coûte 125 francs français, à envoyer à l'adresse ci-dessus.

Les géomètres ou les constructeurs d'instruments qui ont l'intention de présenter des travaux ou des instruments, voudront bien s'adresser directement à Mr Butault, secrétaire général, 9, Rue de Rosny, à Neuilly-sur-Marne, Seine-et-Oise (France).

Les sujets suivants seront soumis à des commissions spéciales et tout intéressé peut envoyer des rapports les concernant, savoir:

1° Unification des conventions professionnelles;
2° Amélioration dans les méthodes et les instruments de mensuration;
3° Des tendances dans l'organisation légale et l'enseignement du géomètre;
4° Le géomètre et la propriété foncière.

L'Isle, 30 juin 1926. *J. Mermoud.*

Schweizer Geographische Koordinaten.

Uebersicht über ihre Grundlagen, Berechnungsmethoden und ihren Verwendungsbereich.

Mitteilung der Eidg. Landestopographie, Sektion für Geodäsie.

(Fortsetzung.)

d) Die Differentialformeln für $\Delta\lambda$ und $\Delta\varphi$ bei kleinen Punktverschiebungen und ihre Verwendung.

Die Berechnung je des ersten Gliedes der Formeln 60* und 61* erfordert für extreme Lagen der Schweiz die Verwendung zehnstelliger Logarithmen. Die ganze Rechnung ist etwas umständlich und zeitraubend. Solange geographische Koordinaten aber nur für solche Punkte nötig waren, auf denen astronomische Ergebnisse mit geodätischen zu vergleichen waren, blieb die Operation eine vereinzelte und es spielte daher auch der etwas große Rechnungsaufwand keine Rolle.

Nun zeigte sich aber in unserem „Verzeichnis trigonometrischer Punkte in geographischen Koordinaten" ein Mangel, der nach Abhilfe rief. Es seien beispielsweise von einem Punkte vor Jahren zu seinen damaligen Zylinderkoordinaten die geographischen Koordinaten gerechnet worden. Für die heute in Frage kommende Arbeit seien nun aber die Koordinaten infolge einer Neurechnung oder einer Punktversetzung etc. um einige Zentimeter verändert. Auch die gegebenen Hauptpunkte des Gradmessungsnetzes haben, streng genommen, durch ihre Aufrundung auf Zentimeter nicht mehr genau die ursprünglichen Zylinder- und damit geographischen Koordinaten. Es ist klar, daß für solche Fälle die Berechnung geographischer Koordinaten nach Formel 60* und 61* viel zu umständlich ist.

Ingenieur Untersee hat daher durch partielle Differentiation die Differentiale von λ und φ aufgestellt. Damit ist es ihm gelungen, bei gegebenen Koordinaten eines ersten Punktes und bekannten Δy und Δx nach einem sehr benachbarten zweiten Punkt die Längen- und Breitenänderungen $\Delta\lambda$ und $\Delta\varphi$ dieses zweiten Punktes als Funktion von Δy und Δx, y_1 und x_1 darzustellen. So erhielt er eine einfache Formel, die für alle die erwähnten Fälle kleiner Δy und Δx ein rasches Berechnen von L_2 und B_2 ermöglichte.

Differentialformel für $\Delta\lambda$ und $\Delta\varphi$

$$\Delta\lambda = [10']\,\Delta y + [11']\,y\cdot\Delta x + [11']\,x\cdot\Delta y - [12']\,3y^2\cdot\Delta y + [13']\,2y\cdot x\cdot\Delta x + [13']\,x^2\cdot\Delta y$$

$$\Delta\varphi = [1']\,\Delta x - [2']\,2y\cdot\Delta y - [3']\,3x^2\cdot\Delta x - [4']\,2y\cdot x\cdot\Delta y - [4']\,y^2\cdot\Delta x$$

Unter Verwendung dieser Formel hat die Sektion für Geodäsie vor einiger Zeit eine *Bereinigung* derart vorgenommen, daß die sämtlichen geographischen Koordinaten des genannten Verzeichnisses jetzt durchwegs den gegenwärtig gültigen Zylinderkoordinaten dieser Punkte entsprechen. Damit ist Zentrumsverwechslungen, Rechnungsunstimmigkeiten etc. vorgebeugt.

Im folgenden soll nun eine Gruppe von Punkten besonders besprochen werden, weil sie bezüglich ihrer geographischen Koordinaten eine Sonderstellung einnimmt. Es sind das die Punkte der Basis- und Sternwarten-Anschlußnetze der Gradmessungstriangulation (8, S. 194). Bei Einführung der Zylinderprojektion sind die ursprünglichen geographischen Koordinaten dieser Punkte auch auf Zylinderkoordinaten transformiert worden. Von ihnen übernahm man aber einzig die Punkte Piton, Voirons, Chalet und Genf des Sternwarten-Anschlußnetzes Genf unverändert von der Gradmessung auf die Landestriangulation, weil dieses Netz netztechnisch einwandfrei aufgebaut ist. Die Gradmessungskoordinaten aller andern Punkte der Anschlußnetze Bern, Neuenburg, Zürich, Simplon-Hospiz, Aarberg, Weinfelden und Bellinzona hingegen dienten nie als Grundlage der Landestriangulation, weil die Netzanlage nicht genügte. Vielmehr bezog man die meisten dieser Punkte in das neue Netz II., III. oder IV. Ordnung ein und bestimmte ihre Zylinderkoordinaten in besserem Zusammenhang mit den Nachbarpunkten, als dies in jenen Anschlußnetzen der Fall war. Zu diesen neuen Zylinderkoordinaten gehören auch neue geographische Koordinaten, die man eben nach den Formeln Untersee aus den ursprünglichen geographischen Koordinaten dieser Punkte ableitete.

Dieses Vorgehen hatte für den Nullpunktstein der Sternwarte Bern im besondern folgende interessante Wirkung. Seine Zylinderkoordinaten, anfänglich mit $y = 0$ und $x = 0$ angenommen, änderten durch die bessere Neubestimmung im Netz III. Ordnung um $\Delta y = -1$ cm und $\Delta x = +26$ cm und damit entsprechend seine geographischen Koordinaten um $-0.0005''$ und $+0.0084''$. Nullpunkt des Koordinatensystems der Landestriangulation ist somit nicht mehr der Nullpunktstein, sondern ein im Terrain nicht versicherter Punkt zirka 26 cm südlich von ihm. Dieser *ideelle Nullpunkt* besitzt die Zylinderkoordinaten $y = 0$ und $x = 0$ und infolge der feststehenden Formeln in (8) die geographischen Koordinaten $L_0 = 0^0$ und $B_0 = 46^0\,57'\,8.6600''$, also im besondern diejenige geographische Breite, die seinerzeit auf dem *Nullpunkt-*

stein gemessen wurde. Theoretisch einwandfreier wäre es natürlich, wenn der Nullpunktstein seine beobachtete geographische Breite beibehalten hätte und wenn als Folge hievon die Breiten aller übrigen Punkte um 0.0084″ verkleinert worden wären. Die zu unscharfe Distanzbestimmung Sternwarte Bern-Gurten im Anschlußnetz der Gradmessung und ihre nachträgliche Verbesserung für die Landestriangulation hat also zwei „Schönheitsfehler" zur Folge gehabt. Der eine zeigt sich bei den Zylinderkoordinaten: Der Nullpunkt fällt nicht mit dem astronomischen Zentrum zusammen. Er ist für Triangulationen belanglos, seit er erkannt und berücksichtigt ist. Der andere Mangel, daß die geographischen Koordinaten der Sternwarte Bern nicht die auf ihr gemessene Breite aufweisen, spielt praktisch ebenfalls gar keine Rolle, weil der vernachlässigte Verschiebungsbetrag von 0.0084″ weit innerhalb der Bestimmungsschärfe der geographischen Breite liegt.

e) *Die Differenzenformeln für ΔL und ΔB beliebiger Größe und ihre Anwendung.*

Nun ist an die Sektion für Geodäsie der Eidg. Landestopographie, wie eingangs erwähnt, vor einiger Zeit eine neue Aufgabe herangetreten, die die Kenntnis der geographischen Koordinaten einer größern Zahl von Punkten III. und IV. Ordnung und von Polygonpunkten erfordert. Es ist beabsichtigt, bei *Grenzregulierungen mit benachbarten Staaten* die Grenzsteine nicht nur durch Distanz, Grenzwinkel, Höhe und ein eingehendes Verbal festzulegen, sondern das ganze Grenzpolygon an die Landesvermessung des betreffenden Staates anzuschließen. Als erster Staat hat *Italien* seine neue Grenze gemeinschaftlich mit der Schweiz im Südtirol (Alto Adige) durch Grenzsteine versichert und durch ein Grenzpolygon genau festgehalten. Es wurde vereinbart, daß jedes Land dieses Grenzpolygon nach seiner Methode in seinem Koordinatensystem aufnehme und daß dann, unter Bereinigung eventueller Differenzen, für beide Staaten verbindliche Mittelwerte für die Maße des Grenzpolygons festgelegt würden.

Da Italien für seine geodätischen Arbeiten in der Regel geographische Koordinaten verwendet, so bestimmte es auch das Grenzpolygon in solchen. Die Schweiz hingegen verwendete für die Berechnung durchwegs Zylinderkoordinaten, weil sich das Polygon auf die Grundbuchtriangulation stützt.

Es ist einleuchtend, daß für solche internationale Festlegungen geographische Koordinaten das geeignetere Vergleichungsmittel sind als ebene Koordinaten, deren Projektionssystem nur dem einen der beiden Länder eigen ist. Geographische Koordinaten haben den Vorteil, daß sie unabhängig von Projektionssystemen, die Punkte direkt auf dem Ellipsoïd festlegen. Da sowohl Italien als die Schweiz das Bessel'sche Ellipsoïd als Bezugsfläche besitzen, so steht einer direkten Vergleichung italienischer und schweizerischer geographischer Koordinaten, unter Beachtung noch zu besprechender Vorbehalte, nichts im Wege.

Um diese direkte Vergleichung mit den italienischen Daten zu ermöglichen, entschloß sich die Sektion für Geodäsie, sämtliche Punkte des Grenzpolygons vom Piz Lad bis zur Dreisprachenspitze auf schweizerische geographische Koordinaten umzurechnen. Sie disponierte so, daß die Zylinderkoordinaten aller in Betracht fallenden Punkte III. Ordnung und einiger Punkte IV. Ordnung mit den Formeln 60* und 61* in geographische Koordinaten überzuführen seien. Für den verbleibenden Rest von zirka 200 Polygonpunkten und Punkten IV. Ordnung sollten die geographischen Koordinaten, wenn möglich mit einer *vereinfachten Formel* ermittelt werden.

Im folgenden ist die Ableitung dieser Formel kurz besprochen.

Die Aufgabe lautet:

Es sind die geographischen Koordinaten L_2 und B_2 eines Punktes P_2 aus den geographischen Koordinaten L_1 und B_1 eines Punktes P_1 mit Hilfe der bekannten Koordinatendifferenzen Δy und Δx zu berechnen, wobei auch y_1 und x_1 und damit y_2 und x_2 gegeben sind.

Vorerst ist ohne nähere Untersuchung klar, daß die von Ingenieur Untersee aufgestellten *Differentialformeln* nur für relativ kleine Δy und Δx, die unter den Begriff des Differentials fallen, angewandt werden dürfen, daß aber für Δy und Δx beliebiger Größe neue *Differenzenformeln* abzuleiten sind.

Die Aufgabe zeigt große Aehnlichkeit mit der in Abschnitt *b)* erwähnten geodätischen Hauptaufgabe. Während aber dort die Beziehungen des einen Punktes zum andern durch die Elemente a und S des Ellipsoïds gegeben sind, liegen sie hier durch Δy und Δx in der Projektionsebene ausgedrückt vor. Die Aufgabe ließe sich auf einfache Weise auf diese geodätische Hauptaufgabe zurückführen, indem aus den Δy und Δx die Größen α' und S' und hieraus mit den Rosenmund'schen σ und τ Tafeln die Größen a und S berechnet werden könnten. Die Auflösung der geodätischen Hauptaufgabe ist aber nicht direkt möglich, vielmehr gelangt man nur indirekt durch wiederholte verfeinerte Berechnung der anfänglich roh angenommenen geographischen Koordinaten von P_2 zu scharfen Werten für L_2 und B_2.

Ich schlug daher für die Lösung der Aufgabe nicht diesen Weg ein, sondern trachtete darnach, unter möglichst weitgehender *Anlehnung an die Formeln Rosenmunds* eine direkte allgemein gültige Lösung zu finden. Die Formel muß zudem ohne überflüssigen Rechnungsaufwand den verschiedenen Verhältnissen angepaßt werden können und wurde daher nicht für logarithmisches, sondern für das Rechnen mit natürlichen Zahlen durch Maschine und Rechenschieber eingerichtet. Im folgenden sind durchwegs die von Rosenmund (10, S. 64) eingeführten Bezeichnungen verwendet und entsprechend seinem Vorgehen halten wir uns an die *Gauß'sche Doppelprojektion.*

1. *Ellipsoïdische Gleichung für* L_2.

Laut Rosenmund (10, Tafel III und Formel (17) S. 72) ist:

$$L_1 = \lambda_1 - \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)\lambda_1$$

$$L_2 = \lambda_2 - \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)\lambda_2$$

$$L_2 - L_1 = \lambda_2 - \lambda_1 - \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)(\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$\underline{L_2 = L_1 + \Delta\lambda - \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)\cdot\Delta\lambda} \qquad (1)$$

Darin ist L_1 gegeben, $\frac{\alpha-1}{\alpha}$ eine Konstante$=0.000\,728\,607$.

Die Aufgabe ist also mit Hilfe dieser Konstanten $\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)$ vom

Ellipsoïd auf die Kugel übergeführt. Die *Kugel*längendifferenz zwischen P_1 und P_2 wird aus der Formel 61*, unter 3., abgeleitet.

2. *Ellipsoïdische Gleichung für* B_2.

Laut der neuen, im Abschnitt *c)* besprochenen Tafel I a der Werte $B—b = T_b$ für gegebene Argumente von b ist:

$$\frac{\begin{aligned} B_1 &= b_1 + T_{b_1} \\ B_2 &= b_2 + T_{b_2} \end{aligned}}{B_2 - B_1 = b_2 - b_1 + T_{b_2} - T_{b_1}.}$$

Darin ist $b_2 - b_1 = b_2 - b_0 - b_1 + b_0 = \Delta\psi$

$$T_{b_2} - T_{b_1} = T(b_1 + \Delta\psi) - T_{b_1}.$$

In obiger Tafel Ia sind die Tafeldifferenzen ΔT für $10''$ lineare Funktionen der Kugelbreite b. Daher darf man setzen

$$T_{b_2} - T_{b_1} = T(b_1 + \Delta\psi) - T_{b_1} = \Delta\psi \cdot \Delta T\left(b_1 + \frac{\Delta\psi}{2}\right)$$

Wegen der nötigen Rechenschärfe dürfen aber diese ΔT nur bis zirka $\Delta\psi = 100''$ direkt aus der Tafel für $10''$ entnommen werden. Für größere $\Delta\psi$ ist ΔT entsprechend scharf aus den Werten T zu bilden.

Nun ist aber b_1 nicht immer bekannt. Meistens ist nur B_1 gegeben. Man darf in diesen Fällen mit großer Annäherung setzen

$$\underset{\text{aus Tafel Ia.}}{\Delta\psi \cdot T\left(b_1 + \frac{\Delta\psi}{2}\right)} \quad \sim \quad \underset{\text{aus Tafel I.}}{\Delta\psi \cdot \Delta T\left(B_1 + \frac{\Delta\psi}{2}\right)}$$

Es ist daher:

$$\underline{B_2 = B_1 + \Delta\psi + \Delta\psi \cdot \Delta T\left(b_1 + \frac{\Delta\psi}{2}\right)} \qquad (2)$$

Darin bedeutet $T\left(b_1 + \frac{\Delta\psi}{2}\right)$ die Tafeldifferenz, dem $\Delta\psi$ entsprechend scharf gebildet, bei einem Argument $b = b_1 + \frac{\Delta\psi}{2}$ $\sim B_1 + \frac{\Delta\psi}{2}$. B_1 ist gegeben, b_1 kann oft aus der Berechnung von B_1 entnommen werden. Die Kugelbreitendifferenz $\Delta\psi$ wird im Folgenden abgeleitet.

3. *Berechnung von $\Delta\lambda$ und $\Delta\psi$* (Längen- und Breitendifferenzen auf der *Kugel*).

(Textfortsetzung Seite 166.)

Gleichung (7)

$\Delta\lambda =$ [redacted]					Grenzwerte v. Δy resp. Δx
1.	+	4731, 79		. Δy	1 mm
2.	+	793, 15	. x	. Δy	5 cm
3.	+	793, 15	. y	. Δx	2 cm
4.	+	26, 582	. yx	. Δx	1.1 m
5.	—	13, 291	. y^2	. Δy	0.6 m
6.	+	13, 291	. x^2	. Δy	2.4 m
7.	—	0, 765 6	. y^2x	. Δy	18 m
8.	+	0, 765 6	. yx^2	. Δx	33 m
9.	—	0, 255 2	. y^3	. Δx	12 m
10.	+	0, 255 2	. x^3	. Δy	98 m
11.	—	0, 028 926 0	. y^2x^2	. Δy	0.6 km
12.	+	0, 019 284 0	. yx^3	. Δx	1.0 km
13.	—	0, 019 284 0	. y^3x	. Δx	0.3 km
14.	+	0, 004 821 0	. x^4	. Δy	4.1 km
15.	+	0, 004 821 0	. y^4	. Δy	0.3 km
16.	+	0, 000 003 323		. $\Delta y . \Delta x^2$	5.3 km
17.	—	0, 000 001 108		. Δy^3	7.7 km
18.	+	0, 000 000 191	. x	. $\Delta y . \Delta x^2$	12.7 km
19.	—	0, 000 000 191	. y	. $\Delta y^2 . \Delta x$	10.2 km
20.	+	0, 000 000 064	. y	. Δx^3	14.6 km
21.	+	0, 000 000 064	. x	. Δy^3	18.4 km
22.	—	0, 000 000 014 5	. yx	. $\Delta y^2 . \Delta x$	27 km
23.	+	0, 000 000 007 2	. x^2	. $\Delta y . \Delta x^2$	35 km
24.	—	0, 000 000 007 2	. y^2	. $\Delta y . \Delta x^2$	22 km
25.	+	0, 000 000 004 8	. yx	. Δx^3	84 km
26.	—	0, 000 000 002 4	. x^2	. Δy^3	50 km
27.	+	0, 000 000 002 4	. y^2	. Δy^3	32 km
28.	—	0, 000 000 000 000 000 603		. $\Delta y^3 . \Delta x^2$	96 km
29.	+	0, 000 000 000 000 000 301		. $\Delta y . \Delta x^4$	110 km
30.	+	0, 000 000 000 000 000 060		. Δy^5	170 km

Gleichung (8)

$\Delta\psi =$ [redacted]					Grenzwerte v. Δy resp. Δx
1.	+	32335,9		. Δx	1.5 mm
2.	—	541,86	. y	. Δy	3 cm
3.	—	9,080 0	. yx	. Δy	3.2 m
4.	—	4,540 0	. y^2	. Δx	1.8 m
5.	—	3,973 5	. x^2	. Δx	7.9 m
6.	—	0,152 16	. yx^2	. Δy	164 m
7.	—	0,152 16	. y^2x	. Δx	94 m
8.	+	0,098 28	. y^3	. Δy	32 m
9.	+	0,005 312 4	. y^3x	. Δy	1.2 km
10.	—	0,004 382 4	. y^2x^2	. Δx	4.2 km
11.	—	0,002 921 6	. yx^3	. Δy	7.3 km
12.	+	0,001 328 1	. y^4	. Δx	9.6 km
13.	+	0,000 406 9	. x^4	. Δx	48.8 km
14.	—	0,000 001 135	.	. $\Delta y^2 . \Delta x$	7.6 km
15.	—	0,000 000 331		. Δx^3	11.5 km
16.	—	0,000 000 038 04	. x	. $\Delta y^2 . \Delta x$	21.8 km
17.	—	0,000 000 038 04	. y	. $\Delta y . \Delta x^2$	17.4 km
18.	+	0,000 000 024 57	. y	. Δy^3	20.1 km
19.	—	0,000 000 002 191	. yx	. $\Delta y . \Delta x^2$	51 km
20.	+	0,000 000 001 992	. y^2	. $\Delta y^2 . \Delta x$	34 km
21.	+	0,000 000 001 328	. yx	. Δy^3	60 km
22.	—	0,000 000 001 096	. x^2	. $\Delta y^2 . \Delta x$	66 km
23.	—	0,000 000 000 365	. y^2	. Δx^3	60 km
24.	+	0,000 000 000 203	. x^2	. Δx^3	116 km
25.	—	0,000 000 000 000 000 091 3		. $\Delta y^2 . \Delta x^3$	140 km
26.	+	0,000 000 000 000 000 083 0		. $\Delta y^4 . \Delta x$	143 km
27.	+	0,000 000 000 000 000 005 1		. Δx^5	250 km

Beispiel

für die Berechnung der geographischen Koordinaten L_2 und B_2 eines Punktes P_2 aus L_1 und B_1 des benachbarten Punktes P_1, wenn y_1 und x_1, y_2 und x_2 bekannt sind.

P_2 Grenzstein 2.		Bedingung Δy resp. $\Delta x < 10$ *km*	$\frac{\Delta y}{y}$ resp. $\frac{\Delta x}{x} < \frac{1}{3}$
gegeben:		gegeben:	
P_2	$y_2 = +\ 231\ 284.66$	$-\ 6\ 902.83 = x_2$	$yx = 0.1608$
P_1 Piz Lad	$y_1 = +\ 231\ 064.89$	$-\ 7\ 023.27 = x_1$	$y^2 = 5.3440$
			$x^2 = 0.0048$
hkm $\frac{y_2 + y_1}{2} =$	$y = +\ 2.3117$	$-\ 0.0696$	$= x = \frac{x_2 + x_1}{2}$ (4 Dezimalen)
hm $y_2 - y_1 = \Delta y$	$= +\ 2.1977$	$+\ 1.2044$	$= \Delta x = x_2 - x_1$ (4 Dezimalen)
$+\ 47\ 331.792\ \Delta y$	$+\ 10\ 4021.1$	$+\ 32\ 335.908\ \Delta x$	$+\ 3\ 8945.4$
$+\ 793.149\ y\ \Delta x$	$+\ 2208.3$	$-\ 541.860\ y\ \Delta y$	$-\ 2752.9$
$+\ 793.149\ x\ \Delta y$	$-\ 121.3$		
$+\ 26.582\ yx\ \Delta x$	$-\ 5.2$	$-\ 9.080\ yx\ \Delta y$	$+\ 3.2$
$-\ 13.291\ y^2\ \Delta y$	$-\ 156.1$	$-\ 4.540\ y^2\ \Delta x$	$-\ 29.3$
$+\ 13.291\ x^2\ \Delta y$	$+\ 0.1$	$-\ 3.974\ x^2\ \Delta x$	$-$ —.
$-\ 0.7656\ y^2\ x\ \Delta y$	$+\ 0.6$	$-\ 0.1522\ y^2\ x\ \Delta x$	$+\ 0.1$
$+\ 0.7656\ y\ x^2\ \Delta x$	$+$ —.	$-\ 0.1522\ yx^2\ \Delta y$	$-$ —.
$-\ 0.2552\ y^3\ \Delta x$	$-\ 3.8$	$+\ 0.0983\ y^3\ \Delta y$	$+\ 2.7$
$+\ 0.2552\ x^3\ \Delta y$	$-$ —.		

$-\ 0.0289\ y^2\ x^2\ \Delta y$	—	—.	$+\ 0.0053\ y^3\ x\ \Delta y$	—	—.
$+\ 0.0193\ y\ x^3\ \Delta x$	—	—.	$-\ 0.0044\ y^2\ x^2\ \Delta x$	—	—.
$-\ 0.0193\ y^3\ x\ \Delta x$	+	—.	$-\ 0.0029\ yx^3\ \Delta y$	+	—.
$+\ 0.0048\ x^4\ \Delta y$	+	—.	$+\ 0.0013\ y_4\ \Delta x$	+	—.
$+\ 0.0048\ y^4\ \Delta y$	+	—.			
$+\ 0.000\,0033\ \Delta x^2\ \Delta y$	+	—.	$-\ 0.000\,0011\ \Delta y^2\ \Delta x$	—	—.
$-\ 0.000\,0011\ \Delta y^3$	+	—.			

$+\ 10\,6229.1$
$-\ \ \ \ 286.4$

(in Zehntausendstel-Sek.) $\Delta\lambda = +\ 10'',5942.7$

$-\ 7.2861\ \Delta\lambda = -\ \ \ 77.0$

$+\ 10'',5866.$

L_1 3^0 $1'$ $50'',4638.$

gesucht:
L_2 3^0 $1'$ $61'',0504.$

$B_1 = 46^0\ 50'\ 56'',5594$ $+\ 3\,8951.4$

$\dfrac{\Delta\psi}{2} = 1{,}8084$ $-\ 2782.2$

46 50 58,3678

(in Zehntausendstel-Sek.) $\Delta\psi = +\ 3'',6169.2$

$+\dfrac{\Delta T\left(B_1 + \frac{\Delta\psi}{2}\right)}{100}\ 1.580\cdot\ \Delta\psi = +\ 57.2$

$+3'',6226.$

B_1 46^0 $50'$ $56'',5594.$

gesucht:
B_2 46^0 $50'$ $60'',1820.$

1. Rechnung mit *einer* Dezimale ergibt die Einheit (Zehntausendstelsekunde) auf 2 Einheiten sicher.
2. Rechnung *ohne* Dezimale gibt die Tausendstelsekunde auf 2 Tausendstelsekunden sicher.
3. Glieder, die größer als 100 Einheiten (Fall 1) resp. 1000 Einheiten (Fall 2) werden, sind mit der Maschine, alle kleinern nur mit dem Rechenschieber zu rechnen.

Aus Gleichung 61* [10, S. 94] ergibt sich:

$$\lambda_1 = [10']\, y_1 + [11']\, x_1 y_1 - [12']\, y_1^3 + \ldots + [18']\, y_1^5$$

$$\lambda_2 = [10']\, y_2 + [11']\, x_2 y_2 - [12']\, y_2^3 + \ldots + [18'[\, y_2^5$$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda = [10']\,(y_2 - y_1) + [11']\,(x_2 y_2 - x_1 y_1) - [12']\,(y_2^3 - y_1^3) \\ + \ldots + [18']\,(y_2^5 - y_1^5)\end{aligned} \tag{3}$$

Aus Gleichung 60* (10, S. 92) entnimmt man

$$\psi_1 = [1']\, x_1 - [2']\, y_1^2 - [3']\, x_1^3 - [4']\, x_1\, y_1^2 \ldots + [9']\, x_1^5$$

$$\psi_2 = [1']\, x_2 - [2']\, y_2^2 - [3']\, x_2^3 - [4']\, x_2\, y_2^2 \ldots + [9']\, x_2^5$$

$$\begin{aligned}\Delta\psi = [1']\,(x_2 - x_1\,) - [2']\,(y_2^2 - y_1^2) - [3']\,(x_2^3 - x_1^3) \\ - [4']\,(x_2\, y_2^2 - x_1\, y_1^2) \ldots + [9']\,(x_2^5 - x_1^5)\end{aligned} \tag{4}$$

Die Gleichungen (3) und (4) nehmen dann eine möglichst geeignete einfache Form an, wenn man sie auf folgende neue Variable transformiert.

$$\begin{aligned} \Delta y &= y_2 - y_1 \qquad & \Delta x &= x_2 - x_1 \\ y &= \frac{y_2 + y_1}{2} \qquad & x &= \frac{x_2 + x_1}{2} \end{aligned} \tag{5}$$

Diese 4 Bestimmungsgleichungen geben Anlaß zu den Substitutionsgleichungen

$$\begin{aligned} y_1 &= y - \frac{\Delta y}{2} \qquad & x_1 &= x - \frac{\Delta x}{2} \\ y_2 &= y + \frac{\Delta y}{2} \qquad & x_2 &= x + \frac{\Delta x}{2} \end{aligned} \tag{6}$$

Man setzt diese Werte (6) in Gleichungen (3) und (4) ein, vereinfacht, zieht zusammen und setzt die Koeffizientenwerte ein. So erhält man zuletzt die folgenden, nach abnehmender Größe der Koeffizienten geordneten Gleichungen (7) und (8) für $\Delta\lambda$ und $\Delta\psi$. Dabei werden in den Gleichungen (5) die Δy und Δx in Hektometern, die y und x in Hektokilometern eingesetzt. Man erhält so die $\Delta\lambda$ und $\Delta\psi$ in Einheiten der vierten Sekundendezimale.

In der Kolonne „Grenzwerte von Δy resp. Δx" ist für jedes einzelne Glied dasjenige Δy resp. Δx berechnet, das sich ergibt, wenn das Glied den kleinsten noch zu berücksichtigenden Wert, nämlich 0.5 Zehntausenstelsekunden, und das mit x und y gebildete Produkt den für die Schweiz größtmöglichen Wert annimmt.

(Schluß folgt.)

Druckschrift Vortragskurs Zürich 1926.

Die Photogrammetrie und ihre Anwendung bei der schweizerischen Grundbuchvermessung und bei der allgemeinen Landesvermessung.

Die Referate über Photogrammetrie, gehalten am Vortragskurs Zürich 1926, sind in einem Sammelbändchen, 156 Seiten stark 8°, mit *Planbeilagen* und vielen Abbildungen im Druck erschienen. Die Druckschrift enthält die sehr bemerkenswerten Untersuchungen des Eidg. Vermessungsinspektors über den Anwendungsbereich der Photogrammetrie bei der schweiz. Grundbuchvermessung sowie die Resultate der sehr interessanten und eingehenden Genauigkeitsuntersuchungen der Eidg. Landestopographie.

Das Werklein kann bei Herrn Grundbuchgeometer Steinegger in Schaffhausen, Quellenstraße 19, bezogen werden zum Preise von Fr. 4.50. An die Mitglieder des S. G. V. erfolgt Mitte August die Zustellung unter Postnachnahme zum reduzierten Preise von Fr. 4.— zuzüglich Portospesen; Kursteilnehmern ist ein Rabatt von 50 % eingeräumt.

Wir bitten die Herren Kollegen, dem Sammelbändchen in Würdigung der großen Bedeutung der Referate eine freundliche Aufnahme zu gewähren.

Zürich, den 2. August 1926.

Für die Kursleitung: *S. Bertschmann.*

An die Leser. Mit der vorstehenden Mitteilung machen wir den Versuch, Vereinsmitteilungen etc, in kleinerer Schrift zu bringen. Der Stoff für die Zeitschrift drängt sich immer mehr; eine Vermehrung der Seitenzahl über das bisherige Maß kommt der Kostenfrage wegen nicht in Betracht. Deshalb machen wir den Versuch, dadurch etwas Platz zu gewinnen, daß die Vereinsmitteilungen, Bücherbesprechungen, Mitteilungen aus Zeitschriften etc. in kleinerer Schrift gebracht werden. Wir ersuchen die Leser, falls sie begründete Einwendungen gegen diesen Plan vorzubringen haben, dieselben der Redaktion zukommen zu lassen zu Handen des Zentralvorstandes, der in dieser Angelegenheit in seiner nächsten Sitzung Beschluß zu fassen hat. *Die Redaktion.*

Druckfehlerberichtigung.

In dem Aufsatze «Schweizer Geographische Koordinaten» hat sich ein Fehler eingeschlichen. Heft No. 7, pag. 162, 3. Zeile von oben muß die erste Zahl heißen + 47 331.79 statt + 4731.79.
