

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 24 (1926)

Heft: 3

Artikel: Beitrag zum praktischen Arbeiten mit Polarkoordinaten

Autor: Werffeli, R.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-189580>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

pas encore organisées définitivement, on peut considérer les résultats obtenus déjà comme satisfaisants. Tout n'est pas encore parfait; « l'arme » est encore nouvelle et jeune, mais les hommes s'intéressent beaucoup à ce service. Je suis persuadé que si l'on nous donne encore tout le matériel technique nécessaire (station-radio par exemple), nous pourrons rendre de bons services à notre armée!

Beitrag zum praktischen Arbeiten mit Polarkoordinaten.

Wie man bei der Orthogonal-Methode, entweder für die Zwecke der Flächenrechnung aus Maßzahlen, oder zur Untersuchung eines Meßfehlers, oder als Kriterium der Uebereinstimmung zwischen Aufnahmemaßzahlen und Kontrollmaßen, oft in den Fall kommt, aus den beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreieckes die Hypotenuse zu rechnen, so ist eine ähnliche Operation bei der Anwendung von Polarkoordinaten notwendig.

Bei rechtwinkligen Koordinaten kommt bekanntlich die Auflösung folgender Ausdrücke in Betracht:

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{oder} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

In der Bureau Praxis wurden für die Auflösung der Werte die Rechenmaschine, Quadrattafeln, graphische Quadrattafeln und der Rechenschieber herangezogen. Bei Feldarbeiten eignet sich wohl am besten die Auflösung mit dem Rechenschieber. Die obigen Formeln bewährten sich im Felde jedoch nur, wenn die zu berechnende Größe nur wenige Meter beträgt. Schon für eine Größe von über 5 Meter ist das Resultat nicht mehr absolut auf den Zentimeter sicher. In solchen Fällen behalf sich der Unterzeichnete mit folgender Umformung:

(a sei die kleinere Kathete)

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{oder} \quad a^2 = c^2 - b^2 = (c - b)(c + b)$$

$$\text{daraus} \quad c = b + \frac{a^2}{(b + c)}$$

Es wird somit die Hypotenuse berechnet aus der größeren Kathete und einem Zuschlag, der leicht mit dem Rechenschieber gerechnet werden kann. Der Umstand, daß die gesuchte Größe im Gliede $\frac{a^2}{b + c}$ selbst wieder vorkommt, ist kein Hindernis,

da ja in den meisten Fällen diese Größe genähert bekannt ist durch das Kontrollmaß oder einen Planabgriff. Selbst im Falle, wo man keinen solchen Näherungswert kennt, kann diese Größe für eine erste Annäherung schätzungsweise etwas größer als b angenommen werden. (Es ist ja Voraussetzung, daß $b > a$ ist). Eine allfällige zweite Berechnung benötigt am Rechenschieber nur eine ganz kleine Verschiebung, entsprechend dem Betrage, um welchen das erste genäherte c ungenau war.

Nach dieser kleinen Abschweifung möchte ich zum eigentlichen Thema übergehen; wir werden dabei sehen, daß für die Rechenschieberlösung bei den Polarkoordinaten teilweise die gleichen Ueberlegungen notwendig sind.

Die Polarkoordinatenmethode stellt uns die Aufgabe, ein beliebiges Dreieck aufzulösen und zwar ist uns als Differenz der gemessenen Richtungen oder Azimute im Dreieck ein Winkel bekannt. Daneben sind die beiden anliegenden Schenkel-längen optisch gemessen. Die dritte Seite ist mit Band oder Meßplatten als Kontrolle ermittelt worden. Um die Uebereinstimmung zwischen Aufnahmeelementen und Kontrollmaßen zu untersuchen, bedient man sich des Cosinus-Satzes, es ist:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Die Auflösung dieser Gleichung kann nun wieder mit verschiedenen Mitteln geschehen. Die Rechenmaschine ist das Gegebenste, es liesse sich aber auch eine graphische Tabelle ausarbeiten. Auf dem Felde ist wiederum die Auflösung mit dem Rechenschieber das Zweckmäßigste. Hiezu bedarf es folgender Umformung:

Es sind 3 Fälle zu unterscheiden.

1. Die zu berechnende Seite c sei die längste Seite im Dreieck.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = (a^2 + b^2 + 2ab) \\ &\quad - 2ab - 2ab \cdot \cos \gamma \\ &= (a + b)^2 - 2ab (1 + \cos \gamma) \\ c^2 - (a + b)^2 &= [c + (a + b)] [c - (a + b)] = -2ab (1 + \cos \gamma) \\ c &= (a + b) - \frac{ab}{\frac{(a + b) + c}{2}} (1 + \cos \gamma) \end{aligned}$$

Beispiel: $a = 10,57$ m

$b = 30,50$ m (c) Kontrollmaß = 40,04

$\gamma = 167,02$ Grad, n. T.

$$c = 10,57 + 30,50 - \frac{10,57 \cdot 30,50}{\frac{41,07 + 40,04}{2}} 0,1312$$

$(1 + \cos \gamma) = (1 - \cos [180 - \gamma])$ ist der Reduktionstabelle 100 $(1 - \cos)$ entnommen

$$c = 41,07 - \frac{42,3}{40,55} = 41,07 - 1,042$$

c = 40,03; Kontrollmaß = 40,04

2. Die zu berechnende Seite a sei nicht die längste Seite des Dreieckes.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \gamma$ analog, wie in Pos. 1, daraus

$$a = (c - b) + \frac{bc}{\frac{a + (c - b)}{2}} (1 - \cos a)$$

Beispiel: $c = 74,41$ m

$b = 31,01$ m (a) Kontrollmaß = 43,47 m

$\gamma = 2,71$ Grad, n. T.

$$a = 74,41 - 31,01 + \frac{31,01 \cdot 74,41}{\frac{43,47 + 43,40}{2}} \cdot 0,0009$$

$$= 43,40 + \frac{2,08}{43,43} = 43,40 + 0,048$$

a = 43,45; Kontrollmaß = 43,47

3. Die zu bestimmende Seite sei annähernd gleich lang wie eine der beiden gegebenen.

Die Gleichungen unter Pos. 1 und 2 erhalten folgende Form:

$$\text{ad 1. } c = a + b \frac{\left(\frac{b}{2} + \frac{c}{2} - \frac{a}{2} - a \cos \gamma\right)}{\frac{(a + b) + c}{2}}$$

$$\text{ad 2. } a = c - b \frac{\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2} - \frac{c}{2} + c \cos a\right)}{\frac{a + (c - b)}{2}}$$

Beispiel ad 2: $c = 30,45$ m
 $b = 29,31$ m
 $a = 65,32$ Grad, n. T.
 $\cos a = 0,51821$

(a) ist nicht gemessen und wird in erster Näherung zu 30,00 angenommen.

$$a = c - b \frac{\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2} - \frac{c}{2} + c \cos a\right)}{\frac{a + (c - b)}{2}}$$

$$a = 30,45 - 29,31 \frac{(15,00 - 14,655 - 15,225 + 15,78)}{30,00 + 1,14}$$

$$\frac{2}{2}$$

$$(30,45 \cdot 0,51821 = 30,45 \cdot 0,5 = 15,225$$

$$30,45 \cdot 0,01821 = 0,553$$

$$\text{total} = 15,778)$$

$$a = 30,45 - 29,31 \frac{0,90}{15,57} = 30,45 - 1,69 = 28,76$$

Für (a) wird als zweite Näherung ca. das Mittel von 28,76 und 30,00, jedoch näher am zweiten Resultat 28,76 : (30,00 — 0,64) = 29,36 angenommen.

Zähler und Nenner des Bruches $\frac{0,90}{15,57}$ reduzieren sich je um $\frac{0,64}{2}$,

$$a = 30,45 - 29,31 \frac{0,58}{15,25} = 30,45 - 1,115 = 29,335$$

und schließlich für $a = 29,345$, ist:

$$a = 30,45 - 29,31 \frac{0,572}{15,242} = 30,45 - 1,10 = \mathbf{29,35}$$

Die Berechnung nach dem Cosinus-Satz mittelst der Rechenmaschine ergibt den Wert

$$a = 29,3476 \text{ m}$$

und benötigt, etwas Uebung vorausgesetzt, eine Zeit von 6—7 Minuten, während die Berechnung dieses letzten, ungünstigen Beispieles mit Rechenschieber nur etwa 3—5 Minuten benötigt. Die übrigen Beispiele erfordern je etwa 2—3 Minuten.

Von verschiedenen Seiten ist schon die Frage gestellt worden, wie bei der Polarkoordinatenmethode eine allfällige Wieder-

bestimmung verloren gegangener Markpunkte vorgenommen werden kann.

Man ist vielerorts der Meinung, man müsse Theodolit und Distanzlatten in jedem Falle auf das Feld nehmen. Dies ist jedoch nur für Punkte, die in ihrer Nähe keine anderen Anhaltspunkte haben, zutreffend. Solche Punkte werden aber auch bei der Orthogonalmethode gewöhnlich als Polygonpunkte bestimmt. Sobald aber in nicht allzu großer Richtungsänderung ein anderer, also benachbarter Strahl vorhanden ist, so kann die Neubestimmung mittelst Winkelpisma und Meßlatten erfolgen.

Beispiel: Richtung nach A sei $187,62^\circ$ Grad und $35,92$ m

nach B sei $177,22^\circ$ Grad und $35,60$ m

Punkt A ist vorhanden, Punkt B ist neu zu bestimmen.

Als Abszisse x rechnen wir $35,60 \cdot \cos 10^\circ 40'$

als Ordinate y „ „ $35,60 \cdot \sin 10^\circ 40'$

$\cos 10^\circ 40' = 0,98669$ ($1 - \cos = 0,01331$ (wegen Rechensch.))

$\sin 10^\circ 40' = 0,18264$ ($35,60 \times 0,01331 = 0,474$)

$$x = 35,60 - 0,474 = 35,13$$

$$y = 5,79$$

oder: Δx gegen BA $\Delta x = 35,92 - 35,13 = 0,79$

$$\Delta y = 5,79$$

Mit diesen Elementen wird der Punkt neu bestimmt und schließlich werden die vorhandenen Kontrollmaße für die Sicherheit der Neubestimmung beigezogen.

Multiplikationen, etwa wie $35,60 \cdot 0,45351$, welche mit dem Rechenschieber nicht mehr die nötige Genauigkeit ergeben, werden zerlegt in

$$35,60 \cdot 0,4 = 14,240 \text{ (Kopfrechnen)}$$

$$\text{und } 35,60 \cdot 0,05351 = 1,960 \text{ (Rechenschieber)}$$

$$\text{total} = 16,20$$

Wie man bei Kurvenabsteckungen zweckmäßig eine Kurventabelle zur Hand haben muß, so ist bei der Nachführung im Polarkoordinatengebiet eine cos- und sin-Tabelle notwendig.

Immerhin wird es auch Nachführungsarbeiten geben, welche man im eigenen und im Interesse des Auftraggebers mit dem Instrumentarium, Theodolit und Distanzlatte, ausführt.

Effretikon, den 15. Februar 1926.

Rud. Werffeli.