Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 20 (1922)

Heft: 9

Artikel: Gemeinsames Vorwärtsschneiden von drei Punkten ohne überschüssige Messungen [Schluss]

Autor: Werkmeister, P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-187507

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE
Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik
ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS
REVUE TECHNIQUE SUISSE DES MENSURATIONS ET AMÉLIORATIONS FONCIÈRES
ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Redaktion: F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)
Ständiger Mitarbeiter für Kulturtechnik ad interim: H. FLUCK, Diplomierter Kulturingenieur, Neuchâtel, Case postale
Collaborateur attitré pour la partie en langue française: CH. ROESGEN, ingénieur-géomètre, Genève, 11, rue de l'Hôtel-de-Ville — Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme:
BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORM. G. BINKERT, WINTERTHUR

Jährlich 12 Nummern (erscheinend am zweiten Dienstag jeden Monats) und 12 Inseraten-Bulletins (erscheinend am vierten Dienstag jeden Monats)	No. 9 des **XX. Jahrganges** der „Schweiz. Geometerzeitung". **12. September 1922**	Jahresabonnement Fr. 12.— (unentgeltlich für Mitglieder) Inserate: 50 Cts. per 1spaltige Nonp.-Zeile

Gemeinsames Vorwärtseinschneiden von drei Punkten ohne überschüssige Messungen.

(Schluß).

Setzt man den Gleichungen (2) entsprechend bei der Bestimmung der Koordinaten (x_1, y_1), (x_2, y_2) und (x_3, y_3) der Punkte P_1, P_2 und P_3

$$\left.\begin{array}{lll} x_1 = x_{0,1} + \Delta x_1 & x_2 = x_{0,2} + \Delta x_2 & x_3 = x_{0,3} + \Delta x_3 \\ y_1 = y_{0,1} + \Delta y_1 & y_2 = y_{0,2} + \Delta y_2 & y_3 = y_{0,3} + \Delta y_3 \end{array}\right\} \quad (4)$$

so erhält man zur Ermittlung der Hilfsunbekannten Δx_1, Δy_1; Δx_2, Δy_2; Δx_3 und Δy_3 unter Beachtung der Gleichung (3) die sechs linearen Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} a'_1 \Delta x_1 + b'_1 \Delta y_1 + a''_1 \Delta x_2 + b''_1 \Delta y_2 + c_1 = 0 \\ \quad a''_2 \Delta x_2 + b''_2 \Delta y_2 + a'''_2 \Delta x_3 + b'''_2 \Delta y_3 + c_2 = 0 \\ a'_3 \Delta x_1 + b'_3 \Delta y_1 + a''_3 \Delta x_2 + b''_3 \Delta y_2 + c_3 = 0 \\ \quad a''_4 \Delta x_2 + b''_4 \Delta y_2 + a'''_4 \Delta x_3 + b'''_4 \Delta y_3 + c_4 = 0 \\ a'_5 \Delta x_1 + b'_5 \Delta y_1 + a''_5 \Delta x_2 + b''_5 \Delta y_2 + c_5 = 0 \\ \quad a''_6 \Delta x_2 + b''_6 \Delta y_2 + a'''_6 \Delta x_3 + b'''_6 \Delta y_3 + c_6 = 0 \end{array}\right\} \quad (5)$$

Die auf Grund der Gleichungen (5) und (4) ermittelten Werte für die gesuchten Koordinaten (x_1, y_1), (x_2, y_2) und (x_3, y_3) sind infolge der Vernachlässigung der Glieder zweiter und höherer Ordnung bei der Anwendung des Taylor'schen Satzes auch nur verbesserte Näherungswerte; sie sind um so genauer, je kleiner die Werte von Δx_1, Δy_1; Δx_2, Δy_2; Δx_3 und Δy_3 sind oder um so genauer die zuerst angenommenen Näherungswerte $x_{0,1}$, $y_{0,1}$; $x_{0,2}$, $y_{0,2}$; $x_{0,3}$ und $y_{0,3}$ waren.

Zur Untersuchung, ob die gefundenen Werte für die Koordinaten der Punkte P_1, P_2 und P_3 schon als die endgültigen betrachtet werden dürfen, berechnet man mit ihnen und den gegebenen Koordinaten von A, B und C die den gemessenen Winkeln α_1, β_1; α_2, β_2; γ_1 und γ_2 entsprechenden Winkelwerte; stimmen diese mit den gemessenen Werten noch nicht mit der gewünschten Genauigkeit überein, so betrachtet man die aus den Gleichungen (5) und (4) berechneten Koordinatenwerte selbst wieder als Näherungswerte, und wiederholt mit ihnen das Verfahren. Eine solche Wiederholung wird besonders einfach für den Fall, daß die erstmals auf Grund der Gleichungen (5) ermittelten Werte der Hilfsunbekannten Δx_1, Δy_1; Δx_2, Δy_2; Δx_3 und Δy_3 klein sind; man kann dann nämlich die Koeffizienten der Hilfsunbekannten in den Gleichungen (5) von der ersten Näherungsrechnung übernehmen und hat dann nur die Absolutglieder in den Gleichungen (5) neu zu berechnen.

Sind aber bei der zweiten Näherungsrechnung die Koeffizienten der Hilfsunbekannten dieselben wie bei der ersten Näherungsrechnung, so vereinfacht sich auch die Auflösung der sechs Gleichungen, da man dann nur die Rechnung für die Absolutglieder durchzuführen hat.

Die ersten Näherungswerte für die gesuchten Koordinaten der Punkte P_1, P_2 und P_3 erhält man in einfacher Weise dadurch, daß man bei den photographischen Aufnahmen in den Punkten A, B und C die Richtungswinkel der Bildachsen wenigstens genähert, z. B. mit Benützung einer Bussole bestimmt, und damit die Punkte in der üblichen Weise, z. B. zeichnerisch durch gewöhnliches Vorwärtseinschneiden, bestimmt.

Der Gang der im vorstehenden angegebenen Lösung möge an dem folgenden Zahlenbeispiel gezeigt werden.

		A	B	C
Gegeben:	x	1050,5	670,3	1325,4 m
	y	280,8	1634,7	3270,2 m

Gemessen: $\alpha_1 = 4^0\,09'\,57''$ $\beta_1 = 7^0\,49'\,25''$ $\gamma_1 = 9^0\,14'\,39''$

$\alpha_2 = 4^0\,44'\,05''$ $\beta_2 = 2^0\,41'\,39''$ $\gamma_2 = 2^0\,35'\,00''$

Für die Koordinaten der Punkte P_1, P_2 und P_3 wurden die folgenden Näherungswerte gefunden:

	P_1	P_2	P_3
x_0	3020	3175	2910 m
y_0	1725	2070	2130 m

Mit diesen Werten ergeben sich auf Grund der Gleichung (3) die den Gleichungen (5) entsprechenden sechs Gleichungen

$$
\begin{aligned}
&-3{,}95\,\Delta y_1 + 5{,}39\,\Delta y_1 + 3{,}75\,\Delta x_2 - 4{,}46\,\Delta y_2 + 89{,}2 = 0\\
&-4{,}29\,\Delta x_2 + 5{,}10\,\Delta y_2 + 4{,}98\,\Delta x_3 - 5{,}00\,\Delta y_3 - 1{,}1 = 0\\
&-0{,}17\,\Delta x_1 + 4{,}36\,\Delta y_1 + 0{,}69\,\Delta x_2 - 3{,}97\,\Delta y_2 + 29{,}6 = 0\\
&-0{,}70\,\Delta x_2 + 4{,}03\,\Delta y_2 + 0{,}98\,\Delta x_3 - 4{,}43\,\Delta y_3 + 15{,}1 = 0\\
&4{,}81\,\Delta x_1 + 5{,}28\,\Delta y_1 - 4{,}03\,\Delta x_2 - 6{,}21\,\Delta y_2 - 38{,}9 = 0\\
&-3{,}62\,\Delta x_2 - 5{,}58\,\Delta y_2 + 4{,}41\,\Delta x_3 + 6{,}13\,\Delta y_3 - 44{,}7 = 0
\end{aligned}
$$

Löst man diese Gleichungen mit Benützung des Rechenschiebers auf, so findet man

$$
\begin{array}{lll}
\text{m} & \text{m} & \text{m}\\
\Delta x_1 = +10{,}6 & \Delta x_2 = -4{,}7 & \Delta x_3 = +0{,}3\\
\Delta y_1 = -\ 5{,}3 & \Delta y_2 = +0{,}3 & \Delta y_3 = +4{,}5
\end{array}
$$

und damit für die Koordinaten von P_1, P_2 und P_3

	P_1	P_2	P_3
x	3030,6	3170,3	2910,3 m
y	1719,7	2070,3	2134,5 m

Berechnet man mit diesen Werten die den gemessenen Winkeln entsprechenden Werte, so erhält man

$$
\begin{array}{lll}
\alpha_{0,1} = 4^0\,09'\,54'' & \beta_{0,1} = 7^0\,49'\,18'' & \gamma_{0,1} = 9^0\,14'\,29''\\
\alpha_{0,2} = 4^0\,44'\,11'' & \beta_{0,2} = 2^0\,41'\,38'' & \gamma_{0,2} = 2^0\,35'\,11''
\end{array}
$$

Die größte Abweichung dieser Werte von den gemessenen Werten beträgt nur 11″; betrachtet man trotz der geringen Abweichungen die gefundenen Koordinatenwerte noch nicht als die endgültigen, sondern wiederholt das Verfahren, so ergeben sich zur Berechnung der neuen Verbesserungen Δx_1, Δy_1; Δx_2, Δy_2; Δx_3 und Δy_3 die Gleichungen

$$
\begin{aligned}
&-3{,}95\,\Delta x_1 + 5{,}39\,\Delta y_1 + 3{,}75\,\Delta x_2 - 4{,}46\,\Delta y_2 + 0{,}1 = 0\\
&-4{,}29\,\Delta x_2 + 5{,}10\,\Delta y_2 + 4{,}98\,\Delta x_3 - 5{,}00\,\Delta y_3 - 0{,}6 = 0\\
&-0{,}17\,\Delta x_1 + 4{,}36\,\Delta y_1 + 0{,}69\,\Delta x_2 - 3{,}97\,\Delta y_2 + 0{,}3 = 0\\
&-0{,}70\,\Delta x_2 + 4{,}03\,\Delta y_2 + 0{,}98\,\Delta x_3 - 4{,}43\,\Delta y_3 + 0{,}0 = 0
\end{aligned}
$$

$$+4{,}81\ \Delta x_1 + 5{,}28\ \Delta y_1 - 4{,}03\ \Delta x_2 - 6{,}21\ \Delta y_2 \quad + 1{,}0 = 0$$

$$-3{,}62\ \Delta x_2 - 5{,}58\ \Delta y_2 + 4{,}41\ \Delta x_3 + 6{,}13\ \Delta y_3 - 0{,}6 = 0$$

Da bei diesen Gleichungen die Koeffizienten der Unbekannten dieselben sind wie bei den oben benützten Gleichungen, so wird ihre Auflösung besonders einfach; man findet

m	m	m
$\Delta x_1 = -0{,}02$	$\Delta x_2 = +\ 0{,}02$	$\Delta x_3 = +0{,}08$
$\Delta y_1 = +0{,}23$	$\Delta y_2 = +\ 0{,}33$	$\Delta y_3 = +0{,}32$

und damit für die Koordinaten von P_1, P_2 und P_3

	P_1	P_2	P_3
x	3030,58	3170,32	2910,38 m
y	1719,93	2070,63	2134,82 m

Mit diesen Koordinaten für die festzulegenden Punkte und den gegebenen Koordinaten von A, B und C erhält man für die den gemessenen Winkeln entsprechenden Winkel die Werte

$$\alpha_1 = 4^0\,09'\,55'' \quad \beta_1 = 7^0\,49'\,23'' \quad \gamma_1 = 9^0\,14'\,41''$$

$$\alpha_2 = 4^0\,44'\,04'' \quad \beta_2 = 2^0\,41'\,39'' \quad \gamma_2 = 2^0\,34'\,57''$$

Da diese Werte nur noch um einzelne Sekunden von den gemessenen Werten abweichen, so können die zuletzt ermittelten Koordinaten für P_1, P_2 und P_3 als die endgültigen betrachtet werden.

P. Werkmeister.

Drahtloser Zeitsignaldienst und seine Verwendung zur Bestimmung von geographischen Längenunterschieden.

Nachdem heute drahtlose Empfangsapparate für wenige Hundert Franken im Handel zu haben sind, dürfte es angezeigt sein, unsere Leser über den drahtlosen Zeitsignaldienst kurz zu orientieren und auf die Verwendung der drahtlosen Telegraphie zur Bestimmung von geographischen Längenunterschieden kurz hinzuweisen.

Auf die drahtlose Telegraphie an sich treten wir hier nicht ein, da es eine Menge von guten, populären Büchern gibt, welche in das Wesen der Radiotelegraphie einführen.

Da man von einer Sendestation aus, welche zum Erzeugen und Aussenden von elektro-magnetischen Wellen eingerichtet ist, zu jeder beliebigen Zeit Wellen aussenden kann, die von