Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =

Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 19 (1921)

Heft: 3

Artikel: Bestimmung der Fehlerellipse beim einfachen Vorwärtseinschneiden

[Schluss]

Autor: Baeschlin, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-186793

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Bestimmung der Fehlerellipse beim einfachen Vorwärtseinschneiden.

(Schluß.)

Führt man die Ausdrücke (8)—(11) in die Formen [aa], [bb] und [ab] ein, so erhalten wir:

$$[a a] = \frac{y^{2}}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^{2} + y^{2}\right]^{2}} + \frac{y^{2}}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^{2} + y^{2}\right]^{2}}$$

$$[b b] = \frac{\left(x + \frac{c}{2}\right)^{2}}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^{2} + y^{2}\right]^{2}} + \frac{\left(x - \frac{c}{2}\right)^{2}}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^{2} + y^{2}\right]^{2}}$$

$$[a b] = -\frac{\left(x + \frac{c}{2}\right)y}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^{2} + y^{2}\right]^{2}} + \frac{\left(x - \frac{c}{2}\right)y}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^{2} + y^{2}\right]^{2}}$$

$$(24)$$

Führen wir die Werte von (24) in die Formeln (19) und (22) oder (23) ein, so ist die Fehlerellipse bestimmt. Beispiel.

c = 1000 Meter.

 $y_{0}=10\,000$ Meter, $x_{0}=5500$ Meter. $\mu=1\,^{\prime}$

$$\mu = 1$$

 $N_1 = 61^{\circ} 37' 46'', N_2 = 151^{\circ} 37' 46''.$

 $Q_1 = \pm 13.0 \text{ Meter}; \quad Q_2 = \pm 1.3 \text{ Meter}.$

Den Formeln (22) oder (23) kann noch eine andere Form gegeben werden.

Bekanntlich ist:

$$\cot 2 N = \frac{\cot N - \tan N}{2} \tag{25}$$

Daraus folgt die quadratische Gleichung:

 $\cot^2 N-2 \cot 2N \cot N-1=0.$

Die Auflösung nach cotg N ergibt:

$$\cot N = \cot 2 N + \sqrt{1 + \cot^2 2 N}$$
 (26)

Setzt man für cotg 2 N den Ausdruck (19) ein, so folgt:

cotg N =
$$\frac{[b \, b] - [a \, a]}{2 [a \, b]} \pm \sqrt{1 + \left\{\frac{[b \, b] - [a \, a]}{2 [a \, b]}\right\}^2}$$

Damit nehmen die Formeln (22) die Form an:

$$A_{1 \text{ und } 2} = \frac{\mu}{\rho} \sqrt{\frac{[a \, a] + [b \, b]}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4 \, [a \, b]^2 + \{[b \, b] - [a \, a]\}^2}}{[a \, a] \, [b \, b] - [a \, b]^2}} (27)$$

Mit Hilfe dieser Formel, in der [aa], [bb] und [ab] durch die Ausdrücke (24) zu ersetzen sind, kann man die Aufgabe lösen, die Kurven zu bestimmen, welche Punkte mit gleicher großer oder kleiner Axe der mittleren Fehlerellipse miteinander verbinden.

In der nachstehenden Gleichung der Kurven gleicher Halbaxen der mittleren Fehlerellipse bedeutet a die Halbaxe und zwar ist überall das obere Vorzeichen zu nehmen, wenn es sich um die große Halbaxe, das untere, wenn es sich um die kleine Halbaxe handelt.

$$\begin{split} &\frac{4\,a^4\,\rho^4\,c^4\,y^4}{\mu^4} - \frac{4\,a^2\,\rho^2\,c^2\,y^2}{\mu^2} \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg] \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^2 \\ &- \frac{4\,a^2\,\rho^2\,c^2\,y^2}{\mu^2} \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^2 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg] \\ &+ \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^2 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 + \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 \\ &+ 2 \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^3 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^3 \\ &+ 4 \left(x + \frac{c}{2} \right)^2 y^2 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 + 4 \left(x - \frac{c}{2} \right)^2 y^2 & (28) \\ &- \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 \\ &+ 8 \left(x + \frac{c}{2} \right) \left(x - \frac{c}{2} \right) y^2 \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^2 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 \\ &+ \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^4 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 + \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^4 \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 \\ &+ y^4 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 + y^4 \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^4 \\ &+ 2 \left(x + \frac{c}{2} \right)^2 \left(x - \frac{c}{2} \right)^2 \bigg[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^2 \bigg[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \bigg]^2 \end{split}$$

$$\begin{split} & \pm 2 \left(x + \frac{c}{2} \right)^{2} y^{2} \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{4} \\ & \pm 2 \left(x + \frac{c}{2} \right)^{2} y^{2} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{2} \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{2} \\ & \pm 2 \left(x - \frac{c}{2} \right)^{2} y^{2} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{2} \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{2} \\ & \pm 2 \left(x - \frac{c}{2} \right)^{2} y^{2} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{4} \\ & \mp 2 y^{4} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{2} \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^{2} + y^{2} \right]^{2} = 0. \end{split}$$

Für Ueberschlagsbetrachtungen genügt es anzunehmen, die große Axe gehe vom Außenpunkt nach der Mitte der Basis c.

Figur 2 zeigt ausgezogen die Kurven für die großen Halbaxen, punktiert die Kurven für die kleinen Halbaxen für den Fall $\mu=1'$ (Minute centesimal) und c=1000 Meter.

Zollikon, im Oktober 1920.

F. Baeschlin.

Zur Praxis einiger Ausgleichungsaufgaben.

Von E. Hammer, Stuttgart.

Die folgenden Zeilen geben Bemerkungen zu zwei Ausgleichungsaufgaben, die Eggert in seine neue, wesentlich erweiterte Bearbeitung des ersten Bandes des Jordanschen Handbuchs der Vermessungskunde (7. Auflage, 1920) aufgenommen hat; die eine als einfaches Beispiel für vermittelnde Bestimmung zweier Unbekannten bei nichtlinearem Zusammenhang zwischen ihnen und den Messungen, die zweite als ebenso einfaches Beispiel für direkte bedingte Messungen. Meine Bemerkungen sind z. T. didaktischer Art, z. T. aber wohl auch für solche Leser von Interesse, die schon weiter in die Ausgleichungsrechnung eingedrungen sind.

I. Die erste der genannten Aufgaben (a. a. O. S. 72) ist die Berechnung der Koordinaten eines Lagepunktes in einem System gegebener Punkte durch «mehrfachen Bogenschnitt», wie der in Norddeutschland beliebte Ausdruck lautet. Die Aufgabe ist als ansprechendes einfaches Beispiel für vermittelnde Bestimmung zweier Unbekannten bei zunächst nichtlinearen Verbesserungsgleichungen viel behandelt worden, von Koll in der preußischen «Anweisung IX», von Eggert a. eben a. O., rech-