Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 17 (1919)

Heft: 12

Artikel: Statik der Luft-Seilbahnen [Fortsetzung statt Schluss]

Autor: Zwicky, C.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-185599

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

der optischen Achse. Im vorliegenden Normalfall fällt die $+Y$ Achse mit der optischen Achse zusammen und die $+X$ Achse mit der Horizontalprojektion der Verbindungsgeraden der Standpunkte. Aus nachstehender Figur ergeben sich für die Raumkoordinaten E, ΔX, ΔH eines beliebigen Objektpunktes folgende Beziehungen:

Wir machen $AS \parallel B^* P^*$, dann ist:

$$\Delta ASP'^*_1 \sim P^* B^* A \text{ und}$$

$$b : E = (x_1' - x_1'') : f; \text{ denn } o's = x_1' - x_1''; \; E = \frac{bf}{x_1' - x_1''}$$

Ferner ist:

$\Delta AP_1'^* O' \sim \Delta AP^* Q$; hieraus: $\Delta X : x_1' = E : f$ und:

$$\Delta X = \frac{E x_1'}{f} = \frac{b x_1'}{x_1' - x_1''}$$

$\Delta AP_1'^{**} O' \sim \Delta AP^{**} Q$; hieraus: $\Delta H : y_1' = E : f$ und:

$$\Delta H = \frac{E y'}{f} = \frac{b y_1'}{x_1' - x_1''}$$

System der Abstandsgleichung für den Normalfall:

$$\left| \begin{array}{c} E = \frac{b}{a} . f \\ \Delta X = \frac{b}{a} . x_1' \\ \Delta H = \frac{b}{a} . y_1' \end{array} \right| \qquad \text{I.}$$

(Schluß folgt.)

Statik der Luft-Seilbahnen.

Von *C. Zwicky*, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.

(Fortsetzung statt Schluß.)

II.

Seil mit Winddruck.

1. Theorie.

Auf ein Seil von der Länge s, dem Gewichte $G = g . s$ und dem Durchmesser D wirke auch noch ein Winddruck von der Stärke ω kg/m², und zwar senkrecht zur Vertikalebene durch die beiden Stützen A und B, also horizontal.

Die auf die Längeneinheit $\Delta s = 1$ m entfallenden äußern Kräfte sind dann:

$$g = \frac{G}{s} \qquad \text{und} \qquad w = {}^2/_3\, D \,.\, \omega.$$

Diese beiden Kräfte greifen im gleichen Punkte (Mitte der Seilachse) an und lassen sich daher zu einer Resultierenden r vereinigen:

$$r = \sqrt{g^2 + w^2}.$$

Diese Kraft r liegt in einer Vertikalebene, die zu derjenigen durch $\overline{AB}$ senkrecht steht, und mit der Vertikalen bildet sie einen Winkel β, der bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\text{tang}\ \beta = \frac{w}{g}.$$

Sämtliche $\frac{s}{l} = s$ Kräfte r des ganzen Seiles bilden somit ein System von parallelen Kräften, die alle in der Längsachse des Seiles angreifen; daher ist die ihnen entsprechende Seilkurve eine Kettenlinie, die nun aber in einer geneigten Ebene liegt.

Dreht man diese Ebene — mit AB als Drehachse — um den Winkel β nach abwärts, so wird dieselbe eine Vertikalebene; daher kann man die Kräfte r nun als Gewichte auffassen, und da $r > g$ ist, kann man jetzt setzen:

$$r = g + e,$$

wo $e = v \,.\, g$ das dem Winddruck w entsprechende Zusatzgewicht bedeutet.

Wir machen nun weiter die Annahme, sowohl das Gewicht des Seiles wie auch der Winddruck seien proportional zur Spannweite l anstatt zur Bogenlänge s verteilt. Diese Annahme erscheint um so mehr als zulässig, als ohnehin die Größe des Winddruckes nie sehr genau bestimmbar ist. Alsdann kann man das Zusatzgewicht e als eine Belastung durch Schneedruck auffassen und damit die Berechnungen für Winddruck auf diejenigen für Schneedruck zurückführen.

Hiefür ergibt sich nun sehr einfach:

$$r^2 = g^2 + w^2 = (g + e)^2 = g^2 + 2\,g \,.\, e + e^2$$

$$\underline{w = \sqrt{2\,g \,.\, e + e^2}} = \underline{g \,.\, \sqrt{2\,v + v^2}}$$

Nach dieser Formel läßt sich der Betrag des Winddruckes w berechnen, welcher einem gegebenen Schneedruck e entspricht,

d. h. zur gleichen Seilkurve und zum gleichen Kräftepolygon gehört.

2. Anwendung.

Einem Winddruck $\omega = 100$ kg/m² entspricht bei einem Seil vom Durchmesser $D = 16$ mm $= 0{,}016$ m pro m¹ der Seillänge ein Winddruck w von

$$w = {}^2/_3 \,.\, 0{,}016 \,.\, 100 = 1{,}07 \text{ kg/m}^1,$$

was ziemlich genau übereinstimmt mit dem Eigengewicht des Seiles $g = \frac{G}{l} = 1{,}08$ kg/m¹. Der beim Seil sich geltend machende Winddruck kann somit bis zu relativ hohen Beträgen ansteigen.

Wir gehen nun aber wieder von der Deformation des Seiles aus und berechnen den derselben entsprechenden Winddruck. Die Berechnungsmethode bleibt hier für das beidseitig verankerte Seil und für das Seil mit einem Gegengewicht vollständig gleich; es sind dabei einzig für die Zahlen $v = \frac{e}{g}$ nicht die gleichen Werte einzusetzen. Dafür erhält man nun die folgende

Winddruck-Tabelle.

	Seilneigung p_A	%	27.5	25	22.5	20
Beidseitig verankertes Seil	$v = \frac{e}{g}$	—	0	0.413	0.952	1.715
	$w = g \,.\, \sqrt{2v + v^2}$	kg/m¹	0	**1.08**	**1.81**	**2.72**
	$\omega = {}^3/_2 \,.\, \frac{w}{D}$	kg/m²	0	101	170	255
	$\tan\beta = \frac{w}{g}$	—	0	1.00	1.68	2.52
Seil mit Gegengewicht L_A	$v = \frac{e}{g}$	—	0	0.208	0.420	0.632
	$w = g \,.\, \sqrt{2v + v^2}$	kg/m¹	0	**0.73**	**1.09**	**1.39**
	$\omega = {}^3/_2 \,.\, \frac{w}{D}$	kg/m²	0	68	102	130
	$\tan\beta = \frac{w}{g}$	—	0	0.68	1.01	1.29

G.

Belastung des Seiles durch eine Verkehrslast.

I.

Die Verkehrslast.

a) *Charakteristik.* Die bisher besprochenen Belastungen durch das Eigengewicht des Seiles, durch Schneedruck oder durch Winddruck waren ruhende, über die ganze Seillänge s, beziehungsweise über deren Horizontalprojektion l, gleichmäßig verteilte Belastungen. Dem gegenüber handelt es sich bei der Verkehrslast um eine bewegliche Last, welche in einem einzelnen, mit der Zeit sich ändernden Querschnitt des Seiles angreift. Mit der Lage dieses Querschnittes ändert sich dann für eine bestimmte Größe der Verkehrslast sowohl die Form der Seilkurve, als auch die Zugbeanspruchung des Seiles.

Eine solche Einzellast Q setzt sich nun zusammen aus:

Q_1 = Gewicht des leeren Wagens;

Q_2 = Gewicht der Nutzlast;

Q_3 = Auflagerdruck, der von der eventuellen Aufhängung eines Zugseiles an dem Wagen herrührt.

Es ist somit:

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$ bei einem Tragseil mit Zugseil,

$Q = Q_1 + Q_2$ „ „ „ ohne „

b) *Bewegliche Einzellast.* Ist der Lastangriffspunkt P ein veränderlicher Punkt der Seilachse, dann bewegt sich die Wagenrolle längs einer durch P gehenden Kurve. Für eine spezielle Lage von P denken wir uns die Last Q zerlegt in eine Komponente Q_n in der Richtung der Normalen n jener Kurve und in eine Komponente Q_t in der Richtung der Kurventangente t. Die Komponente Q_n drückt auf das Seil und erzeugt eine Reibung $R = \rho \cdot Q_n$, um welche die Beschleunigungskraft Q_t vermindert wird auf $Q'' = Q_t - R$.

Auf das Tragseil selbst, dessen Relativbewegung derjenigen der Rolle entgegengesetzt ist, äußert sich die Reibung R im umgekehrten Sinne; zusammen mit Q_n liefert dieselbe die Resultierende $Q' = \sqrt{Q^2_n + R^2} = Q_n \cdot \sqrt{1 + \rho^2}$, welche etwas steiler als Q_n gerichtet ist und nun die auf das Seil direkt einwirkende Belastung darstellt.

c) *Ruhende Einzellast.* Wird durch ein Verklemmen der Wagenrolle oder durch ein Bremsen des Zugseiles die Bewegung

der Last Q vorübergehend unterbrochen, dann ist der Angriffspunkt P ein fester Punkt und es kommt jetzt für die Zugbeanspruchung des Seiles die Last Q direkt zur Geltung.

Die dabei auftretenden Zugspannungen sind im allgemeinen etwas größer als bei einer beweglichen Last; daher ist der statischen Berechnung des Seiles eine ruhende Einzellast Q zugrunde zu legen.

Analog wie bei der statischen Untersuchung von Balken, die auf Biegung beansprucht werden, empfiehlt es sich auch hier, zur Beurteilung der Fragen hinsichtlich der ungünstigsten Beanspruchung zunächst eine Belastung des Seiles durch eine Verkehrslast allein in Betracht zu ziehen. Bei dem mit Eigengewicht und Verkehrslast belasteten Seile ist dann für die letztere nur noch die ungünstigste Lage zugrunde zu legen.

II.

Das an beiden Enden verankerte Seil.

1. Einzellast am gewichtlosen, unelastischen Seil.

a) *Theorie.* Das Seil sei in einem Punkte P seiner Achse, der inbezug auf ein Koordinatensystem durch A die Koordinaten x, y besitzt, durch eine Einzellast Q belastet. Alsdann wird das Seil von der gegebenen Länge s in die beiden geradlinigen Stücke $AP = d_1$ und $PB = d_2$ gestreckt, wobei sich nach Fig. 8a ergibt:

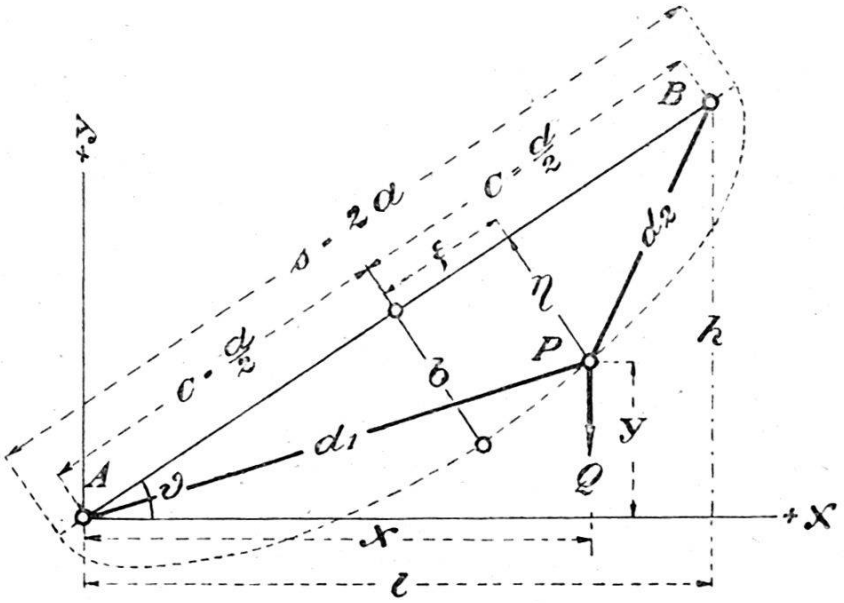

Fig. 8a

für AP PB

Neigung: $p_1 = \frac{y}{x}$ und $p_2 = \frac{h-y}{l-x}$

Länge: AP: $d_1 = \sqrt{x^2 + y^2} = x \,.\, \sqrt{1 + p_1^2}$ und

PB: $d_2 = \sqrt{(l-x)^2 + (h-y)^2} = (l-x) \,.\, \sqrt{1 + p_2^2}$

mit der Bedingung:

$$d_1 + d_2 = s = \text{konstant.}$$

Der Ort von P ist somit eine Ellipse mit den Seilenden A und B als Brennpunkten und der Seillänge s als große Achse 2a. Mit $AB = d = \sqrt{l^2 + h^2} = 2c$ ergibt sich dann für die kleine Achse 2b:

$$2b = \sqrt{(2a)^2 - (2c)^2} = \sqrt{s^2 - d^2}$$

Hieraus erhält man aus der Mittelpunktsgleichung der Ellipse:

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1$$

für die Ordinate η von P inbezug auf die Sehne AB als ξ-Achse:

$$\eta = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - \xi^2}.$$

Bezeichnet nun δ den Neigungswinkel der Sehne AB, so erhält man aus ξ und η für die Hauptkoordinaten x, y von P:

$$x = (c + \xi) \,.\, \cos\delta + \eta \,.\, \sin\delta = \frac{l}{2} + \frac{l}{d} \,.\, \xi + \frac{h}{d} \,.\, \eta$$

$$y = (c + \xi) \,.\, \sin\delta - \eta \,.\, \cos\delta = \frac{h}{2} + \frac{h}{d} \,.\, \xi - \frac{l}{d} \,.\, \eta,$$

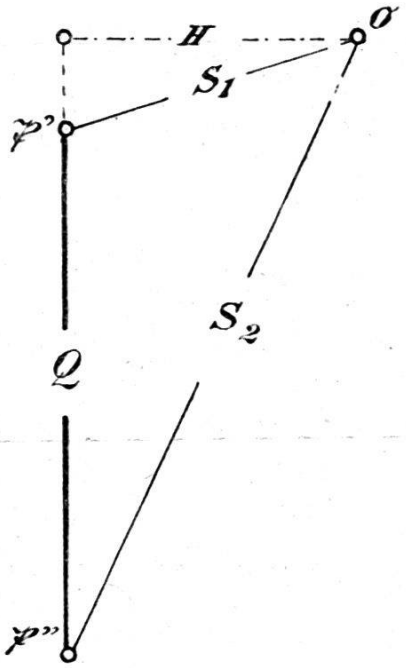

Fig. 8 b

womit dann auch die Seilneigungen p_1 und p_2 bestimmt sind, wenn vom Punkte P die Größe ξ statt x gegeben ist.

Aus Fig. 8b folgt nun weiter aus:

$$\mathfrak{P}'\,\mathfrak{P}'' = Q = \text{vertikal},$$

$$\mathfrak{P}'\,O \parallel AP \quad \text{und} \quad \mathfrak{P}''\,O \parallel PB,$$

für die Poldistanz H, sowie für die Zugkräfte S_1 und S_2 in den beiden Seilstücken AP und PB:

$$H = \frac{Q}{p_2 - p_1}$$

$$S_1 = H \cdot \sqrt{1 + p_1^2} \quad \text{und} \quad S_2 = H \cdot \sqrt{1 + p_2^2}.$$

Nimmt man jetzt für ξ einige Werte an, wobei $-\frac{d}{2} < \xi < +\frac{d}{2}$ sein muß, so erkennt man aus den Beträgen der damit berechneten Zugkräfte S_1 und S_2, bei welcher Lage des Angriffspunktes P von Q diese Kräfte ihre maximalen Werte annehmen werden.

b) *Anwendung.* Bei unsern Rechnungsbeispielen ist:

$$l = 800 \text{ m}, \quad h = 320 \text{ m} \quad \text{und } d = 861.62 \text{ m}.$$

Speziell für eine Temperatur $t = -4^0$ C ist dann für das nur mit seinem eigenen Gewichte $G = 865$ kg belastete Seil mit Seilkurve als Kettenlinie:

$p_A = 27{,}5\,\%$; $s = 863.34$ m; $S_A = 3537$ kg, $S_B = 3858$ kg.

Mit $s = 863.34$ m und $Q = G = 865$ kg erhält man dann:

$$a = s/2 = 431.67 \text{ m}; \quad c = \frac{d}{2} = 430.81 \text{ m};$$

$$b = \sqrt{(a + c) \cdot (a - c)} = 27.235 \text{ m}.$$

	Annahme für ξ	m	—300	—100	0	+100	+300
Koordinaten von P	$\eta = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - \xi^2}$	m	19.583	26.495	27.235	26.495	19.583
	x	m	128.73	316.99	410.12	502.69	685.81
	y	m	30.39	98.26	134.71	172.54	253.25
Neigungen	$p_1 = \frac{y}{x}$	—	0.2403	0.3100	0.3285	0.3432	0.3693
	$p_2 = \frac{h-y}{l-x}$	—	0.4314	0.4600	0.4753	0.4961	0.5846
	$p_2 - p_1 = \Delta p$	—	0.1911	0.1500	0.1468	0.1529	0.2153
Zugkräfte	$H = \frac{Q}{\Delta p}$	kg	4525	5765	5893	5660	4018
	$S_1 = H \cdot \sqrt{1+p_1^2}$	kg	4654	6035	**6203**	5984	4283
	$S_2 = H \cdot \sqrt{1+p_2^2}$	kg	4928	6345	**6524**	6318	4654

In dieser Tabelle haben S_1 und S_2 ihre größten Werte für $\xi = 0$; und da für $\xi = -100$ m und für $\xi = +100$ m die Beträge S_1, bezw. S_2 ziemlich gleich groß sind, so entsprechen

die Werte S_1 und S_2 für $\xi = 0$ jedenfalls annähernd deren maximalen Beträgen. Spezieller erhält man noch für $x = 400$ m, d. h. für $P = M$:

$$y = 130.75 \text{ m}; \quad S_1 = \mathbf{6226} \text{ kg}, \; S_2 = \mathbf{6545} \text{ kg}.$$

Hieraus erkennt man nun, daß die durch eine Einzellast Q hervorgebrachten Zugkräfte S_1 und S_2 ihre maximalen Werte dann annehmen, wenn der Angriffspunkt P von Q die Abszisse $x = \frac{l}{2}$ besitzt. Ob diese Eigenschaft aber allgemein für alle Werte $\frac{h}{l}$ und $\frac{s}{d}$ gültig ist, läßt sich aus dem eben behandelten Beispiel allein noch nicht hinreichend sicher beurteilen.

2. Das mit Eigengewicht und Verkehrslast belastete Seil.

a) *Theorie.* Denken wir uns den Lastangriffspunkt P durch seine Koordinaten x, y gegeben, dann besteht die Seilkurve $\widehat{AB}$ aus zwei Kurvenstücken $\widehat{AP} = s_1$ und $\widehat{PB} = s_2$, welche in P unter einem gewissen Knickwinkel zusammentreffen. Dabei sind diese beiden Kurven — falls P von der Mitte der Spannweite l nicht stark abweicht — jedenfalls derart flache Kurven, daß dieselben unbedenklich als Parabeln betrachtet werden können.

Für die Gewichte G_1 und G_2 der beiden Seilstücke $\widehat{AP}$ und $\widehat{PB}$ mit den Sehnenlängen $d_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $d_2 = \sqrt{(l-x)^2 + (h-y)^2}$ gilt dann genau:

$$G_1 = \frac{s_1}{s_1 + s_2} \cdot G \quad \text{und} \quad G_2 = \frac{s_2}{s_1 + s_2} \cdot G$$

und mit großer Annäherung:

$$G_1 = \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot G \quad \text{und} \quad G_2 = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \cdot G = G - G_1.$$

(Fortsetzung folgt.)