Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 17 (1919)

Heft: 12

Artikel: Die Berechnungsgrundlagen stereophotogrammmeterischer Aufnahmen

Autor: Grubenmann, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-185598

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE
Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik
ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS
REVUE TECHNIQUE SUISSE DES MENSURATIONS ET AMÉLIORATIONS FONCIÈRES
ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Redaktion: F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)
Ständiger Mitarbeiter für Kulturtechnik: Prof. C. ZWICKY, Zürich, Bergstr. 131
Collaborateur attitré pour la partie en langue française: CH. ROESGEN, ingén.-géomètre, Genève, 11, Grand'rue
Redaktionsschluß: Am 5. jeden Monats

Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme:
BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORM. G. BINKERT, WINTERTHUR

Jährlich 12 Nummern (erscheinend am 15. jeden Monats) und 12 Inseraten-Bulletins (erscheinend am 30. jeden Monats)	No. 12 des XVII. Jahrganges der „Schweiz. Geometerzeitung". 15. Dezember 1919	Jahresabonnement Fr. 6.— (unentgeltlich für Mitglieder) Inserate: 40 Cts. per 1spaltige Nonp.-Zeile

Die Berechnungsgrundlagen stereophotogrammmetrischer Aufnahmen.

Von *E. Grubenmann*, Diplom-Ingenieur, Bern.

1. Einleitung.

Die stereophotogrammetrische Methode hat in den letzten Jahren, hauptsächlich bei der Durchführung topographischer Aufnahmen im Gebirge, mehr und mehr Beachtung und Anwendung gefunden. Auch in der Schweiz sind schon größere Gebiete stereophotogrammetrisch aufgenommen worden, so daß es berechtigt erscheint, in dieser Zeitschrift weitere Fachkreise mit den Grundlagen bekannt zu machen, auf denen sich eine dem gegenwärtigen Stande der stereophotogrammetrischen Technik entsprechende Aufnahme aufbaut.

Das Prinzip der Photogrammetrie ist bekanntlich die Konstruktion einer bestimmten Parallelprojektion (Plan, Karte) eines Objektes aus zwei verschiedenen Zentralprojektionen (Photographien) desselben. Die bedeutenden Schwierigkeiten, die sich der praktischen Durchführung dieses Verfahrens in der Topographie entgegenstellten, führten zur Aufstellung der Bedingung, daß die zwei Photographien sich bei ihrer gleichzeitigen Betrachtung in einem Stereoskop zu einer körperlich wirkenden Abbildung des Aufnahmeobjektes vereinigen lassen, wodurch

die Hauptschwierigkeit der gewöhnlichen Photogrammetrie, nämlich das Aufsuchen der beiden Bilder desselben Objektpunktes auf den beiden Photographien dahinfällt. Rücksichten auf möglichst einfache, besonders graphische Auswertung der Platteninhalte ließen im Anfangsstadium der Stereophotogrammetrie überhaupt nur einen einzigen Spezialfall der Plattenstellung, den sogenannten Normalfall, als praktisch brauchbar erscheinen. Es wurden nämlich neben Gleichheit der innern Orientierungselemente der beiden Zentralprojektionen, die ja bei Verwendung desselben Instrumentes für die beiden Aufnahmen sich von selbst ergibt, horizontale, unter sich parallele optische Achsen erstrebt, die zudem noch normal auf der Verbindungsgeraden der Aufnahmestandpunkte (der sogenannten Standlinie) zu stehen hatten. Als Folge dieser Bedingungen ergab sich, daß von einer Standlinie ein Sektor von nur 40—45° entsprechend dem Oeffnungswinkel des Objektivs aufgenommen werden konnte. Durch diesen Oeffnungswinkel wird auch die Vertikalausdehnung der zu einer Standlinie gehörigen Aufnahme bestimmt. Die Aufnahmepraxis im Gebirge zeigt uns nun aber, daß man bei ausschließlicher Verwendung dieses Spezialfalles nicht nur eine unverhältnismäßig große Zahl von Standlinien benötigt, sondern daß es infolge der Terraingestaltung oft überhaupt ausgeschlossen ist, ein bestimmtes Gebiet bei dieser Stellung der optischen Achsen zu photographieren. Von ausschlaggebender Bedeutung für die Wirtschaftlichkeit der Methode ist es, daß mit einem Minimum von Aufnahmestandlinien das zu topographierende Gebiet möglichst lückenlos photographiert ist; denn die für eine Standlinie benötigte vermessungstechnische Arbeit erfordert meist einen kleinen Teil der Zeit, die für Hin- und Hertransport des Instrumentariums aufzuwenden ist. Zudem soll im Hinblick auf die rationelle Gestaltung der ganzen Arbeit der oberste Grundsatz für die Wahl der Standlinien der sein, möglichst günstige Einsicht in das Aufnahmegebiet zu erhalten, und es sollen nicht etwa Rücksichten auf mehr oder weniger einfache Berechnungsmöglichkeit des Platteninhaltes allein ausschlaggebend sein. Wird bei der Feldarbeit nach diesem Grundsatz verfahren, so kommt es oft vor, daß Standlinien zu erledigen sind, bei denen zwischen den Standpunkten keine direkte Sicht vorhanden ist, für die vielleicht das Terrain um die Aufnahmepunkte sogar beinahe unzugänglich

ist. In solchen Fällen kann es praktisch ausgeschlossen sein, die optischen Achsen der beiden Aufnahmen parallel zu stellen oder gar eine bestimmte Lage der optischen Achsen zur Standlinie zu erreichen. Zudem können Stationen nötig werden, wo man mit dem Oeffnungswinkel des Objektivs nach Höhe oder Tiefe nicht mehr auskommt, z. B. im engen Tale, wenn gegenüberliegende Berggipfel oder der Talboden aufgenommen werden sollen. Man wird gezwungen sein, den Apparat zu verkippen.

Nach dem oben Gesagten werden wir es also bei der Auswertung des Platteninhaltes mit Plattenpaaren zu tun haben, die innerhalb bestimmter, noch näher festzustellender Grenzen beliebige Lage haben, immer unter der Voraussetzung, daß ihre binokulare Betrachtung im Stereoskop ohne allzugroße Anstrengung möglich ist.

Für den Normalfall wurde seinerzeit vorgeschlagen, die Plattendaten graphisch auszuwerten. Es hat sich jedoch als vorteilhafter erwiesen, schon in diesem speziellen Falle die für das Auftragen des Terrainpunktes auf den Plan erforderlichen Bestimmungsstücke rechnerisch zu ermitteln; für allgemeinere Fälle kommt eine graphische Methode ihrer Umständlichkeit halber kaum mehr in Betracht, wohl aber ist es naheliegend, die Auswertung der Plattendaten mechanisch durchführen zu wollen, und es sind trotz der bedeutenden konstruktiven Schwierigkeiten bereits Apparate gebaut worden, die die mechanische Punktauswertung ermöglichen.

Es sollen nun im folgenden die Beziehungen abgeleitet werden, die zwischen den rechtwinkligen Koordinaten eines beliebigen, auf zwei zusammengehörigen Platten abgebildeten Terrainpunktes inbezug auf ein auf den Platten definiertes Koordinatensystem einerseits und seinen Raumkoordinaten inbezug auf ein bestimmtes räumliches, rechtwinkliges System andererseits bestehen. Diese Formeln werden uns ermöglichen, einen auf den Platten eingemessenen Punkt auf das Zeichnungsbrett zu übertragen. Es soll dabei ein Hauptaugenmerk darauf gerichtet werden, praktisch brauchbare, speziell mit dem Rechenschieber auszuwertende Formeln zu erhalten. Da es sich bei einer irgendwie bedeutenderen topographischen Aufnahme um Tausende zu berechnender Punkte handelt, so hängt von dem mehr oder weniger komplizierten Bau dieser sogenannten Ab-

standsgleichungen zu einem guten Teil die Brauchbarkeit der Methode ab. Zudem erlaubt uns erst die Kenntnis der Grundformeln ein richtiges Urteil über Anordnung und Einrichtung der Aufnahmestationen, und sie ist die Voraussetzung für die Kritik der stereophotogrammetrischen Meßmethode inbezug auf die erreichbare Genauigkeit.

2. Reduktion beliebiger Plattenstellungen auf den Normalfall.

Der Weg, den wir zur Ableitung der Abstandsformeln einschlagen wollen, ist der folgende: Zuerst sollen die Beziehungen klar gestellt werden, welche bestehen zwischen den Bildkoordinaten eines photogrammetrisch aufgenommenen Objektpunktes bei beliebig gestellten Platten einerseits und beim Normalfall andererseits, wobei der Normalfall nach bestimmten, noch festzustellenden Regeln aus dem allgemeinen Fall hervorgehen soll. Für diesen Normalfall der Stereophotogrammetrie werden wir die Abstandsformel aufstellen und hieraus können wir dann durch Substitution der nur für diesen letztern Fall geltenden Glieder der Formel durch ihre allgemeinen Werte die gesuchten Beziehungen für jede gewünschte Plattenstellung herleiten.

Den allgemeinen Fall der Stereophotogrammetrie definieren wir folgendermaßen, wobei wir allerdings schon voraussetzen, daß die beiden Photographien mit demselben Apparate gemacht werden, daß also die innern Orientierungselemente der beiden Zentralprojektionen dieselben seien:

1. Bezüglich der Lage der Aufnahmestandpunkte: Von denselben aus aufgenommene Bilder haben das Objekt in nahezu demselben Verjüngungsverhältnis darzustellen, da sonst bei binokularer Betrachtung derselben kein stereoskopischer Effekt möglich ist.

2. Bezüglich der Achsenrichtungen: Die optischen Achsen der beiden Aufnahmen können in zwei beliebigen, sich kreuzenden Geraden liegen, deren Projektionen auf irgend eine Ebene, aber nur innerhalb gewisser Grenzen von der parallelen, gleichgerichteten Lage abweichen dürfen mit Rücksicht auf die stereoskopische Betrachtung der Bilder.

Um die Aufnahmeplatten auswerten zu können, legen wir auf jeder derselben ein rechtwinkliges Koordinatensystem fest, dessen eine Achse die Schnittgerade der Plattenebene im Mo-

ment der Aufnahme mit der Vertikalebene durch die optische Achse ist. Sind die optischen Achsen selbst vertikal, in welchem Falle obige Definition versagt, so ist sie die Schnittgerade der Plattenebene mit einer Vertikalebene von bestimmtem Azimut. Im Stereokomparator, dessen Konstruktion hier als bekannt vorausgesetzt sein soll,* werden nun von jedem aufzunehmenden Objektpunkte im Bilde links Abszisse und Ordinate inbezug auf das oben definierte Koordinatensystem gemessen; das Bild rechts wird nur benützt, um die sogenannte Parallaxe zu ermitteln, d. h. die Differenz der Abszissen desselben Objektpunktes auf Bild links und Bild rechts.

Mit x', y' u. s. f. bezeichnen wir alle Werte, die auf die Platte des linken Aufnahmestandpunktes Bezug haben, mit x'', y'' u. s. f. die zur Aufnahme rechts gehörigen. Ferner unterscheiden wir die Bildkoordinaten je nach der Stellung der Platte, auf die sich beziehen wie folgt:

x_4, y_4 bei beliebig geneigten optischen Achsen,
x_3, y_3 bei horizontalen optischen Achsen,
x_2, x_2 bei horizontalen und parallelen optischen Achsen,
x_1, y_1 bei optischen Achsen entsprechend den Bedingungen des Normalfalles.

Die gemessene Abszissendifferenz zwischen Bild links und Bild rechts desselben Punktes bezeichnen wir in allen Fällen mit a, die Brennweite des Aufnahmeinstrumentes mit f.

a) Ein Objektpunkt P bilde sich auf einer beliebig gestellten Platte im Punkte P_4 (x_4/y_4) ab. Der Neigungswinkel der optischen Achse mit einer Horizontalebene sei δ. Denken wir uns die optische Achse in einer Vertikalebene gedreht, bis sie in die Horizontalebene durch das Projektionszentrum zu liegen kommt, so sei das Bild des Punktes P auf der nun vertikalen Platte P_3 (x_3/y_3).

Es ergibt sich ohne weiteres aus nachstehender Figur 1:

$$y_4 = f \,.\, \mathrm{tg}\, \varepsilon; \quad \mathrm{tg}\, \varepsilon = \frac{y_4}{f}$$

$$y_3 = f\, \mathrm{tg}\, (\varepsilon + \delta) = f\, \frac{\mathrm{tg}\, \varepsilon + \mathrm{tg}\, \delta}{1 - \mathrm{tg}\, \varepsilon\, \mathrm{tg}\, \delta}$$

* Pulfrich, C. Neue stereoskopische Methoden und Apparate. Berlin, Springer. 1912.

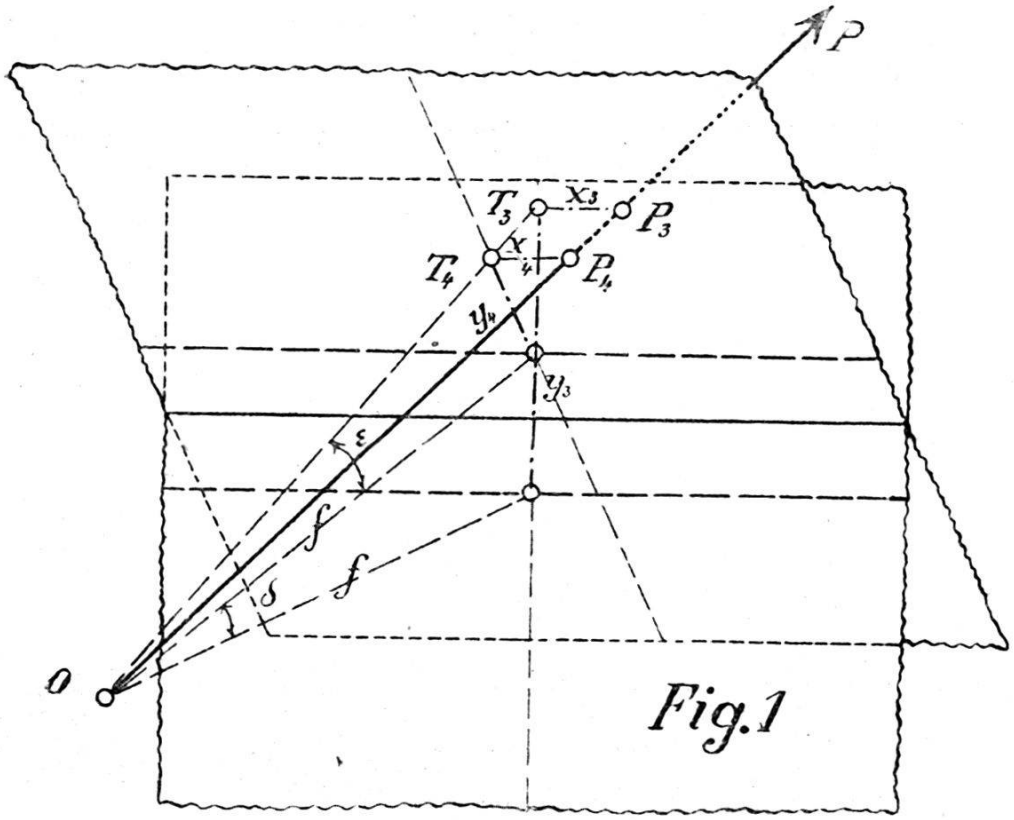

Fig. 1

$$y_3 = \frac{y_4 + f \,.\, \mathrm{tg}\,\delta}{1 - \frac{y_4}{f} \,.\, \mathrm{tg}\,\delta}$$

Ferner ist:

$$x_4 : x_3 = OT_4 : OT_3 = \frac{f}{\cos\varepsilon} : \frac{f}{\cos(\varepsilon + \delta)}$$

$$x_3 = \frac{x_4 \,.\, \cos\varepsilon}{\cos(\varepsilon + \delta)} = \frac{x_4}{\cos\delta - \sin\delta \,.\, \mathrm{tg}\,\varepsilon} = \frac{x_4}{\cos\delta - \frac{y_4}{f}\sin\delta}$$

$$x_3 = \frac{1}{\cos\delta} \cdot \frac{x_4}{1 - \frac{y_4}{f} \,.\, \mathrm{tg}\,\delta}$$

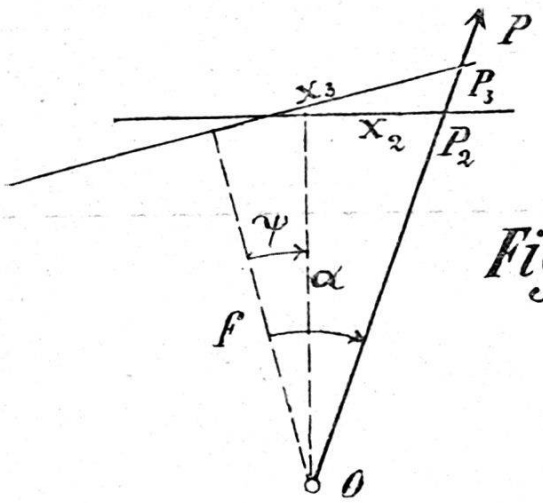

Fig 2

b) Ein Punkt P bilde sich auf einer vertikal gestellten Platte im Punkte P_3 (x_3/y_3) ab; wir denken uns die optische Achse in der Horizontalebene um den Winkel ψ gedreht, wobei ψ als positiv angenommen wird, wenn die

Drehung der optischen Achse in die neue Lage im Sinne des Uhrzeigers geschieht. Der Winkel der optischen Achse mit der Horizontalprojektion des Strahles nach P sei α; er gilt als positiv, wenn der Strahl rechts der optischen Achse liegt. Es ist:

$$\underline{x_2} = f \operatorname{tg}(\alpha - \psi) = f \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\psi}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\psi} = \frac{x_3 - f \operatorname{tg}\psi}{1 + x_3 \frac{\operatorname{tg}\psi}{f}}$$

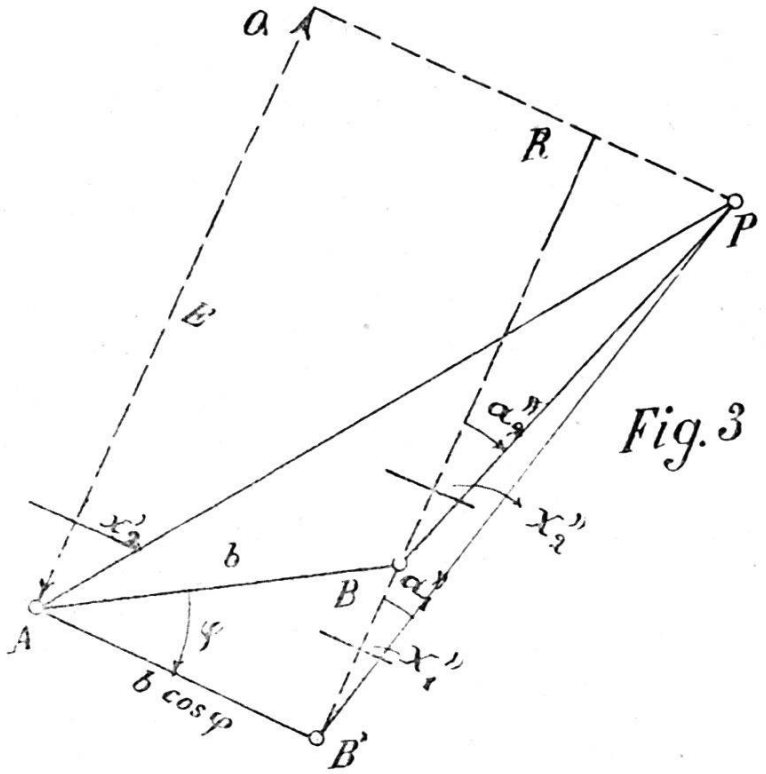

Fig. 3

c) Die optischen Achsen der zwei zusammengehörigen Aufnahmen seien parallel und horizontal, aber nicht senkrecht zur Horizontalprojektion der Verbindungsgeraden der Aufnahmestandpunkte. Diese letztere Bedingung erfüllen wir, indem wir die Horizontalprojektion des Aufnahmestandpunktes rechts so weit in der Richtung der optischen Achse verschieben, daß seine Verbindungsgerade mit dem unverändert gebliebenen Standpunkte links senkrecht auf der Richtung der optischen Achsen steht. Die Bildkoordinaten des Objektpunktes P bei verschobener Lage von Standpunkt rechts seien x_1''/y_1'', diejenigen bei der ursprünglichen Aufnahme x_2''/y_2''. $+\varphi$ ist der Winkel, um den die Horizontalprojektion der Verbindungsgeraden der Aufnahmestandpunkte (die sogenannte Standlinie b) im Sinne des Uhrzeigers aus ihrer ursprünglichen Lage zu drehen ist, bis sie senkrecht steht zu den optischen Achsen. Mit E bezeichnen wir

den senkrechten Abstand der Horizontalprojektion des Punktes P von der gedrehten Standlinie. Aus der Figur 3 ergibt sich:

$$x_2'' = \frac{RP}{E - b \sin \varphi} f.; \qquad \text{hieraus: } RP = \frac{x_2'' (E - b \sin \varphi)}{f}$$

$$\underline{x_1''} = \frac{RP}{E} \cdot f = \frac{E - b \sin \varphi}{E} \cdot x_2'' = \underline{x_2'' - \frac{b \sin \varphi}{E} \cdot x_2''}$$

Wir stellten keine Beziehungen auf zwischen y_2'' und y_3'' einerseits und von y_1'' mit y_2'' andererseits, da die unter b) und c) durchgeführten Umwandlungen immer nur die Aufnahme rechts betreffen werden, auf der wir die Bildordinate überhaupt nicht messen.

3. Die Abstandsgleichungen.

Die im vorigen Abschnitte abgeleiteten Formeln erlauben uns aus jeder beliebigen Plattenstellung auf den Normalfall überzugehen durch entsprechende Substitution der Bildkoordinaten. Umgekehrt werden wir die Abstandsformeln für jeden in der Stereogrammetrie möglichen Fall aus denjenigen für den Normalfall erhalten, indem wir in demselben die Werte für die Bildkoordinaten ersetzen durch ihre dem zu behandelnden Fall entsprechenden Ausdrücke.

Zur Aufstellung der Beziehungen zwischen den Raumkoordinaten eines beliebigen Punktes und seinen Bildkoordinaten denken wir uns den Standpunkt links als Ursprung eines räumlichen, rechtwinkligen Koordinatensystems, dessen + Z Achse vertikal nach oben gerichtet ist, während die + Y Achse zusammenfällt nach Lage und Richtung mit der Horizontalprojektion

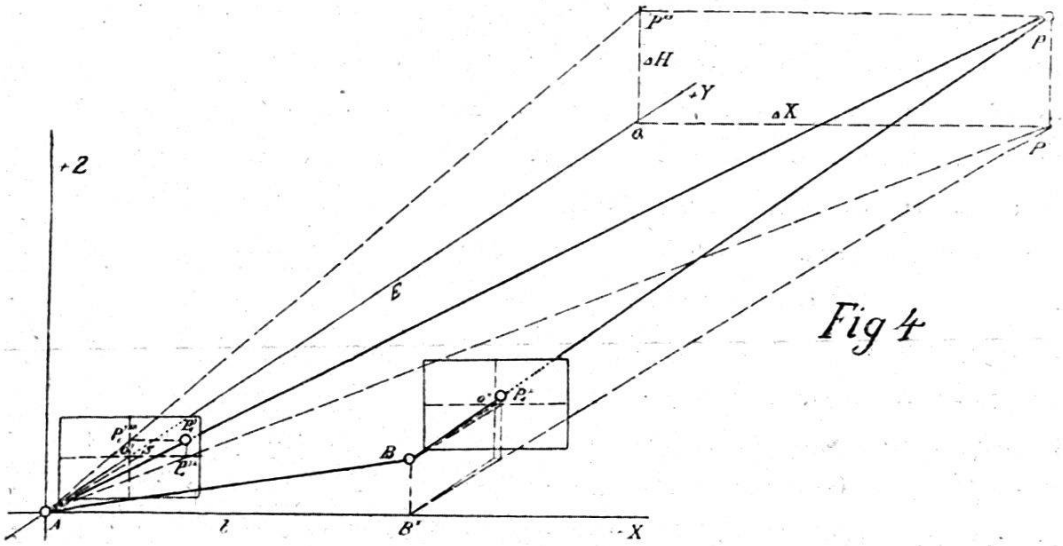

Fig 4

der optischen Achse. Im vorliegenden Normalfall fällt die $+Y$ Achse mit der optischen Achse zusammen und die $+X$ Achse mit der Horizontalprojektion der Verbindungsgeraden der Standpunkte. Aus nachstehender Figur ergeben sich für die Raumkoordinaten E, ΔX, ΔH eines beliebigen Objektpunktes folgende Beziehungen:

Wir machen $AS \parallel B^* P^*$, dann ist:

$$\Delta ASP'^*_1 \sim P^* B^* A \text{ und}$$

$$b : E = (x_1' - x_1'') : f; \text{ denn } o's = x_1' - x_1''; \; E = \frac{bf}{x_1' - x_1''}$$

Ferner ist:

$\Delta AP_1'^* O' \sim \Delta AP^* Q$; hieraus: $\Delta X : x_1' = E : f$ und:

$$\Delta X = \frac{E x_1'}{f} = \frac{b x_1'}{x_1' - x_1''}$$

$\Delta AP_1'^{**} O' \sim \Delta AP^{**} Q$; hieraus: $\Delta H : y_1' = E : f$ und:

$$\Delta H = \frac{E y'}{f} = \frac{b y_1'}{x_1' - x_1''}$$

System der Abstandsgleichung für den Normalfall:

$$\left| \begin{array}{c} E = \frac{b}{a} . f \\ \Delta X = \frac{b}{a} . x_1' \\ \Delta H = \frac{b}{a} . y_1' \end{array} \right| \qquad \text{I.}$$

(Schluß folgt.)

Statik der Luft-Seilbahnen.

Von *C. Zwicky*, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.

(Fortsetzung statt Schluß.)

II.

Seil mit Winddruck.

1. Theorie.

Auf ein Seil von der Länge s, dem Gewichte $G = g . s$ und dem Durchmesser D wirke auch noch ein Winddruck von der Stärke ω kg/m², und zwar senkrecht zur Vertikalebene durch die beiden Stützen A und B, also horizontal.