

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

**Herausgeber:** Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

**Band:** 17 (1919)

**Heft:** 5

**Artikel:** Statik der Luft-Seilbahnen [Fortsetzung]

**Autor:** Zwicky, C.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-185578>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

nachzuforschen. Die erhebliche Differenz von 102 mm läßt sich mit Sicherheit in systematischen Fehlern und in der ungünstigen Zusammensetzung des Polygons XI des Präzisionsnivellements der schweizerischen geodätischen Kommission erklären. Genauen Aufschluß über das Wesen dieses Fehlers, eventuell über den Ort und die Strecke, wo der Fehler sich besonders anhäuft, wird aber erst das Nivellement der Polygone XIII, XIV und XV des neuen Landesnivellements geben, deren Ausführung in zwei bis drei Jahren abgeschlossen sein wird.

Bern, März 1914.

Ergänzt Februar 1919:

---

## Statik der Luft-Seilbahnen.

Von C. Zwicki, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.  
(Fortsetzung.)

### II.

#### Die Parabel-Seilkurve.

##### 1. Die Form der Parabel.

a) *Die Kurvengleichung.* Mit  $g_x = g' = \text{konstant}$  erhält man aus der Differentialgleichung der Seilkurve

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{g'}{H}$$

durch zweimalige Integration, wenn

$$2a = \frac{g'}{H}$$

gesetzt wird, während  $b$  und  $c$  zwei Integrationskonstante bedeuten:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \tan \tau = p_p = 2ax + b \\ y &= ax^2 + bx + c. \end{aligned}$$

Wählt man nun als Koordinatenursprung 0 den tiefsten Kurvenpunkt  $P_0$ , wie es in Figur 1<sup>a</sup> der Fall war, so gilt für diesen:

$$x_0 = 0, y_0 = 0 \text{ und } p_0 = 0,$$

woraus dann für die Konstanten  $b$  und  $c$  folgt:

$$p_0 = 0 = b \quad \text{und} \quad y_0 = 0 = c.$$

Damit nimmt die Kurvengleichung die einfache Form an:

$$y = ax^2.$$

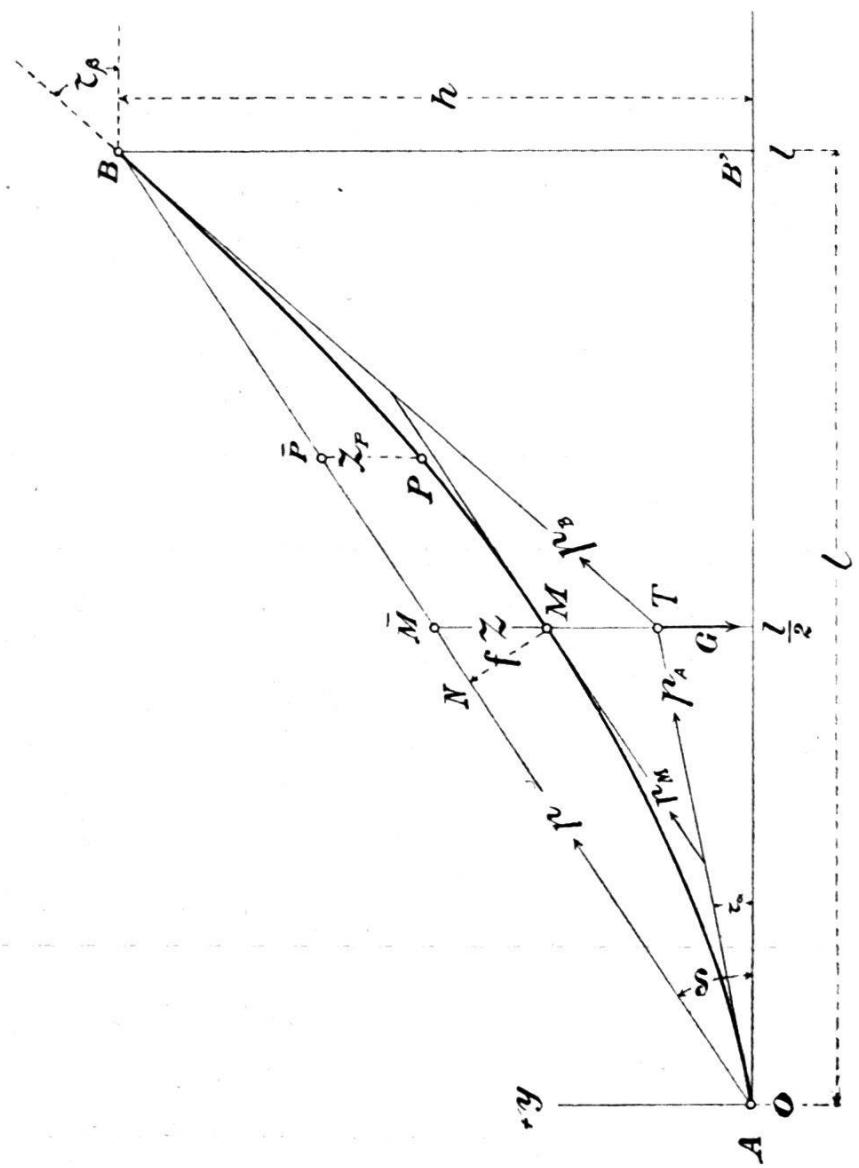
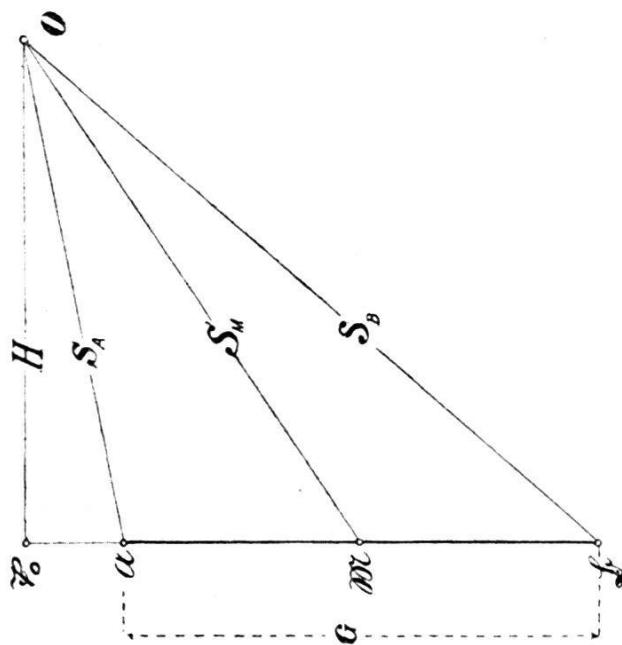
Daraus folgt mit dem Seilgewicht  $G = g' \cdot l$  und  $a = \frac{g'}{2H}$

Fig. 2.

## Parabel-Seilkurve

Fig 2.

## Kräftepolygon



$$x^2 = 2 \cdot \frac{H}{G} \cdot l \cdot y. \quad (1)$$

Dies ist die Scheitelgleichung einer Parabel mit vertikaler Achse, welche den Parameter  $\frac{H}{G} \cdot l$  besitzt.

b) *Koordinaten-Transformation.* Figur 2<sup>a</sup> stellt die Seilkurve für ein solches Seil dar, bei welchem der Parabelscheitel  $P_0$  außerhalb des Bogens AB liegt, wie es bei einer Luftseilbahn im Gebirge in der Regel der Fall ist.

Mit dem Seilanfangspunkt A als Koordinatenursprung gelten dann die allgemeinen Gleichungen:

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{und} \quad \frac{dy}{dx} = p_A = 2ax + b.$$

Nun wurden im Abschnitt A als Daten für die Seilkurve die Spannweite l, die Steigung h und die Seilneigung  $p_A$  vorausgesetzt. Aus diesen drei Bestimmungselementen ergibt sich dann für die drei Koeffizienten der obigen Gleichungen:

$$\text{für } x_A = 0: y_A = 0 = c \quad \text{und} \quad p_A = b$$

$$\text{für } x_B = l: y_B = h = al^2 + p_A \cdot l, \quad \text{also} \quad a = \frac{h - p_A \cdot l}{l^2}$$

Mit der Neigung  $p = \frac{h}{l}$  der Sehne AB erhält man ferner:

$$p_B = 2a \cdot l + p_A = 2 \cdot \left( \frac{h}{l} - p_A \right) + p_A, \quad \text{also} \\ \underline{p_B = 2p - p_A}, \quad (2)$$

woraus dann weiter folgt:  $2p \cdot l = 2h = (p_A + p_B) \cdot l$ , also:

$$\underline{h = \frac{1}{2} (p_A + p_B) \cdot l} \quad (3)$$

d. h. die Endtangentialen  $t_A$  und  $t_B$  schneiden sich in einem Punkte T mit der Abszisse  $x_T = \frac{1}{2}$ .

Für einen beliebigen Kurvenpunkt P hat man nun:

$$(4) \quad p_P = p_A + (p_B - p_A) \cdot \frac{x}{l} \quad \text{und} \quad \underline{y = \frac{1}{2} (p_A + p_P) \cdot x} \quad (5)$$

und hieraus ergibt sich für den „Seildurchhang“

$$\underline{PP = z_P = p \cdot x - y}, \quad \text{also}$$

$$\underline{z_P = (p - p_A) \cdot (1 - x) \cdot \frac{x}{l}}. \quad (6)$$

c) *Die Bogenmitte M.* Als Bogenmitte bezeichnen wir denjenigen Punkt M der Parabel, der die Abszisse  $x_M = \frac{1}{2}$  besitzt; diese Bezeichnung ist allerdings nur dann in aller Strenge richtig, wenn M mit dem Parabelscheitel  $P_0$  zusammenfällt, indem nur dann die beiden Bogenstücke  $\widehat{AM}$  und  $\widehat{BM}$  genau gleich lang sind.

Für diesen Kurvenpunkt M ergeben sich nun eine Reihe von Eigenschaften, welche für die späteren Anwendungen von Bedeutung sind, nämlich:

1. Da die Resultierende G des Seilgewichtes durch den Schnittpunkt T der Endtangenten  $t_A$  und  $t_B$  geht und anderseits  $x_T = \frac{1}{2} = x_M$  ist, so folgt: M liegt auf der Resultierenden G.
2. Als Neigung  $p_M$  der Tangente  $t_M$  in M ergibt sich:

$$p_M = p_A + 2 \cdot (p - p_A) \cdot \frac{1/2}{1} = p_A + (p - p_A) = p,$$

d. h. die Tangente in M ist parallel zur Sehne AB.

3. Der Seildurchhang  $z_P$  wird für  $x = \frac{1}{2}$ , also für M, ein Maximum und beträgt, wenn wir denselben in diesem Spezialfalle mit z bezeichnen:

$$z = \frac{1}{4} \cdot (p - p_A) \cdot 1 = (p_B - p_A) \cdot \frac{1}{8} = z. \quad (7)$$

4. Für die vertikale Strecke  $T\bar{M}$  ergibt sich:

$$T\bar{M} = \bar{y}_M - y_T = p \cdot \frac{1}{2} - p_A \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot (p - p_A) \cdot 1 = 2z,$$

d. h. die Bogenmitte M *halbtiert* die Strecke TM.

5. Wegen  $t_M \parallel AB$  hat von allen Kurvenpunkten P die Bogenmitte M den größten *senkrechten* Abstand von der Sehne AB; derselbe stellt die *Pfeilhöhe*  $MN = f$  der Parabel dar; hiefür ergibt sich:

$$f = \frac{1}{d} \cdot z. \quad (8)$$

## 2. Die Bogenlänge der Parabel.

Die Bogenlänge der Seilkurve braucht man einerseits zur Berechnung des Seilgewichtes G und anderseits unter gewissen

Verhältnissen auch zur Ermittlung des Einflusses von Temperaturschwankungen und von Schnee- oder Winddruck auf die im Seile auftretenden Zugspannungen.

Je nach der Lage der Endpunkte des Parabelbogens gegenüber dem Parabelscheitel  $P_0$  kommen dabei etwas verschiedene Formeln zur Anwendung.

a) *Spezialfall: Parabel  $P_0P = s_P$ .* Für einen Zwischenpunkt  $\mathfrak{P}$  dieser Kurve, mit der Abszisse  $\mathfrak{x}$ , der Ordinate  $\mathfrak{y}$ , der Neigung  $p_{\mathfrak{P}}$  und dem Bogenelement  $ds_{\mathfrak{P}}$  gelten die Beziehungen:

$$y = a \cdot \mathfrak{x}^2, \frac{dy}{dx} = p_{\mathfrak{P}} = 2a \cdot \mathfrak{x}, \frac{ds_{\mathfrak{P}}}{dx} = \sqrt{1 + p_{\mathfrak{P}}^2} = \sqrt{1 + 4a^2\mathfrak{x}^2}.$$

Hieraus ergibt sich für die Bogenlänge  $s_P$ , wenn  $x, y$  die Koordinaten des Bogenendpunktes  $P$  bedeuten:

$$s_P = \int_0^x ds_P = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{1 + 4a^2x^2} + \frac{1}{4a} \cdot \ln(2ax + \sqrt{1 + 4a^2x^2}).^*$$

Nun ist  $2ax^2 = 2y$  und  $2ax = p_P$ , folglich

$$s_P = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \sqrt{x^2 + (2y)^2} + \frac{x^2}{2y} \ln \frac{2y + \sqrt{x^2 + (2y)^2}}{x} \right\} \quad (9)$$

$$s_P = \frac{x}{2} \left\{ \sqrt{1 + p_P^2} + \frac{1}{p_P} \ln(p_P + \sqrt{1 + p_P^2}) \right\} \quad (10)$$

Ist die Endneigung  $p_P$  eine kleine Größe, dann kann man die Ausdrücke  $(1 + p_P^2)^{1/2}$  und  $\ln(p_P + (1 + p_P^2)^{1/2})$  in Reihen entwickeln und erhält damit

$$s_P = x \left\{ 1 + \frac{1}{6} \cdot p_P^2 - \frac{1}{40} \cdot p_P^4 \right\},$$

woraus mit  $p_P = \frac{2ax^2}{x} = \frac{2y}{x}$  dann folgt:

$$s_P = x \cdot \left\{ 1 + \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{y}{x} \right)^2 - \frac{2}{5} \cdot \left( \frac{y}{x} \right)^4 \right\} \quad (11)$$

b) *Allgemeiner Fall. Parabel  $\widehat{AB} = s$  mit  $P_0$  außerhalb AB.* In diesem Falle ist:  $\widehat{AB} = \widehat{P_0B} - \widehat{P_0A}$  oder  $s = s_B - s_A$ , resp.

$$s = \frac{x_B}{2} \left\{ \sqrt{1 + p_B^2} + \frac{1}{p_B} \cdot \ln(p_B + \sqrt{1 + p_B^2}) \right\} - \frac{x_A}{2} \left\{ \sqrt{1 + p_A^2} + \frac{1}{p_A} \cdot \ln(p_A + \sqrt{1 + p_A^2}) \right\}$$

Wenn nun von diesem Bogen die Spannweite 1, sowie die

\*  $\ln$  = Bezeichnung für „Logarithmus naturalis“.

Neigungen  $p_A$  und  $p_B$  gegeben sind, dann erhält man mit der Neigung  $h$ :

$$\begin{aligned} 2h &= (p_A + p_B) \cdot 1 = 2(y_B - y_A) = p_B \cdot x_B - p_A \cdot x_A \\ &= p_B(x_A + 1) - p_A \cdot x_A = p_B \cdot x_B - p_A(x_B - 1) \\ &\quad \text{also} \end{aligned}$$

$$p_A \cdot 1 = (p_B - p_A) \cdot x_A \quad \text{und} \quad p_B \cdot 1 = (p_B - p_A) \cdot x_B.$$

Hieraus folgt nun für  $s$ :

$$s = \frac{1}{2(p_B - p_A)} \cdot \left\{ p_B \cdot \sqrt{1 + p_B^2} - p_A \cdot \sqrt{1 + p_A^2} + \ln \frac{p_B + \sqrt{1 + p_B^2}}{p_A + \sqrt{1 + p_A^2}} \right\} \quad (12)$$

Für eine Parabel mit horizontaler Sehne  $\overline{AB} = d$  ist die Bogenmitte  $M$  der Scheitelpunkt  $P_0$  der Parabel und es gelten dann die folgenden Beziehungen:

$$x_B = -x_A = \frac{d}{2}, \quad y_B = y_A = f \quad (= \text{Pfeilhöhe}) \quad \text{und} \quad \overline{AB} = 2 \cdot \widehat{P_0 B}.$$

Damit erhält man mittelst der Formel (9):

$$2s_B = s = \frac{d}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{4f}{d}\right)^2} + \frac{d}{4f} \cdot \ln \left[ \frac{4f}{d} + \sqrt{1 + \left(\frac{4f}{d}\right)^2} \right] \right\} \quad (13)$$

Anderseits ergibt sich mit der Näherungsformel (11):

$$\begin{aligned} s &= d \left\{ 1 + \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{f}{d}\right)^2 - \frac{32}{5} \cdot \left(\frac{f}{d}\right)^4 \right\}, \\ \text{oder mit } \frac{32}{5} &= \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 \quad \text{und} \quad \varepsilon = \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{f}{d}\right)^2 \quad (14) \\ s &= d + \varepsilon \cdot d - 0,9 \cdot \varepsilon (\varepsilon \cdot d). \end{aligned}$$

Diese letztere Näherungsformel gilt auch hinreichend genau für Parabeln mit beliebig geneigter Sehne  $\overline{AB} = d$ , falls die Pfeilhöhe  $f$  relativ klein ist; ja, es kann diese Formel für die Bogenlänge ganz allgemein für alle flachen Kurven mit parabelähnlicher Form angewendet werden. Wenn man sich daran erinnert, daß von allen Dreiecken mit gemeinsamer Grundlinie und gleicher Höhe die Summe der beiden andern Dreieckseiten beim gleichschenkligen Dreieck am kleinsten ist, so erkennt man, daß von allen Parabeln mit gleichen Werten  $d$  und  $f$  diejenige mit horizontaler Sehne die kleinste Bogenlänge aufweisen wird, weil dann von der Pfeilhöhe  $f$  der Endpunkt  $N$  (vergl. Fig. 2a) mit der Sehnenmitte  $M$  zusammenfällt.

III.

*Anwendung der Parabel-Seilkurve.*

Nach den orientierenden Ausführungen im Abschnitt A wird es sich bei allen nachfolgenden Rechnungsbeispielen um solche Seilkurven handeln, bei welchen sowohl die Spannweite  $l$  als auch die Neigung  $h$  immer die gleichen Werte beibehalten, nämlich:

$$\underline{l = 800,00 \text{ m}} \quad \text{und} \quad \underline{h = 320,00 \text{ m.}}$$

Damit gilt dann gemeinsam für alle Beispiele:

$$\text{Länge } d \text{ der Sehne AB: } d = \sqrt{l^2 + h^2} = 861,626 \text{ m.}$$

$$\text{Neigung } p \text{ der Sehne AB: } p = \frac{h}{l} = 0,40 = 40 \text{ %.}$$

Im weitern wurde — und zwar für ganz bestimmte Verhältnisse — für die Neigung des Seiles im untern Endpunkt A der Wert  $p_A = 26,5 \text{ %}$  angegeben. Wenn nun die Belastung des Seiles beispielsweise durch Schneedruck zunimmt, oder wenn bei einem beidseitig verankerten Seile auch nur die Temperatur eine Zunahme erfährt, wird der Seildurchhang  $z$  größer und damit erfährt dann die Seilneigung  $p_A$  eine Verminderung.

Aus diesem Grunde ist es notwendig, die Dimensionen der Seilkurve, sowie die Größe der Zugkräfte für verschiedene Werte von  $p_A$  zu ermitteln. Hiefür werden wir die Berechnungen für einige rundzahlige Annahmen  $p_A$  direkt durchführen und sodann die Resultate für weitere Zwischenwerte von  $p_A$  durch Interpolation bestimmen. Dabei berechnen wir die Bogenlänge  $s$  in der Hauptsache nach der Formel (14).

1. Berechnung der Seilkurven.

Bemerkungen zu nachstehender Tabelle. Die Größen  $f$ ,  $\varepsilon$  und  $\varepsilon \cdot d$  wurden nur für die Parabel No. 1 direkt berechnet. Für die übrigen Kurven ergibt sich dann einfach:

$$f : f_1 = z : z_1, \text{ also } f_2 = \frac{3}{4} f_1, f_3 = \frac{1}{2} f_1, f_4 = \frac{1}{4} f_1.$$

$$\varepsilon \cdot d : \varepsilon_1 \cdot d = f^2 : f_1^2 = z^2 : z_1^2, \text{ also } \varepsilon_2 \cdot d = \frac{9}{16} \varepsilon_1 \cdot d, \varepsilon_3 \cdot d = \frac{1}{4} \cdot \varepsilon_1 \cdot d, \dots \varepsilon_4 \cdot d = \frac{1}{16} \cdot \varepsilon_1 \cdot d.$$

Aus den Ergebnissen der obigen Rechnungstabelle erkennt man nun:

1. Die Größen  $p_B$ ,  $z$  und  $f$  sind lineare Funktionen der Neigung  $p_A$ ;
2. Die Bogenlänge  $s$  ist annähernd eine Funktion zweiten Grades von  $p_A$ , indem das subtraktive Glied  $-0,9 \cdot \varepsilon^2 \cdot d$

Seilkurve		No.	1	2	3	4
Neigung $p_A$	—	—	0.20	0.25	0.30	0.35
$p = \frac{h}{l}$	—	—	0.40	0.40	0.40	0.40
$p_B = 2p - p_A$	—	—	<b>0.60</b>	<b>0.55</b>	<b>0.50</b>	<b>0.45</b>
$p_B - p_A$	—	—	0.40	0.30	0.20	0.10
Bogenmitte	$z = (p_B - p_A \cdot \frac{1}{8})$	m	<b>40.00</b>	<b>30.00</b>	<b>20.00</b>	<b>10.00</b>
	$f = \frac{1}{d} \cdot z$	„	37.139	27.854	18.570	9.285
Bogenlänge	$d$	m	861.626	861.626	861.626	861.626
	$\varepsilon = \frac{8}{3} \cdot \left( \frac{f}{d} \right)^2$	—	0.004954			
	$\varepsilon \cdot d$	m	4.268	2.401	1.067	0.267
	$-0.9 \cdot \varepsilon \cdot (\varepsilon \cdot d)$	„	-0.018	-0.006	-0.001	-0.000
	$s = d + \varepsilon \cdot d - 0.9 \cdot \varepsilon^2 \cdot d$	„	865.876	864.021	862.692	861.893
	s abgerundet	„	<b>865.88</b>	<b>864.02</b>	<b>862.69</b>	<b>861.89</b>

bei allen vier Kurven nur einen sehr kleinen Betrag ausmacht.

Nun gilt aber die Näherungsformel (14) eigentlich nur für Parabeln mit horizontaler Sehne AB und kleinem Pfeilverhältnis  $\frac{f}{l}$ . Da dieser letztern Bedingung bei der Parabel No. 1 am wenigsten entsprochen wird, wollen wir für diese Kurve die Bogenlänge s auch noch nach der theoretischen Formel (10) berechnen.

Hiefür erhält man dann mit siebenstelligen Logarithmen:

$p_P =$	$p_A = 0.20$		$p_B = 0.60$	
Zahlengattung	Num	log	Num	log
$1 + p_P^2$	1.04	0.017 0333	1.36	0.133 5389
$v = \sqrt{1 + p_P^2}$	1.019 804	0.008 5166	1.166 190	0.066 7694
$p_P \cdot v$	0.203 9608		0.699 7140	
$w = p_P + v$	1.219 804	0.086 2900	1.766 190	0.247 0374

Hieraus folgt nun weiter für den natürlichen Logarithmus  $\ln$ :

$$\ln \left( \frac{w_B}{w_A} \right) = \frac{1}{M} \cdot \{ \log w_B - \log w_A \} = 2,302\,58509 \cdot 0,160\,7474,$$

wofür man mit den Vielfachen von  $\frac{1}{M}$  auf Seite 112 der Gauß'schen Logarithmentafel erhält:

$$\ln \left( \frac{w_B}{w_A} \right) = \frac{1}{M} \{ 16 \cdot 10^{-2} + 74 \cdot 10^{-5} + 74 \cdot 10^{-7} \} = 0,370\,1346.$$

Damit erhält man nun für die Bogenlänge  $s$ :

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p_B - p_A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{800}{0,60 - 0,20} = \underline{1\,000,00 \text{ m}}$$

$$II = p_B \cdot \sqrt{1 + p_B^2} - p_A \cdot \sqrt{1 + p_A^2} = 0,4957\,532$$

$$III = \ln \frac{p_B + \sqrt{1 + p_B^2}}{p_A + \sqrt{1 + p_A^2}} = \underline{0,3701\,346}$$

$$II + III = 0,8658\,878$$

$$s = 1 \cdot (II + III) = \underline{865,888 \text{ m}}$$

Für eine Parabel mit horizontaler Sehne und gleichen Werten für  $d$  und  $f$  wie bei der Parabel No. 1 erhält man als Bogenlänge nach der streng richtigen Formel (13):  $s = 865,875 \text{ m}$ , was mit dem Ergebnis aus der Näherungsformel:  $s = 865,876 \text{ m}$  bis auf 1 mm übereinstimmt, dagegen um 13 mm kleiner ist als das Resultat nach der Formel (14). Die letztere Differenz gibt somit an, um wieviel die Parabel mit geneigter Sehne größer ist als diejenige mit horizontaler Sehne.

Bei den Parabeln No. 2 und No. 3 fallen natürlich die Fehler der Resultate mit der Näherungsformel noch wesentlich kleiner aus, während sie anderseits für Parabeln mit  $z > 40 \text{ m}$  rasch zunehmen würden.

Betrachtet man schließlich die Sehne AB als Grenzfall einer Parabel mit der Pfeilhöhe  $o$ , bzw. mit  $p_A = p_B = p = \frac{h}{1}$ , so erhält man hier für die Bogenlänge  $s$ :

aus der Näherungsformel (13):  $s = d + o = d$ ,

aus der theoretischen Formel (12):  $s = \infty \cdot o = \text{unbestimmt}$ .

Hieraus erkennt man, daß für kleine Pfeilhöhen die Näherungsformel, mittelst Rechenschieberrechnung für  $s-d = \frac{8}{3} \frac{f^2}{d}$ , die Bogenlänge nicht nur viel bequemer, sondern zudem noch viel genauer liefert, als die Rechnung mit siebenstelligen Logarithmen

nach der „genauen“ Formel (12)!, weil hier  $s$  als Produkt aus einem sehr großen mit einem sehr kleinen Faktor erhalten wird.

Diese Verhältnisse sind nun zwar allgemein bekannt, aber ebenso „allgemein“, daß man ohne numerischen Nachweis an speziellen Beispielen in keiner Weise beurteilen kann, in welchem Bereich die Anwendung der Näherungsformel zulässig ist.

## 2. Die Zugkräfte.

a) *Das Seilgewicht.* Das Eigengewicht  $G$  eines Seiles von der Länge  $s$ , welches einen konstanten Querschnitt und dementsprechend pro Längeneinheit von  $s$  das konstante Gewicht  $g$  besitzt, ergibt sich sehr einfach zu:  $G = g \cdot s$ .

Diese sehr einfache Beziehung entspricht indessen nicht immer den tatsächlichen Verhältnissen.

Bei einem Seil mit beidseitiger Verankerung befinden sich immer die gleichen Seilquerschnitte direkt über den Auflagern A und B; die Seilmasse zwischen diesen Punkten bleibt also unverändert, wenn das Seil durch eine Temperaturerhöhung oder infolge Spannungsvermehrung durch zufällige Lasten eine Verlängerung erfährt. Daher ist bei einem solchen Seil das Totalgewicht  $G$  eine konstante Größe, während  $g$  mit zunehmendem  $s$  abnimmt.

Dem gegenüber ist bei einem Seil mit Gegengewicht bei A oder B die Zugkraft  $S_A$  oder  $S_B$  eine konstante Größe, was dann bei Änderungen der Temperatur oder der Belastung eine Verschiebung des Seilquerschnittes bei A oder B zur Folge hat. Hier ist dann  $g$  eine Konstante, dagegen  $G$  eine veränderliche Größe.

Wenn nun bei einer mittleren Temperatur und bei einer Belastung nur durch Eigengewicht  $p_A = 0,25$  und demgemäß  $s = 864,02$  m ist, dann gilt — wie später nachgewiesen werden wird — für alle Temperaturen und gleichmäßig verteilte Belastungen:  $0,20 < p_A < 0,30$  und demzufolge  $865,88 > s > 862,69$  m. Die Änderung der Seillänge ist daher relativ unbedeutend und deshalb ist es zulässig, für beide Arten der Seilbefestigung hinsichtlich des Gewichtes  $G$  die Seillänge  $s$  als eine Konstante zu betrachten, welche dem Mittelwerte  $p_A = 0,25$  entspricht.

Mit  $g = 1,0$  kg/m<sup>3</sup> erhält man dann als Seilgewicht rund  $G = 865$  kg.

b) *Berechnung der Zugkräfte.* Die Bestimmung der Zugkräfte auf rein graphischem Wege wird bei flachen Seilkurven

ungenau, während die Berechnung nach den unter I angegebenen Formeln etwas mühsam ist. Beide Nachteile können vermieden werden, wenn ein kombiniertes Verfahren angewendet wird.

Der der Seilmitte M entsprechende Strahl  $\mathfrak{M}O$  im Kräftepolygon besitzt bei allen Seilkurven die Neigung  $p_M = p = 0,40$ . Die Lage des Poles O auf  $\mathfrak{M}O$  ergibt sich durch Rechnung aus der Poldistanz:

$$H = \frac{G}{p_B - p_A},$$

welche sich mit dem Werte von  $p_A$  ändert.

Die Zugkräfte  $S_A = O\mathfrak{A}$ ,  $S_M = O\mathfrak{M}$  und  $S_B = O\mathfrak{B}$  können dann hinreichend genau aus dem Kräftepolygon abgegriffen werden. Als Mittelwert S der im ganzen Seil auftretenden Zugkräfte ergibt sich nach der Simpson'schen Formel der Wert:  $S = \frac{1}{6} (S_A + 4 S_M + S_B)$ , der indessen hinreichend genau mit  $S_M$  übereinstimmt.

Als mittlere Zugspannung  $\sigma$ , die für spätere Anwendungen verwertet wird, erhält man dann mit dem Eisenquerschnitt  $F = 1,07 \text{ cm}^2$ :

$$\sigma = \frac{S}{F} \sim \frac{S_M}{F}.$$

Unter Außerachtlassung der Parabel No. 4 mit  $p_A = 0.35$ , der für die hier vorliegende Aufgabe keine praktische Bedeutung

zukommt, erhält man nun mit  $G = 0,865 \text{ t}$  und  $p = \frac{h}{1} = 0,40$ :

Parabel		No.	1	2	3
Neigungen	$p_A$	—	0.20	0.25	0.30
	$p_B$	—	0.60	0.55	0.50
	$p_B - p_A$	—	0.40	0.30	0.20
Zugkräfte	$H = G : (p_B - p_A)$	t	2.16	2.88	4.32
	$S_A$	t	<b>2.21</b>	<b>2.97</b>	<b>4.51</b>
	$S_M \sim S$	t	2.33	3.10	4.65
	$S_B$	t	<b>2.52</b>	<b>3.29</b>	<b>4.83</b>
Spannung	$\sigma = \frac{S}{F}$	$\frac{t}{\text{cm}^2}$	<b>2.17</b>	<b>2.90</b>	<b>4.35</b>
Relationen	$S_M - S_A$	t	0.12	0.13	0.14
	$S_B - S_M$	t	0.19	0.19	0.18
	$S_M \cdot (p_B - p_A)$	t	0.932	0.930	0.930

Da das Produkt  $S_M \cdot (p_B - p_A)$  einen konstanten Wert C hat, so ergibt sich für andere Werte  $p_B - p_A$  einfach:  $S_M = C : (p_B - p_A)$ , worauf man mit den annähernd konstanten Differenzen  $S_M - S_A$  und  $S_B - S_M$  dann weiter erhält:

$$S_A = S_M - (S_M - S_A) \quad \text{und} \quad S_B = S_M + (S_B - S_M) \\ = S_M - 0.13 \quad \text{und} \quad = S_M + 0.19.$$

### 3. Bestimmung von Zwischenkurven.

Für die Feststellung des Einflusses von Temperaturänderungen, sowie von Schneedruck und Winddruck ist es notwendig, die Größen z, f, s, sowie  $S_A$ ,  $S_B$ ,  $S_M$  und  $\sigma$  für die Werte  $p_A = 0,20; 0,21; 0,22 \dots 0,29; 0,30$  zu ermitteln.

Die Größen z und f sind lineare Funktionen von  $p_A$ ; für die Bestimmung der Werte s zeichnen wir aus den 3 gegebenen Werten  $s_1$ ,  $s_2$  und  $s_3$  für  $p_A = 0,20; 0,25$  und  $0,30$  die Kurve  $s = f(p_A)$ , die als Parabel mit vertikaler Achse betrachtet werden kann. Für die Ermittlung der Zugkräfte werden die am Schlusse der letzten Tabelle angegebenen Relationen benutzt.

$p_A$	$p_B = 2p - p_A$	Seilkurve			$S_M = \frac{C}{p_B - p_A}$	Kräftepolygon			$\sigma = S_M : F$
		z	f	s		$S_A = S_M - 0.13$	$S_B = S_M + 0.19$		
—	—	m	m	m	t	t	t	t/cm <sup>2</sup>	
0.20	0.60	40.00	37.14	865.88	2.33	2.20	2.52	2.18	
0.21	0.59	38.00	35.28	5.48	2.44	2.31	2.63	2.28	
0.22	0.58	36.00	33.42	5.08	2.58	2.45	2.77	2.41	
0.23	0.57	34.00	31.56	4.71	2.74	2.61	2.93	2.56	
0.24	0.56	32.00	29.70	4.36	2.90	2.77	3.09	2.71	
0.25	0.55	30.00	27.85	4.02	3.10	2.97	3.29	2.90	
0.26	0.54	28.00	25.99	3.71	3.32	3.19	3.51	3.10	
0.27	0.53	26.00	24.14	3.43	3.58	3.45	3.77	3.34	
0.28	0.52	24.00	22.28	3.16	3.88	3.75	4.07	3.62	
0.29	0.51	22.00	20.43	2.92	4.22	4.09	4.41	3.85	
0.30	0.50	20.00	18.57	862.69	4.65	4.52	4.84	4.35	

(Fortsetzung folgt.)