

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres
<b>Band:</b>	11 (1913)
<b>Heft:</b>	11
 <b>Artikel:</b>	Die Genauigkeit der Winkelmessungsresultate der Triangulations-Theodolite von Kern & Cie., Aarau
<b>Autor:</b>	Keller, E.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-182640">https://doi.org/10.5169/seals-182640</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Die Genauigkeit der Winkelmessungsresultate der Triangulations-Theodolite von Kern & Cie., Aarau.

Untersuchung von E. Keller, Chef des Grundbuchgeometerbureau Basel-Stadt.

Zur vorliegenden Begutachtung kommen 2 Instrumente in Betracht (ein 21 cm Repetitions-Theodolit und ein 19 cm Einachser-Theodolit), welche Ende 1912 und Anfang 1913 für die Ausführung der Grundbuch-Triangulation IV. Ordnung des Kantons Basel-Stadt in Verwendung standen.

Als zweckmässigstes Hülfsmittel zur Beurteilung der Güte dieser Instrumente (und natürlich auch der Zuverlässigkeit des Beobachters) möge der aus den Stationsausgleichungen hervorgehende *mittlere Fehler m* eines einfach gemessenen Winkels vom Gewichte 1 dienen:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[v v]}{\text{überschüssige Beobachtungen}}}$$

wobei  $v$  der Differenz zwischen Messungs- und Ausgleichsergebnis eines Winkels entspricht.

Mit Rücksicht darauf, dass diese mittleren Fehler  $m$  mit dem jeweiligen Horizontzwange in innigem Zusammenhange stehen, dürfen diese  $m$  füglich als wahre Fehler  $\epsilon$  zu Fehlerreihen zusammengestellt werden, woraus sich der mittlere Fehler

$$m^1 = \pm \sqrt{\frac{[\epsilon \epsilon]}{n}} \quad \text{der Fehlerreihen bestimmen lässt.}$$

Unsere Untersuchung umfasst sämtliche Stationen, auf welchen mit den genannten Instrumenten gemessen wurde. Nach den Winkelbüchern des Beobachters, Herrn Geometer Alb. Müller, wurden mit dem Repetitions-Theodolite 79 Stationen und mit dem Einachser-Theodoliten 31 Stationen absolviert. Dementsprechend ergeben sich an Hand der Stationsausgleichungen folgende Fehlerzusammenstellungen:

**A. 12-fache Winkelmessungen mit Repetit.-Theodolit No. 19487 Kern & Co.  
(Nonienablesung 10", Schätzung 5" neue Teilung).**

Stationen	mittl. Fehler $\pm m$ $= \pm \varepsilon$ lt. Annahme	$\varepsilon^2$	Stationen	mittl. Fehler $\pm m$ $= \pm \varepsilon$ lt. Annahme	
Münster	4.6"	↑	8	3.8"	↑
Münster NW	3.3		9	6.8	
Münster SO	3.6		2	2.2	
Münster NO	4.2		10	5.3	
Pfafienloh	4.2		1	6.2	
Chrischona	5.7		7	4.5	
96	2.5		14	1.6	
94 N	2.3		6	0.8	
94 O	4.5		5	2.1	
94 S	4.9		18	3.4	
94 W	2.2		24	3.0	
107 N	3.3		21	3.5	
107 S	5.0		35	2.6	
44	5.6		104	6.6	
62	4.8		104 N	4.3	
48	6.1	Serie I	104 O	1.4	
50	6.6		104 S	5.8	
83	4.2		105	4.0	
60	3.1		89	6.8	
38	6.3		53	6.1	
46	7.3		59	1.7	
34	3.6		58	2.0	
22	3.4		61	0.7	
22 excent.	3.7		80	1.6	
24	3.1		90	3.1	
19	6.8		69	2.1	
52	3.4		54	2.4	
66	7.2		79	2.7	
65	2.6		57	2.4	
49	6.8		78	4.0	
51	1.9		63	5.7	
		$[\varepsilon^2] = 679.1$	67	4.4	
43	2.4		84	1.3	
42	4.0		47	0.8	
45	7.4		37	3.4	
41	3.6		33	2.4	
26	7.5		36	3.8	
11	6.6		73	3.8	
13	6.5		74	5.7	
23	1.2		28	2.8	
					$[\varepsilon^2] = 1507.8$

$$m' \text{ der ersten Serie} = \pm \sqrt{\frac{679.1}{31}} = \pm 4.7" \text{ neue Teilung}$$

$$m' \text{ der zweiten ganzen Serie} = \pm \sqrt{\frac{1507.8}{79}} = \pm 4.4" \quad " \quad "$$

**B. 4-fache Winkelmessungen mit Einachser-Theodolit No. 20212 Kern & Cie.  
(Mikroskopablesung 10", Schätzung 1" neue Teilung)**

Stationen	mittl. Fehler $\pm m$ $= \pm \varepsilon$ lt. Annahme	$\varepsilon^2$	Stationen	mittl. Fehler $\pm m$ $= \pm \varepsilon$ lt. Annahme	$\varepsilon^2$
Burgfelden	3.5"		77	2.4"	
Rosenbergegg	3.1		82	2.5	
Oberrain	3.7		85	5.3	
Grenzach Hora	3.2		86	2.6	
Tüllingen	3.7		99	3.4	
Mayenbühl	4.8		95	3.7	
39	2.2		87	4.1	
20	5.4		100	2.3	
3	3.1		97	3.9	
15	3.4		98	2.9	
28	4.0		32	6.8	
27	4.3		31	4.4	
29	7.1		106	2.2	
30	4.1		101	5.5	
25	4.7		95 cent.	3.1	
4	2.8				
					$[\varepsilon^2] = 497.5$

$$m' = \pm \sqrt{\frac{497.5}{31}} = \pm 4.0"$$

Wir haben nun zum Zwecke der Vergleichung dieser mittleren Fehler  $m'$  mit den bezüglichen Toleranzwerten der eidgen. Vermessungsinstruktion diese letzteren Werte zuerst festzustellen, da die eidgen. Vorschrift für Horizontalwinkelmessungen mit Repetitions-Theodoliten nur den mittleren Fehler eines 8-fach gemessenen Winkels und für Messungen mit dem Einachser-Theodoliten nur den mittleren Fehler einer gemessenen *Richtung* enthält.

Nach Art. 29 der Instruktion ergibt sich die Toleranz für *12-fache Winkelmessung* mit dem Repetitions-Theodolit (Instruktionsgebiet I) zu  $\pm \sqrt{\frac{12}{8}} = \pm 10"$  (rund) und für die

*4-fache Winkelmessung* mit dem Einachser-Theodoliten zu  $8\sqrt{2} = 11"$  (rund).

Zur richtigen Vergleichung habe ich bei der Fehlerreihe A entsprechend der Grösse der Reihe B eine Serie von 31 Fehlern gebildet. Im Weiteren ist noch zu betonen, dass sämtliche  $\varepsilon$

der Reihe B mit Rücksicht darauf, dass einerseits aus den Stationsausgleichungen nur die  $m$  resp.  $\epsilon$  eines *einfach gemessenen* Winkels bestimmt werden und dass aber anderseits unsere Nebenwinkel doppelt gemessen wurden, um den Betrag  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  reduziert eingesetzt sind.

Bezüglich des *Zeitaufwandes*, den die 12-fache Messung eines Winkels mit dem Repetitions-Theodoliten und die 4-fache Messung eines Winkels (d. h. Doppelmessung in jeder Lage des Fernrohres) mit dem Einachser-Theodoliten (mit vermehrter Zahl der Mikroskopablesungen) erfordern, ist zu bemerken, dass *beide Messungsarten* nach unseren Erfahrungen einander *durchaus gleichzustellen* sind. Hierbei darf aber erwähnt werden, dass die *Arbeitskraft des Beobachters bei Verwendung des Einachsers* wegen der geringen Zahl der Fernrohreinstellungen trotz der vermehrten Mikroskopablesungen *auf die Dauer weniger absorbiert wird, als bei Gebrauch des Repetitions-Theodoliten*.

Bezüglich der *Genauigkeit* der beiden Messmethoden zeigt sich bei Vergleichung des mittleren Fehlers  $m'$  der 1. Serie der Reihe A mit  $m'$  der Reihe B nur eine Differenz von  $4.7'' - 4.0'' = 0.7''$  und zwar zu *Gunsten der Messung* mit dem Einachser-Theodoliten, eine Differenz, welche auf eine Richtung von 650 m =  $0.7 \sqrt{2} \times 650 = \frac{636000}{1 mm}$  Querverschiebung ausmacht, so dass den *beiden Instrumenten bei gleichem Zeitaufwande für ein und dieselbe Messung auch ein und dieselbe Genauigkeit zugesprochen werden darf*.

Der mittlere Fehler  $m' = \pm 4.4''$  der ganzen Serie A bestätigt lediglich das Resultat der 1. Serie und steht im Vergleich zu dem für das Instruktionsgebiet I interpretierten Toleranzwerte von  $10''$  in einem sehr günstigen Verhältnis: **1 : 2**.

Noch günstiger gestaltet sich das Verhältnis von  $m' = \pm 4.0''$  der Messungen mit dem Einachser zur angenommenen Toleranz

$$\text{von } 11'' = \frac{4}{11} = 1 : 2.8.$$

Nimmt man auf diese persönlichen Modifikationen der eidg. Toleranz keine Rücksicht, sondern setzt allgemein den mittleren Fehler eines mit einem Repetitions-Theodoliten 8- oder 12-fach gemessenen Winkels oder eines mit einem Einachser

doppelt bestimmten Winkels auf  $12''$  fest, so steht der mittlere Fehler unserer Messungen mit  $\pm 4.2''$  pro Winkel zur eidgen. Vorschrift in dem ausserordentlich günstigen Verhältnis von 1:3.

Setzen wir den maximalen Wert der  $\epsilon$  in den Reihen A und B ins Verhältnis zu deren mittleren Fehler  $m'$ , so ergeben sich folgende Zahlen.

$$\text{Reihe A: } \frac{M}{m'} = \frac{\text{Max. } \epsilon}{m'} = \frac{7.5''}{4.4''} = 1.70$$

$$\text{Reihe B: } \frac{M}{m'} = \frac{\text{Max. } \epsilon}{m'} = \frac{7.1''}{4.4''} = 1.78$$

Da nun in der Regel das Verhältnis zwischen dem maximalen und mittleren Fehler  $\frac{M}{m}$  zwischen der *Zahl 2 und 3* sich bewegt, so dürfen die Resultate 1.70 und 1.78 als durchaus vorzügliche betrachtet werden.

Angesichts der Tatsache, dass keine Ausscheidung der grösseren Fehler stattgefunden oder notwendig war, kann aus obigen Zahlen auf Güte der Instrumente sowohl als auf Sorgfältigkeit des Beobachters geschlossen werden.

Es mag an dieser Stelle noch konstatiert werden, dass mit Instrumenten von Kreisdurchmessern von 21 cm auch eine 8-fache Repetition des Winkels noch gute Resultate erwarten liesse. Auf alle Fälle dürften mit 19 cm Einachser-Theodoliten gemäss den Musteranweisungen der Landestopographie die Nebenwinkel unbedenklich nur einmal gemessen werden, so dass die Bestimmung des Art. 29 der Vermessungsinstruktion, wonach jeder Einzelwinkel mindestens zweimal zu beobachten ist, dahin zu interpretieren wäre, dass nur jeder Sektorenwinkel mindestens doppelt gemessen werden müsste.

Der Objektivität halber möge noch erwähnt werden, dass der bei unseren Messungen verwendete Repetitions-Theodolit anfänglich wegen mechanischen Unvollkommenheiten mehrfache Genauigkeitsstörungen zeigte, die aber Dank der heutigen Erfahrungen der Firma Kern & Cie. in einfacher Weise gehoben werden konnten. Es kann somit und namentlich auf Grund der vorliegenden Prüfungsergebnisse den beiden Instrumententypen mit Fug und Recht das Zeugnis eines *vorzüglichen Fabri-*

kats ausgestellt werden, das der Firma Kern & Cie. zur Ehre gereicht und *das speziell für Ausführung von Triangulationen bestens empfohlen werden darf.*

Basel, den 2. Juni 1913.

### Anmerkung der Redaktion.

Bei einer genaueren Prüfung der oben angegebenen Fehlerreihen fällt auf, dass für beide Instrumente die grösste Fehlerfrequenz nicht zwischen den Werten Null und eins, sondern zwischen drei und vier liegt. Das kann nur eintreten, wenn einseitig wirkende Fehlerwirkungen vorhanden sind. Man steht nun vor der doppelten Aufgabe, den Betrag zu bestimmen, um den diese Fehlerwirkungen den mittleren Fehler beeinflussen, und sodann den Grund derselben festzustellen. Da Herr Keller gegenwärtig nicht über die nötige Zeit verfügt, das Beobachtungsmaterial zu sichten und neue Beobachtungen anzustellen, hat er mir auf meinen Wunsch einen Teil des gerade verfügbaren Materials überlassen, um, wo möglich, zu Schlüssen in der Frage zu gelangen.

Um möglichst sicher zu gehen, wurde von den aus den Winkelausgleichungen abgeleiteten mittleren Fehlern kein Gebrauch gemacht, sondern lediglich *Horizontabschlüsse*, welche mit dem Repetitionstheodoliten Nr. 19,487 erhalten worden sind, in Betracht gezogen, also die Ausgleichung der Winkel in den einzelnen Hauptsektoren grundsätzlich ausgeschlossen. Es standen 35 Stationen zur Verfügung, deren Winkelzahl und Schlussfehler wir in folgender Tabelle angeben (s. Seite 354).

Wir entnehmen der Tabelle zunächst:

1. Anzahl der Stationen . . . . .	35
-----------------------------------	----

Sodann aus Spalte 2:

2. Summe der positiven Schlussfehler .	179.0
3. " " negativen Schlussfehler	51.2
4. Anzahl der positiven Schlüsse . . .	25
5. " " negativen Schlüsse . . .	10

Nach dem Wahrscheinlichkeitsgesetz sollte sich nun die algebraische Summe aller Schlussfehler zu Null ergeben; statt

$$[v] = 0$$

**Horizontabschlüsse der Triangulation IV. Ordnung  
(Baselstadt).**

1. Station	2. Horizont- Schluss	3. Winkel- zahl	4. Korrigierte Schlüsse w	5. M. F. eines Winkels $m = \sqrt[n]{w}$
	+	-		"
94 O	1.1	4	2.55	1.27
94 S	4.9	3	1.25	0.74
94 W	4.5	4	0.85	0.42
107 N	8.1	4	11.75	5.87
107 S	16.4	3	20.05	11.60
44	0.9	4	4.55	2.78
62	5.2	4	1.55	0.78
48	9.3	4	5.65	2.82
50	21.0	4	17.35	8.67
83	0.5	3	4.15	2.41
60	12.1	4	8.45	4.22
38	5.7	3	9.35	5.41
39	2.4	4	1.25	0.62
39 exc.	3.0	2	6.65	4.68
46	8.5	4	4.85	2.42
34	15.8	5	12.15	5.40
22	6.3	4	2.65	1.32
22 exc.	10.0	4	6.35	3.17
24	4.6	4	0.95	0.48
19	10.4	3	6.75	3.91
52	4.7	3	1.05	0.62
52 exc.	3.2	3	0.45	0.26
66	7.9	3	4.25	2.46
66 exc.	7.4	2	11.05	7.80
65	6.3	4	9.95	4.98
49	1.7	3	5.35	3.09
51	3.3	3	0.35	0.23
51 exc.	5.7	3	2.05	1.19
43	6.2	3	2.55	1.54
43 exc.	4.5	2	0.85	0.60
42	8.3	3	4.65	2.70
96	1.2	3	4.85	2.81
94 N	0.8	3	2.85	1.65
42	4.4	3	0.75	0.43
45	13.9	4	10.25	5.12
35 Schlüsse	179.0	51.2	95.20	95.15
				104.47

erhält man aber  $[v] = +179.0 - 51.2 = +127.8$ , also auf den Schluss im Mittel

$$+ \frac{127.8}{35} = +3''.65; \text{ also auf den Winkel } \frac{127.8}{119} = +1''.08.$$

Indem wir die einzelnen Schlüsse um den Betrag  $-3.65$  verbessern, erhalten wir die in Kolumne 4 angegebenen Zahlen mit 20 positiven und 15 negativen Schlüssen, deren Summe nun auf Null abgeglichen ist.

Aus den Schlusswidersprüchen w sind nun in Kolumne 5 die mittleren Fehler der Sektorenwinkel

$$m = \frac{w}{\sqrt{n}}$$

berechnet. Diese mittleren Fehler haben die Form

0, ...	10 mal,
1, ...	5 "
2, ...	7 "
3, ...	3 "
4, ...	3 "
5, ...	4 "
6, ...	0 "
7, ...	1 "
8, ...	1 "
11, ...	1 "

Konstruieren wir mit diesen Zahlen eine Fehlerkurve, so lässt sich leicht erkennen, dass der Einfluss einseitig wirkender Fehler verschwunden scheint, dass sich aber, wie es auch aus der ersten Reihe in Kolumne 2 hervorgeht, in einzelnen wenigen Stationen Fehler anderer Art geltend machen, welche auf Ermüdung, Beleuchtungswechsel, Witterungseinflüsse, kleine Lageänderungen der mit Bauten verbundenen Signale durch Temperaturschwankungen und andere Ursachen schliessen lassen, da einzelne Beträge das den rein zufälligen Fehlern zukommende Maximum beinahe erreichen, in einem Falle sogar überschreiten. Bilden wir indessen aus den in Spalte 5 berechneten mittleren Fehlern den *Durchschnittswert*, so erhalten wir den Betrag:

für einen Winkel  $\frac{104.47}{35} = 2''.99 = 0''.97$  oder rund

3 Sekunden neuer = 1 Sekunde alter Teilung,

$$\text{für eine Richtung } \frac{2''.99}{\sqrt{2}} = 2''.13 = 0''.69.$$

Dem durchschnittlichen mittleren Richtungsfehler in Winkelmaß entspricht eine Bogenzahl resp. eine Querabweichung von

$$\frac{1}{300,000},$$

$$\text{dem maximalen } \frac{11''.60}{637,000 \sqrt{2}} \text{ von } \frac{1}{78,000}$$

oder mit auch dem Laien verständlichen Worten:

Die Unsicherheit in der Zielung eines anvisierten Objektes beträgt bei einer Entfernung desselben von 780 Meter einen Centimeter in ungünstigstem Falle; *im Durchschnitte ist eine Seitenabweichung von 1 cm erst auf 3000 Meter Zielweite zu erwarten.*

Wird statt des durchschnittlichen mittleren Fehlers eines Winkels, beziehungsweise einer Richtung, ein weiterer mittlerer Fehler nach der Formel berechnet

$$\mu = \sqrt{\frac{[mm]}{r}}$$

$$\text{so erhält man } \mu = \sqrt{\frac{554}{35}} = 3''.99 \sim 4''.0$$

als mittleren Fehler eines Winkels,

$$\text{„ „ einer Richtung } = 2''.85 = 0''.92$$

$$\text{und } \text{„ „ Querabweichung einer Richtung } = \frac{1}{220,000}$$

entsprechend 1 cm auf 2200 Meter Zielweite

oder 9 cm auf die Länge des Simplontunnels.

Diese Zahlen sind von den einseitig wirkenden Fehlern, die wir pro Winkel zu 1''.08 berechnet haben, tunlichst befreit; aber auch den Fall gesetzt, dass deren Ausscheidung oder Kompensation nicht möglich sei — was wir indessen nicht annehmen können —, so ist die hohe Leistungsfähigkeit des Instrumentes und seine Eignung zu Triangulationen III. und IV. Ordnung durch obige Zahlen nachgewiesen.

Frägt man nach der Natur der einseitig wirkenden Fehler, so ist es schwer, darauf eine jeden Zweifel ausschliessende Antwort zu geben. Plausibel scheint mir folgende Erklärung:

Aus den Winkelbüchern geht hervor, dass bei jeder Winkel-messung auf 0,0000 als Anfangsablesung eingestellt und von dieser aus der Winkel repetiert wurde. Nun ist es nicht nur möglich, sondern in hohem Grade wahrscheinlich, dass bei wiederholten Einstellungen auf dieselbe Kreisstelle sich eine konstante Auffassung ausbildet, deren Abweichung von der Wahrheit sich dann als einseitig wirkender Fehler geltend macht. Ich glaube, dass dieser Fehlereinfluss bei den besprochenen Winkelmessungen in der Tat die in der überwiegen-den Mehrzahl zu gross erhaltenen Winkelwerte wenigstens zum Teil erklärt.

Bei meinen Messungen auf trigonometrischen Stationen habe ich aus diesen Erwägungen stets ganz beliebig eingestellt, das heisst einen Winkel an den vorhergehenden angeschlossen, in der Ueberzeugung, dass die Ablesungen nicht nur objektiver, sondern auch Teilungsfehler eher eliminiert werden. Anders liegt die Sache bei der Messung von Polygonwinkeln, wo im Interesse einer sofortigen leichten Kontrolle die Nulleinstellung am Anfange der Messung zu empfehlen ist.

Ausser der angegebenen Fehlermöglichkeit können noch andere, instrumentaler Natur, mitgespielt haben, deren Feststellung und Kompensation einem feinen Beobachter vielleicht möglich ist. Jedes Instrument hat bekanntlich seine besondere Individualität oder, wie man sich ausdrückt, seine „Mucken“.

---

### Prüfungs-Schmerzen.

Auf der Generalversammlung des S. I. A. V. vom 24. August 1913 in Lausanne hat Herr Dr. phil. G. Lüscher in Aarau die Versammlung eingeladen, auf Mittel und Wege zu sinnen, um den durch die neue Prüfungs-Ordnung für Grundbuchgeometer geschaffenen „unhaltbaren Zustand“ zu beseitigen, der die diplomierten Ingenieure der Polytechnischen Hochschule in Zürich und der Universität Lausanne verpflichtet, bei einem diplomierten Geometer in die Praxis zu treten, falls sie das Diplom eines Grundbuchgeometers erwerben wollen. Herr Dr. phil. Lüscher hält diese Vorschrift für unwürdig und möchte die Hochschul-Kandidaten durch Einführung eines praktischen Kursus an der Hochschule und Prüfung durch Professoren zu „praktischen Geometern“ ausgebildet wissen!!