Zeitschrift: Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres
Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres
Band: 10 (1912)
Heft: 11

Artikel: Un contrôle des calculs de coordonnées des points limites
Autor: Sporrer, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-182155

der um das Schloss Kyburg liegenden und selbigem eigenthümlich zugehörigen Güter und Gebäuden."

Hübsch sind die Karten der Staatswaldung Tössstock und Schnebelhorn mit Neuverbauungen und Aufforstungen nebst interessanten Photographien. Sehenswert sind die Waldpläne der Forstkorporation Pfannenstiel. Um die Waldungèn auf der Pfannenstielkette im Gemeindebann Meilen vor unrationeller Ausrodung zu schützen, bildete sich eine Korporation, die durch Zusammenlegung von 180 Parzellen einen Waldkomplex von 65 ha besitzt. Eine Karte des Kantons Zürich gibt ein übersichtliches Bild sämtlicher Waldungen. Durch Erläuterungen und gute photographische Aufnahmen wird die Plansammlung vervollständigt.

Die landwirtschaftliche Ausstellung beweist in reichlichem Masse, wieviel durch die geschaffenen gesetzlichen Grundlagen und die finanzielle Mitwirkung von Bund und Kanton erreicht werden kann, nicht nur zum Nutzen der Landwirtschaft, sondern auch für die Allgemeinheit. *—st—*

Un contrôle des calculs de coordonnées des points limites.

Les considérations suivantes ont trait au calcul des coordonnées des points limites au moyen de la machine à calculer. Elles n'apporteront du reste rien de bien nouveau au calculateur exercé; toutefois, les novices en la matière me seront peut-être reconnaissants des indications que je leur donne ici.

Le calcul des coordonnées des points limites s'exécute suivant le formulaire n⁰ 26 de la mensuration cadastrale suisse, et d'après les formules suivantes:

$$Y_n = Y_{n-1} + \psi \triangle y + \varphi \triangle x$$
$$X_n = X_{n-1} + \psi \triangle x - \varphi \triangle y$$

dans lesquelles

$$\varphi = \frac{Y_z - Y_a}{[\triangle x]} \quad \text{et} \quad \psi = \frac{X_z - X_a}{[\triangle x]}$$

Monsieur F. Bühlmann du Bureau du cadastre de Zurich a publié dans notre journal (5^{me} année) un article très intéressant sur la détermination de cette formule, de telle sorte que nous ne voulons pas y revenir aujourd'hui.

Les valeurs de φ et ψ correspondent approximativement au sinus et respectivement au cosinus de l'angle de direction (azimuth) de la ligne d'opération.

Si l'on admettait que les valeurs de φ et ψ sont égales respectivement au sinus et au cosinus de l'azimuth de la ligne d'opération, c'est-à-dire si les côtés calculés au moyen des coordonnées des points extrêmes coïncidaient avec les côtés mesurés, on pourrait sans autre poser la relation

$$\varphi^2 + \psi^2 = 1.$$

Mais la supposition que nous avons faite ne se rencontre pas dans la plupart des cas, et il est même à désirer de pouvoir connaître la différence entre les longueurs des côtés calculés et des côtés mesurés, pour les utiliser comme contrôle des calculs, et dans certains cas, comme contrôle des mensurations.

Dans ce but, Monsieur Bühlmann recommande de rechercher au moyen d'une table des valeurs naturelles des fonctions trigonométriques, si φ et ψ correspondent approximativement aux valeurs des sinus et cosinus de l'azimuth de la ligne d'opération. Mais cette méthode ne conduit pas toujours au but désiré avec l'exactitude voulue, car les azimuths déduits du calcul des polygones coïncident rarement avec ceux obtenus au moyen des coordonnées définitives. Pour éviter cet inconvénient, on devait donc souvent calculer au préalable les azimuths des lignes d'opération. C'est pour cela que nous avons cherché une autre méthode pour arriver au même but.

Nous posons:

$[\triangle\, x]$ = distance mesurée.

d = distance calculée.

v = différence entre la distance mesurée et la distance calculée, donc

$= [\triangle\, x] - d$ ou

$[\triangle\, x] = v + d.$

f = la quantité à ajouter algébriquement à $\varphi^2 + \psi^2$ pour avoir la valeur 1, donc

$= \varphi^2 + \psi^2 - 1,$

et nous avons

$$\left(\frac{Y_z - Y_a}{d + v}\right)^2 + \left(\frac{X_z - X_a}{d + v}\right)^2 = 1 + f \qquad (1.$$

ou $$(Y_z - Y_a)^2 + (X_z - X_a)^2 = (1 + f)\,(d + v)^2 \qquad (2.$$
Mais comme
$$(Y_z - Y_a)^2 + (X_z - X_a)^2 = d^2 \qquad (3.$$
on obtient
$$\begin{aligned} d^2 &= (1 + f)\,(d + v)^2 \quad \text{ou} \\ &= (1 + f)\,(d^2 + 2dv + v^2) \qquad (4. \end{aligned}$$

Mais dans la partie droite de l'équation 4), la valeur de v^2 est excessivement petite par rapport à d^2 et $2dv$; elle peut donc être supprimée, sans que cette suppression puisse exercer une influence sensible sur le résultat final.

Nous pouvons donc écrire
$$\begin{aligned} d^2 &\sim (1 + f)\,(d^2 + 2dv) \sim (1 + f)\,(d + 2v)\,d \\ d &\sim (1 + f)\,(d + 2v) \\ d &\sim d + df + 2v + 2fv \\ o &\sim df + 2v + 2fv \qquad (5. \end{aligned}$$

Le terme $2fv$ peut également être abandonné comme terme de 2^{me} ordre, de telle manière que la relation ci-dessus peut s'écrire:
$$v \sim -\frac{d \cdot f}{2} \sim \frac{[\triangle\, x]\, f}{2}$$

Donc, si l'on forme la somme des carrés de φ et ψ, et si l'on multiplie la différence positive ou négative du résultat ainsi obtenu d'avec l'unité, par la moitié de la distance mesurée ou calculée, on obtient la différence entre les côtés mesurés et les côtés calculés.

EXEMPLE

x	△ x	y	△ y	Y	X	
$\varphi = + \frac{15.12}{91.59} = +$		0,16508		$\psi = - \frac{90.36}{91.59} = -$ 0,98657		
+ 0		0		− 96812,82	61129,71	P. P. 48
	+ 3.38		+ 0.15			
+ 3.38		+ 0.15		....	....	
	+ 0.10		− 6.90			
+ 3.48		− 6.75		....	....	
	....		....			
+		+		....	....	
	....		....			
× [91.59]		0		− 96797,70	61220,07	P. P. 48b
	[△ x] = 91.59		+ 0.00 − 0.00	+ 15.12	− 90,36	

$$\begin{aligned} \psi^2 &= 0{,}02725 & \qquad f &= 1{,}00057 - 1 \\ \varphi^2 &= \underline{0{,}97332} & &= +\ 0{,}00057 \\ \varphi^2 + \psi^2 &= 1{,}00057 & v &= -\ \frac{91.59}{2} \cdot 0{,}00057 \text{ m} \\ & & &= -\ 0{,}026 \text{ m} \end{aligned}$$

$$d = [\triangle\, x] - v = 91.59 + 0{,}026 = 91.61_6$$

Par la méthode de contrôle, on obtient:

$$d = \sqrt{15.12^2 + 90.36^2} = 91.61_7$$

Si, lorsqu'on fait cette preuve, on constate une forte divergence, il faut en premier lieu calculer encore une fois les différences des coordonnées des points extrêmes ($Y_z - Y_a$) et ($X_z - X_a$), ou lorsque ces différences sont reconnues exactes, contrôler les coordonnées des points extrêmes, ou enfin vérifier encore une fois les quotients φ et ψ.

Lorsque l'une des différences des coordonnées des points extrêmes est faible par rapport à l'autre différence, la preuve indiquée ne doit pas faire conclure sans autre à l'exactitude des coordonnées obtenues et des différences minimes des coordonnées; dans ces cas, il y a lieu d'éviter également des erreurs en prenant toutes les précautions voulues.

Comme conclusion de ces explications, le lecteur se demandera certainement à combien de décimales il doit calculer les deux quotients φ et ψ. La réponse est facile.

L'article 36 des instructions fédérales limite à 150 m au maximum la longueur des côtés de polygones. Calculons donc avec cette longueur de côté maximale et supposons que l'erreur du dernier chiffre du quotient soit égale à une demi-unité, nous obtiendrons donc comme erreur à la fin du calcul (en supposant le quotient calculé à 4 décimales)

$$\begin{aligned} \triangle &= 0{,}00005 \times 150 \\ &= 0{,}0075 \text{ m} \end{aligned}$$

Donc, si les coordonnées des points extrêmes de la ligne d'opération coïncident au centimètre, en arrondissant en plus et en moins dans la suite des calculs, les quotients devront être calculés d'une manière plus exacte, c'est-à-dire avec 5 décimales après la virgule pour les lignes d'opération d'une longueur supérieure à 100 mètres; par contre, pour des côtés inférieurs à 100 mètres, 4 décimales suffisent amplement.

Alb. Sporrer.