Zeitschrift: Zeitschrift des Vereins Schweizerischer Konkordatsgeometer [ev. = Journal de la Société suisse des géomètres concordataires]

Herausgeber: Verein Schweizerischer Konkordatsgeometer = Association suisse des géomètres concordataires

Band: 7 (1909)

Heft: 4

Artikel: Distanzablesung an horizontaler Latte [Schluss]

Autor: Sprecher, Anton v.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-180698

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 20.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Mittlerer Fehler eines Winkels im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate . . . . . 5"
Mittlerer Fehler einer Richtung . . . . . 3,6"
Also wahrscheinlicher Fehler einer Richtung . . . . . 2,4"

Zu welchen Absurditäten solche Fehlerbetrachtungen führen, möge noch an einem weiteren Beispiele gezeigt werden.

In demselben Artikel bestimmt die Instruktion: „Die Differenz in der Bestimmung einer Dreiecksseite soll 1 : 5000 nicht übersteigen." Nehmen wir an, es sei diese Seite doppelt bestimmt, so dürfte der Maximalfehler des arithmetischen Mittels aus den beiden Angaben nur

$$\frac{1}{5000\sqrt{2}} = \frac{1}{7000}$$

der mittlere Fehler $^1/_{21000}$, der wahrscheinliche Fehler einer Dreieckseite IV. Ordnuug nur $^1/_{31500}$ betragen. An solche gewagte Schlüsse hat Kollege Brönnimann offenbar nicht gedacht, als er sich in Jahrgang 1904, Nr. 1, unserer Zeitschrift über die beiden eidgenössischen Instruktionen in folgender Weise vernehmen ließ: „Die beiden eidgenössischen Instruktionen zeichnen sich aus durch eine einfache, klare und sorgfältige Redaktion, frei von spitzfindigen Plackereien, verraten sie deutlich die Feder des im praktischen Dienste erfahrenen Fachmannes." (Fortsetzung folgt.)

Distanzablesung an horizontaler Latte.

Von Anton v. Sprecher.

(Schluß.)

Als Nachteile dieser Methode fallen in Betracht:

1. die Unmöglichkeit der Anwendung beim Meßtisch,
2. die breite, freie Sicht, um beide Marken sehen zu können,
3. die Erfordernis eines zweiten Gehülfen zum Festhalten der Latte.

In Bezug auf den erst genannten Nachteil kann man sich unter Umständen noch vorteilhaft dadurch behelfen, daß man neben dem Meßtisch noch einen Theodolith aufstellt, die Distanz nach einem oder mehreren wichtigen, aber auf anderm Wege kaum bestimmbaren Punkten mittelst Distanzwinkel ermittelt und auf dem Meßtisch aufzeichnet. Auf diese Weise habe ich in sehr

schwer zugänglichem, unübersichtlichem Gebiet ganz gute Anhaltspunkte in kurzer Zeit erhalten.

Der zweite Nachteil wird etwas reduziert, wenn man von der Regel abweicht und die Latte aus der normalen Lage in eine exzentrische verschiebt, wobei man je nach dem Standort den rechten Winkel in der Mitte der Basis oder über dem Polygonpunkt einstellen kann. In beiden Fällen hat man an dem genäherten Wert der Distanz nur eine kleine Korrektur anzubringen, welche hier hinten berechnet wird.

Was den dritten Nachteil betrifft, so muß das Terrain entscheiden, ob es vorteilhafter sei, mit der Reichenhachschen Methode einen Polygonzug mit vielleicht 5—10 Zwischenpunkten, z. B. durch dichten Wald oder quer durch eine breite Vertiefung oder über eine gewölbte Formation hinweg zu messen oder aber von einem Vorsprung der einen Seite direkt auf die andere Seite hinüberzuspringen, vielleicht mit nur 1—3 Zwischenpunkten.

Die Zeiterfordernis ist keine große; wenn der Theodolith aufgestellt ist, muß man für die Messung von Horizontal- und Höhenwinkel auf nicht ganz glatten Stationen 5—10 Minuten rechnen und ebensoviel für das Einstellen der Latte und Messen von 5—10 Repetitionen des Distanzwinkels.

Das speziell hiefür nötige Material: Latte, Stativ, Zielscheiben und Kreuz mit Libelle hat mich im ganzen nicht Fr. 35.— gekostet, während zwei Präzisionslatten mindestens Fr. 160.— kosten.

Berechnung der Korrektionsgrößen.

I. Exzentrische Stellung der Latte, wobei ein anderer Punkt als die Mitte der Basis über dem Polygonpunkt steht, vergl. Figur 1.

In diesem Falle ist die wahre Distanz d_1 die Hypothenuse in einem rechtwinkligen Dreieck, dessen eine Kathete die Exzentrizität e und dessen andere die genäherte, aus dem Distanzwinkel direkt berechnete Distanz d ist. Durch Anwendung der binomischen Reihe erhält man:

$$d_1 = \sqrt{d^2 + e^2} = d\sqrt{1 + \frac{e^2}{d^2}} = d\left[1 + \frac{e^2}{d^2}\right]^{1/2} =$$

$$d\left[1 + \frac{1}{2}\frac{e^2}{d^2} - \frac{1}{8}\frac{e^4}{d^4} + \ldots\right]$$

In allen Fällen dieser Messungen hat $\frac{e}{d}$ einen so kleinen Wert, daß das dritte Glied des letzten Ausdruckes wegfällt, dann haben wir:

$$d_1 = d\,(1 + \frac{1}{2}\frac{e^2}{d^2}) = d\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{e}{d}\right)^2\right]$$

wo $\frac{e}{d}$ nur genähert berechnet werden muß, während man in der nachstehenden Formel von Herrn St. auf Seite 56, Jahrgang 1905, alle Werte genau einsetzen muß.

$$d_1 = d + \frac{e^2}{2\,d}$$

Beispiel: $a = \frac{b}{2}\,2.4$, $\quad e = 2.0 \quad d = 72.6$

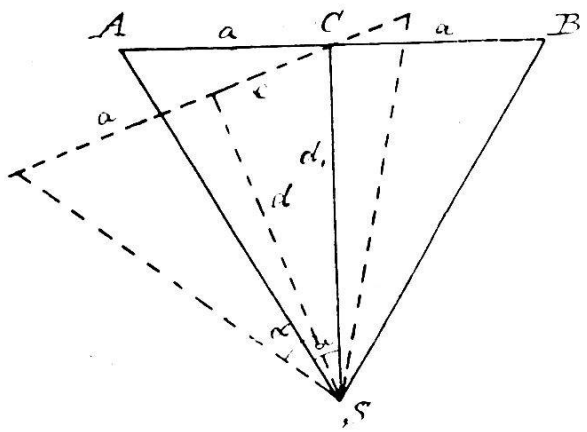
$$d_1 = 72.6\,(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2.0^2}{72.6^2} = 72.6\,(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{36^2}) = 72.6\,(1 + \frac{1}{2600})$$
$$= 72.6 + 0.03$$

oder nach der andern Formel:

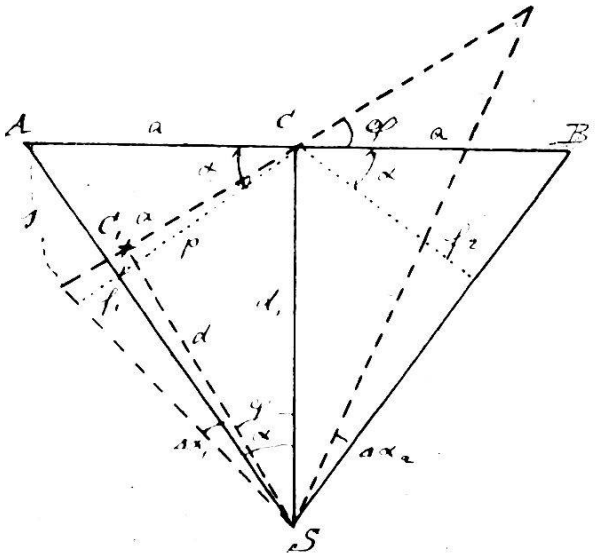
$$d_1 = 72.6 + \frac{2.0^2}{2\,.\,72.6} = 72.6 + 0.03 = 72.6\left[1 + \frac{1}{2400}\right]$$

Man sieht also, daß diese Korrektur schon bei 70 m Distanz fast verschwindend klein wird, auch wenn die Latte bis fast ans Ende verschoben wird.

Weitere Anwendung der gleichen Formel auf andere Gelegenheiten in unserm Beruf finden Sie in dem genannten Artikel von



Figur 1



Figur 2

1905, der erst erschien, nachdem ich diese Formeln aufgestellt und Dutzende von Malen verwendet hatte.*

II. Drehung der Latte derart, daß der Fußpunkt des Perpendikels nicht mehr in die Mitte der Latte fällt, letzterer Punkt aber über dem Polygonpunkt steht.

Bezeichnen wir den wahren Distanzwinkel mit $2\,\alpha$, die zwei, nun ungleichen Teile des gemessenen Winkels mit α_1 und α_2, so läßt sich der Winkelfehler $\Delta\alpha$ berechnen mit Hülfe von Figur 2 aus:

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \qquad \operatorname{tg}\Delta\alpha_1 = \frac{\Delta\alpha_1'}{\rho_1} = \frac{f_1}{d_1 \,.\, \cos\alpha}$$

$$\Delta\alpha_1' = \frac{f_1\,\rho'}{d_1 \cos\alpha} \qquad \Delta\alpha_2' = \frac{-\,f_2\,\rho_1}{d_1 \cos\alpha} \qquad \Delta\alpha' = \frac{f_1 - f_2}{d \cos\alpha} \,.\, \rho^1$$

$$d_1 = \frac{2\,a}{2\,\alpha'} \,.\, \rho' \qquad \Delta\alpha' = \frac{f_1 - f_2}{\frac{2\,a}{2\,\alpha'} \cos\alpha\,\rho'} \,.\, \rho' = \frac{f_1 - f_2}{a \cos\alpha} \,.\, \alpha'$$

Bezeichnen wir den Drehungswinkel mit φ und das Perpendikel von C auf A S und B S mit p, so haben wir die Ausdrücke:

$$p + f_1 = a\cos(\alpha - \varphi) \quad \text{genähert} \qquad p = a\cos\alpha$$

$$p - f_2 = a\cos(\alpha + \varphi) \quad \text{genähert}$$

$$f_1 - f_2 + 2\,p = a\cos(\alpha - \varphi) + a\cos(\alpha + \varphi)$$

$$f_1 - f_2 = a\cos(\alpha - \varphi) + a\cos(\alpha + \varphi) - 2\,a\cos\alpha$$

$$= a\,[\cos\alpha\cos\varphi + \sin\alpha\sin\varphi + \cos\alpha\cos\varphi - \sin\alpha\sin\varphi - 2\cos\alpha]$$

$$= 2\,a\,[\cos\alpha\cos\varphi - \cos\alpha] = 2\,a\cos\alpha\,[\cos\varphi - 1]$$

$$= -\,4\,a\cos\alpha \qquad \sin\frac{2\,\varphi}{2}$$

$$\Delta\alpha' = \frac{f_1 - f_2}{a\cos a} \,.\, \alpha' = -\,4\sin\frac{2\,\varphi}{2} \,.\, \alpha'$$

$$\frac{F}{d_1} = \frac{\Delta\alpha'}{2\,\alpha} = -\,2\sin\frac{2\,\varphi}{2} \qquad d_1 = \frac{2\,a}{2\,\alpha'} \,.\, \rho' \left[1 - 2\sin\frac{2\,\varphi}{2}\right]$$

wo F den Fehler, resp. die an d_1 anzubringende Korrektur bezeichnet, welche zum Winkelfehler proportional ist. Auch dies ist eine sehr einfache Formel. Nennen wir ferner die Schwenkung des Lattenendes, resp. der Zielscheiben s, so darf man bei den vorkommenden kleinen Werten von s setzen:

$$\sin\varphi = \frac{s}{a} \qquad \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{s}{2\,a}$$

---

* Ich überlasse Herrn v. Sprecher die Priorität mit Vergnügen. *St.*

Beispiele:

$$a = 2.4 \quad s = 0.1 \quad \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{0.1}{4.8} \qquad \frac{F}{d_1} = \frac{-2}{48^2} = \frac{-1}{1152}$$

$$a = 2.4 \quad s = 0.2 \quad \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{0.2}{4.8} \qquad \frac{F}{d_1} = \frac{-2}{24^2} = \frac{-1}{288}$$

$$\frac{2a}{2\alpha} \cdot \rho' = 48.76 \quad d_1 = 48.76 - 0.17$$

Man sieht also, daß bei der Schwenkung um 10 cm der entstehende Fehler nicht $^1/_{1100}$ beträgt; eine so starke Schwenkung aber sollte ein aufmerksamer Gehülfe auch mit einer ganz einfachen Visiervorrichtung nicht übersehen. Auf kurze Distanz und bei steiler Visur kann der Beobachter durch das Fernrohr die Stellung der Latte in Bezug auf den rechten Winkel und die Horizontale kontrollieren.

III. Exzentrische Stellung der Latte, wobei aber der Fußpunkt des Perpendikels über dem Polygonpunkt steht.

Nehmen wir an, es sei in Figur 2 nicht in C, sondern in C_1 der Polygonpunkt und in diesem Punkt das Winkelkreuz aufgelegt worden, also $C_1 S = d_1$ die gesuchte Distanz, so ergibt sich aus dem Vorstehenden sofort, wenn e die Exzentrizität $C C_1$ bedeutet:

$$\sin\varphi = \frac{e}{d} \qquad \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{e}{2d}$$

$$d_1 = d\left(1 - \frac{1}{2}\frac{e^2}{d^2} - 2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right) = d\left(1 - \frac{1}{2}\frac{e^2}{d^2} - 2\frac{e^2}{4d^2}\right)$$

$$= d\left[1 - \frac{e^2}{d^2}\right]$$

Beispiel:

$2\alpha = 10^0$ n. T. $\qquad e = a = 2.356 \qquad d = 30$ genähert.

$$\frac{e}{d} = \frac{2.356}{30.0} = \frac{1}{13}; \; d_1 = 30.0\left(1 - \frac{1}{13^2}\right) = 30.00 - 0.17 = 29.83$$

Mit Logarithmen berechnet $d_1 = 29.84$ m, liefert dieses Beispiel bei der größt möglichen Elongation, wo der Endpunkt der Latte über dem Polygonpunkt liegt, einen weitern Beweis dafür, daß alle ungünstigen Stellungen mit Hülfe ganz einfacher Formeln korrigiert werden können. Bei größeren Werten von d ist selbstverständlich auch diese Korrektionsgröße relativ noch kleiner.

In der nachstehenden Tabelle finden sich im ersten Teil Ablesungsresultate vom Jahre 1903, verglichen mit Lattenmessung

I. Vergleichungen mit Resultaten von Lattenmessungen.

No.	Länge		Differenz	
	Ablesung	Messung	cm	‰
1—W	98.51	76	+25	2.5
W—V	57 86	93	+07	1.2
3—U	112.07	111.97	—10	0.9
U—T	91.60	72	+12	1.3
T—O	63.55	62	+07	1.1
S—T	160.05	12	+07	0.4
S—R	161.34	70	+36	2.2
R—Q	151 93	152.08	+15	1.0
L—M	174.58	45	—13	0.8
K—L	58.98	96	—02	0.3
5—K	52.54	55	+01	0.2
G—5	84.93	97	+04	0.5
F—G	38.50	46	—04	1.0
E—F	83.38	59	+21	2.4
D—E	99.93	54	—38	3.8
23—B	66.00	12	+12	1.8
23-Δ Vianola	35.12	34.99	—13	3.7

$$[v^2] = 56.2$$

$$m = \sqrt{\frac{56.2}{17}} = \sqrt{3.3} =$$

$$= 1.8\,‰ = 1/550$$

II. Vergleichungen mit Resultaten aus der Triangulation.

No.	Länge		Differenz	
	Ablesung	Trig. B.	cm	‰
T—117	138.34	138.25	+09	0.6
S—117	116.36	116 55	+19	1.6
o 11a T	563 83	564.52	69	1.2

$$[v^2] = 4.4$$

$$m = \sqrt{\frac{4.4}{3}} = \sqrt{1.5} = 1.2\,‰$$

III. Polygonzüge.

No.	Länge	Coord. Differenzen	
		Δ Y	Δ X
Δ 443	391.71		
29	260.29		
28	127.95	—595 76	+1278.48
27	347.17	+524.27	1280.60
26	327.17	71.49	1.60
25	353.80	71.17	
Δ 119		32	
		$f = \frac{1.63}{1700}$	$= 1/1000$
Δ 119	334.95	286.69	364.46
A	134.19	287.15	365.03
Δ 117		46	57
		$f = \frac{0.73}{460}$	$= 1/600$
b/1	94.88		
Q	285.13		
P	202 46		
O	183.99		
N	176 51		
M	52.83	—943.36	+476.33
L	38.88	942.23	— 25.39
K	39.76	1.13	450.94
J	36.00		451.15
61			21
		$f = \frac{1.15}{1060}$	$= 1/900$
R	26 11		
A	60.25		
B	119.30		
C	44 70	+526.00	+ 49.77
D	100 65	524.85	—17.43
E	74.76	1.15	32.34
F	106.04		32 08
80b			26
		$f = \frac{1.17}{530}$	$= 1/450$

NB. Anschluß an sehr steilen Nebenzug.

No.	Länge	Coord. Differenzen Δ Y	Δ X
Δ 447	47.90		
G	120.76		
H	43.61		
66n	22.72		
J	76.56		
K	56.87		
L	27.64		
M	49.75		
N	27.10		
O	30.27		
P	113.65		
Q	54.72	– 667.79	–740.55
R	92.72	+ 22.17	+ 74 26
S	75.57	645.62	660.29
T	92.82	645 88	660.87
U	147.49	26	58
V	21.65		
W	52.73	$f = \frac{0.64}{1210}$	$= 1/1890$
H	46.26		
G			
27	129.56		
A	110.40		
B	44.58		
C	94.22		
D	49.93		
E	83.48		
F	93.38		
G	57.03		
H	225.97		
J	146.66		
K	63.36		
L	62.27		
M	43.33		
N	71.70		
O	90.32		
P	91.88	–561.57	–1617.95
Q	36.27	+214.56	+ 93.54
R	78.73	–346.99	–1524.41
5	78.01	– 345.93	–1525.67
S	71.54	1.06	1.26
T	62.93		
1	41.83	$f = \frac{1.65}{2050}$	$= 1/1240$
2	28.40		
U	108.59		
Δ 455			

No.	Länge	Coord. Differenzen Δ Y	Δ X
4	147.53		
1	217.28		
2	237.42		
3	58.67	1187.84	– 241.56
4	249.69	1188.61	+187.96
5	37.31	77	– 53.60
6	247.40		– 53.23
7	134.44		37
Δ 142		$f = \frac{0.87}{1250}$	$= 1/1500$
Δ 142	73 73		
9	347.21		
S	255.84		
12	81.23		
13	46.42		
14	116.56		
15	80.34		
16	76.52		
17	85.18		
18	140.04		
19	123.26	–1580.42	+1262.28
20	49.57	+ 212.28	– 360.97
21	144.13	1368.13	901.31
22	194.71	1369.11	902.70
23	208.01	98	39
24	87.87		
25	306.03	$f = \frac{1.70}{2380}$	$= 1/1400$
31	123.44		
30	86.39		
29	78.91		
Δ 125			
D	144.12		
E	126.43		
F	124.22	343.39	+366.76
G	88.27	343.44	– 83.24
J	118.88	5	283.52
Δ 32			283.42
			10
		$f = \frac{0.11}{560}$	$= 1/5000$
W 89	259.15		
1	300.60		
2	74.95		
3	159.51		
4	236.75	1214.80	212.93
5	204.81	1214 37	212.19
6		43	74
Δ 22		$f = \frac{0\ 83}{1231}$	$= 1/1500$

aus einem ziemlich schlecht meßbaren Gebiet und mit noch ungeübten Gehülfen. Seither kam ich nie mehr in den Fall, Linien auf beide Arten zu ermitteln. Im zweiten Teile sind einige Distanzen mit den Resultaten aus trigonometrischen Berechnungen verglichen, wovon die ersten aus dem Jahre 1903 und das letzte aus dem Jahre 1908 stammen. Am meisten konnte ich die Resultate aus Polygonzügen in ihren Abschlüssen kontrollieren. Diese zeigt die dritte Tabelle, wo alle einzelnen abgelesenen Distanzen, die Summen der Coordinatendifferenzen und die Widersprüche derselben enthalten sind. Weitaus die meisten derselben wurden in den Jahren 1903 bis 1905, der letzte Zug erst 1908 gemessen.

Dieser letztere diente zur vorläufigen, genäherten Absteckung eines 2500 m langen Tunnels im Unterengadin, der am einen Ende eine Kurve von 200 m Radius und 260 m Länge erhält. Die vorgerückte Jahreszeit gestattete nicht mehr eine durchgehende Triangulation, und das Terrain verunmöglichte eine direkte Linienmessung in der Nähe der Axe über die Anhöhe weg. Deshalb verwendete ich die Distanzablesung mittelst der horizontalen Latte in einem Polygonzug, der nirgends weiter als 7 m von der Axe entfernt ist. Der Anfangspunkt W 89 konnte einstweilen nur polygonometrisch mit der Triangulation verbunden werden. Der Abschluß zeigt trotz den großen Seiten von 75 bis 300 m nur $^1/_{1500}$ Widerspruch, in der Längsrichtung sogar nur 0.43 auf 1230 m = $^1/_{3000}$.

Damit glaube ich den Beweis geleistet zu haben, daß diese Methode unter Umständen eine sehr große Zeitersparnis und gute Resultate ermöglicht.

---

† Xaver Imfeld.

Ein Meister in der Darstellung unserer Gebirgswelt durch Zeichnung und Relief, Ingenieur X. Imfeld, ist in der Nacht vom 20./21. Februar einem Herzschlage erlegen. Das Schweizerland trauert um einen seiner besten Söhne, die geographische Wissenschaft um einen ihrer berufensten Vertreter.

Imfeld erblickte das Licht der Welt im Jahre 1853 in dem schönen Obwaldnerlande, er war ein Sohn der Berge, und die künstlerische Darstellung und Wiedergabe derselben in topographischer und plastischer Form wurde zum Hauptinhalt seines Lebenswerkes.