

Zeitschrift:	Zeitschrift des Vereins Schweizerischer Konkordatsgeometer [ev. = Journal de la Société suisse des géomètres concordataires]
Herausgeber:	Verein Schweizerischer Konkordatsgeometer = Association suisse des géomètres concordataires
Band:	2 (1904)
Heft:	3
Artikel:	Einiges über die Methode der kleinsten Quadrate
Autor:	Leemann, W.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-177843

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einiges über die Methode der kleinsten Quadrate.

Von W. Leemann, Kantonsgeometer in Frauenfeld.

Die Methode der kleinsten Quadrate wird von den Geometern öfters angegriffen, und die Kritik, welche dabei geübt wird, ist manchmal so ungerecht und lässt direkt auf Mißverständnisse schließen, daß es mir sowohl im Interesse der erwähnten Methode selbst, als auch derjenigen Geometer, welche sie noch ungenügend oder gar nicht kennen, notwendig erscheint, einmal an dieser Stelle diejenigen Punkte zu berühren, die mir geeignet erscheinen, schädliche Vorurteile und falsche Ansichten zu beseitigen. Im übrigen ist das Interesse an dem Ausgleichungsverfahren nach der Methode der kleinsten Quadrate seit der Einführung dieses Stoffes in das Unterrichtsprogramm der Geometerschule am Technikum in Winterthur und seitdem die Anwendung besagter Methode zum Obligatorium bei Ausführung der praktischen Examenarbeit erklärt worden ist, so rege geworden, daß einige diesbezügliche Ausführungen gewiß nur begrüßt werden dürften.

Die Urteile, welche die Gegner über die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate fällen, lauten kurz folgendermaßen:

1. Sie ist bei Triangulationen 3. und 4. Ranges unnütz, besonders dann, wenn die Triangulation 2. Ordnung, an welche angeschlossen wird, nicht nach derselben Methode ausgeglichen ist, und weil das gewöhnliche Rechenverfahren für die Praxis genügend genaue Resultate liefert.
2. Sie ist umständlich, kompliziert, zeitraubend.
3. Sie hat daher große Triangulationskosten zur Folge.

Auf diese Urteile möchte ich folgendes erwidern:

ad 1. Der erste Teil dieses Satzes enthält eine Behauptung, welche, wörtlich betrachtet, unter keinen Umständen standhalten kann. Unnütz ist die Methode der kleinsten Quadrate in keinem einzigen Falle, weil sie stets bessere Resultate liefert als jede andere Methode. Der zweite Teil muß direkt auf den Kopf gestellt werden; denn gerade in solchen Fällen, wo die grund-

legende Triangulation nach primitiver Methode ausgeglichen ist und somit ungünstige Fehlerverteilung und Fehlerfortpflanzung leicht eintreten konnten, sich daher die Unsicherheit der Anschlußpunkte nur zu oft unangenehm stark fühlbar macht, ist die Einschaltung der Punkte niedrigerer Ordnung nach einem rationelleren Ausgleichungsverfahren angezeigt.

Die Behauptung, welche im dritten Satzteile gemacht wird, ist wohl in vielen Fällen richtig. Trotzdem gibt sie mir auch einiges zu sagen. Wenn man sich mit einem Rechnungsverfahren darum begnügen wollte, weil es für die Praxis genügend genaue Resultate liefert, so könnte die Feldmeßkunst gewiß mit derselben Berechtigung noch in vielen andern Punkten abgekürzt werden, die alle aufzuzählen, hier zu weit führen würde. Nur um bei den trigonometrischen Arbeiten zu bleiben, mag der Winkelmessung und der Dreiecksberechnung noch kurze Erwähnung getan werden. Wenn die Unsicherheit, beziehungsweise eine Verschiebung der Dreieckspunkte von 5 — 10 cm keinen praktischen Nachteil hat, warum messe ich dann die Dreieckswinkel mit so großer Sorgfalt und bediene mich feiner Instrumente und am Ende noch siebenstelliger Logarithmen? Doch gewiß nicht allein, um die Toleranzen nicht zu überschreiten, sondern vielmehr deshalb, weil ich wohl weiß, daß auf diese Weise bessere Uebereinstimmung in der Dreiecks- und Koordinatenberechnung erhältlich ist, das heißt, weil die Wahrscheinlichkeit guter Uebereinstimmung größer ist. Wenn ich aber dieses Bestreben habe, weshalb sollte ich mich nicht einer Methode bedienen, die mir die bestmögliche Uebereinstimmung liefert? Aus diesem Grunde erscheint mir die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate nicht weniger gerechtfertigt, als die übliche Sorgfalt, welche bei den trigonometrischen Winkelmessungen und Berechnungen aufgewendet wird.

ad 2. Die hier genannten, wenig lobensprechenden Eigenschaften der Methode der kleinsten Quadrate, sie sei umständlich, kompliziert und zeitraubend, die allerdings in beschränktem Maße zugegeben werden können, lassen sich ebenfalls, am besten wieder in ähnlicher Weise wie im vorhergehenden, rechtfertigen. Auch die sorgfältige Winkelmessung, sei es, daß alle möglichen Kombinationen oder mit Benützung des ganzen Teilkreises gemessen werde, ist umständlich und zeitraubend, und doch wird sie als Hauptforderung

für eine gute Triangulation allgemein angesehen. Und wird die trigonometrische Berechnung nicht höchst umständlich und zeitraubend, wenn bei gewöhnlicher Berechnungsart einmal etwas nicht recht stimmen will und am Ende nur durch eine Verzweiflungstat zum „Stimmen“ gebracht werden kann? Gerade in solchen Fällen ist aber das Ausgleichungsverfahren nach der Methode der kleinsten Quadrate das einzige richtige und zugleich das am raschesten und reellsten zum Ziele führende Verfahren, welches zu keinen Gewissensbissen Anlaß gibt.

ad 3. Mögen auch die vielfach überschätzten Mehrarbeiten nach der Methode der kleinsten Quadrate größere Triangulationskosten zur Folge haben, so hat das gewiß keine nachteiligen Folgen in Bezug auf das Vermessungswesen. In der Regel bezahlt der Staat die Triangulationskosten und wird sie auch bezahlen, wenn sie sich etwas höher stellen sollten. Jedenfalls können die Triangulationskosten die Prosperität des Vermessungswesens nicht beeinflussen. Wie übrigens schon gesagt, werden die Mehrarbeiten des Ausgleichungsverfahrens vielfach überschätzt. Was einen guten Teil dieser Mehrarbeit ausmacht, ist die Ungeübtheit, welche die Geometer jetzt noch besitzen. Ist aber die Methode der kleinsten Quadrate einmal Gemeingut aller Geometer geworden, wie dies heute schon z. B. in Preußen der Fall ist, so wird die Ausgleichungsrechnung in erheblich kürzerer Zeit ausgeführt werden, zumal die erreichte größere Uebung einige Zwischen-Rechen-Proben entbehrlich machen und nur die Schlußprobe, welche allfällige Rechenfehler immer noch aufdeckt, erheischen wird. Bei der gewöhnlichen trigonometrischen Dreiecks- und Punktrechnung wird in der Regel keine zuverlässige Rechenprobe gemacht, obschon es hier ebenfalls angezeigt wäre. Wenn schon die Resultate, welche aus 2 Dreiecken für die Koordinaten eines Punktes oder die Länge einer Dreieckseite ordentlich übereinstimmen, so ist damit noch nicht erwiesen, daß keine Rechenfehler bestehen. Würde hier die Rechnung einer sichern Kontrolle unterzogen, so wäre dann der Unterschied in der Rechenarbeit gegenüber der M. d. kl. Q. nicht mehr erheblich.

Betrachtet man die M. d. kl. Q. für sich, so ist es eine unbestrittene Tatsache, daß sie die beste von den angewandten Methoden ist. Sie ist wissenschaftlich und schont doch die Resultate der Praxis, die, so sorgfältig sie auch gemessen wurden, doch

immer fehlerhaft sind, in vorzüglicher Art. Die Summe der Quadrate der Verbesserungen, welche an den fehlerhaften Messungen anzubringen sind, soll ein Minimum sein. Klingt das nicht wie eine große Genugtuung, daß z. B. meine Dreieckswinkel, welche mit allen Vorsichtsmaßregeln gemessen wurden und denen ich das vollste Zutrauen entgegenbringe, bei der Fehlerverteilung eine möglichst kleine Korrektur erhalten sollen. Diese Genugtuung verschafft einem das noch vielfach übliche Rechenverfahren nicht. Dort erfährt man nicht einmal, um wie viel sich die teuer erkauften Dreieckswinkel am Ende geändert haben. Ich bin überzeugt, daß mancher Geometer, würde er sich in dieser Hinsicht Rechenschaft geben wollen, er arge Enttäuschungen erleben würde; denn durch die fortgesetzte Anwendung des einfachen arithmetischen Mittels, zuerst bei Berechnung der definitiven Seitenlängen und dann der definitiven Koordinaten, können die Dreieckswinkel verschiedene, oft entgegengesetzte, oft sich addierende Veränderungen erleiden, und die Größe dieser Veränderungen ist nur schwer ohne weiteres zu erschen.

Von der großen Reihe von Vorzügen, welche die M. d. kl. Q., bzw. ihre Anwendung in der praktischen Geometrie besitzt, möchte ich, um zum Schlusse überzugehen, nur noch einen erwähnen. Die bessere Kenntnis von der Fehlerverteilung und Fehlerfortpflanzung, welche man beim Studium des wissenschaftlichen Ausgleichungsprinzips erhält, hat auch zur direkten Folge, daß man viel rationellere Netzverbindungen herstellt und einen vorteilhafteren Berechnungsplan konstruiert, als es ohne diese Kenntnis geschieht und geschehen muß. Und noch eins: Macht nicht die Triangulation stets den beliebtesten Teil einer Katastervermessung aus? Ist sie nicht heute noch beinahe das Einzige, was die Freidigkeit und das Interesse an einer Vermessungsarbeit wacherhält, heute, wo das Vermessungswesen angefangen hat, fabrikmäßig betrieben zu werden? Doch gewiß! Die trigonometrische Arbeit verdient daher in erster Linie gepflegt und der ihr zukommende ideale wie praktische Wert möglichst erhöht zu werden. Geschieht dies nicht, so stehen wir stille, Stillstand aber ist Rückschritt!