Zeitschrift: Veröffentlichungen des Geobotanischen Institutes der Eidg. Tech.

Hochschule, Stiftung Rübel, in Zürich

Herausgeber: Geobotanisches Institut, Stiftung Rübel (Zürich)

Band: 101 (1989)

Artikel: Mechanische Belastbarkeit natürlicher Schilfbestände durch Wellen.

Wind und Treibzeug = Mechanical impacts on natural reed stands by

wind, waves and drift

Autor: Binz-Reist, Hans-Rudolf

Kapitel: Teil II. Die mechanische Beanspruchung des Schilfes:

Wechselwirkungen zwischen Halm und Treibzeug: ein mathematisches

Modell

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-308911

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

4. WECHSELWIRKUNGEN ZWISCHEN HALM UND TREIBZEUG - EIN MATHEMATISCHES MODELL

4.1 ALLGEMEINES

Im vorangegangen Kapitel 3 haben wir die auf das Schilf wirkenden Belastungen zusammengestellt, im noch folgenden Teil III werden Festigkeit und Steifigkeit der Halme besprochen, welche das Schilf den Belastungen entgegensetzt. Hier geht es nun darum, all diese Größen und Gleichungen (Wind- und Wasserdruck, Bewegung des Treibzeugs, die noch zu besprechende Verformung des Halmes) miteinander zu verknüpfen und die daraus resultierenden Bewegungen zu formulieren (mathematisches Modell). Diese Bewegungen verursachen zeitlich veränderliche Durchbiegungen δ (Auslenkungen gegenüber dem Ruhezustand, vgl. Fig. 4.1.); sind diese Durchbiegungen für jeden Punkt des Halmes bekannt (Biegelinie), so lassen sich daraus die Verformun-

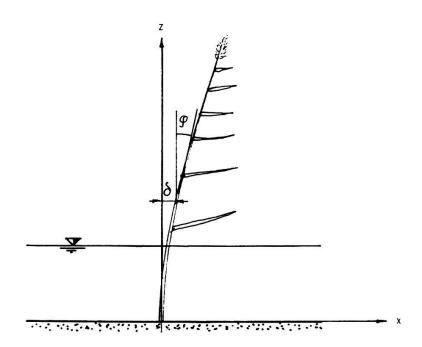


Fig. 4.1. Schilfhalm mit den durch die Belastung verursachten Durchbiegungen $\delta(z)$. $\delta'(z)$ ist gleich dem Tangens des eingezeichneten Winkels φ .

gen des Halmes (Krümmung Φ) und aus diesen die Beanspruchungen (Biegemoment M) ableiten.

Diese Begriffe werden in Teil III, Kapitel 1., definiert und näher erläutert. Ebenso sind dort die Beziehungen zwischen äußeren Belastungen und den Durchbiegungen dargestellt. Wir sehen dort in Gleichung (III 1.19), daß das Biegemoment direkt proportional zur Halmkrümmung Φ ist. Unter den für Festigkeitsversuche zutreffenden Voraussetzungen kleiner Verformungen und näherungsweise über das ganze betrachtete Stück konstanter Querschnittswerte (Trägheitsmoment J, Elastizitätsmodul E) kann die Krümmung Φ gleich der zweiten Ableitung δ " der Durchbiegung in Richtung der z-Achse gesetzt werden. Die daraus entstehende Differentialgleichung kann geschlossen integriert werden, wodurch sich eine einfache Beziehung zwischen Last und Durchbiegung ergibt.

Betrachten wir den ganzen Halm, so gelten beide Voraussetzungen dazu nicht mehr: Schon kleine Beanspruchungen führen in den oberen Halmpartien zu großen Auslenkungen, da der Halm nur an seinem unteren Ende gehalten wird und im Verhältnis zu seinem Durchmesser sehr lang ist. Zur Betrachtung des ganzen Halmes muß deshalb die exakte Gleichung zur Berechnung der Krümmung in Verbindung mit (III 1.19) verwendet werden:

$$\Phi = \frac{\delta''}{(1 + \delta'^2)^{3/2}} = \frac{M}{E \cdot J}$$
 [rad/m] (41.1)

 Φ ... Halmkrümmung [rad/m = m⁻¹]

M ... Biegemoment [N·m]

 $E \cdot J$... Biegesteifigkeit (vgl. Teil III) [N·m²]

 δ ... Durchbiegung (Auslenkung) des Halmes in x-Richtung [m]

 δ ' ... Erste Ableitung der Durchbiegung nach z (= Tangens des Drehwinkels) [-]

 δ'' ... Zweite Ableitung der Durchbiegung nach z [m⁻¹]

Daß diese Differentialgleichung nicht mehr geschlossen integrierbar ist, braucht wohl kaum besonders hervorgehoben zu werden. Die Querschnitte $(E \cdot J)$ verändern sich längs des Halmes sehr stark, der Halm ist unten dick und besteht aus stark verfestigtem Gewebe, oben dagegen ist er dünn und wenig verfestigt. Es ist an sich möglich, (41.1) numerisch zu integrieren (wozu noch das Biegemoment M als Funktion der äußeren Belastung ausgedrückt werden müßte), dieser Weg wäre jedoch nur bei einem statischen Problem gangbar. Beim Schilfhalm, der durch dynamische Einflüsse (Wellen, Wind) belastet wird, sind aber gerade die zeitlichen Veränderungen von Belastung und Verformung (= Bewegung) charakteristisch. Gleichung (41.1) muß daher noch

sachten Bewegungen ergänzt werden. Diese Ergänzung liefert das zweite Newton'sche Prinzip ("Kraft = Masse mal Beschleunigung"). Die Beschleunigung eines Masseteilchen ist gleich der vollständigen zweiten Ableitung (Differenzierung) der Bewegung nach der Zeit. Für ein Element, das sich nur in x-Richtung (entsprechend δ) bewegt heißt dies

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = x^{-1}$$
 [m/s²] (41.2)
 a_x ... Beschleunigung in x-Richtung
 t ... Zeit [s]

Dasselbe gilt analog für die y- und z-Richtung. Auch bei den Durchbiegungen sind noch die beiden anderen Raumdimensionen zu berücksichtigen, denn bei stärkerer Biegung verschiebt sich ein Element des Halmes nicht nur waagrecht, sondern auch nach unten. Die y-Dimension kann vernachlässigt werden, wenn wir, wie bei den Wellentheorien, eine ebene Bewegung voraussetzen und die x- und z-Achse in dieser Ebene liegen. Diese Voraussetzung ist dann einigermaßen erfüllt, wenn die Wellen langkämmig sind und sich in der Windrichtung fortpflanzen und wenn sich innerhalb des betrachteten Zeitraumes diese Richtungen nicht ändern.

Verknüpft man das für die Situation des Schilfhalmes formulierte, zweite Newton'sche Prinzip mit der ebenfalls entsprechend umgeformten Gleichung (41.1), so entsteht ein System von Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit Ableitungen sowohl nach der Zeit, als auch nach den Raumkoordinaten. Der enorme Aufwand einer numerischen Integration dieser Gleichungen wäre mit den heutigen elektronischen Rechenanlagen zu bewältigen. Dies wäre jedoch nur dann sinnvoll, wenn die benötigten Parameter (Biegesteifigkeit und spezifische Masse des Halmes in jedem Punkt, Wasser- und Luftwiderstandskoeffizienten usw.) bei vernünftigem Aufwand mit einer adäquaten Genauigkeit bestimmt werden könnten. Dies ist jedoch nicht der Fall, wie aus Kap. 3. und dem noch folgenden Teil III hervorgeht.

Aus diesen Gründen, und weil schon die Gleichung (III 1.19) und damit (41.1) Modelle auf Grund bestimmter Annahmen sind, erscheint es sinnvoll, den Schilfhalm mit einem noch weiter abstrahierenden Modell zu beschreiben. Der Grundgedanke dieses Modells besteht darin, das Kontinuum Schilfhalm zu diskretisieren, das heißt wir stellen uns den Halm unterteilt in mehrere prismatische, starre Teilstäbe vor (Fig. 4.2.). Diese Stäbe biegen sich demnach nicht; Verformungen sind dadurch möglich, daß die Stäbe unter sich durch "elastische Gelenke" (die man sich als Drehfedern vorstellen kann) ver-

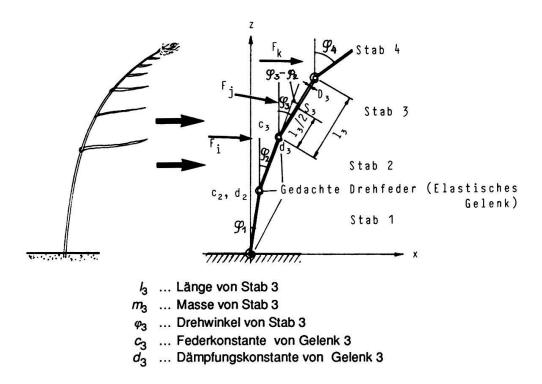


Fig. 4.2. Abstraktion des Schilfhalmes zu einem Modell aus (hier 4) starren Teilstäben, die durch elastische Gelenke untereinander verbunden sind. Die äußeren Kräfte F_i entsprechen den Belastungen durch Wind, Wellen, Treibzeug usw.

bunden sind.

Der Ausdruck "elastisches Gelenk" bedeutet, daß der Winkel zwischen zwei Teilstäben direkt proportional dem herrschenden Biegemoment ist, die gedachte Drehfeder ist also dann entspannt, wenn die beiden Teilstäbe in einer Linie liegen.

Da die Verformungen ziemlich rasch entstehen und sich verändern, ist die dabei entstehende innere Reibung nicht zu vernachlässigen. Sie äußert sich als Dämpfungsmoment in den Gelenken. Mangels weiterer Grundlagen wird auch hier ein linearer Ansatz verwendet, der die Reibungsphänomene bei nicht zu großer Geschwindigkeit in der Regel zutreffend erfaßt. Das Dämpfungsmoment ist daher direkt proportional zur Geschwindigkeit $\Delta \varphi_i$ der Winkeländerung zwischen den betreffenden Teilstäben, die Richtung ist entgegengesetzt der Winkelgeschwindigkeit.

Im *i*-ten Gelenk (zwischen dem [*i*-1]-sten und dem *i*-ten Teilstab) wirkt als totales Moment die Summe des elastischen (Biegemoment) und des Dämpfungsmomentes:

$$M_i = c_i \cdot \Delta \varphi_i + d_i \cdot \Delta \varphi_i$$
 [N·m] (41.3)

 M_i ... Totales Moment im *i*-ten Gelenk [N·m]

c_i ... Proportionalitätsfaktor für das (elastische) Biegemoment ("Federkonstante") [N·m/rad]

d_i ... Proportionalitätsfaktor für das Dämpfungsmoment ("Dämpfungskonstante") [N·m·s/rad]

 $\Delta \varphi_i$... Winkel zwischen den beiden Teilstäben [rad] $\Delta \varphi_i$... Änderung des Winkels $\Delta \varphi_i$ pro Zeiteinheit [rad/s]

Die "Federkonstanten" c_i dieses Modells entsprechen der (kontinuierlichen) Biegesteifigkeit des Halmes, der Winkel $\Delta \varphi_i$ entspricht dem Produkt von mittlerer Halmkrümmung und dem Abstand von Mitte zu Mitte der beiden an das betreffende Gelenk anschließenden Teilstäbe i und i-1 (Fig. 4.3.), bzw.:

$$\Phi_m = \frac{\Delta \varphi_i}{1/2 (l_{i-1} + l_i)}$$
 [rad/m] (41.4)

 Φ_m ... Mittlere Krümmung des dem i-ten Gelenk entsprechenden Halmstücks [rad/m]

 l_i, l_{i-1} ... Länge des i-ten bzw. (i-1)-sten Teilstab [m]

Da sich nach der schon erwähnten Annahme alle Bewegung in der x-z-Ebene abspielen, kann die Lage jedes Stabes durch eine einzige Größe eindeutig definiert werden (1 Freiheitsgrad pro Stab): Nehmen wir an, i-1 Stäbe seien in ihrer Lage festgelegt, so kann sich der i-te Stab nur um sein unteres (das i-te) Gelenk drehen. Es ist deshalb naheliegend, als Lagekoordinate für die Teilstä-

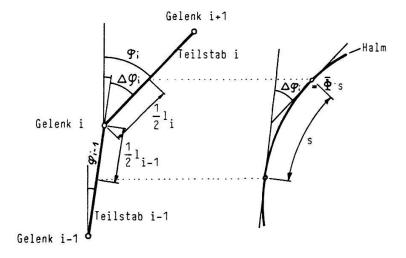


Fig. 4.3. Beziehung zwischen dem Winkel zweier Teilstäbe und der mittleren Krümmung des entsprechenden Halmstücks.

be diesen Drehwinkel φ zu wählen, bezogen auf die z-Achse und positiv im Uhrzeigersinn.

In den folgenden Kapiteln wird zunächst das System der Bewegungsdifferentialgleichungen für dieses Mehrstäbemodell hergeleitet, anschließend wird der Zusammenhang zwischen den Halmeigenschaften (Steifigkeit usw.) und den Modellparametern ("Federkonstanten" usw.) hergestellt.

FORMULIERUNG DES MATHEMATISCHEN MODELLS

4.2.1. Bewegungsgleichungen des Mehrstäbemodells

Die Bewegungsgleichungen eines mehrgliedrigen Systems werden am einfachsten mit Hilfe der Gleichungen von Lagrange (*1726 †1813) hergeleitet (vgl. Ziegler 1966 oder Dankert 1977 u.a.). Diese Gleichungen sind eine Anwendung des Prinzips der virtuellen Arbeit, welches besagt, daß bei einem virtuellen (d.h. gedachten) Verschiebungszustand die Summe der von den äußeren, den inneren und den Trägheitskräften geleisteten Arbeit gleich 0 ist. Ist das System durch genau so viele Lagekoordinaten q beschrieben, wie es Freiheitsgrade hat, so kann die inkrementale Veränderung ("unendlich kleine" Zunahme δq) jeder einzelnen Lagekoordinate (wobei die übrigen konstant bleiben) als virtueller Verschiebungszustand im obigen Sinne aufgefaßt werden. Dies ist der Fall bei dem im vorigen Kapitel vorgestellten Mehrstäbemodell mit n Stäben, wenn die Drehwinkel der einzelnen Stäbe als Lagekoordinaten gewählt werden. Formuliert man das Prinzip der virtuellen Arbeiten für dieses Modell, indem man zur inkrementalen Veränderung jedes Stabdrehwinkels die entsprechenden Arbeiten der genannten Kräfte summiert und gleich 0 setzt, erhält man n (= Anzahl Stäbe) Bewegungsdifferentialgleichungen.

Eine inkrementale Veränderung der i-ten Lagekoordinate q_i (in unserem Modell: Drehwinkel φ_i) heißt kurz i-te Elementarverschiebung. Die virtuelle Arbeit der Trägheitskräfte wird in den Lagrange'schen Gleichungen als Funktion der kinetischen Energie des Systems im allgemeinen Bewegungszustand (d.h. wenn sich alle Lagekoordinaten q_i mit der "verallgemeinerten Geschwindigkeit" q_i verändern) ausgedrückt, und zwar getrennt für jede einzelne Lagekoordinate q_i (linke Seite der Gleichung 42.1). Der Ausdruck "verallgemeinerte Geschwindigkeit" bezeichnet die Tatsache, daß es sich hier um effektive Geschwindigkeiten [m/s] oder Winkelgeschwindigkeiten [rad/s] handeln kann, je nachdem ob die entsprechende Lagekoordinate eine Strecke oder ein Winkel ist. Die Gleichungen von Lagrange lauten somit:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\delta A_i}{\delta q_i} = Q_i \quad , \quad i = 1 \dots n$$
 (42.1)

T ... Kinetische Energie des Systems im allgemeinen Bewegungszustand

 q_i ... i-te Lagekoordinate q_i ... i-te verallgemeinerte Geschwindigkeit (Ableitung von q_i nach der

 δA_i ... Virtuelle Arbeit aller inneren und äußeren Kräfte bei einer Elementarverschiebung δq_i

Q; ... i-te verallgemeinerte Kraft

Die *i*-te verallgemeinerte Kraft ist der Quotient aus der virtuellen Arbeit aller inneren und äußeren Kräfte bei einer Elementarverschiebung δq_i und hat die Dimension einer Kraft, wenn q_i eine Strecke, und die Dimension eines Momentes, wenn q_i ein Winkel ist.

In unserem Modell sind die Winkel φ zwischen der z-Achse und der Stabachse die Lagekoordinaten. In dem mit der obigen Gleichung definierten Gleichungssystem kann deshalb einfach q_i durch φ_i und q_i durch φ_i ersetzt werden.

Die kinetische Energie jedes Teilstabes setzt sich zusammen aus der Translationsenergie T_T und der Rotationsenergie T_R . Bezeichnet v_{si} die (vektorielle) Geschwindigkeit des Schwerpunktes S_i des *i*-ten Teilstabes und v_{si} deren Betrag, so wird die Translationsenergie dieses Teilstabes

$$T_{T_i} = 1/2 m_i \cdot v_{si}^2$$
 [kg·m²/s² = N·m = J] (42.2)

und die Rotationsenergie

$$T_{Ri} = 1/2 I_{si} \cdot \varphi_i^{\cdot 2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_i l_i^2}{12} \varphi_i^{\cdot 2}$$
 [J] (42.3)

 I_{si} ... Massenträgheitsmoment des *i*-ten Teilstabes bezüglich des Schwerpunktes [kg·m²]

 m_i ... Masse des *i*-ten Teilstabes [kg] l_i ... Länge des *i*-ten Teilstabes [m]

Die Rotationsenergie ist in (42.3) bereits als Funktion der (Ableitung der) Lagekoordinaten ausgedrückt. Dagegen muß die Geschwindigkeit des Schwerpunktes für (42.3) entsprechend berechnet werden. In der Figur 4.4. sind die Geschwindigkeiten der Schwer- bzw. Gelenkpunkte der Stäbe eingezeichnet. Zusätzlich ist in dieser Figur zu sehen, wie diese Geschwindigkeiten durch vektorielle Addition der für jeden Stab neu hinzutretenden Komponenten $(v_{i\,0}=\varphi_i\cdot l_i)$ für das obere Stabende bzw. $1/2v_{i\,0}$ für den Schwerpunkt) zustande kommen. Bei der Numerierung ist zu beachten, daß die Gelenke jeweils dem oberen der beiden Teilstäbe zugeordnet sind.

Schreiben wir diese Geschwindigkeiten als Vektoren in x- und z-Komponenten, so folgt aus den geometrischen Verhältnissen der Figur 4.4.:

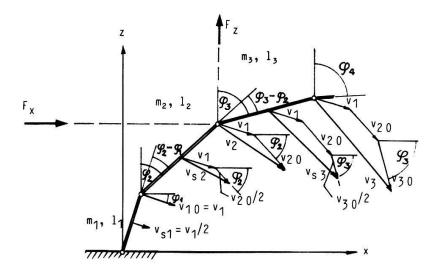


Fig. 4.4. Mehrstäbemodell eines Schilfhalmes mit eingezeichneten Geschwindigkeiten der Stabmitten (Schwerpunkte) und der Stabenden. Die äußere Kraft F (zerlegt in x- und z-Komponente) muß nicht notwendigerweise in einem Gelenk angreifen. Alle linearen Komponenten sind positiv in Richtung der eingezeichneten x- und z-Achse, die Winkel sind positiv im Uhrzeigersinn.

$$v_{10} = \varphi_1 \cdot l_1 \{\cos \varphi_1, -\sin \varphi_1\}$$

$$v_{i0} = \varphi_i \cdot l_i \{\cos \varphi_i, -\sin \varphi_i\}$$

$$v_{n0} = \varphi_n \cdot l_n \{\cos \varphi_n, -\sin \varphi_n\}$$
 [m/s] (42.4)

und

$$v_{s 1} = 1/2 \ v_{1 0} = 1/2 \ \varphi_{1} \cdot l_{1} \left\{ \cos \varphi_{1}, -\sin \varphi_{1} \right\}$$

$$v_{1} = v_{1 0} = \varphi_{1} \cdot l_{1} \left\{ \cos \varphi_{1}, -\sin \varphi_{1} \right\}$$

$$v_{s 2} = v_{1} + 1/2 \ v_{2 0} = \left\{ \varphi_{1} \cdot l_{1} \cos \varphi_{1} + 1/2 \varphi_{2} \cdot l_{2} \cos \varphi_{2}, -\varphi_{1} \cdot l_{1} \sin \varphi_{1} - 1/2 \varphi_{2} \cdot l_{2} \sin \varphi_{2} \right\}$$

$$v_{2} = v_{1} + v_{2 0} = \left\{ \varphi_{1} \cdot l_{1} \cos \varphi_{1} + \varphi_{2} \cdot l_{2} \cos \varphi_{2}, -\varphi_{1} \cdot l_{1} \sin \varphi_{1} - \varphi_{2} \cdot l_{2} \sin \varphi_{2} \right\}$$

$$v_{s i} = v_{i-1} + 1/2 \ v_{i 0} = \left\{ \sum_{k=1}^{i-1} \varphi_{k} \cdot l_{k} \cos \varphi_{k} + 1/2 \varphi_{i} \cdot l_{i} \cos \varphi_{i}, -\sum_{k=1}^{i-1} \varphi_{k} \cdot l_{k} \sin \varphi_{k} - 1/2 \varphi_{i} \cdot l_{i} \sin \varphi_{i} \right\}$$

$$(42.5)$$

$$v_{i} = v_{i-1} + v_{i0} = \{ \sum_{k=1}^{i} \varphi_{k} \cdot l_{k} \cos \varphi_{k}, -\sum_{k=1}^{i} \varphi_{k} \cdot l_{k} \sin \varphi_{k} \}$$

$$v_{n} = v_{n-1} + v_{n0} = \{ \sum_{k=1}^{n} \varphi_{k} \cdot l_{k} \cos \varphi_{k}, -\sum_{k=1}^{n} \varphi_{k} \cdot l_{k} \sin \varphi_{k} \}$$

$$(42.6)$$

Die Quadrate des Betrags der Geschwindigkeiten der Schwerpunkte erhält man durch Addition der Quadrate der entsprechenden x- und z-Komponenten. Mit Berücksichtigung der trigonometrischen Identitäten

$$\cos^2 \varphi_i + \sin^2 \varphi_i = 1 \tag{42.7}$$

und

$$\cos\varphi_i \cos\varphi_i + \sin\varphi_i \sin\varphi_i = \cos(\varphi_i - \varphi_i)$$
 (42.8)

sowie der von nun an geltenden Abkürzung

$$c_{ij} = \cos(\varphi_i - \varphi_j) = c_{ji} \tag{42.9}$$

(nicht zu verwechseln mit den "Federkonstanten" c_i der elastischen Gelenke) werden diese Geschwindigkeitsquadrate gleich

$$v_{s_1}^2 = \frac{1}{4} (\varphi_1)^2 \cdot l_1^2$$

$$v_{s_2}^2 = [(\varphi_1)^2 \cdot l_1^2 + \frac{1}{4} (\varphi_2)^2 \cdot l_2^2 + \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot l_1 l_2 \cdot c_{21}]$$

$$\vdots$$

$$v_{s_i}^2 = [\sum_{j=1}^{i-1} (\varphi_j)^2 \cdot l_j^2 + \frac{1}{4} (\varphi_i)^2 \cdot l_i^2 + 2 \sum_{k=2}^{j-1} \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_j \cdot \varphi_k \cdot l_j l_k \cdot c_{kj} + \sum_{j=1}^{i-1} \varphi_j \cdot \varphi_i \cdot l_j l_i \cdot c_{ij}] . \qquad (42.10)$$

Damit kann die kinetische Energie der Teilstäbe berechnet werden, indem die Geschwindigkeitsquadrate (42.10) in (42.2) eingesetzt werden $(v_{si}^2 = |v_{si}|^2 = v_{si}^2)$. Addiert man dazu die Rotationsenergie und berücksichtigt, daß

$$1/12 (\varphi_i)^2 \cdot l_i^2 + 1/4 (\varphi_i)^2 \cdot l_i^2 = 1/3 (\varphi_i)^2 \cdot l_i^2$$
 (42.11)

so wird die gesamte kinetische Energie der Teilstäbe gleich

$$T_{1} = 1/2 m_{1} \cdot [1/3(\varphi_{1})^{2} \cdot l_{1}^{2}]$$

$$T_{2} = 1/2 m_{1} \cdot [(\varphi_{1})^{2} \cdot l_{1}^{2} + 1/3(\varphi_{2})^{2} \cdot l_{2}^{2} + \varphi_{1} \cdot \varphi_{2} \cdot l_{1} l_{2} \cdot c_{21}]$$

$$T_{i} = 1/2 \, m_{i} \left[\sum_{j=1}^{i-1} (\varphi_{j})^{2} \cdot l_{j}^{2} + 1/3 \, (\varphi_{i})^{2} \cdot l_{i}^{2} \right] + 2 \sum_{k=2}^{j-1} \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_{j} \cdot \varphi_{k} \cdot l_{j}^{2} \, l_{k} \cdot c_{kj} + \sum_{j=1}^{i-1} \varphi_{j} \cdot \varphi_{i} \cdot l_{j}^{2} \, l_{i} \cdot c_{ij}^{2} \right] . \tag{42.12}$$

Summiert man die kinetische Energie aller Teilstäbe (i = 1...n), so erhält man die kinetische Energie des ganzen Systems:

$$2 T = (\varphi_{1})^{2} \cdot l_{1}^{2} (1/3m_{1} + \sum_{k=2}^{n} m_{k}) + (\varphi_{2})^{2} \cdot l_{2}^{2} (1/3m_{2} + \sum_{k=3}^{n} m_{k}) + \dots$$

$$+ (\varphi_{i})^{2} \cdot l_{i}^{2} (1/3m_{i} + \sum_{k=i+1}^{n} m_{k}) + \dots + (\varphi_{n})^{2} \cdot l_{n}^{2} \cdot 1/3m_{n} + \dots$$

$$+ 2 \varphi_{1} \varphi_{2} \cdot l_{1} l_{2} c_{21} (1/2m_{2} + \sum_{k=3}^{n} m_{k}) + \dots$$

$$+ 2 \sum_{j=1}^{i-1} [\varphi_{j} \varphi_{i} \cdot l_{j} l_{i} c_{ij} (1/2m_{i} + \sum_{k=i+1}^{n} m_{k})] + \dots$$

$$+ 2 \sum_{i=1}^{n-1} [\varphi_{j} \varphi_{n} \cdot l_{j} l_{n} c_{nj} \cdot 1/2m_{n}]$$

$$(42.13)$$

Die Ausdrücke in den runden Klammern () sind Konstante, die im folgenden mit

$$M_{in} = 1/3m_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k$$
 [kg] (42.14)

$$M_{nn} = 1/3m_n$$
 [kg] (42.15)

$$M_{in}' = 1/2m_i + \sum_{k=i+1}^{n} m_k = M_{in} + 1/6m_i$$
 [kg] (42.16)

$$M_{nn} = 1/2m_n$$
 [kg] (42.17)

abgekürzt werden. Die kinetische Energie des Stabsystems lautet damit:

$$T = 1/2 \sum_{i=1}^{n} (\varphi_{i})^{2} \cdot l_{i}^{2} M_{in} + \sum_{i=2}^{n} [M_{in}] \cdot \sum_{j=1}^{i-1} (\varphi_{j} \cdot \varphi_{i} \cdot l_{j} \cdot l_{i} \cdot c_{ij})].$$

$$(42.18)$$

Analog zu den c_{ii} definieren wir nun

$$s_{ii} = \sin(\varphi_i - \varphi_i) = -s_{ii}$$
 (42.19)

In den Gleichungen von Lagrange (42.1) kommen Ableitungen nach den φ_i , nach den φ_i und nach der Zeit vor. Die c_{ij} nach diesen drei Variablen abgeleitet sind:

$$\frac{\partial c_{ij}}{\partial \varphi_i} = -\sin(\varphi_i - \varphi_j) = -s_{ij} = s_{ji}$$
 (42.20)

$$\frac{\partial c_{ij}}{\partial \varphi_j^{\cdot}} = \sin(\varphi_i - \varphi_j) = s_{ij} \tag{42.21}$$

$$\frac{dc_{ij}}{dt} = -(\varphi_i - \varphi_j) \sin(\varphi_i - \varphi_j) = -(\varphi_i - \varphi_j) s_{ij}$$
 (42.22)

So können die Ausdrücke auf der linken Seite von (42.1) nun in Funktion der Lagekoordinaten formuliert werden. Mit

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_{i}} = (\varphi_{i}^{\cdot})^{2} l_{i}^{2} M_{in} + M_{in}^{\prime} \sum_{j=1}^{i-1} (\varphi_{j}^{\cdot} l_{j} l_{i} c_{ij}) +$$

$$+ \sum_{k=i+1}^{n} [M_{kn}^{\prime} \varphi_{k}^{\cdot} l_{i} l_{k} c_{ki}]$$
(42.23)

wird

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \varphi_{i}} = \varphi_{i}^{"} l_{i}^{2} M_{in} + M_{in}^{'} \sum_{j=1}^{i-1} \{ l_{j} l_{i} [\varphi_{i}^{"} c_{ij} - \varphi_{j}^{'} (\varphi_{i}^{'} - \varphi_{j}^{'}) s_{ij}] \} +
+ \sum_{k=i+1}^{n} [M_{kn}^{'} l_{i} l_{k} \{ \varphi_{k}^{"} c_{ki} - \varphi_{k}^{'} (\varphi_{k}^{'} - \varphi_{i}^{'}) s_{ki} \}]$$
(42.24)

und

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = -M_{in'} \sum_{j=1}^{i-1} \{ \varphi_i \cdot \varphi_j \cdot l_j l_i \cdot s_{ij} \} + \sum_{k=i+1}^{n} [M_{kn'} \cdot \varphi_i \cdot \varphi_k \cdot l_i l_k \cdot s_{ki}].$$

$$(42.25)$$

Durch Subtraktion der Gleichung (42.25) von (42.26) erhalten wir die linke Seite von (42.1):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial q_{i}} - \frac{\partial T}{\partial q_{i}} = \varphi_{i}^{...} l_{i}^{2} M_{in} + M_{in}^{...} \sum_{j=1}^{i-1} \{l_{j} l_{i} (\varphi_{i}^{...} c_{ij} - \varphi_{j}^{...} \varphi_{i}^{...} s_{ij} + \varphi_{j}^{...2} s_{ij})\} + \\
+ \sum_{k=i+1}^{n} [M_{kn}^{...} l_{i} l_{k} \{\varphi_{k}^{...} c_{ki} - \varphi_{k}^{...2} s_{ki} + \varphi_{i}^{...} \varphi_{k}^{...} s_{ki} - \\
- \varphi_{i}^{...} \varphi_{k}^{...} s_{ki}\}]$$

$$= \varphi_{i}^{...} l_{i}^{2} M_{in} + M_{in}^{...} \sum_{j=1}^{i-1} \{l_{j} l_{i} (\varphi_{i}^{...} c_{ij} + \varphi_{j}^{...2} s_{ij})\} + \\
+ \sum_{k=i+1}^{n} [M_{kn}^{...} l_{i} l_{k} \{\varphi_{k}^{...} c_{ki} + \varphi_{k}^{...2} s_{ik}\}] \qquad (42.26)$$

Auf der rechten Seite der Gleichung (42.1) steht die virtuelle Arbeit der innern und äußeren Kräfte bei einer Elementarverschiebung $\delta \varphi_i$, kurz als *i*-te Elementararbeit bezeichnet. Es sei nochmals daran erinnert, daß bei der *i*-ten Elementarverschiebung der Winkel φ_i um $\delta \varphi_i$ vergrößert wird, während die übrigen unverändert bleiben. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache sind folgende Beiträge zur *i*-ten Elementararbeit δA_i zu berücksichtigen:

- δA_F : Die Arbeit der äußeren Kräfte F, so weit ihr Angriffspunkt bei der i-ten Elementarverschiebung verschoben wird. In unserem Modell sind dies all jene Kräfte, deren Angriffspunkt oberhalb des i-ten Gelenks liegt.
- δA_{el} : Elastische Arbeit des Stabes *i*. Durch die Verdrehung dieses Stabes um $\delta \varphi_i$ wird der Winkel zwischen dem (i-1)-ten und dem i-ten Stab um $\delta \varphi_i$ vergrößert, jener zwischen dem i-ten und dem (i+1)-ten um $\delta \varphi_i$ verkleinert. Die in diesen beiden Gelenken wirkenden elastischen Momente leisten damit (elastische) Arbeit.
- δA_d : Dämpfungsarbeit des Stabes *i*. Analog zum elastischen Moment in den Gelenken *i* und *i*+1 leistet auch das dortige Dämpfungsmoment Arbeit.

Die Berechnung von δA_{Fi} folgt aus den in Fig. 4.5. dargestellten geometrischen Verhältnissen. Dabei sind alle äußeren Kräfte F, welche oberhalb oder innerhalb des i-ten Teilstabes angreifen, zu berücksichtigen (die unterhalb angreifenden werden bei einer Winkeländerung $\delta \varphi_i$ nicht verschoben und leisten damit keine Arbeit).

- Kraft F oberhalb des Stabes i angreifend:

$$\delta A_{Fi} = F_x \, \delta x + F_z \, \delta z = (F_x \cos \varphi_i - F_z \sin \varphi_i) \, l_i \cdot \delta \varphi_i \tag{42.27}$$

 F_{χ} , F_{Z} ... Waagrechte und senkrechte Komponente der äußeren Kraft F δx , δz ... Waagrechte und senkrechte Komponente der durch die Winkeländerung $\delta \varphi_{i}$ bewirkten Verschiebung des Angriffspunktes der äußeren Kraft F

- Kraft F' innerhalb des Stabes i angreifend:

$$\delta A_{Fi} = (F_x' \cos \varphi_i - F_z' \sin \varphi_i) l_{Fi} \cdot \delta \varphi_i$$
 (42.28)

 l_{Fi} ... Abstand des Angriffspunktes der Kraft F' vom unteren Ende des Stabes i

Bei der Berechnung der Arbeit des elastischen und des Dämpfungsmomentes ist zu berücksichtigen, daß beide Momente, wenn sie positiv sind (d.h. $\varphi_{i+1} > \varphi_i$, bzw. $\varphi_{i+1} > \varphi_i$) verkleinernd auf den Winkel zwischen den zwei betreffenden Stäben wirken. Damit wird

$$\delta A_{eli} = [-c_i (\varphi_i - \varphi_{i-1}) + c_{i+1} (\varphi_{i+1} - \varphi_i)] \cdot \delta \varphi_i$$
 (42.29)

und

$$\delta A_{di} = [-d_i (\varphi_i - \varphi_{i-1}) + d_{i+1} (\varphi_{i+1} - \varphi_i)] \cdot \delta \varphi_i . \qquad (42.30)$$

Durch Addition und Ausklammern erhalten wir die gesamte i-te Elementararbeit:

$$\begin{split} \delta A_{i} &= \delta A_{Fi} + \delta A_{el\,i} + \delta A_{d\,i} \\ &= \delta \varphi_{i} \left\{ c_{i} \, \varphi_{i-1} - (c_{i} + c_{i+1}) \varphi_{i} + c_{i+1} \varphi_{i+1} + \right. \\ &+ d_{i} \, \varphi_{i-1} - (d_{i} + d_{i+1}) \varphi_{i+1} + d_{i+1} \varphi_{i+1} + \\ &+ l_{i} \, \sum_{F \, \text{oberh. des Stabes } i} \left[l_{Fi} \, (F_{x} \, \cos \varphi_{i} - F_{z} \, \sin \varphi_{i}) + \right. \\ &+ \sum_{F \, \text{oberh. des Stabes } i} \left[l_{Fi} \, (F_{x} \, \cos \varphi_{i} - F_{z} \, \sin \varphi_{i}) \right] \right\} \end{split} \tag{42.31}$$

Die *i*-te Lagrange'sche Gleichung unseres Mehrstäbemodells erhalten wir durch Gleichsetzen der Gleichungen (42.26) mit (42.31) und Dividieren durch $\delta \varphi_i$.

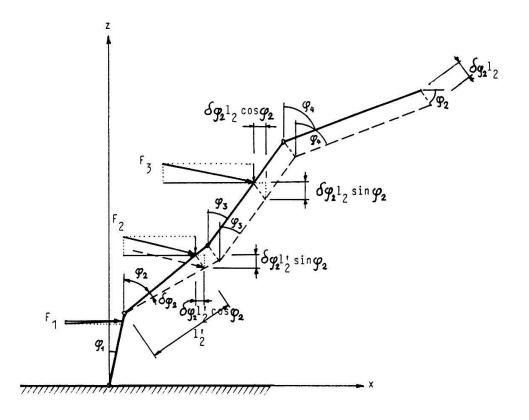


Fig. 4.5. Verschiebung der äußeren Kräfte F infolge einer Elementarverschiebung $\delta \varphi_i$ (hier: $\delta \varphi_2$).

Zur besseren Übersichtlichkeit werden dazu folgende Abkürzungen definiert:

$$\omega_{ii}^{2} = l_{i}^{2} M_{in}$$

$$\omega_{ij}^{2} = l_{j} l_{i} M_{in}'$$

$$\gamma_{i i-1} = c_{i} = \gamma_{i-1 i}$$

$$\gamma_{i i} = c_{i} + c_{i+1}$$

$$\gamma_{i i+1} = c_{i+1}$$

$$\delta_{i i-1} = d_{i} = \delta_{i-1 i}$$

$$\delta_{i i} = d_{i} + d_{i+1}$$

$$\delta_{i i+1} = d_{i+1}$$

$$(42.32)$$

$$(42.33)$$

$$(42.35)$$

$$(42.37)$$

$$(42.38)$$

$$(42.39)$$

Nimmt man alle "inneren" Größen auf die linke und alle "äußeren" auf die rechte Seite des Gleichheitszeichens, so erhält die *i*-te Bewegungsdifferentialgleichung des Systems die Form

$$\sum_{j=1}^{i-1} (\omega_{ji}^{2} c_{ij} \varphi_{j}^{"}) + \omega_{ii}^{2} \varphi_{i}^{"} + \sum_{k=i+1}^{n} (\omega_{ik}^{2} c_{ki} \varphi_{k}^{"}) + \sum_{j=1}^{i-1} (\omega_{ji}^{2} s_{ij} \varphi_{j}^{-2}) + \sum_{k=i+1}^{n} (\omega_{ik}^{2} s_{ik} \varphi_{k}^{-2})$$

$$- \delta_{i \ i-1} \varphi_{i-1}^{-} + \delta_{i \ i} \varphi_{i}^{-} - \delta_{i \ i+1} \varphi_{i+1}^{-} - \gamma_{i \ i-1} \varphi_{i-1} + \gamma_{i \ i} \varphi_{i}^{-} - \gamma_{i \ i+1} \varphi_{i+1} =$$

$$= l_{i} \sum_{F} (F_{x} \cos \varphi_{i} - F_{z} \sin \varphi_{i}) + \sum_{F'} l_{Fi} (F_{x}^{'} \cos \varphi_{i} - F_{z}^{'} \sin \varphi_{i})$$

$$(42.40)$$

Definiert man folgende Vektoren:

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{cases} \qquad \varphi' = \begin{cases} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{cases} \qquad \varphi'^2 = \begin{cases} \varphi_1^{\cdot 2} \\ \varphi_2^{\cdot 2} \\ \vdots \\ \varphi_n^{\cdot 2} \end{cases} \qquad \varphi'' = \begin{cases} \varphi_1^{\cdot 2} \\ \varphi_2^{\cdot 2} \\ \vdots \\ \varphi_n^{\cdot 2} \end{cases} , (42.41)$$

analog dazu den Belastungsvektor ψ mit den Gliedern der rechten Seite von (42.41) als "Störfunktion"

$$\psi = \begin{cases} l_1 \sum_{F} (F_x \cos \varphi_1 - F_z \sin \varphi_1) + & \sum_{F'} l_{F1} (F_x' \cos \varphi_1 - F_z' \sin \varphi_1) \\ l_2 \sum_{F} (F_x \cos \varphi_2 - F_z \sin \varphi_2) + & \sum_{F'} l_{F2} (F_x' \cos \varphi_2 - F_z' \sin \varphi_2) \\ \vdots \\ l_n \sum_{F} (F_x \cos \varphi_n - F_z \sin \varphi_n) + & \sum_{F'} l_{Fn} (F_x' \cos \varphi_n - F_z' \sin \varphi_n) \end{cases}$$

und die Matrizen

$$M_{c} = \begin{vmatrix} \omega_{11}^{2} & \omega_{12}^{2}c_{12} & \omega_{13}^{2}c_{13} & \cdots & \omega_{1n}^{2}c_{1n} \\ \omega_{12}^{2}c_{21} & \omega_{22}^{2} & \omega_{23}^{2}c_{23} & \cdots & \omega_{2n}^{2}c_{2n} \\ \omega_{13}^{2}c_{31} & \omega_{23}^{2}c_{32} & \omega_{33}^{2} & \cdots & \omega_{3n}^{2}c_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \omega_{1n}^{2}c_{n1} & \omega_{2n}^{2}c_{n2} & \omega_{3n}^{2}c_{n3} & \cdots & \omega_{nn}^{2} \end{vmatrix}$$

$$Q = \begin{vmatrix} 0 & \omega_{12}^{2}s_{12} & \omega_{13}^{2}s_{13} & \cdots & \omega_{1n}^{2}s_{1n} \\ \omega_{12}^{2}s_{21} & 0 & \omega_{23}^{2}s_{23} & \cdots & \omega_{2n}^{2}s_{2n} \\ \omega_{13}^{2}s_{31} & \omega_{23}^{2}s_{32} & 0 & \cdots & \omega_{3n}^{2}s_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \omega_{1n}^{2}s_{n1} & \omega_{2n}^{2}s_{n2} & \omega_{3n}^{2}s_{n3} & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \gamma_{11} & -\gamma_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\gamma_{21} & \gamma_{22} & -\gamma_{23} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_{32} & \gamma_{33} & -\gamma_{34} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \gamma_{n} & -1 & \gamma_{n} & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \delta_{11} & -\delta_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\delta_{21} & \delta_{22} & -\delta_{23} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\delta_{32} & \delta_{33} & -\delta_{34} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \delta_{n} & n-1} & \delta_{n} & n \end{vmatrix}$$

dann kann das ganze Gleichungssystem nach einigen Umstellungen viel einfacher angeschrieben werden:

$$\underline{M_c \, \varphi^{\cdot \cdot} = \psi \cdot \Omega \, \varphi^{\cdot 2} \cdot \Delta \, \varphi \cdot \Gamma \, \varphi} \tag{42.47}$$

Die Glieder der Koeffizientenmatrizen berechnen sich nach (42.42 - 42.46), (42.32 - 42.39), (42.14 - 42.17) sowie (42.9) und (42.19).

Wie aus den Gleichungen (42.9), (42.34) und (42.37) hervorgeht, sind die Matrizen M_c , Γ und Δ symmetrisch, dagegen ist Ω gemäß (42.19) antimetrisch.

Die Analogie von (42.27) mit einer "normalen" Schwingungsdifferentialgleichung fällt sofort auf. Als Folge der großen Ausschläge, welche eine Linearisierung verbieten, sind allerdings die Koeffizienten nicht konstant und erscheint zusätzlich eine Funktion der φ^2 . Zur Integration muß deshalb das Differentialgleichungssystem (42.47) bei jedem Schritt zuerst nach φ^n aufgelöst werden, die Matrix M_c kann nicht "ein für alle Mal" invertiert werden.

4.2.2. Berücksichtigung der äußeren Kräfte in den Bewegungsgleichungen des Mehrstäbemodells (Störfunktion)

Der Belastungsvektor ψ (Störfunktion) erfaßt die Einwirkungen der äußeren Kräfte auf den Halm. Er setzt sich zusammen aus einem Teil ψ_T für den Einfluß des schwimmenden Treibzeugs (Normal- und Reibunskraft in der Berührungsstelle Halm-Treibzeug), aus ψ_{w+l} infolge der direkten Einwirkung von Wind und Wellen auf den Halm (Wasser- und Luftdruck) sowie dem Anteil ψ_g , resultierend aus dem Eigengewicht des Halms.

4.2.2.1. Der Einfluß des schwimmenden Treibzeugs

Die Bewegung des Treibzeugs infolge des Wellenganges wurde in Kapitel 3.3. untersucht und in den Gleichungen (33.9), (33.10) und (33.15) formuliert. Für jene Fälle, wo Treibzeug und Schilfhalm miteinander in Berührung stehen, müssen diese Gleichungen nach der wirkenden Kraft F aufgelöst werden. Diese Kraft kann dann entsprechend in die Störfunktion ψ des Gleichungssystems (42.47) eingesetzt werden. In der Figur 4.6. sind alle dazu notwendigen Größen eingezeichnet. Es ist zu beachten, daß in der Berührungsstelle Halm-Treibzeug zwei Punkte definiert werden, nämlich der Punkt T als Bestandteil des Treibzeugs und der Punkt T als Bestandteil des Halmes. Obwohl diese zwei Punkte momentan zusammenfallen, bewegen sie sich doch je mit verschiedener Geschwindigkeit.

Das Treibzeug berührt den b-ten Teilstab, während der den Wasserspiegel schneidende als der q-te bezeichnet sei. Selbstverständlich kann es sich auch beide Male um den selben Teilstab handeln (b=q). Der b-te Teilstab definiert ein lokales Koordinatensystem, in welchem der Ort des Treibzeugs durch die lokale Lagekoordinate r (= Abstand des Punktes T vom unteren Ende des b-ten Teilstabes) bestimmt ist. Die Länge l_r bezeichnet den Abstand

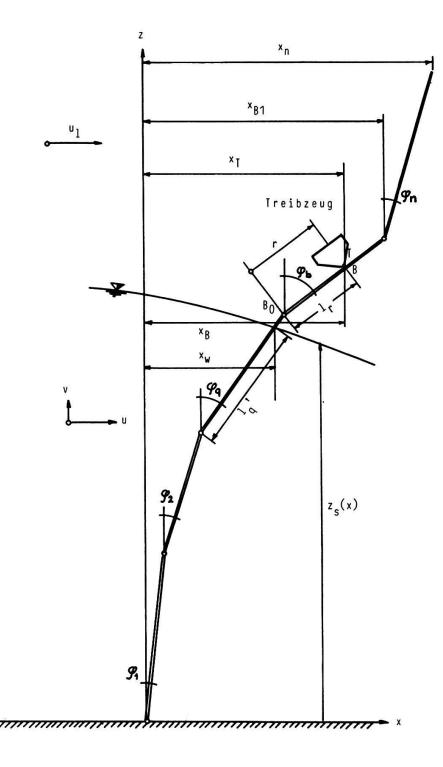


Fig. 4.6. Definitionsskizze für die zur Beschreibung des Zusammenwirkens von Treibzeug und Halm notwendigen Größen. (In diesem Beispiel ist der q-te Teilstab der dritte, der b-te der vierte.)

des Punktes B vom unteren Ende des b-ten Teilstabes. Die übrigen Größen gehen ohne weiteres aus der Figur 4.6. hervor.

Zusätzlich seien noch zwei Vektoren definiert:

$$x = \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} \tag{42.48}$$

(Ortsvektor; der entsprechende Punkt wird durch einen Index $[_T$ für Treibzeug, $_B$ für den Punkt B]bezeichnet)

Die Ortsvektoren können einmal (= Geschwindigkeit) oder zweimal (= Beschleunigung) nach der Zeit abgeleitet werden.

$$r = \begin{Bmatrix} r \sin \varphi_b \\ r \cos \varphi_b \end{Bmatrix} \tag{42.49}$$

(Relativer Ortsvektor in dem zu x und z parallelen, lokalen Koordinatensystem des b-ten Teilstabes)

Die Berechnung wird übersichtlicher, wenn wir zuerst die Relativbewegung des Treibzeug bezüglich des b-ten Teilstabes betrachten und hernach mit der Bewegung des Stabes b überlagern. In Figur 4.7. sind der b-te Teilstab und das Treibzeug noch einmal isoliert gezeichnet. Daraus gehen zusammen mit der Figur 4.6. folgende Zusammenhänge hervor:

$$x_{T}(t) = x_{B0}(t) + r(t)\sin\varphi_{b}(t) = \sum_{i=1}^{b-1} l_{i}\sin\varphi_{i}(t) + r(t)\sin\varphi_{b}(t)$$

$$z_{T}(t) = z_{B0}(t) + r(t)\cos\varphi_{b}(t) = \sum_{i=1}^{b-1} l_{i}\cos\varphi_{i}(t) + r(t)\cos\varphi_{b}(t) ,$$

$$(42.51)$$

analog

$$x_{B}(t) = x_{B0}(t) + l_{r}(t)\sin\varphi_{b}(t) = \sum_{i=1}^{b-1} l_{i}\sin\varphi_{i}(t) + l_{r}(t)\sin\varphi_{b}(t)$$
(42.52)

$$z_{B}(t) = z_{B0}(t) + l_{r}(t) \cos \varphi_{b}(t) = \sum_{i=1}^{b-1} l_{i} \cos \varphi_{i}(t) + l_{r}(t) \cos \varphi_{b}(t) .$$
(42.53)

Aus (42.50) und (42.51) folgt

$$r(t) = \frac{x_T(t) - x_{B0}(t)}{\sin \varphi_b(t)} = \frac{z_T(t) - z_{B0}(t)}{\cos \varphi_b(t)}$$
(42.54)

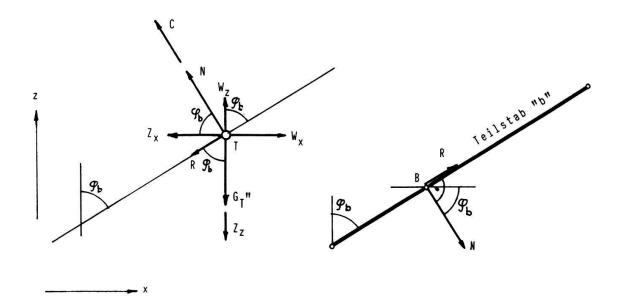


Fig. 4.7. Die an Halm und Treibzeug angreifenden Kräfte.

Links: Auf das Treibzeug wirkende Kräfte. Rechts: Auf den Halm wirkende Kräfte

 G_T " Gewicht des Treibzeugs, ggf. unter Wasser

 $egin{array}{ll} W_x,W_z & \mbox{Dynamischer Wasserdruck} \ Z_x,Z_z & \mbox{F\"{u}hrungskraft} \ Reibungskraft \end{array}$ Normalkraft

Da außer den Teilstablängen l_i alle verwendeten Größen Funktionen der Zeit sind, wird im folgenden die Indexierung (t) weggelassen.

Für die Geschwindigkeit des Treibzeugs gilt:

Absolute Geschwindigkeit = Führungsgeschwindigkeit + Relativgeschwindigkeit

$$x_{T} = x_{B} + r , \qquad (42.55)$$

in Komponenten ausgeschrieben

$$x_T = x_B + r \sin \varphi_b$$

$$z_T = z_B + r \cos \varphi_b$$
(42.56)
(42.57)

$$z_T = z_B + r \cos \varphi_b \tag{42.57}$$

Daraus die Relativgeschwindigkeit des Treibzeugs zum Stab:

$$r' = \frac{x_T \cdot x_B}{\sin \varphi_b} = \frac{z_T \cdot z_B}{\cos \varphi_b} . \tag{42.58}$$

Dabei ist

$$x_{B}' = x_{B0}' + l_{r} \varphi_{b}' \cos \varphi_{b} = \sum_{i=1}^{b-1} l_{i} \varphi_{i}' \cos \varphi_{i} + l_{r} \varphi_{b}' \cos \varphi_{b}$$
 (42.59)

und

$$z_{B}^{\cdot} = z_{B0}^{\cdot} - l_{r} \varphi_{b}^{\cdot} \sin \varphi_{b} = -\sum_{i=1}^{b-1} l_{i} \varphi_{i}^{\cdot} \sin \varphi_{i} - l_{r} \varphi_{b}^{\cdot} \sin \varphi_{b}$$
 (42.60)

Für die Beschleunigungen gilt analog:

Absolute Beschleunigung = Führungsbeschl. + Relative Beschl. + Coriolisbeschl.

$$x_T^{"} = x_B^{"} + r^{"} + r^{"} \frac{\partial}{\partial r} (x_B + x_T^{"})$$

$$(42.61)$$

Der letzte Term der obigen Gleichung, die Coriolisbeschleunigung, entsteht dadurch, daß der Berührungspunkt B(t+dt), in welchem das Treibzeug den Stab zur Zeit t+dt berühren wird, eine andere Geschwindigkeit hat als der Punkt B(t), wo das Treibzeug den Stab zur Zeit t berührt (Beschleunigung infolge der Verschiebung).

Die Differentialgleichung für die Bewegung des Treibzeugs auf dem Teilstab b folgt aus dem zweiten Newton'schen Prinzip, welches für Relativbewegungen folgende Form hat:

$$M r^{\cdot \cdot} = \sum (\text{Äußere Kräfte}) - Z - C$$
 (42.62)

Dabei werden die aus der Führungs- und der Coriolisbeschleunigung entstehenden Trägheitskräfte (Führungskraft Z und Corioliskraft C = Produkt von der Masse mit der entsprechenden Beschleunigung) als fiktive äußere Kräfte eingeführt. Die Führungskraft Z ist bei einer reinen Rotation des "Fahrzeugs" nichts anderes als die aus der Anschauung wohl bekannte Zentrifugalkraft. M ist die Masse des Treibzeugs M_T nebst der diesem zuzurechnenden Wassermasse M' gemäß Gleichung (33.5); vgl. Kap. 3.3.3.

Die Führungsbeschleunigung erhält man durch Ableitung der Gleichungen (42.59) und (42.60) nach der Zeit:

$$x_{B}^{"} = \sum_{i=1}^{b-1} (\varphi_{i}^{"} l_{i} \cos \varphi_{i} - \varphi_{i}^{'2} l_{i} \sin \varphi_{i}) + \varphi_{b}^{"} l_{r} \cos \varphi_{b} - \varphi_{b}^{'2} l_{r} \sin \varphi_{b}$$
(42.63)

und

$$z_{B}^{"} = \sum_{i=1}^{b-1} (-\varphi_{i}^{"}l_{i}\sin\varphi_{i} - \varphi_{i}^{'2}l_{i}\cos\varphi_{i}) - \varphi_{b}^{"}l_{r}\sin\varphi_{b} - \varphi_{b}^{'2}l_{r}\cos\varphi_{b},$$
(42.64)

die Coriolisbeschleunigung durch Ableitung derselben Gleichungen nach der Lagekoordinate r:

$$\frac{\partial}{\partial r} x_B = \varphi_b \cos \varphi_b = \frac{\partial}{\partial r} x_T \tag{42.65}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} z_B = \varphi_b \sin \varphi_b = \frac{\partial}{\partial r} z_T$$
 (42.66)

und Multiplikation mit 2r. Die Kräfte Z und F sind gleich der Masse M multipliziert mit den zugehörigen Beschleunigungen, sie sind diesen entgegengerichtet. In Komponenten ausgeschrieben sieht dies so aus, wenn die Kräfte in der in Figur 4.7. eingezeichneten Richtung positiv gesetzt werden:

$$Z_{r} = M x_{R}^{"} \tag{42.67}$$

$$Z_z = M z_B^{"} \tag{42.68}$$

$$C_x = M r' \frac{\partial}{\partial r} (x_B' + x_T') = 2 M r' \varphi_b' \cos \varphi_b$$
 (42.69)

$$C_z = M r' \frac{\partial}{\partial r} (z_B' + z_T') = 2 M r' \varphi_b' \sin \varphi_b$$
 (42.70)

Zu den äußeren Kräften gehört neben dem bereits in Kap. 3.3. behandelten Gewicht G_T , dem Auftrieb A und dem (dynamischen) Wasserdruck W noch die zwischen Halm und Treibzeug wirksame Kraft F. Diese wird zweckmäßigerweise aufgeteilt in den senkrecht zum b-ten Teilstab wirkenden Normaldruck N und die Reibungskraft R. Nach dem Gleitreibungsgesetz von Coulomb ist der Betrag der Reibungskraft direkt proportional zum Normaldruck:

$$R = \begin{cases} sign(r') \ \mu_1 \ N & (N > 0) \\ 0 & (N \le 0) \end{cases}$$
 (42.71)

 μ_1 ... Gleitreibungszahl [-]

Die Vorzeichenfunktion sign(r) stellt sicher, daß die Reibungskraft dann positiv gemäß Fig. 4.7. ist, wenn r positiv ist. Die Gleitreibungszahl ist ein Parameter, der experimentell bestimmt oder aus der Erfahrung geschätzt werden muß. Sie entspricht dem Tangens jenes Neigungswinkels einer Unterlage aus dem zur Diskussion stehenden Material, worauf der betrachtete Körper infolge seines Eigengewichts gerade ins Rutschen (Gleiten) gerät. Da Gewicht und Auftrieb immer in entgegengesetzt gleicher Richtung wirken, können sie zu einem einzigen Ausdruck vereinigt werden, dessen Größe und Richtung eine Funktion der Eintauchtiefe des Treibzeugs sind:

$$G_T" = G_T - A \tag{42.72}$$

In der Ruheschwimmlage ist G_T " gleich 0, vollständig aus dem Wassergehoben wird G_T " = G_T (kein Auftrieb in der Luft), während bei tieferem Eintauchen die resultierende Kraft G_T " nach oben zeigt (Betrag von Gewicht und Auftrieb nach Gl. 33.11 und 33.12).

Zerlegen wir das System "Halm mit Treibzeug" wie in der Figur 4.7. in die zwei Teilsysteme "Treibzeug" und "Halm (Teilstab b)", so lassen sich alle Kräfte übersichtlich darstellen. Dabei entsprechen die im linken Bild gezeichneten Kräfte der rechten Seite von (42.62), während jene des rechten Bildes in die Störfunktion ψ (Belastungsvektor) der Gleichung (42.47) eingehen, zusammen mit den später zu besprechenden direkten Einwirkungen von Wind und Wasser. Es ist zu beachten, daß (42.62) die Bewegung des Treibzeugs relativ zum Stab b beschreibt, wogegen (42.47) die absolute Bewegung im Koordinatensystem (x, z) formuliert. Deshalb erscheinen die (fiktiven) Kräfte C und Z der Relativbewegung im rechten Bild der Figur 4.7. nicht, sondern nur die resultierenden, wirklichen Kräfte Normaldruck N und Reibung R.

Gleichung (42.62) ist eine vektorielle Gleichung mit zwei Komponenten, d.h. ein Gleichungssystem, mit dem zwei Unbekannte eliminiert werden können. Zieht man noch das Gleitreibungsgesetz (42.71) hinzu, so können Normaldruck N, Relativbeschleunigung r und Reibungskraft R bestimmt bzw. eliminiert werden. Während die Relativbeschleunigung in der späteren Rechnung nicht mehr benötigt wird, können die Kräfte N und R, zusammengefaßt zu einer einzigen Kraft F, einerseits in (42.47), andererseits in die Bewegungsgleichungen (33.9) und (33.15) des Treibzeugs komponentenweise eingesetzt werden. Diese Gleichungen sind damit vollständig bestimmt. Dazu ist es zweckmäßig, die Gleichung (42.62) nicht in x- und z-Komponenten zu formulieren, sondern in dem durch den Teilstab b definerten Achsensystem (parallel und senkrecht zu diesem Teilstab, vgl. Fig. 4.7.):

- parallel:

$$W_x \sin \varphi_b + W_z \cos \varphi_b - Z_x \sin \varphi_b - R - G_T'' \cos \varphi_b - Z_z \cos \varphi_b = M r''$$

$$(42.73)$$

mit

$$M = M_T f_m (42.74)$$

 M_T ... Masse des Treibzeugs

 f_m ... Faktor für die Zusatzmasse nach Gl. (33.10)

- senkrecht:

$$N + C + Z_x \cos\varphi_b - W_z \sin\varphi_b - W_x \cos\varphi_b - G_T'' \sin\varphi_b - Z_z \sin\varphi_b = 0$$
(42.75)

Mit C bzw. Z nach den Gleichungen (42.67+70) erhalten wir aus (42.75) für den Betrag N der Normalkraft N

$$N = W_x \cos \varphi_b + (G_T'' - W_z) \sin \varphi_b - M (x_B'' \cos \varphi_b - z_B'' \sin \varphi_b + 2 r' \varphi_b')$$
(42.76)

Die einzelnen Größen lauten (in Klammern die zugehörige Gleichung):

$$W_{x} = f_{p} (G_{m} M_{T} u' + G_{d} \rho_{w}/2 A_{T} (u - x') | u - x'|$$
 (nach 33.8)

$$f_{m} = 1 + f_{p} (G_{m} - 1)$$
 (33.10)

$$f_{p} = \frac{z_{sT} - z_{u}}{A_{T}}, 0 \le f_{p} \le \rho_{w}/\rho_{T}$$
 (33.6)

$$G_{T}'' = M_{T} g (f_{p} - 1)$$
 (42.72 und 33.11+12)

$$W_{z} = G_{d} \rho_{w}/2 A_{T} (v - z') | v - z'|$$
 (33.13)

$$M = f_{m} M_{T}$$
 (42.74)

$$x_{B}'' = \sum_{i=1}^{b-1} (\varphi_{i}'' l_{i} \cos \varphi_{i} - \varphi_{i}'^{2} l_{i} \sin \varphi_{i}) + \varphi_{b}'' l_{r} \cos \varphi_{b} - \varphi_{b}'^{2} l_{r} \sin \varphi_{b}$$
 (42.63)

$$z_{B}'' = \sum_{i=1}^{b-1} (-\varphi_{i}'' l_{i} \sin \varphi_{i} - \varphi_{i}'^{2} l_{i} \cos \varphi_{i}) - \varphi_{b}'' l_{r} \sin \varphi_{b} - \varphi_{b}'^{2} l_{r} \cos \varphi_{b}$$
 (42.64)

$$r' = \frac{x_{T} - x_{B}}{\sin \varphi_{b}} = \frac{z_{T} - z_{B}}{\cos \varphi_{b}}$$
 (42.58)

$$x_{B} = \sum_{i=1}^{b-1} l_{i} \varphi_{i} \cos \varphi_{i} + l_{r} \varphi_{b} \cos \varphi_{b}$$
 (42.59)

$$z_{B}^{\cdot} = \sum_{i=1}^{b-1} -l_{i} \varphi_{i}^{\cdot} \sin \varphi_{i} - l_{r} \varphi_{b}^{\cdot} \sin \varphi_{b}$$
 (42.60)

 G_m ... Massenkoeffizient des Treibzeugs [-] G_d ... Schubkoeffizient des Treibzeugs [-] M_T ... Masse des Treibzeugs [kg] ρ_w ... Dichte des Wassers [kg/m³]

 ρ_T ... Dichte des Treibzeugs [kg/m³]

 A_T ... Eintauchtiefe des Treibzeugs [m]

 z_{sT} ... Wassertiefe am Ort des Treibzeugs [m]

z_u ... Höhe der Unterkante des Treibzeugs über Grund [m]

u ... Waagrechte Geschwindigkeit der Wasserteilchen [m/s]

... Senkrechte Geschwindigkeit der Wasserteilchen [ms]

Der Betrag der Reibungskraft ist nach (42.71)

$$R = \mu_{\rm s} N \tag{42.77}$$

mit

$$\mu_s = \operatorname{sign}(r) \ \mu_1 \ . \tag{42.78}$$

Im Fall, daß N nach (42.76) negativ würde, wird N = 0 gesetzt, was bedeutet, daß das Treibzeug nicht mehr in Berührung mit dem Halm steht.

Da der Normaldruck N senkrecht auf dem b-ten Teilstab steht, kann gezeigt werden, daß sein Beitrag zur i-ten Komponente des Vektors ψ_T der Störfunktion, nämlich $l_i' \cdot [N_x \cos \varphi_i - N_z \sin \varphi_i]$ (Gl. 42.27 und 42.28, l_i' s.u., 42.80), als

$$\psi_{Ti/N} = l_i' N \cos(\varphi_b - \varphi_i) = l_i' N c_{bi}$$
 (42.79)

mit

$$l_{i}' = \begin{cases} l_{i} & i < b \\ l_{r} & i = b \\ 0 & i > b \end{cases}$$
 (42.80)

geschrieben werden kann.

Analog gilt für die Reibungskraft R:

$$\psi_{Ti/R} = l_i' R \sin(\varphi_b - \varphi_i) = l_i' R s_{bi}$$
 (42.81)

Wird R nach (42.77) eingesetzt, so kann der gesamte Beitrag ψ_T des Treibzeugs für Störfunktion ψ zusammengefaßt werden und die i-te Komponente wird

$$\psi_{Ti} = l_i' N(c_{bi} + \mu_s s_{bi})$$
 (l_i' nach 42.80) (42.82)

Da in N auch x_B " und z_B " vorkommen (vgl. 42.76), ist der durch das Treibzeug bestimmte Teil ψ_T der Störfunktion ψ abhängig von φ ". Für die Berechnung ist es zweckmäßig, ψ_T in einen von φ " abhänigen Teil ψ_T " und den von φ " unabhängigen Rest ψ_T ' aufzuspalten. Es wird

$$\psi_{T''i} = -l_i' M \left\{ \sum_{j=1}^b l_j' \varphi_j'' \cos \varphi_j \cos \varphi_b - \sum_{j=1}^b -l_j' \varphi_j'' \sin \varphi_j \sin \varphi_b \right\} (c_{bi} + \mu_s s_{bi})$$

$$= -l_i' M \sum_{j=1}^b \{ l_j' \varphi_j'' c_{bj} \} (c_{bi} + \mu_s s_{bi}) \tag{42.83}$$

 l_i', l_j' nach Gleichung (42.80)

und

$$\psi_{T'i} = l_i' \{ W_x \cos \varphi_b + (G_{T''} - W_z) \sin \varphi_b - M (\sum_{j=1}^b -l_j' \varphi_j^{\cdot 2} \sin \varphi_j \cos \varphi_b - \sum_{j=1}^b -l_j' \varphi_j^{\cdot 2} \cos \varphi_j \sin \varphi_b + 2 r \varphi_b^{\cdot}) \} (c_{bi} + \mu_s s_{bi})$$

$$= l_i' \{ W_x \cos \varphi_b + (G_T'' - W_z) \sin \varphi_b - M (\sum_{j=1}^b l_j' \varphi_j^{2} s_{bj} + 2 r' \varphi_b') \} \cdot (c_{bi} + \mu_s s_{bi})$$

$$(42.84)$$

 l_i', l_j' nach Gleichung (42.80)

Gleichung (42.83) kann, wie die linke Seite von (42.47), als Produkt einer Matrix L_c mit dem Vektor φ geschrieben werden. Allerdings ist diese Matrix nicht symmetrisch (s.unten, Gl. 42.85), und damit natürlich auch nicht die Differenz der Matrizen M_c - L_c , mit welcher der Vektor φ in der Gesamtgleichung multipliziert wird. Da ein Gleichungssystem mit unsymmetrischer Koeffizientenmatrix für die gesuchten Glieder nur mit einem bedeutenden numerischen Mehraufwand gelöst werden kann, vernachlässigen wir in den Reibungsanteil in ψ_T , wodurch die Matrix L_c symmetrisch wird:

$$L_{c} = -M \cdot \begin{bmatrix} c_{b1}^{2} l_{1}^{2} & c_{b1} c_{b2} l_{1} l_{2} & c_{b1} c_{b3} l_{1} l_{3} & \dots c_{b1} c_{bb} l_{1} l_{r} & 0 \dots 0 \\ c_{b2} c_{b1} l_{2} l_{1} & c_{b2}^{2} l_{2}^{2} & c_{b2} c_{b3} l_{2} l_{3} & \dots c_{b2} c_{bb} l_{2} l_{r} & 0 \dots 0 \\ c_{b3} c_{b1} l_{3} l_{1} & c_{b3} c_{b2} l_{3} l_{2} & c_{b3}^{2} l_{3}^{2} & \dots c_{b3} c_{bb} l_{3} l_{r} & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{bi} c_{b1} l_{i} l_{1} & c_{bi} c_{b2} l_{i} l_{2} & c_{bi} c_{b3} l_{i} l_{3} & \dots c_{bi} c_{bb} l_{i} l_{r} & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{bb} c_{b1} l_{r} l_{1} & c_{bb} c_{b2} l_{r} l_{2} & c_{bb} c_{b3} l_{r} l_{3} & \dots c_{bb}^{2} l_{r}^{2} & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$$M \text{ nach Gleichung } (42.74) \qquad (42.85)$$

Da die übrigen äußeren Einwirkungen (Luft, Wasser, Eigengewicht) von φ unabhängig sind, erhält die Bewegungsdifferentialgleichung für den Schilfhalm zusammen mit dem Treibgut damit die endgültige Form

$$[M_c - L_c] \varphi^{"} = \{ \psi_T' + \psi_{w+l} + \psi_g \} - \Omega \varphi^{2} - \Delta \varphi - \Gamma \varphi \qquad (42.86)$$

 ψ_{w+l} ... Störfunktion des direkten Wasser- und Luftdrucks (Abschnitt 4.2.2.2.) ψ_g ... Störfunktion des Eigengewichtes des Halmes (Abschnitt 4.2.2.3.)

Rechnet man (42.73) auf absolute Beschleunigung um, so erhält man die Be-

wegungsdifferentialgleichungen des Treibzeugs von Kapitel 3.3. (33.9 und 33.15) mit

$$F_x = N\cos\varphi_b + R\sin\varphi_b = N\left(\cos\varphi_b + \mu_s\sin\varphi_b\right)$$
 (42.87)

und

$$F_z = N \sin \varphi_b - R \cos \varphi_b = N \left(\sin \varphi_b - \mu_s \cos \varphi_b \right) \quad . \quad (42.88)$$

4.2.2.2. Die direkte Einwirkung von Wasser und Wind auf den Halm

Die Formel für den Wasserdruck infolge der Wasserbewegung (Orbitalbahnen der Wasserteilchen) steht in Kapitel 3.2. (Gleichung 32.44), die genau gleich aufgebaute für den Luftdruck in Kap. 3.1. (Gleichung 31.1). Da diese Drücke zumindest über bestimmte Abschnitte des Halmes stetig verteilt sind, ist ihr Beitrag ψ_{w+l} zur Störfunktion nicht eine Summe, sondern ein Integral, dessen Auflösung nicht explizite in einer Formel angeschrieben werden kann. Um die numerische Integration zu vermeiden, fassen wir Wasser- und Luftdruck zu mehreren Einzellasten, sogenannten Knotenlasten, zusammen.

Dabei werden bestimmte vereinfachende Annahmen über den Verlauf der stetig verteilten Drücke getroffen, so daß eine explizite Integration möglich wird. Je nachdem, ob man den Verlauf zwischen den bestimmten Punkten (den "Knoten") linear oder als quadratische Parabel interpoliert, erhält man die "Tapez-" oder die "Parabelformel" (vgl. z.B. Stüssi 1962; selbstverständlich sind auch andere Interpolationskurven möglich).

Da der Verlauf der Drücke sicher nicht linear, sondern kurvenförmig ist, wählen wir hier zur Berechnung die Parabelformel, die im Gegensatz zur Trapezformel allerdings voraussetzt, daß die Abstände zwischen den "Knoten" eines Abschnittes gleich groß sind. Mit Ausnahme des q-ten Teilstabes, der die Wasserlinie durchstößt, ist jeder Teilstab ein Abschnitt, der in zwei gleichgroße Intervalle aufgeteilt wird, also drei "Knoten" umfaßt (unteres Ende, Mitte, oberes Ende). Der q-te Teilstab wird in zwei Abschnitte geteilt, nämlich vom unteren Ende bis zur Wasserlinie (benetzter Teil) und von der Wasserlinie bis zum oberen Ende (vgl. Fig. 4.8.).

Da die Wasserdrücke rechtwinklig auf den Halm wirken, stehen auch die zugehörigen Knotenlasten W senkrecht auf den betreffenden Teilstäben. Deren Beträge sind:

$$W_{ju} = \frac{l_j}{24} (3.5 q_{ju} + 3 q_{jm} - 0.5 q_{jo})$$

$$W_{jm} = \frac{l_j}{24} (q_{ju} + 10 \ q_{jm} + q_{jo})$$

$$W_{jo} = \frac{l_j}{24} (-0.5 \ q_{ju} + 3 \ q_{jm} + 3.5 \ q_{jo})$$
(42.89)

-ju ... am unteren Ende des Teilstabes j
-jm ... in der Mitte des Teilstabes j
-jo ... am oberen Ende des Teilstabes j
l_j ... Länge des Teilstabes j
q ... - unter Wasser: Wasserdruck an der entsprechenden Stelle (32.44)
- über Wasser: Luftddruck an der entsprechenden Stelle (31.2)

Beim q-ten Teilstab ist die Berechnung der Knotenlasten für beide Abschnitte separat durchzuführen, die entsprechenden Längen von l_j für die obige Gleichung sind (vgl. Fig. 4.8.)

$$l_i = l_q' \text{ (unterer Abschnitt)}$$
 (42.90)

und

$$l_j = l_q - l_q'$$
 (oberer Abschnitt) (42.91)

Da diese Kräfte senkrecht auf den Teilstäben stehen, kann ihr Beitrag ψ_{w+l} zur Störfunktion nach (42.42) einfach formuliert werden:

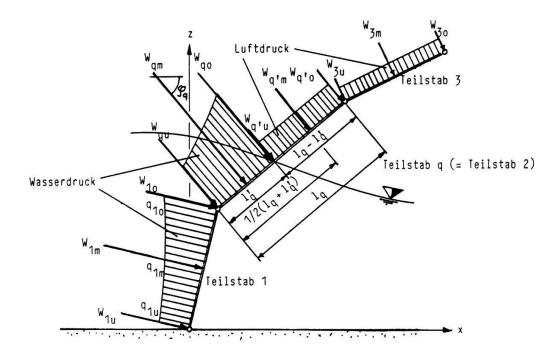


Fig. 4.8. Direkt auf den Halm wirkende Luft- und Wasserdrücke und ihre Zusammenfassung zu Einzelkräften (Knotenlasten).

$$\psi_{w+l\ i} = l_i \left[1/2 \ W_{im} + W_{io} + \sum_{j=i+1}^{n} (W_{ju} + W_{jm} + W_{jo}) \ c_{ji} \right]$$
 (42.92)

für die q-te Gleichung:

$$\psi_{w+l \ q} = l_{q}' (1/2 W_{qm} + W_{qo} + W_{q'u}) + 1/2 (l_{q}' + l_{q}) W_{q'm} + l_{q} W_{q'o}$$

$$+ l_{q} \sum_{j=q+1}^{n} (W_{ju} + W_{jm} + W_{jo}) c_{jq}$$

$$(42.93)$$

Selbstverständlich müssen in (42.92) für i < q bei der Summierung über den q-ten Teilstab alle sechs Kräfte (beide Abschnitte) berücksichtigt werden.

4.2.2.3. Der Einfluß des Eigengewichtes des Halms

Das Eigengewicht des Halmes ist eine verteilte, senkrecht nach unten wirkende Kraft, die ähnlich wie Wasser- und Luftdruck zu Einzellasten zusammengefaßt wird. Da die Halme sehr leicht sind, ist die Bedeutung des Eigengewichtes nicht sehr groß. Deshalb wird für jeden Teilstab die Schwerkraft zu einer einzigen Kraft vereinigt. Diese ist gleich dem Gewicht des betreffenden Teilstabes und greift in dessen Mitte an.

Weil der Schilfhalm etwas leichter ist als Wasser müßte für die unter dem Seespiegel liegenden Halmpartien eigentlich der resultierende Auftrieb in die Rechnung einbezogen werden. Dieser wird jedoch vernachlässigt, da er gegenüber den anderen Kräften klein ist und wegen des verhätnismäßig kleinen Abstandes seiner Wirkungslinie vom Fußpunkt nur eine geringe Wirkung hat. Das Eigengewicht tritt somit vom oberen Abschnitt des q-ten Teilstabes an aufwärts in Erscheinung. Das Gewicht des q-ten Teilstabes wird proportional zur Länge des oberen Abschnittes reduziert, der Angriffspunkt liegt in dessen Mitte. Der Beitrag des Eigengewichtes zum Belastungsvektor ψ wird damit:

$$\psi_{gi} = l_i \left[\frac{1}{2} G_i + \sum_{j=i+1}^n G_j \right] \sin \varphi_i$$
 $i > q$ (42.94)

$$\psi_{g_i} = l_i \left[\sum_{j=q+1}^n G_j \right] \sin \varphi_i \qquad i < q \quad (42.95)$$

für die q-te Gleichung:

$$\psi_{g \ q} = \left[\frac{1}{2} \left(l_q + l_q' \right) G_q \frac{l_q + l_q'}{l_q} + l_q \sum_{j=i+1}^n G_j \right] \sin \varphi_i$$

$$G_i, G_j, G_q \dots \text{ Gewicht der Teilstäbe [kg]}$$

$$(42.96)$$

4.2.2.4. Korrektur der Stoßwirkung

Betrachtet man Treibzeug und Teilstäbe als starr (wie dies in den bisherigen Ausführungen vorausgesetzt wurde), so entstehen im Moment des Zusammenstoßes von Halm und Treibzeug sehr große Beschleunigungen und damit Kräfte, denn die vorher freie Bewegung des Treibzeuges wird plötzlich durch die Stäbe geführt. In Wirklichkeit sind weder das Treibzeug noch der Schilfhalm starr, diese plötzlichen Bewegungsänderungen und kurzfristigen Beschleunigungsspitzen treten deshalb nicht auf, der Stoß wird sowohl durch das elastische Nachgeben des Treibzeugs und des Halmquerschnittes, wie auch wegen der lokalen Einbiegung des Halmes (s. Fig. 4.9.) sehr stark gemildert. Um diesen Tatsachen im mathematischen Modell Rechnung zu tragen, nehmen wir an, daß sich das Treibzeug während der Phase der gegenseitigen Berührung nicht genau auf der Oberfläche des entsprechenden Teilstabes befinden muß, sondern um eine Strecke δ "eindringen" kann. Dabei entsteht eine rückwärts treibende Kraft AN senkrecht zur Stabachse, welche zum Normaldruck nach (42.76) zugezählt wird. Der Betrag dieser Zusatzkraft sei direkt proportional zur "Eindringtiefe" δ. Da Stöße meist nicht vollkommen elastisch verlaufen (Energieverlust durch innere Reibung), kann bei rückläufiger Bewegung (d.h., wenn die "Eindringtiefe" δ abnimmt) ΔN um einen Faktor $f_{el} < 1$

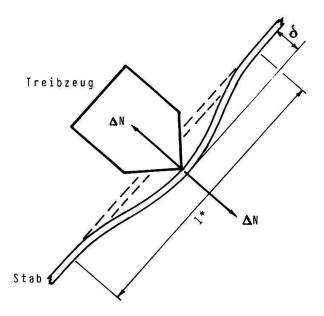


Fig. 4.9. Lokale Einbiegung im Stab als Folge des Stoßes beim Zusammenprall von Treibzeug und Halm.

vermindert werden. Dieser Faktor muß willkürlich angenommen werden. Der Proportionalitätsfaktor zwischen ΔN und δ wird mit folgenden Überlegungen abgeschätzt:

Wir nehmen an, während eines (Integrations-)Zeitschrittes habe sich im Stab eine lokale Einbiegung mit der Ausdehnung l^* ausgebildet (Fig. 4.9.). Dieses Stück kann als beidseitig eingespannter, in der Mitte belasteter Stab aufgefaßt werden. Die Durchbiegung δ in Funktion der einwirkenden Kraft ΔN ist

$$\delta = \frac{\Delta N \, l^{*3}}{192 \, E \cdot J} \tag{42.97}$$

 $E \cdot J$... Mittlere Biegesteifigkeit des betrachteten Teilstücks

Es ist nicht so wichtig, diese Funktion in ihrer genauen Größe zu kennen, entscheidend ist vor allem, sie überhaupt zu berücksichtigen, weil damit sozusagen dem Stoß die (bei starren Verhältnissen ∞ große) "Spitze gebrochen" wird. Auf welches Niveau der Maximalwert reduziert wird, ist angesichts der kurzen Berechnungszeitschritte (und damit kurzen Wirkungsdauer der Kraftspitzen) von untergeordneter Bedeutung. Es erscheint daher gerechtfertigt, für das Verhältnis $\Delta N/\delta$ unabhängig vom Ort des Zusammenstoßes nur einen konstanten Wert zu definieren. Für l^* setzen wir die Länge eines der unteren Teilstäbe, d. h. im Falle eines Modells mit vier Teilstäben eine Größenordnung von $l^* \approx 60$ cm für einen mittelgroßen Schilfhalm. Die mittlere Biegesteifigkeit der unteren Halmpartien liegt in der Größenordnung von 15'000 N cm² (vgl. Teil III, Kap. 3.4). Aus Gleichung (42.97) erhalten wir mit diesen Werten für das Verhältnis $\Delta N/\delta$ die Größenordnung von

$$\frac{\Delta N}{\delta} \approx \frac{192 \cdot 1.5 \text{ N m}^2}{0.6^3 \text{ m}^3} = 1330 \text{ N/m}$$
 (42.98)

Die Zusammendrückbarkeit (Nachgiebigkeit) des Treibzeugs müßte von Fall zu Fall gemessen werden. Für ein Holzstück, dessen Elastizitätsmodul ungefähr bekannt ist, kann mit einer Annahme über die vom Berührungspunkt ausgehende Spannungsverteilung im Holz die aus der Kraft ΔN resultierende Verformung berechnet und auf der rechten Seite von (42.97) addiert werden. Dieser Beitrag ist allerdings im Vergleich mit der lokalen Durchbiegung des Halmes so klein, daß er ohne weiteres vernachlässigt werden kann.

4.2.3. Berechnung der Modellparameter aus den Halmeigenschaften

Für das mathematische Modell sind folgende Modellparameter zu bestimmen (vgl. Kap. 4.1.):

- Massen der Teilstäbe m_i
- Federkonstanten der Gelenke zwischen den Teilstäben c_i
- Dämpfungskonstanten der Gelenke d_i

Die Anzahl *n* der Teilstäbe kann frei gewählt werden, ebenso deren Länge. Allerdings nimmt der Rechenaufwand überproportional zur Anzahl Teilstäbe zu. Wegen der größeren Krümmungen im unteren und mittleren Halmteil ist es zweckmäßig, dort die Teilstäbe kürzer zu wählen als oben.

Zur Berechnung der Modellparameter müssen die spezifische Masse μ (pro Längeneinheit) und die Biegesteifigkeit $E \cdot J$ bekannt sein. Wir nehmen an, diese Halmeigenschaften seien in mehreren Punkten in den Höhen h_j über Grund bestimmt worden. Fallen die Enden der Teilstäbe nicht auf einen dieser

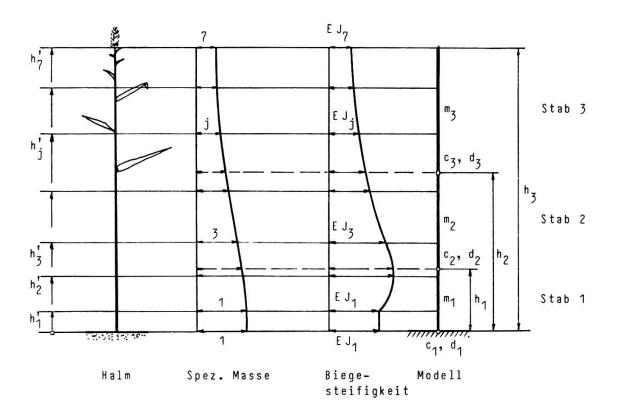


Fig. 4.10. Gegenüberstellung von Halmeigenschaften und Modellparametern anhand eines Beispiels mit drei Teilstäben und sieben Meßpunkten, in denen die Halmeigenschaften bestimmt wurden.

Meßpunkte, so werden die Halmeigenschaften an diesen Stellen durch lineare Interpolation zwischen den beiden benachbarten Meßpunkten erhalten. Unmittelbar am Boden $(h_j' = 0)$ kann meist nicht gemessen werden, für diesen Punkt werden daher die Werte aus dem ersten Meßpunkt (h_1') übernommen (vgl. Fig. 4.10.). Die Durchmesser d der Teilstäbe werden für die Berechnung des Luft- und Wasserwiderstandes benötigt, sie werden gleich dem mittleren Durchmesser des entsprechenden Halmabschnittes gesetzt.

Die folgenden Überlegungen werden mit den Bezeichnungen der Figur 4.10. anhand eines Beispiels mit n = 3 Teilstäben und m = 7 Meßpunkten gezeigt. Die Verallgemeinerung auf andere Anzahlen ergibt sich von selbst.

4.2.3.1. Berechnung der Masse der Teilstäbe

An sich könnten die Massen der Teilstäbe gleich der Masse des entsprechenden Halmabschnittes gesetzt werden. Sind mehr Meßpunkte als Teilstäbe vorhanden, so kann der Halmverjüngung innerhalb des einem Teilstab entsprechenden Halmstückes einigermaßen Rechnung getragen werden. Dazu werden die Massen der Teilstäbe so bestimmt, daß ihr Massenträgheitsmoment bezüglich des ersten Gelenks (Fußpunkt des Halmes) gleich groß ist, wie das der entsprechenden Halmstücke:

Das Massenträgheitsmoment I_j des Halmstücks zwischen den Meßpunkten j und j-1 ist mit den Bezeichnungen der Figur 4.10. gleich der Masse · Abstand im Quadrat + das Eigenträgheitsmoment:

$$I_{j} = 1/2 (\mu_{j-1} + \mu_{j})(h_{j}' - h_{j-1}') \{ [1/2 (h_{j}' + h_{j-1}')]^{2} + 1/12 (h_{j}' - h_{j-1}') \}$$

$$[kg m^{2}] (42.99)$$

 μ_{i-1}, μ_i ... Spezifische Masse des Schilfhalmes im Meßpunkt j-1 bzw. j [kg/m]

Für den ganzen Teilstab werden die entsprechenden Teilträgheitsmomente I_j aufsummiert, wobei für die Endpunkte allenfalls die interpolierten Werte benützt werden müssen. Das Trägheitsmoment des *i*-ten Teilstabes ist andererseits (analog zu 42.99)

$$I_i = m_i \{ [1/2 (h_{i-1} + h_i)]^2 + 1/12 (h_i - h_{i-1})^2 \}$$
 [kg m²] (42.100)
 m_i ... Masse des *i*-ten Teilstabes [kg]

Gleichsetzen der beiden Trägheitsmomente und Auflösen nach m_i liefert die gesuchte Masse des i-ten Teilstabes:

$$m_{i} = \frac{\sum_{j \text{ innerh. Teilstab } i} I_{j}}{[1/2 (h_{i-1} + h_{i})]^{2} + 1/12 (h_{i} - h_{i-1})^{2}}$$
(42.101)

4.2.3.2. Berechnung der Federkonstanten der Gelenke zwischen den Teilstäben

Genau genommen sind die Federkonstanten der Gelenke gar nicht konstant, sondern abhängig von der Verteilung des Biegemomentes über dem Stab: Nach den Gleichungen (41.3) und (41.4) entspricht die Winkeländerung $\Delta \varphi$ der mittleren Halmkrümmung multipliziert mit der Länge des zugehörigen Teilstücks. Nun ist diese mittlere Halmkrümmung z.B. dann größer, wenn ein verhältnismäßig größeres Biegemoment auf eine schwächere Partei des betrachteten Abschnittes fällt, als wenn das größere Biegemoment auf eine stärkere Partie dieses Abschnittes fällt, selbst wenn das mittlere Biegemoment des Abschnittes in beiden Fällen gleichgroß ist und im Gelenkpunkt dasselbe Moment vorhanden ist.

Fast noch gravierender ist der Einfluß der einseitigen Einspannung: Eine kleine Verdrehung nahe der Einspannstelle bewirkt eine große Verschiebung oben. Da bei einseitiger Einspannung im allgemeinen das Biegemoment von oben nach unten zunimmt, ist gerade im Punkt 1 (Fußpunkt), wo das Einspannmoment über die Federkonstante c_1 mit dem Winkel φ_1 verknüpft ist, das vorhandene Biegemoment größer als das mittlere Moment des zugehörigen Abschnittes, denn hier kann ja nur ein oberhalb des ersten Gelenkes liegender Halmteil berücksichtigt werden. (Für die anderen Punkte wird jeweils sowohl ein Stück oberhalb, als auch unterhalb des Gelenkes in die Berechnung einbezogen.) Die mit c_1 und M_1 berechnete Verdrehung φ_1 wird somit etwas zu groß. Aus diesem Grunde müßten selbst bei einem homogenen, prismatischen Halm und bei gleichlangen Teilstäben die unteren Gelenke etwas steifer gewählt werden, um den Einfluß des nach oben abnehmenden Biegemomentes zu kompensieren. Diese Überlegungen liegen der folgenden Berechnung der Federkonstanten c_i zu Grunde:

Man berechnet für eine möglichst repräsentativen Lastfall die Biegelinie des wirklichen Halmes und bestimmt die Federkonstanten so, daß unter der gleichen Belastung die Durchbiegung in den Gelenkpunkten gleich wie jene des wirklichen Halmes ist, daß also das Mehrstäbemodell die wirkliche Biegelinie

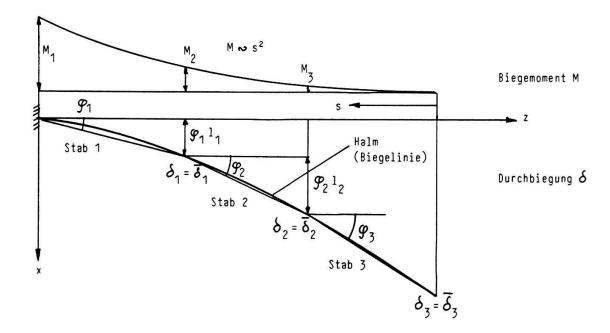


Fig. 4.11. Definitionsskizze zur Berechnung der Federkonstanten. Diese werden so bestimmt, daß die Gelenke des Modells beim angenommenen Lastfall auf der wirklichen Biegelinie liegen (Sehnenpolygon).

(Figur ist in x-Richtung stark überhöht gezeichnet.)

durch ein Sehnenpolygon annähert (vgl. Fig. 4.11.). Weil es hier darum geht, die elastischen Eigenschaften des Mehrstäbemodells zu bestimmen und nicht um effektive Verformungsberechnungen, können wir uns hier auf "kleine" Durchbiegungen beschränken und mit den Beziehungen der klassischen Statik rechnen (Linearität zwischen Belastung und Durchbiegung, Verschiebung in z-Richtung vernachlässigbar): Gibt das Modell die elastischen Eigenschaften des Halmes richtig wieder, so werden sich die zusätzlichen Einflüsse großer Verformungen bei Halm und Modell in derselben Weise auswirken. Dann kann

$$\sin \varphi_k \approx \varphi_k \tag{42.102}$$

gesetzt werden, woraus mit den Bezeichnungen der Fig. 4.11. folgt:

$$\delta_i = \sum_{k=1}^i l_k \, \varphi_k \tag{42.103}$$

Nach (41.3) ist (mit M = Biegemoment im betreffenden Gelenkpunkt)

$$\varphi_i = \frac{M_i}{c_i} + \varphi_{i-1} = \sum_{k=1}^i \frac{M_k}{c_k}$$
 (42.104)

Gleichung (42.104) eingesetzt in (42.103) liefert für die Durchbiegungen δ_i des Modells

$$\delta_i = \sum_{k=1}^{i} (l_k \sum_{l=1}^{k} \frac{M_l}{c_l}) = \delta_i^-$$
 (42.105)

Mit δ_i sind die für den wirklichen Halm gerechneten Durchbiegungen bezeichnet, welche gemäß den getroffenen Annahmen in den Gelenkpunkten des Modells gleich groß wie jene des Modells sein sollen. Aus (42.105) läßt sich die folgende Formel zur rekursiven Bestimmung der c_i herleiten:

$$\frac{M_i}{c_i} = \frac{1}{l_i} \left[\delta_i^- - (\delta_{i-1}^- + l_i \sum_{k=1}^{i-1} \frac{M_k}{c_k}) \right] = \Delta \varphi_i$$
 (42.106)

woraus

$$c_i = \frac{\Delta \varphi_i}{M_i} \tag{42.107}$$

Das in den obigen Gleichungen vorkommende Biegemoment M ergibt sich aus dem zur Berechnung angenommenen Lastfall. In Versuchen hat sich gezeigt, daß die Annahme eines von der Halmspitze nach unten quadratisch zunehmenden Biegemomentes günstig ist, was einer gleichmäßig verteilten Belastung entspricht, denn die daraus resultierenden c-Werte stellen auch bei anderen Lastfällen eine sehr gute Näherung dar. So unterscheiden sich beispielsweise bei einem homogenen, prismatischen Stab, der in 2/3 seiner Höhe mit einer Einzelkraft belastet wird, die Durchbiegungen des Modells mit drei gleichlangen Teilstäben nur um maximal 2,2% vom Sehnenpolygon des wirklichen Stabes. Da unter den obgenannten Voraussetzung Belastung, Moment und Durchbiegung zueinander direkt proportional sind, muß das angenommene Biegemoment nicht als absolute Größe, sondern nur in seinem relativen Verlauf festgelegt werden.

Die Berechnung der Biegelinie (δ_i) des wirklichen Halmes aus dem angenommenen Biegemoment erfolgt am einfachsten mit Hilfe der Mohr'schen Analogie (vgl. z.B. Stüssi 1962). Danach erhält man die Durchbiegungen eines Trägers, wenn man diesen mit dem (vorhandenen) Biegemoment, dividiert durch die lokale Biegesteifigkeit $E \cdot J$ "belastet" und das dieser "Belastung" entsprechende "Biegemoment" berechnet. Die Neigung der wirklichen Biegelinie entspricht der auf dieselbe Weise erhaltenen "Querkraft". Die Lagerung des zu dieser Berechnung verwendeten "Analogieträgers" muß so ge-

wählt werden, daß die Randbedingungen des wirklichen Trägers erfüllt werden. So entspricht zum Beispiel eine feste Einspannung des wirklichen Trägers einem freien Ende des Analogieträgers und umgekehrt (am eingespannten Ende des wirklichen Trägers sind Durchbiegung und Neigung gleich 0, am freien Ende des Analogieträgers sind "Biegemoment" und "Querkraft" gleich 0).

Da die Biegesteifigkeit des Schilfhalmes nur in einzelnen Punkten bekannt ist, fassen wir die über den ganzen Stab verteilte "Belastung" zweckmäßigerweise zu Knotenlasten zusammen (analog wie bei der Berücksichtigung des Wasserund Luftdruckes in der Bewegungsgleichung des Halmes, Kap. 4.2.2.2.). Es kann gezeigt werden, daß sich der Einfluß der elastischen Einspannung des Halmes im Untergrund (vgl. Teil III, Kap. 5.) ebenfalls berücksichtigen läßt, indem man am Fußpunkt zusätzlich zur entsprechenden Knotenlast noch eine weitere "Einzellast" vom Betrag M_1/c_E einführt (M_1 = Biegemoment am Fuß des Halmes, c_E = Einspanngrad nach Teil III, Kap. 5.).

4.2.2.3. Abschätzung der Dämpfungskonstanten der Gelenke

Die Dämpfungskonstanten können nur grob geschätzt werden, da sich angesichts ihrer geringen Bedeutung der Aufwand einer genaueren Bestimmung nicht lohnt (der dämpfende Einfluß des Wasser und Luftwiderstandes ist viel größer).

Um einen Anhaltspunkt über die Größenordnung zu erhalten, betrachten wir zunächst ein einzelnes Gelenk mit dem dazugehörigen Teilstab, also ein Modell mit nur einem Teilstab. Die Bewegungsdifferentialgleichung für dieses reduzierte Modell lautet:

$$I \cdot \varphi^{\cdot \cdot} + d \cdot \varphi^{\cdot} + c \cdot \varphi = 0 \tag{42.108}$$

j ... Drehwinkel des Stabes

d ... Dämpfungskonstante des (Fuß-)Gelenks

c ... Federkonstante des (Fuß-)Gelenks

I ... Massenträgheitsmoment des Stabes bezüglich des Fußpunktes $= m l^2/3$

m ... Masse des Stabes

l ... Länge des Stabes

(42.108) ist entspricht genau der Bewegungsgleichung eines schwingenden Massenpunktes und kann geschlossen integriert werden (vgl. Ziegler 1966). Aus dieser Lösung kann das sogenannte logarithmische Dekrement ∂ berechnet werden. Dieses ist der natürliche Logarithmus des Verhältnisses zwei-

er aufeinanderfolgender Maximalausschläge und somit ein Maß für die innere Dämpfung. Um dieselben Ausdrücke wie Ziegler zu verwenden setzen wir

$$\frac{d}{I} = 2\gamma \tag{42.109}$$

und

$$\frac{c}{I} = \kappa^2 \tag{42.110}$$

Dann wird das logarithmische Dekrement gleich

$$\partial_L = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{(\kappa^2 - \gamma^2)}} \tag{42.111}$$

Andererseits läßt sich das logarithmische Dekrement ziemlich leicht experimentell abschätzen: Man versetzt den Stab in Schwingung und zählt die Anzahl n der Schwingungen, bis die Amplitude z.B. auf $\alpha = 1/10$ oder 1 % des ursprünglichen Ausschlages gesunken ist. Aus der Definition des logarithmischen Dekrementes folgt dann

$$\partial_L = \frac{1}{n} \ln \alpha \tag{42.112}$$

Ist ∂_L bekannt, so kann (42.111) nach γ aufgelöst werden, dies wiederum ergibt nach (42.109) die Dämpfungskonstante d:

$$d = \frac{2\sqrt{(c I)} \partial_L}{\sqrt{(4 \pi^2 + \partial_L^2)}} = \frac{2I\sqrt{(\frac{c m}{3})} \partial_L}{\sqrt{(4 \pi^2 + \partial_L^2)}}$$
(42.113)

Damit kann die Dämpfungskonstante aller Teilstäbe berechnet werden, indem man Federkonstante c_i und Masse m_i der betreffenden Teilstäbe in diese Gleichung einsetzt, für das logarithmische Dekrement kann immer derselbe Wert genommen werden, da nicht anzunehmen ist, daß die innere Dämpfung sich entlang dem Halm wesentlich ändert und weil, wie bereits gesagt, die Bedeutung der inneren Dämpfung gegenüber der Dämpfung durch den Luftwiderstand in den Hintergrund tritt.

4.3. LÖSUNG DER BEWEGUNGSGLEICHUNGEN

4.3.1. Numerische Integration des Differentialgleichungssystems

Die Bewegungsgleichungen eines Schilfhalmes unter der Einwirkung von Wind, Wellen und Treibzeug (Gleichung 42.86) lassen sich durch Auflösung nach φ allgemein als Gleichungssystem der Form

$$\phi^{"} = f(\phi, \phi, t)$$

$$t \dots \text{Zeit [s]}$$
(43.1)

darstellen. Dies ist ein Gleichungssystem von n gewöhnlichen Differentialgleichungen, wenn n die Anzahl Teilstäbe des Modells bezeichnet. Es sind Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit nicht konstanten Koeffizienten. Solche Gleichungssysteme lassen sich nur in Sonderfällen explizite lösen, ganz abgesehen davon, daß auch die Auflösung der Gleichung (42.86) in die Form (43.1) für n > 2 kaum mehr explicite zu berwerkstelligen ist.

Zur numerischen Integration von Differentialgleichungssystemen gibt es mehrere bewährte Algorithmen (vgl. z.B. Dankert 1977). Ein Kriterium zur Wahl des Verfahrens ist in unserem Fall die Tatsache, daß die Funktionswertberechnung (Gleichung 43.1) sehr aufwendig ist, denn dazu muß zuerst das Gleichungssystem (42.86) mit den (zeitlich veränderlichen) Matrizen M_c , L_c , und Ω und der Störfunktion ψ (Berechnung der äußeren Kräfte und ihres Einflusses) aufgestellt und nach φ " aufgelöst werden. Dies verlangt eine sehr große Zahl von Rechenoperationen. Darum fällt das Verfahren Runge-Kutta außer Betracht, da es pro (Rechen-)Zeitschritt vier Funktionswertberechnungen verlangt. Nur zwei solcher Berechnungen benötigt der bei DAN-KERT (1977) als Verfahren von Hamming bezeichente Algorithmus. Dabei handelt es sich um ein Praedictor-Corrector-Verfahren. Ausgehend von den zur Zeit t bekannten Werten von φ und den zugehörigen Ableitungen φ und φ werden zur Berechnung von $\varphi(t+\Delta t)$ auch die Ableitungen $\varphi'(t+\Delta t)$ und $\varphi''(t+\Delta t)$ benötigt, was aber nach (43.1) die Kenntnis von $\varphi(t+\Delta t)$ voraussetzt. Diese Werte müssen daher zunächst geschätzt werden (Praedictor), worauf dann der "eigentliche" Vektor $\varphi(t+\Delta t)$, der Corrector, berechnet wird. Es versteht sich von selbst, daß der Corrector wiederum als Praedictor verwendet werden kann, daß also der Schritt so lange wiederholt werden kann, bis eine genügende Genauigkeit erreicht ist, d.h. bis sich Praedictor und Corrector höchstens um einen festgesetzten (kleinen) Wert unterscheiden. Mit der Wiederholung des Rechenschrittes müssen jedoch wieder

neue Funktionswertberechnungen nach (43.1) durchgeführt werden, was den Vorteil dieses Verfahrens gegenüber dem nach Runge-Kutta wieder zunichte macht. Da bei der Methode von Hamming Praedictor und Corrector während eines Berechnungsschrittes noch zusätzlich verbessert werden, ist eine solche Wiederholung bei geeigneter Wahl der Schrittweite at nicht nötig. Die Funktionsberechnung wird somit nur je einmal für den verbesserten Praedictor und den verbesserten Corrector durchgeführt.

Das Verfahren von Hamming wird bei Dankert (1977) ziemlich ausführlich beschrieben, allerdings für Differentialgleichungen erster Ordnung. Die Erweiterung auf solche zweiter Ordnung ist einfach möglich und wird im folgenden rezeptartig kurz vorgestellt. Damit die Gleichungen nicht wegen vieler Indices allzu unübersichtlich werden, lassen wir im folgenden den Index i (bezogen auf die Gleichung für den i-ten Teilstab und seinen Drehwinkel φ_i) weg, denn im Gleichungssystem (43.1) kommen in jeder Gleichung nur Funktionen der betreffenden (i-ten) Lagekoordinate und ihrer Ableitungen vor. Jede dieser Gleichungen (43.1) kann deshalb für sich integriert werden. Auch die Lagekoordinaten des Treibzeugs (x_T , z_T) werden auf diese Art durch Integration der Differentialgleichungen (33.9) und (33.15) mit Berücksichtigung von (42.87) und (42.88) erhalten, indem in den folgenden Formeln φ durch x_T und z_T ersetzt wird.

Die Zeit wird nachstehend mit dem Index j bezeichnet, und zwar gilt für den Zeitpunkt t der Wert j, für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ der Index j+1, für $t - \Delta t$ steht j-1 usw. Der Praedictor für φ (und damit für x_T und z_T) sei p, der Corrector analog c, für die Winkelgeschwindigkeiten φ (und damit für x_T und z_T) stehen entsprechend p und c. Für den Zeitpunkt j seinen alle Größen bekannt. Damit wird

$$p_{j+1} = \varphi_{j-3} + 4/3 \Delta t \left(2\varphi_{j} - \varphi_{j-1} + 2\varphi_{j-2} \right)$$
 (43.2)

Praedictor Winkelgeschwindigkeit

$$p_{j+1/\nu}$$
' = p_{j+1} ' + 112/121 (c_j - p_j ') (43.3)

Verbesserter Praedictor Winkelgeschw.

$$p_{j+1} = \varphi_{j-3} + 4/3 \Delta t \left(2\varphi_{j} - \varphi_{j-1} + 2\varphi_{j-2} \right)$$
 (43.4)

Praedictor Winkel

$$c_{j+1/1} = 1/8 \left[9\varphi_j - \varphi_{j-2} + 3\Delta t \left(p_{j+1/\nu} + 2\varphi_j - \varphi_{j-1} \right) \right]$$
 (43.5)

Erster Corrector Winkel

$$c_{j+1/\nu} = c_{j+1/1} - 9/121 (c_{j+1/1} - p_{j+1})$$
 (43.6)

Verbesserter erster Corrector Winkel

$$\varphi_{j+1/1}^{"} = f(c_{j+1/\nu}, p_{j+1/\nu}, t+\Delta t)$$
 (43.7)

Erste Funktionswertberechnung

$$c_{j+1} = 1/8 \left[9\varphi_j - \varphi_{j-2} + 3\Delta t \left(\varphi_{j+1/1} + 2\varphi_j - \varphi_{j-1} \right) \right]$$
Corrector Winkelgeschwindigkeit
(43.8)

$$\varphi_{j+1}$$
 = c_{j+1} - 9/121(c_{j+1} - p_{j+1}) (43.9)

Verbesserter Corrector Winkelgeschwindigkeit

$$c_{j+1} = 1/8 \left[9\varphi_j - \varphi_{j-2} + 3\Delta t \left(\varphi_{j+1} + 2\varphi_j - \varphi_{j-1} \right) \right]$$
 (43.10)
Corrector Winkel

$$\varphi_{j+1} = c_{j+1} - 9/121(c_{j+1} - p_{j+1}) \tag{43.11}$$

Verbesserter Corrector Winkel

$$\varphi_{j+1}^{\cdots} = f(\varphi_{j+1}, \varphi_{j+1}^{\cdots}, t+\Delta t)$$

$$(43.12)$$

Zweite Funktionswertberechnung

......

$$p_{j+2}$$
 = φ_{j-2} + 4/3 Δt ($2\varphi_{j+1}$ "- φ_j " + $2\varphi_{j-1}$ ")

Beginn nächster Zeitschritt

. . .

Wie aus den obigen Gleichungen hervorgeht, funktioniert dieses Verfahren erst für j > 3. Für die ersten drei Zeitschritte müssen die Werte in einer sogenannten Anlaufsrechnung nach einem anderen Verfahren mit entsprechender Genauigkeit berechnet werden. Dafür eignet sich die schon genannte Methode nach Runge-Kutta, die keine spezielle Anlaufsrechnung benötigt. Weil nur drei Zeitschritte berechnet werden müssen, fällt der Nachteil dieser Methode, die doppelte Anzahl von Funktionswertberechnungen, gegenüber dem Gesamtrechenaufwand nicht ins Gewicht.

4.3.2. Programmierung

Bei der Programmierung geht es darum, alle in den vorangehenden Kapiteln beschriebenen Berechnungen miteinander zu verbinden und in eine für den Computer lesbare Sprache zu übertragen. Dazu wurde die Programmiersprache FORTRAN IV extended für die CDC 6500 des Rechenzentrums der ETH verwendet, wo das Programm entwickelt und angewendet wurde. Es existiert auch eine Version in FORTRAN 77 für den Macintosh SE bzw. Macintosh II. Um verschiedenen Wellentheorien Rechnung tragen zu können, wurden drei Varianten dieses Programms hergestellt, nämlich eine für die lineare Theorie,

eine für Stokes III und eine für die Darstellung der Wellen in Form eines Spektrums. Die erste und dritte Variante unterscheiden sich nur dadurch voneinander, daß beim Spektrum mehrere sinusoidale Wellen überlagert werden, was lediglich die Wiederholung bestimmter Schritte und Summierung der entsprechenden Zwischenresultate verlangt. Diese beiden Varianten werden daher im folgenden nicht mehr unterschieden.

Der Übersichtlichkeit halber (vgl. Fig. 4.12.) ist das Programm aufgegliedert in ein Hauptprogramm und eine Reihe von Unterprogrammen (SUBROUTINEN). Die Berechnung von Wasserteilchengeschwindigkeit, —beschleunigung und Wasserspiegelhöhe geschieht in den Varianten 1 und 3 mit FUNCTION-Unterprogrammen, die in der Figur als dünn gezeichnete Rechtecke eingetragen sind. Die übrigen Programmsegmente (Hauptprogramm und Unterprogramme) sind als vereinfachte Flußdiagramme gezeichnet, die mit einem Namensschild beginnen und mit einem Kreis enden. Der Rücksprung in das aufrufende Programmsegment erfolgt normalerweise am Schluß des Unterprogrammes und führt zum Ort des Aufrufs zurück. Nur dort wo dies nicht der Fall ist (je beim ersten Aufruf der Subroutinen WELLE und DARST), ist der Rücksprung mit einem speziellen Pfeil gekennzeichnet. Im einzelnen geschieht folgendes:

Das HAUPTPROGRAMM beginnt mit dem Einlesen der Modellparameter Zeitintervall t_a , t_e der Berechnung, Zeitschritt Δt , Zeitintrevall t_{print} für die Ausgabe der Resultate, Anzahl n_H Halme, Anzahl n der Teilstäbe des Modells, Anfangsbedingungen für die Lagekoordinaten der Teilstäbe (Neigungswinkel φ und Winkelgeschwindigkeit φ '), Anfangslage x_T und Anfangsgeschwindigkeit x_T des Treibzeugs. Aus programmtechnischen Gründen wird Einlesen der Modellparameter fortgesetzt in der Subroutine MATRIX mit Längen l der Teilstäbe, Durchmesser D der Teilstäbe, Anzahl Meßpunkte mit bekannten Halmeigenschaften (vgl. Kap. 4.2.3.1. und 4.2.3.2.), für jeden dieser Punkte Höhe h über Grund, spezifische Masse μ und lokale Biegesteifigkeit $E \cdot J$, logarithmisches Dekrement ∂ der Eigenschwingung (vgl. Kap. 4.2.3.3.), Einspanngrad c_E des Halmes im Boden (vgl. Teil III, Kap. 6.). Dann übernimmt wieder das HAUPTPROGRAMM das Einlesen der Wassertiefe d, der Wellenperiode T_w , der Wellenhöhe H, der Erdbeschleunigung g, von Masse M_T und Eintauchtiefe A_T des Treibzeugs, des Schubkoeffizienten G_d und des Massekoeffizienten G_m des Treibzeugs (vgl. Kap. 3.2.1.3. und 3.2.1.4.), des Gleitreibungsbeiwertes μ_1 zwischen Halm und Treibzeug (Gl. 42.71), der Dichte ρ_T des Treibzeugs, des Zusammendrückmoduls E_a = $\Delta N/\delta$ und des Reduktionsfaktors f_{el} für die Zusatzkraft ΔN bei rücklaufiger

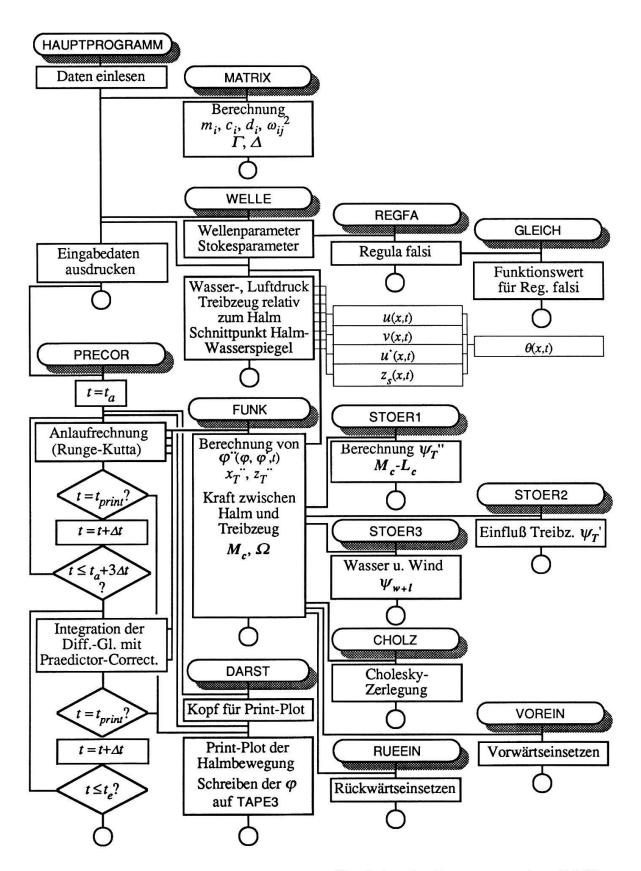


Fig. 4.12. Schema des Rechenprogramms zur Simulation der Bewegungen eines Schilfhalmes (Erklärung s. Text).

Bewegung (Kap.4.2.2.4.), der Dichte ρ_w des Wasers und ρ_l der Luft, des Widerstandskoeffizienten c_w für das Wasser (Kap. 3.2.1.3. und 3.2.1.4.) bzw. c_l für die Luft (Kap. 3.1.) und schließlich der Windgeschwindigkeit u_l . Der Bereich in x-Richtung, der auf dem Printplot ausgedruckt werden soll, wird beim ersten Aufruf von der Subroutine DARST eingelesen.

Nachdem das Hauptprogramm die erste Gruppe der Eingabedaten gelesen hat, ruft es die Subroutine MATRIX auf, in welcher aus den Halmeigenschaften die Massen m_i der Teilstäbe gemäß Kapitel 4.2.3.1., Gleichung 42.101, die Federkonstanten c_i nach den Gleichungen (42.106) und (42.107) des Kapitels 4.2.3.2. und die Dämpfungskonstanten d_i nach Gleichung (42.113) (Kap. 4.2.3.3.) berechnet werden. Mit diesen Werten erzeugt MATRIX dann die Matrizen Γ und Δ (Kap. 4.2.1., Gleichungen 42.34 - 42.35 und 42.46 bzw. 42.37. 42.39 und 42.45) und berechnet die konstanten Glieder $\omega_{ij}^{\ 2}$ der Matrizen M_c und Ω (Kap. 4.2.1., Gleichungen 42.14 - 42.17 und 42.32 - 42.33).

Ein erster Aufruf der Subroutine WELLE berechnet aus den eingegebenen Wellenkenngrößen in der Variante für die lineare Theorie die Wellenlänge nach Gleichung (32.94). Die Variante für die Stokes'sche Theorie dritter Ordnung berechnet die Wellenlänge aus (32.107 - 32.111). Diese Gleichungen werden numerisch mit Hilfe der Regula falsi in den Subroutinen REGFA und GLEICH gelöst. Zusätzlich berechnet WELLE in dieser Variante noch die notwendigen Stokesparameter $\zeta_{1...3}$ und $u_{1...3}$ (Gleichungen 32.157 - 32.159 bzw. 32.162 - 32.164).

Anschließend druckt das HAUPTPROGRAMM die Eingeabedaten und die daraus abgeleiteten Größen aus.

Die Kontrolle geht nun über auf die Subroutine PRECOR, welche den im vorigen Kapitel beschriebenen Algorithmus (Gleichungen 43.2 - 43.12) zur Integration des Differentialgleichungssystems (42.86) samt der notwendigen Anlaufsrechnung nach Runge-Kutta ausführt. Die Subroutine PRECOR ist so aufgebaut, daß die Funktionswerte φ nach Gleichung (42.1), d.h. als Lösung des Gleichungssystems (42.86), in einem weitern Unterprogramm, der Subroutine FUNK, berechnet werden. Darin werden zunächst die Matrizen M_c und Ω mit (42.43) respektive (42.44) erzeugt, indem die bereits in MATRIX berechneten (konstanten) ω_{ij} mit den zugehörigen (zeitabhängigen) c_{ij} (42.9) und s_{ij} (42.19) multipliziert werden. Die Mulitplikation der Matrizen Ω , Γ und Ω mit φ^{-2} , φ^{-} bzw. φ liefert einen ersten Beitrag zu dem die rechte Seite des Gleichungssystems (42.86) bildenden Vektor. Dazu wird noch ein Vektor ψ_g (Gleichung 42.94 - 42.96) für die Berücksichtigung des Halmeigengewichtes addiert. Die für die weitere Rechnung notwendigen Grundlagen

werden durch einen Aufruf der Subroutine WELLE bereitgestellt, nämlich die Lage des Schnittpunktes Halm-Wasserspiegel, sowie die Kräfte aus Wasserund Luftdruck (Knotenlasten je unten, in der Mitte und oben an jedem Teilstab).

Der Schnittpunkt Halm-Wasserspiegel wird iterativ bestimmt. Zuerst wird von unten jener Teilstab gesucht, welcher den Wasserspiegel durchstößt (d.i. der erste Stab, dessen oberes Ende über dem Wasserspiegel liegt). Die Kote des Wasserspiegels $z_s(x,t)$ ist durch die Wassertiefe d und die aktuelle Erhebung bzw. Absenkung des Wasserspiegels gegenüber der Ruhelage $\zeta(x,t)$ bestimmt $[z_s(x,t) = d + \zeta(x,t)]$. Dazu werden die Gleichungen (32.143) für die lineare Theorie, bzw. (32.156) für die Theorie dritter Ordnung verwendet. Während die Berechnung der Wasserspiegellage nach der linearen Theorie mit einer einfachen Anweisungsfunktion in der Subroutine WELLE möglich ist, ruft die Variante für die Theorie dritter Ordnung hiezu das in der Figur 4.12. mit dünner Umrandung eingezeichnete, entsprechende FUNCTION-Unterprogramm auf. Dasselbe gilt für die Wasserteilchengeschwindigkeiten u(x,z,t) und v(x,z,t), welche zur Berechnung der Wasserdrücke auf die Teilstäbe benötigt werden (Gl. 32.144 - 32.145 für die lineare Theorie, Gl. 32.160 - 32.164 für Stokes III). Das zu diesen Funktionen benötigte Argument $\theta(x,t)$ (Gl. 32.142) wird bei der linearen Theorie ebenfalls mit einer einfa chen Anweisungsfunktion in der Subroutine WELLE berechnet, in der Variante mit Stokes III dagegen ist darum ein FUNCTION-Unterprogramm notwendig, weil es von verschiedenen Programmsegmenten aufgerufen wird. Die Wasser- und Luftdrücke (die Windgeschwindigkeit u_i ist konstant und gehört zu den Eingabedaten) werden mit (32.44) bzw. (31.2) berechnet, die entsprechenden Knotenlasten mit (42.89 - 42.91).

Im Falle wo Treibzeug vorhanden ist $(M_T \neq 0)$, wird dessen Lage relativ zum Halm berechnet (Lagekoordinate r auf dem entsprechenden Teilstab, Fig. 4.6., und "Eindringtiefe" δ nach Kap. 4.2.2.4., beide bestimmt aus den absoluten Lagekoordinaten x_T und z_T des Treibzeugs). Auch der durch die lokale Halmkrümmung (entsprechend der "Eindringtiefe", vgl. Kap. 4.2.2.4.) bedingte Anteil ΔN der Normalkraft N zwischen Halm und Treibzeug wird hier berechnet.

Damit sind die notwendigen Grundlagen vorhanden, die Berechnung wird von der Subroutine FUNK fortgesetzt, welche durch Aufruf von STOER1, STOER2 und STOER3 das zu lösende Gleichungssystem (42.86) vervollständigt.

STOER1 berechnet mit (42.85) die Koeffizientenmatrix L_c der linken Seite

der Bewegungsdifferentialgleichung (42.86). Die Subroutine STOER2 berechnet das "Störglied" ψ_T ' (Anteil des Treibzeugs am Belastungsvektor, Gl. 42.84) und addiert ihn zu dem bereits berechneten Anteil des Vektors auf der rechten Seite von (42.86). Als letzter Beitrag ist noch der direkte Einfluß ψ_{w+l} (Gl. 42.92 - 42.93) der Wasser- und Luftdrücke zuzuzählen, was in der Subroutine STOER3 geschieht.

Damit ist das (lineare) Gleichungssystem (42.86) vollständig und muß nun nach φ " aufgelöst werden. Aus der Menge der dafür zur Verfügung stehenden Algorithmen wählten wir das in Dankert (1977) beschriebene Verfahren mit der Cholesky-Zerlegung. Dabei wird die (symmetrische) Koeffizientenmatrix der linken Seite von (42.86) so in ein Produkt zweier Dreiecksmatrizen zerlegt, daß die eine gleich der transponierten Darstellung der anderen ist. Schreiben wir (42.86) in der vereinfachten Weise

$$A \varphi^{"} = b \quad , \tag{43.13}$$

so erzeugt die Cholesky-Zerlegung daraus

$$R^T R \varphi^{"} = b \quad , \tag{43.14}$$

wobei R eine Dreiecksmatrix ist. Faßt man R φ zu einem neuen Vektor y zusammen, so kann das daraus entstehende Gleichungssystem

$$R^T y = b (43.15)$$

leicht nach y aufgelöst werden, da wegen der Dreiecksform von R^T die erste Gleichung nur eine Unbekannte hat, die sofort bestimmt werden kann. Bei jeder folgenden Gleichung tritt jeweils eine neue Unbekannte dazu, die dann ebenfalls sofort berechnet werden kann. Diesen Prozeß nennt man Vorwärtseinsetzen. Der Vektor wird dann als Lösung des Gleichungssystems

$$R \varphi^{"} = y \tag{43.16}$$

gewonnen. Dies geschieht gleich wie bei der Lösung von (43.15), nur daß wegen der zu R^T gespiegelten Form von R mit der letzten Gleichung begonnen wird, der Prozeß heißt entsprechend Rückwärtseinsetzen. Diesen Algorithmus führen die Subroutinen CHOLZ, VOREIN und RUEEIN durch, deren Benennungen für sich selbst sprechen. Diese drei Unterprogramme konnten unmittelbar aus Dankert (1977) übernommen werden.

Obwohl das soeben beschriebene Verfahren auf den ersten Blick kompliziert aussieht, ist nach Dankert der Rechenaufwand nur etwa halb so groß, wie beim allgemeiner bekannten Gauß-Algorithmus.

Mit diesen Operationen ist das Gleichungssystem (42.86) in die für die Integration notwendige Form (43.1) übergeführt. Die Beschreibung dürfte klar gemacht haben, wie aufwendig die Funktionswertberechnung ist, weshalb für die Integration das Verfahren von Hamming benutzt wurde, welches pro Integrationsschritt nur zwei solcher Funktionswertberechnungen verlangt, während die hier nur in der Anlaufsrechnung verwendete Methode nach Runge-Kutta pro Integrationsschritt viermal die Berechnung von φ " benötigt.

Das ganze Procedere der Subroutine PRECOR (Integration von 42.86) wird für das in den Eingabedaten festgelegte Zeitintervall t_a bis t_e mit dem ebenfalls in der Eingabe anzugebenden Integrationszeitschritt At ausgeführt. Dabei wird periodisch, jeweils nach einem einzugebenden Zeitintervall t_{print} die Subroutine DARST zur Ausgabe und Darstellung der Resultate aufgerufen. Beim ersten Aufruf dieses Unterprogramms wird der Kopf des Print-Plots für die Darstellung der Halmschwingung erzeugt. Diese wird bei den folgenden Aufrufen der Subroutine DARST dargestellt, und zwar so, wie sich die Situation einem senkrecht von oben schauenden Beobachter darbietet, d. h., es werden die x-Koordinaten der Endpunkte der Teilstäbe, des Schnittpunktes Halm-Wasserspiegel und des Treibzeugs dargestellt (s. Fig. 4.13.). Zusätzlich werden die numerischen Werte der Drehwinkel φ der einzelnen Teilstäbe sowie die beiden Lagekoordinaten des Treibzeugs $(x_T \text{ und } z_T)$ im verwendeten Maßsystem (durch die Einheiten der Eingabedaten definiert) auf ein besonderes File (TAPE3) geschrieben. Beim letzten Aufruf der Subroutine DARST werden die Drehwinkel der Teilstäbe, die beiden Lagekoordinaten des Treibzeugs, die Winkelgeschwindigkeiten der Teilstäbe, die Geschwindigkeit des Treibzeugs in x-Richtung und die Normalkraft zwischen Halm und Treibzeug (allenfalls der letzte berechnete Wert, falls das Treibzeug zu diesem Zeitpunkt den Halm nicht berührt) ausgedruckt. Dazu kommen noch je die Maximal- und Minimalwerte der Drehwinkel und Auslenkungen (x-Richtung) der Teilstäbe, die maximalen Momente in den Gelenkpunkten sowie das quadratische Mittel je des positiven und des negativen Biegemomentes und der positiven und negativen Auslenkung der Stabenden.

4.4. BEISPIELE UND DISKUSSION

4.4.1. Beispiele

Als Beispiele für die Anwendung des mathematischen Modells wählten wir zwei Standorte des Schilffeldes Altenrhein, nämlich die als Fläche 1.2 und Fläche 4.3 bezeichneten Stellen (Beschreibung und Lokalisierung s. Teil III, Kap. 3.4.1.). Unmittelbar aus den im Teil III beschriebenen Festigkeitsversuchen ließen sich die Werte für Biegesteifigkeit, Festigkeit und Durchmesser entnehmen (vgl. Teil III, Tab. 3.1., 3.5. und 3.6.; dort sind allerdings nur die Werte der drei untersten geprüften Halmstücke aufgeführt). Die spezifische Masse bestimmten wir mit einer Regressionsgleichung, für welche die Werte aus einer Anzahl Proben verschiedener Flächen verwendet wurde:

$$\mu = 0.422 D^{2.11} e^{-0.0031h}$$
 [g/cm(!)] (44.1)
 μ ... spezifische Masse [g/cm]
 D ... Halmdurchmesser [cm]
 h ... Höhe über Grund [cm]

Der Einspanngrad c_E folgt ebenfalls aus einer Regressionsgleichung, der Gleichung (III 5.11):

$$c_E = 0.06542 \, [\text{cm}^{-1}] \cdot E \cdot J$$
 [N·cm/rad] (44.2)
 c_E ... Einspanngrad [N·cm/rad]
 $E \cdot J$... Biegesteifigkeit des Halmes am Fußpunkt [N·cm²]

Für die Berechnung der Dämpfungskonstanten wurde ein logarithmisches Dekrement von $\partial_L = 0,46$ festgelegt, was bedeutet, daß sich bei der Eigenschwingung die Amplitude mit jedem Ausschlag auf 63% der vorhergehenden verkleinert und daß nach 10 Schwingungen die Amplitude auf 1% des ursprünglichen Wertes abgesunken ist.

Der Reibungsbeiwert zwischen Halm und Treibzeug wurde (willkürlich) zu

$$\mu_1=0,4$$
 [-] (44.3)
 μ_1 ... Gleitreibungszahl = Verhältnis zwischen Normaldruck und Reibungskraft, wenn die beiden Körper aufeinander gleiten

festgelegt, was bedeutet, daß das Treibzeug auf einer mit 40% (gegenüber der Waagrechten) geneigten Fläche von Schilfhalmen gerade abzurutschen beginnt.

Die aus den Halmeigenschaften resultierenden Modellparameter wurden nach Kap. 4.2.3. berechnet und sind in der Tabelle 4.1. zusammengestellt. Die Fe-

Tab. 4.1. Halmeigenschaften und Modellparameter der für die Rechenbeispiele verwendeten Fälle (Festigkeitswerte aus den Versuchen mit Schilf aus Altenrhein, vgl. Teil III, Tab. 3.1., 3.5. und 3.6.)

= Höhe [cm] über Grund am Halm h_i = Höhe [cm] des Gelenkpunktes über Grund

 D_i = Durchmesser [mm] des Teilstabes

 $m_i = \text{Masse [g] des Teilstabes}$

 h_j = Höhe [cm] über Grund am D_j = Halmdurchmesser [mm] μ_j = Spezifische Masse [g/cm] $E \cdot J_j$ = Biegesteifigkeit [N·cm²] M_{Gr} = Grenzmoment [N·cm] M_{Br} = Bruchmoment [N·cm] c_i = Federkonstante [N·cm/rad] des Gelenks d_i = Dämpfungskonstante [N·cm·s/rad]

Fläch	Fläche 1.2, 13.6. $d_{See} = 70 \text{ cm}$										
Halm	Halm				l (4 Teils		Festigkeit				
h_j	D_{j}	μ_j	$E \cdot J_j$	h_i	D_i	m_i	c_i	d_i	M_{Gr}	M_{Br}	
				0			496	0,661	99	190	
18	10,85	0,47	17'200		10,90	13,75			87	167	
				30			502	1,290	76	150	
67	10,05	0,35	12'800		10,50	18,60			43	108	
				80			193	1,140	37	97	
127	9,80	0,27	5'900		9,80	19,30			17	56	
				150			70	0,465			
187	8,00	0,15	2'020		6,00	8,86					
220	[0]	[0,01]	[100]	(220)	0.000						
Fläch	ne 1.2,	27.6.						d_{i}	_{See} = 90	0 cm	
				0			857	1,350	180	370	
					11,40	18,80					
				40			773	2,320	170	300	
50	11,40	0,47	32'450		11,00	25,20			156	288	
91	11,00	0,39	28'730						104	219	
				100			370	1,930	100	200	
146	10,00	0,27	18'000		10,00	22,00			59	122	
				180			142	1,270			
198	9,00	0,18	8'560		6,00	12,70					
239	8,30	0,14	4'610								
292	[0]	[0,01]	[100]	(292)							

Tab. 4.1. (Fortsetzung)

= Höhe [cm] über Grund am Halm h_i = Höhe [cm] des Gelenkpunktes über Grund = Halmdurchmesser [mm] D_i = Durchmesser [mm] des Teilstabes

 m_i = Masse [g] des Teilstabes

 h_j = Höhe [cm] über Grund am D_j = Halmdurchmesser [mm] μ_j = Spezifische Masse [g/cm] $E \cdot J_j$ = Biegesteifigkeit [N·cm²] M_{Gr} = Grenzmoment [N·cm] M_{Br} = Bruchmoment [N·cm] c_i = Federkonstante [N·cm/rad] des Gelenks d_i = Dämpfungskonstante [N·cm·s/rad]

Fläch	Fläche 1.2, 23.7. $d_{See} = 90 \text{ cm}$										
Halm				Modell (4 Teilstäbe)					Festigkeit		
h_j	D_{j}	μ_j	$E \cdot J_j$	h_i	D_i	m_{i}	c_i	d_i	M_{Gr}	M _{Br}	
				0			976	1,450	210	440	
20	11,00	0,49	37'288		11,00	18,80			207	401	
				40			868	2,220	200	370	
65	10,60	0,39	35'250		10,60	22,30			200	324	
				100			455	1,990	165	260	
119	10,00	0,29	27'670		9,50	19,10			146	231	
170	8,80	0,19	15'700								
				180			162	1,220			
219	8,30	0,14	7'615		7,00	10,90					
289	[0]	[0,02]	[200]	(289)					<u> </u>		
Fläch	ne 4.3,	13.6.						d_{i}	See = 70	0 cm	
				0			318	0,421	70	150	
12	8,70	0,30	12'960		8,70	8,70			64	140	
				30			665	1,210	53	120	
79	8,30	0,22	7'868		8,50	12,40			22	69	
				80			110	0,700	22	69	
123	8,00	0,18	4'712		8,00	12,80			17	56	
				150			56	0,393			
179	7,50	0,13	1'899		7,00	6,86					
225	[0]	[0,01]	[100]	(225)							
Fläch	ie 4.3,	27.6.						d_{s}	_{See} = 90	0 cm	
				0			600	1,000	130	220	
33	9,80	0,37	21'830		9,80	14,70			108	188	
e — — —				40			447	1,420	100	180	
82	9,30	0,28	17'880		9,30	17,70			78	141	
				100			234	1,210	65	120	
138	8,75	0,21	11'130		8,70	15,60			37	88	
				175			109	0,920			
217	8,10	0,14	3'800		6,00	10,30					
278	[0]	[0,01]	[100]	(278)							

Tab. 4.1. (Fortsetzung)

= Höhe [cm] über Grund am Halm h_i = Höhe [cm] des Gelenkpunktes über Grund

 $D'_{:}$ = Halmdurchmesser [mm] D_i = Durchmesser [mm] des Teilstabes

= Spezifische Masse [g/cm] $m_i = \text{Masse [g] des Teilstabes}$

 μ'_{j} = Spezitische iviasse [5/5] $E \cdot J_{j}$ = Biegesteifigkeit [N·cm²] c_i = Federkonstante [N·cm/rad] des Gelenks

 $M_{Gr} = \text{Grenzmoment [N·cm]}$ d_i = Dämpfungskonstante [N·cm·s/rad]

 M_{R_r} = Bruchmoment [N·cm]

Fläch	Fläche 4.3, 23.7. $d_{See} = 90 \text{ cm}$										
Halm	Halm				l (4 Teils		Festigkeit				
h_j	D_j	μ_j	$E \cdot J_j$	h_i	D_i	m_i	c_{i}	d_i	M_{Gr}	M_{Br}	
				0			687	1,010	150	280	
17	9,30	0,34	25'700		9,30	13,10		2000	149	271	
				40			605	1,580	150	260	
59	9,10	0,29	25'550		9,10	16,20			155	256	
				100			340	1,380	130	210	
114	8,60	0,22	20'580		8,30	13,90			122	197	
170	7,90	0,15	12'830								
				175			148	0,971			
278	[0]	[0,02]	[200]	(278)	5,00	8,45					

stigkeitswerte in den Gelenkpunkten wurden aus den Werten der benachbarten Meßpunkte interpoliert (für den Fußpunkt extrapoliert). Die Längen der Teilstäbe folgen unmittelbar aus den Höhen über Grund der einzelnen Gelenkpunkte, bzw. der Halmspitze.

Der Wassserwiderstandsbeiwert des Halmes wurde nach Kap. 3.2.1.4.

$$c_w = 1,2$$
 (44.4)

gewählt.

Als Treibzeug nahmen wir ein Kantholz der selben Art an, wie es in den Modellversuchen (vgl. Kap. 3.3.4.) verwendet wurde, nämlich ein Holzstück mit 10 cm Kantenlänge und einer Masse von

$$M_T = 6 \text{ kg} \quad . \tag{44.5}$$

Dies ist bezogen auf einen 1 m langen Ausschnitt der Schilffront, da das Modell mit einer "Dicke" der x-z-Ebene (vgl. Fig. 4.1.) gleich einer Längeneinheit rechnet und in diesen Beispielen die SI-Einheiten ([m], [kg], [s] usw.) gelten.

Die Dichte des Treibzeugs entsprach dem schwereren Holzstück der erwähnten Modellversuche, nämlich

$$\rho_T = 600 \text{ kg/m}^3$$
 (44.6)

Dem entspricht (bei einer Kantenlänge von 10 cm) eine Eintauchtiefe von

$$A_T = 0.06 \,\mathrm{m}$$
 (44.7)

Die Widerstandskoeffizienten betragen auf Grund der selben Modellversuche

$$G_d = 1.8$$
 (44.8)

und

$$G_m = 1,25 (44.9)$$

(Gleichungen 33.16 - 33.17).

Das in Kap. 4.2.2.4. beschriebene Verhältnis von (zusätzlicher) Stoßkraft zur "Eindringtiefe" legten wir für alle Fälle fest zu

$$E_q = \frac{\Delta N}{\delta} = 1900 \,\text{N/m}$$
 , (44.10)

dem im selben Kapitel behandelten Faktor f_{el} (Abminderungsfaktor für ΔN , wenn sich das Treibzeug vom Halm wegbewegt) gaben wir den (willkürlichen) Wert von

$$f_{el} = 50\%$$
 . (44.11)

Als weitere Parameter kommen noch dazu:

Die Dichte des Wassers mit

$$\rho_w = 1000 \,\text{kg/m}^3$$
 , (44.12)

die Dichte der Luft

$$\rho_l = 1.2 \,\text{kg/m}^3$$
 , (44.13)

und der Luftwiderstandskoeffizient des Halmes

$$c_l = 1,88$$
 , (44.14)

was etwa der unteren Streuungsgrenze für die in allen Beispielen angenommene Windgeschwindigkeit von

$$u_l = 3 \text{ m/s}$$
 (44.15)

entspricht (vgl. Kap. 3.1.2. und Fig. 3.10.).

Die Anzahl der in einem Meter Schilffront stehenden Halme wurde gleich 9 gesetzt, entsprechend einer Dichte von etwas weniger als 81 Halme /m², da ja

die Halme nie regelmäßig auf einer Linie stehen und deshalb nicht nur die vorderste Reihe vom Treibzeug belastet wird.

In allen Fällen verwendeten wir ein Modell mit n=4 Teilstäben, deren Längen jeweils der Situation angepaßt wurden, und zwar in der Art, daß der Bereich vom Seegrund bis 10 cm oberhalb des Ruhewasserspiegels in zwei Teilstäbe unterteilt wurde. Für den Luftteil des Halmes blieben dann noch einmal zwei Teilstäbe. Die Längen können aus der Tabelle 4.1. entnommen werden, sie sind gleich den Differenzen der h_i (Kolonne 5). Da bei Belastung der Halm unten stärker gekrümmt ist, wurden die Teilstäbe gegen unten kürzer genommen.

Die den Beispielen zu Grunde gelegten Wellenhöhen und -perioden sind in Tab. 4.2. aufgelistet. Die leer gelassenen Felder dieser Tabelle sind Fälle, die nicht gerechnet wurden. Bei allen Beispielen der Tabelle 4.1. wurden die Wellen solange der Tabelle 4.2. folgend vergrößert, bis die Halme vom Treibzeug "überfahren" wurden (Instabilität der Rechnung bei zu großer Verformung). Diese Grenze ist aus den Ergebnissen (Tab. 4.4.) zu ersehen. Bei den Wellen mit einer Periode von 3 s entstand für Wellenhöhen von weniger als 15 cm kein sichtbarer Effekt.

Der zu den verwendeten Wellenkenngrößen gehörige Ursell-Parameter (vgl. Kap. 3.2.2.2. Gl. 32.85) bewegte sich innerhalb der Grenzen von

$$U = 1,62 \div 108 \quad . \tag{44.16}$$

Da die Gültigkeitsgrenze für die lineare Wellentheorie bei $U \le 15$ liegt, hätten an sich die kleineren Wellen mit dieser Theorie gerechnet werden können; da jedoch die Theorie dritter Ordnung nach Stokes auch in diesen Fällen keine falschen Resultate liefert (die Werte nähern sich mit abnehmender Wellenhöhe jenen der linearen Theorie), rechneten wir alle Beispiele einheitlich mit Stokes III (Kap. 3.2.2.2.2., Abschn. 1b und Kap. 3.2.3., Abschn. b).

Aus den zahlreichen Kombinationen möglicher Fälle wählten wir die in Tab. 4.3. zusammengestellten 15 Beispiele. Wo nichts anderes vermerkt ist, wurden die variablen Wellenperioden gemäß Kolonne 2 der Tabelle 4.2. verwendet. Außer für die ebenfalls speziell gekennzeichneten Beispiele (s. Tab. 4.1. und 4.3.) legten wir die Wassertiefe von d = 90 cm zu Grunde.

Als Bezugspunkt für den Vergleich der Beispiele wurden die Halme der Fläche 1.2 und 4.3 (Versuchsgebiet Altenrhein) am 27. 6. gewählt (Beispiele ST711 und ST731). Die Wirkung flacherer Wellen untersuchten die Beispiele ST721 und ST741 mit einer für alle Wellenhöhen konstanten Periode von 3 s, während bei den übrigen Beispielen die Wellen derart gewählt wurden, daß

Tab.4.2. Übersicht über die für die Beispiele verwendeten Wellenhöhen, -perioden und -längen.

 $H_w = \text{Wellenh\"{o}he [cm]}$ $L = \text{Wellenl\"{a}nge [m]}$ $T_w = \text{Wellenperiode [s]}$ d = Wassertiefe [cm]

H_{w}	T_w	L		T_w	L
		d = 90	d = 70		d =90
10	1,25	2,43	2,36		
15	1,53	3,46	3,27	3,00	8,41
20	1,76	4,30	4,02	3,00	8,47
25	1,97	5,07	4,71	3,00	8,55
30	2,16	5,78	5,36	3,00	8,64
35	2,33	6,42	5,96	3,00	8,73
40	2,49	7,05	6,56	3,00	8,83
45	2,65	7,70	7,18	3,00	8,94
50	2,79	8,29		3,00	9,04
55	2,92	8,86			
60	3,05	9,45			
65	3,18	10,05			
70	3,30	10,63			

Tab. 4.3. Übersicht über die als Beispiele gerechneten Fälle.

Beispiel #	Datum	Fläche	Besonderes
ST 771	13. 6.	1.2	Wassertiefe $d = 70 \text{ cm}$
SO 761	13. 6.	1.2	Wassertiefe $d = 70$ cm; ohne Treibzeug ($M_T = 0$)
ST 791	13. 6.	4.3	Wassertiefe $d = 70 \text{ cm}$
SO 781	13. 6.	4.3	Wassertiefe $d = 70$ cm; ohne Treibzeug
ST 711	27. 6.	1.2	
SO 751	27. 6.	1.2	Ohne Treibzeug
ST 751	27. 6.	1.2	Treibzeug mit doppelter Masse ($M_T = 12 \text{ kg}, A_T = 8,5 \text{ cm}$)
ST 721	27. 6.	1.2	Wellenperiode $T = 3$ s
ST 731	27. 6.	4.3	
SO 731	27. 6.	4.3	Ohne Treibzeug
ST 741	27. 6.	4.3	Wellenperiode $T = 3$ s
ST 811	23. 7.	1.2	
SO 801	23. 7.	1.2	Ohne Treibzeug
ST 831	23. 7.	4.3	
SO821	23. 7.	4.3	Ohne Treibzeug

das Verhältnis H/T² ungefähr konstant ist, was bedeutet, daß diese Wellen im Tiefwasser ungefähr die gleiche Steilheit haben. Um den Einfluß verschiedener Halmsteifigkeiten zu bestimmen, hätte man die Steifigkeitswerte der Halme vom 27. 6. um einen bestimmten Faktor vergrößern und verkleinern können. Da aber in der Natur Steifigkeit und Festigkeit eng miteinander verknüpft sind, erschien es uns realistischer, auf gemessene Werte zurückzugreifen, wofür sich die zu verschiedenen anderen Daten geprüften Halme der gleichen Flächen anboten. Damit wurde gleichzeitig das Element der jahreszeitlichen Entwicklung in die Berechnungen eingebracht. Wegen dem im Frühsommer noch tieferen Wasserstand wurde bei den Beispielen mit Halmen vom 13. 6. mit einer Wassertiefe von nur 70 cm gerechnet. Auf weitere Vor- und Nachteile dieser Wahl wird bei der Besprechung der Resultate eingegangen. Für jedes Datum und jede Fläche rechneten wir auch den Fall ohne Treibzeug (SO761, SO 781, SO751, SO801 und SO821), für die Fläche 1.2 am 27.6. noch zusätzlich die Variante mit einem Treibholz doppelter Masse (ST751). Damit suchten wir den vom Treibzeug verursachten Anteil an der Halmbeanspruchung festzustellen.

Das Zeitintervall für die Berechnung ($t_{Anfang} = 1,5$ s; $t_{End} = 25,1$ s) und die Anfangsbedingungen sind willkürlich festgelegt. Es wurde angenommen, daß zu Beginn der Rechnung der Halm senkrecht steht und sich nicht bewegt $(\varphi(0) = \varphi'(0) = 0)$, das Treibzeug schwimmt in 50 cm Entfernung vom Halm auf dem Wasserspiegel und bewegt sich mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Wasserteilchen. Da die Anfangsbedingungen willkürlich gewählt wurden, stellt sich der quasi-stationäre Schwingungszustand erst nach einer gewissen Einschwingungszeit ein. Bei der Beurteilung der Resultate wurde deshalb die Zeitspanne der ersten 3 1/2 Wellenperioden nicht berücksichtigt. Bei kleinen Wellenhöhen ($H < \approx 25$ cm) ist diese Zeitspanne insofern zu klein, als es einige Wellenperioden dauert, bis das Treibzeug den Halm überhaupt erreicht. Der erste, manchmal auch der zweite Schlag des Holzstücks auf den Halm sind dann wenig bis deutlich größer als im quasistationären Zustand (vgl. Fig. 4.13. - 4.16. am Schluß dieses Kapitels). Immerhin entspricht auch dieser Fall einer Situation in der Natur, da das Treibzeug ja oft von irgendwo hergeschwemmt wird und irgendwann auf die Halmfront trifft. Bei der Beurteilung der Resultate wird auf diese Tatsache Rücksicht genommen.

Die Schrittweite At für die Integration der Differentialgleichungen wurde zu

$$\Delta t = 0.001 \text{ s}$$
 (44.17)

festgelegt, da sich damit eine hinreichende Genauigkeit erzielen ließ. Der

Ausdruck der Resultate (Werte der Lagekoordinaten, Printplot; vgl. Beschreibung des Programms in Kap. 4.3.) erfolgte alle 0,2 s, d.h. nach je 200 Integrationsschritten.

Die Ergebnisse erscheinen primär als Werte aller Lagekoordinaten in Funktion der Zeit. Die vom Programm (Subroutine DARST) erzeugten Printplots der Bewegungen der Gelenkpunkte und des Treibzeugs in x-Richtung (Fig. 4.13. - 4.25 am Schluß dieses Kapitels) dienten in erster Linie der qualitativen Beurteilung der Halmschwingung. Ebenfalls der Veranschaulichung dienten die mit Hilfe eines Hewlett-Packard Intelligent Graphics Terminal HP 2647A mit zugehörigem HP 9872 Graphics Plotter hergestellten Bildchen (Fig. 4.32.), welche den Schwingungsvorgang in der Seitenansicht zeigen. Dazu wurden die vom Rechenprogramm auf TAPE3 geschriebenen Werte auf eine Magnetbandkassette übertragen und mit einem durch AGL ("A Graphics Language") erweiterten BASIC-Programm verarbeitet.

Zur quantitativen Beurteilung dienen die vom Programm ebenfalls gelieferten Größen von Maximalwert und quadratischem Mittel ("Standardabweichung") des positiven Biegemomentes in den Gelenkpunkten (Tab. 4.4. am Schluß dieses Kapitels).

Nicht leicht beantworten läßt sich die Frage, wie diese Beanspruchungen mit den in der Tabelle 4.1. ebenfalls aufgeführten Festigkeitswerten in Beziehung gesetzt werden sollen. Ein notwendiges Kriterium für den Vergleich von Beanspruchung und Festigkeit ist sicher die Forderung, daß das maximale Biegemoment kleiner sei als das Bruchmoment, da der Halm sonst in jedem Fall bricht, auch bei nur einmaliger Beanspruchung. Dieses Kriterium ist aber sicher nicht hinreichend, weil ja die Beanspruchung als periodische Schwingung auftritt, und zwar mit einer Amplitude (Maximalwert), die um ein bestimmtes Mittelmaß streut (vgl. Fig. 4.13. - 4.25.). Diese oft wiederholte Beanspruchung führt schon dann zum Versagen des Halmes, wenn das Grenzmoment M_{Gr} (vgl. Teil III, Kap. 1.2.) überschritten wird (bleibende Verformung durch jeden Ausschlag). Dieses "Mittelmaß" der Schwingungsamplitude kann vom Programm nicht berechnet werden, da es z.B. bei stark schwankenden Ausschlägen nicht sinnvoll wäre, jede Schwingung mitzuberücksichtigen: Ob und welche Schwingungen allenfalls bei dieser Berechnung des Mittelwertes wegzulassen sind, ist eine Ermessensfrage und kann nur mit dem Überblick über das Schwingungsbild des ganzen Berechnungsintervalls entschieden werden.

Dagegen ist das quadratische Mittel

$$\sigma_{M} = \left[\frac{1}{t_{2}-t_{1}} \int_{t_{1}}^{t_{2}} M(t)^{2} dt\right]^{1/2}$$
 (44.18)

 σ_M ... Quadratisches Mittel des Biegemomentes M(t) ... Biegemoment in Funktion der Zeit

 t_1, t_2 ... Anfang bzw. Ende des Berechnungszeitintervalls

("Standardabweichung") ein besseres Maß für die mittlere Beanspruchung. Mit den folgenden Überlegungen soll versucht werden, damit den ungefähren mittleren Ausschlag abzuschätzen: Die wirkliche Schwingung wird vereinfachend als Sinusschwingung betrachtet. Wegen der Überlagerung der Wellenwirkung durch den stetigen Winddruck und wegen der stärkeren Wirkung der Wellen in ihrer Fortpflanzungsrichtung ist diese Schwingung allerdings nicht symmetrisch bezüglich des Nullpunktes, sondern in positiver x-Richtung (bezogen auf die Koordinaten des mathematischen Modells) verschoben. Betrachten wir die Bewegungen der einzelnen Gelenkpunkte des Modells auf den Figuren 4.13. - 4.25. (am Schluß dieses Kapitels), so sehen wir, daß die Schwingung in der Größenordnung um eine halbe Amplitude verschoben ist, d.h. der maximale Rückschwung liegt nahe bei der Nullinie. Diese vereinfachte Schwingung läßt sich somit in der Form

$$y = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} \sin b t \tag{44.19}$$

y ... Wert (z.B. Biegemoment oder Halmbewegung)
A/2 ... Amplitude der Schwingung (= halbe Schwingungsweite)
b ... Kreisfrequenz der Schwingung

anschreiben. Berechnet man das mittlere Quadrat (Varianz) einer solchen Schwingung, so wird (in Analogie zu 44.18)

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{A^2}{4} [1 + \sin^2(b t)] dt = \frac{3}{8} A^2$$
 (44.20)

und

$$\sigma_{y} = \sqrt{(3/8)} A$$
 . (44.21)

Auf unser Problem angewendet kann man somit schreiben:

$$M_{max m} = \sqrt{(8/3)} \sigma_M \tag{44.22}$$

M_{max m} ... Mittleres Maximum oder mittlerer Ausschlag des Biegemomentes

Es liegt nun nahe, dieses mittlere Maximum mit dem Grenzmoment zu vergleichen. Um die Asymmetrie der Schwingung zu berücksichtigen werden zur Berechnung des quadratischen Mittels der wirklichen Schwingung nur die positiven Momente berücksichtigt. Der Faktor √(8/3) als Verhältnis zwischen dem quadratischen Mittel und dem mittleren Ausschlag stimmt allerdings nur dann, wenn die Schwingung ungefähr Sinusform hat. Je schärfer ausgeprägt die Spitzen und damit verbunden je flacher und breiter die "Täler" dazwischen, umso höher müßte dieser Proportionalitätsfaktor angesetzt werden. Obwohl ein Blick auf die Fig. 4.18. - 4.20 zeigt, daß dies tatsächlich in einigen Fällen berechtigt wäre, verzichteten wir darauf, da bei der Messung der Festigkeit (Teil III, Kap. 3.1.) die Belastung vergleichsweise langsam aufgebracht wurde, was zu eher niedrigeren Festigkeitswerten führt.

Mit diesen Überlegungen legten wir in den folgenden Beispielen für jeden Lastfall eine "zulässige Wellenhöhe" derart fest, daß einerseits

$$M_{max b} = M_{Br} (\Rightarrow H_B) \tag{44.23}$$

und andererseits

$$M_{max g} = \sqrt{(8/3)} \sigma_M = M_{Gr} (\Rightarrow H_G)$$
 (44.24)

Damit konnten die "zulässigen Wellenhöhen" H_B und H_G aus der Tabelle 4.4. durch Interpolation gewonnen werden. Wird die "zulässige Wellenhöhe" überschritten, so wird der Halm geschädigt, wobei an sich natürlich der kleinere der beiden Werte maßgebend ist. Da aber H_G und H_B je auf ganz verschiedenem Weg gewonnen wurden und beide ihre eigenen Fehlerquellen und Unsichereheiten aufweisen, geben wir jeweils beide Werte an.

Als weitere Anwendungen des mathematischen Modells können die Nachrechnungen der Modellversuche an der VAW (vgl. Kap. 3.3.4.) gelten, obwohl dort nicht die Beanspruchungen, sondern die Bewegungen interessierten. Als Beispiel, wie bei bestimmten Konstellationen der Parameter äußerst unregelmäßige Schwingungen entstehen können, zeigen wir die Schwingungsbilder für den Versuch mit dem Holzstück von 5,99 kg und 16 cm Wellenhöhe, wobei in dieser Reihe für einen als konstant angenommenen Schubkoeffizienten G_d der Massekoeffizient G_m im Bereich von 1,0 bis 2,0 variiert wurde (Fig. 4.27. - 4.32.). Dazu sei noch auf die Ausführungen in Kap. 3.3.3. hingewiesen, aus denen hervorgeht, daß eine Erhöhung des Massekoeffizienten G_m ungefähr gleich wirkt, wie eine Vergrößerung der Treibzeugmasse, während eine Erhöhung des Schubkoeffizienten G_d einen ähnlichen Effekt hat wie eine größere Eintauchtiefe A_T .

4.4.2. Resultate der Beispielsrechungen und Diskussion

Wie aus den Darlegungen in den vorigen Kapiteln und auch im nachfolgenden Teil III mit hoffentlich genügender Deutlichkeit hervorgeht, ist jeder einzelne Parameter des mathematischen Modells mit kleineren bis erheblichen Ungenauigkeiten behaftet. Die im folgenden vorgestellten Resultate der im vorangehenden Kapitel beschriebenen Beispiele dürfen deshalb nicht als absolute Größen zum Nennwert genommen werden, auch wenn sie durchaus plausibel erscheinen. Die Stärke des mathematischen Modells liegt eher im relativen Vergleich; es wird ersichtlich, was passiert, wenn gewisse Gegebenheiten (wie z.B. die Biegesteifigkeit) verändert werden.

Diese Unsicherheiten sind mit jedem der im Ingenieurwesen verwendeten Verfahren zur Dimensionierung von Bauwerken untrennbar verbunden. Damit diese Konstruktionen trotzdem nicht einstürzen, werden ausreichende Sicherheitsfaktoren festgelegt, d.h. das Bauwerk wird (vereinfachend gesagt) so dimensioniert, daß die rechnerisch zulässige Belastung um diesen Sicherheitsfaktor größer ist als die vorhandene. Dazu genügt meist eine geringe Vergrößerung einiger Abmessungen, da Festigkeit und Steifigkeit eines Bauteils überproportional zur Größe zunehmen. Auf das Schilf läßt sich diese Denkweise jedoch nicht anwenden, da die Halme von der Natur dimensioniert wurden, welche nicht mit Sicherheitsfaktoren rechnet, weil der Verlust eines bestimmten Anteils der Individuen das Überleben der Art in keiner Weise gefährdet: Würden wir bei der Berechnung der Beanspruchung von Schilfhalmen noch einen Sicherheitsfaktor einführen, so erhielten wir als Resultat, daß Schilfhalme auch der normalen natürlichen Beanspruchung gar nicht standhalten könnten, das theoretisch nachgezeichnete Bild würde noch mehr verfälscht.

Um die Besprechung und den Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Beispiele zu vereinfachen, werden sie im folgenden so behandelt, wie wenn es sich um "richtige" Werte handelte; der Leser muß sich aber der genannten Einschränkungen stets bewußt bleiben. Die Ergebnisse werden am Schluß dieses Kapitels (S. 262 - 297) zahlenmäßig und graphisch präsentiert.

In der Tabelle 4.4. sind die berechneten Beanspruchungen zusammengestellt, nämlich jeweils für jeden Gelenkpunkt das maximale Biegemoment und das quadratische Mittel des Biegemomentes. Die Figuren 4.33. - 4.35. zeigen das Biegemoment im Fußpunkt des Halmes in Abhängigkeit von der Wellenhöhe. Bestimmen wir aus den Beanspruchungen und den Festigkeiten (Tab. 4.4. und 4.1.) die "zulässigen Wellenhöhen" H_G (bezogen auf das Grenzmoment) bzw. H_B (bezogen auf das Bruchmoment) nach der im vorigen Kapitel beschriebenen Weise, so erhalten wir die Tabelle 4.5.. Die äußerste Kolonne rechts in dieser Tabelle, H_{max} , gibt an, bei welcher Wellenhöhe der Halm gerade noch nicht überrollt wird.

Eine Bemerkung verdient zunächst die Kolonne mit H_{max} : Wie bereits am

Schluß von Kapitel 4.3.2. erwähnt, bricht die Rechnung mit einem Vermerk auf dem Output ab, wenn der Halm überfahren wird, oder der Integrationsalgorithmus wird instabil, was ebenfalls zum Abbruch der Rechnung führt. Welches der beiden Ereignisse jeweils eintritt, ist offenbar mehr oder weniger eine Frage des Zufalls und abhängig von der spezifischen Parameterkombination. Wie aus Tab. 4.5. hervorgeht, ist für das Versagen des Halmes in allen durchgerechneten Beispielen die Beanspruchung und nicht die Stabilität (Überfahren) maßgebend: In den unteren Punkten ist die Bruchfestigkeit bereits erreicht oder überschritten, bevor der Halm überfahren wird.

Die gemessenen Festigkeiten sind ebenfalls mit einer bestimmten Unsicherheit behaftet. Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Art und Weise, wie die Belastung in der Natur aufgebracht wird, etwas größere Biegemomente zuläßt als die Versuchseinrichtung im Labor (vgl. Teil III, Kap. 3.1.). Daher ist es gerechtfertigt, auch die maximalen Wellenhöhen H_{max} , bezogen auf das Überfahrenwerden, kurz zu betrachten. Zuerst fällt auf, daß in den Fällen ohne Treibzeug (SO...) diese Grenze bis zur maximal berücksichtigten Wellenhöhe von 70 cm gar nicht erreicht wird, was zu erwarten war. Der entscheidende Einfluß des Treibzeugs wird hier deutlich: Bei den Halmen der Fläche 1.2 vom 27. 6. reduziert ein Treibholz von 6 kg (pro Laufmeter Uferlinie) die "Überrollgrenze" auf 45 cm Wellenhöhe, während ein doppelt so schweres Holzstück (Beispiel ST751) diese Grenze nur noch um 5 cm auf 40 cm erniedrigt. Im übrigen zeigen die Werte von H_{max} ein getreues Abbild der Steifigkeitsverhältnisse, wenn auch nur in den unteren Bereichen: Bei den Halmen der Fläche 1.2 liegt die Grenze für den 27. 6. (ST711, ST721) ebenso wie für den 23. 7. (ST811) bei 45 cm, während sie für die (etwas weicheren; vgl. Tab. 4.1.) Halme der Fläche 4.3 erst am 23. 7. (ST831) diesen Wert erreicht. Am 27. 6. liegt die kritische Grenze noch bei 40 cm Wellenhöhe. Am 13. 6., wo die Halme noch weniger stark ausgebildet sind, wird die Schilffront schon bei 30 cm Wellenhöhe (Fläche 4.3, ST791) bzw. 35 cm (Fläche 1.2, ST771) vom angenommenen Treibholz überfahren, obwohl wegen der noch geringeren Wassertiefe von nur 70 cm der Hebelarm für das Treibholz kürzer ist. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß dieses H_{max} nicht zum Nennwert genommen werden darf, weil bei Berücksichtigung der gemessenen Festigkeiten der Halmbruch meist schon früher eintritt. H_{max} ist daher nur ein oberster Grenzwert, bei dem die Schilffront, unabhängig von der Festigkeit der Halme, durch das Treibzeug zerstört wird.

In der Natur ist die Situation noch etwas anders, da die vordersten Halme eines Bestandes von den dahinter stehenden in einem gewissen Maße gestützt werden. Sie "liegen" deshalb nicht so schnell "ab". Dieser Einfluß darf andererseits in seiner günstigen Wirkung auch nicht überschätzt werden, denn die Abstützung behindert die Bewegung und erhöht damit die mechanische Beanspruchung (das System wird steifer). Außerdem ist nicht zu vergessen, daß die Abstützung erst bei verhältnismäßig großer Verformung wirksam wird, da ja die hinteren Halme in einem gewissen Abstand zu den vorderen stehen und die durch Wind und Wellen verursachte Bewegung ebenfalls mitmachen. Darum darf die Vermutung gewagt werden, daß die hinteren Halme das Zerstörungswerk von Treibzeug und Wellen nur verzögern, dagegen längerfristig nicht aufzuhalten vermögen, wenn die vordersten Halme allein der Beanspruchung nicht gewachsen sind.

Betrachten wir nun, mit den notwendigen Vorbehalten, die "zulässigen Wellenhöhen", die sich auf Grund von Beanspruchung und Festigkeit ergeben (Tab. 4.5.). Als erstes stellen wir fest, daß aus dem Vergleich von mittlerer Amplitude mit dem Grenzmoment kleinere Werte resultieren (H_G) als aus dem Vergleich der Maximalbeanspruchung mit dem Bruchmoment (H_R) . Der Grund ist einfach: Das Grenzmoment ist wesentlich niedriger als das Bruchmoment, nämlich um den Faktor 1/2 - 1/3. Da andererseits die Schwingungen der Rechenbeispiele doch ziemlich regelmäßig sind (Fig. 4.13. - 4.25.), ist die mittlere Amplitude nicht viel kleiner als der Maximalausschlag. Im weiteren fällt auf, daß offenbar die Beanspruchung im Gelenk 3 (10 cm über dem Ruhewasserspiegel) nicht maßgebend ist, da für diesen Punkt laut Tab. 4.5. höhere Wellen "zulässig" sind als für die beiden unteren. Zwischen den beiden unteren Punkten (Fußpunkt und je nach Halmgröße 30 - 40 cm über Grund gemäß Tab. 4.1.) sind die Unterschiede wenigstens in den Fällen mit Treibzeug nicht groß. Zu unterst sind die "zulässigen Wellenhöhen" eher etwas kleiner, was an sich bedeutet, daß die Halme am Fußpunkt brechen würden. In Wirklichkeit muß dies nicht der Fall sein, da die Festigkeit des Fußpunktes durch Extrapolation aus den höher gelegenen Meßpunkten bestimmt und damit sehr wahrscheinlich unterschätzt wurde, denn die untersten Internodien eines Halmes sind sehr kurz und stark verfestigt. Aus diesem Grund konzentrieren wir unsere Betrachtungen der "zulässigen Wellenhöhen" auf den Gelenkpunkt 2, mit der Annahme, daß diese maßgeblich seien.

Das Bild, das sich zeigt, ist ähnlich wie bei den maximalen Wellenhöhen H_{max} . Allerdings zeigt sich ein deutlicher Unterschied (von etwa 4 cm) zwischen den beiden Flächen 1.2 und 4.3 nur für den 27. 6. (ST711 mit $H_G/H_B = 38/44$ cm "zulässiger Wellenhöhe" und ST721 mit 37/44 [Fläche 1.2] gegenüber ST731 mit 34/40 und ST741 mit 34/39 [Fläche 4.3]). Dabei darf nicht

vergessen werden, daß die Unterteilung für H_{max} mit 5 cm-Stufen gröber ist als jene für die beiden anderen "zulässigen Wellenhöhen" H_G und H_B , denn für H_{max} kann nicht zwischen den gerechneten Beispielen interpoliert werden. Es ist daher möglich, daß in einzelnen Fällen H_{max} bis gegen 5 cm größer ist als in der Tabelle 4.5. aufgeführt.

Obschon die weicheren Halme der Fläche 4.3 am 27.6. weniger stark beansprucht werden (vgl. Fig. 4.37.) mögen sie weniger hohe Wellen auszuhalten als jene der Fläche 1.2 zum gleichen Datum, das heißt, der Unterschied zwischen den beiden Flächen ist bei der Festigkeit wirkungsmäßig größer als bei der Steifigkeit. Bei den anderen Daten (13. 6. und 23. 7.) ist dies nicht der Fall, die "zulässigen Wellenhöhen" sind für beide Flächen ungefähr gleich (ST771 mit 27/31 cm "zulässiger Wellenhöhe" gegenüber ST791 mit 26/30 für den 13.6. bzw. ST811 mit 40/47 gegenüber ST831 mit 38/46). In der Beanspruchung (Fig. 4.38.) zeigen sich dagegen dieselben, durch die verschiedenen Steifigkeiten bedingten, Unterschiede wie am 23. 6., was bedeutet, daß Festigkeit und Steifigkeit hier wirkungsmäßig im gleichen Verhältnis stehen. Der Grund für diesen nicht ganz einleuchtenden Sachverhalt läßt sich nur vermuten: Offenbar entwickelten sich die Halme der Fläche 4.3 zuerst vor allem in ihrer Dicke (Steifigkeit) während die Bildung des Festigungsgewebes weniger rasch erfolgte und dem (für die Berechnung angenommenen) Seeanstieg von 70 auf 90 cm zwischen dem 13. 6. und 27. 6. nicht zu folgen vermochte. Dies läßt sich tendenzmäßig der Fig. 4.39. entnehmen, wo Durchmesser, Festigkeit und Steifigkeit der Halme über dem Datum aufgetragen sind. Daß in dieser Figur der Durchmesser der Halme vom 27. 6. zum 23.7. abnimmt, zeigt nicht etwa eine Rückentwicklung der Halme, sondern ist eine Folge der Auslese der geprüften Halme, denn am 23. 7. wurde ein Mittelwert aus sechs verschieden großen Halmen genommen, während am 27. 6. nur je zwei "große" Halme beider Flächen untersucht wurden. Angesichts dieser schmalen Datenbasis sollten im übrigen für die zeitliche Entwicklung keine weitergehenden Schlüsse gezogen werden (die hier behandelten Beispiele sollen ja auch nur den Einfluß unterschiedlicher Biegesteifigkeit aufzeigen).

In den Unterschieden zwischen den verschiedenen Daten spiegelt sich nicht nur der Einfluß verschiedener Festigkeit und Steifigkeit an sich, sondern auch die von unten nach oben sich entwickelnde Halmverfestigung: Bei den späteren Halmen nehmen Festigkeit und Steifigkeit von unten nach oben viel weniger stark ab als bei den früheren, sie sind deshalb den Angriffen der Wellen besser gewachsen. Der Unterschied ist besonders markant zwischen dem 13.6. und dem 27.6. (ST791 mit 26/30 gegenüber ST731 mit 34/40 [Fläche

4.3] bzw. ST771 mit 27/31 gegenüber ST711 mit 38/44 cm "zulässiger Wellenhöhe" [Fläche 1.2]). Die Verfestigung geht übrigens nach Ende Juli noch weiter (vgl. mit den Werten für den 12. 8. in Teil III, Tab. 3.1., 3.5. und 3.6.). Andererseits sinkt in dieser Zeit der Wasserspiegel normalerweise bereits wieder, so daß diese stärkeren Halme sogar noch weniger beansprucht werden. Trotz aller Vorbehalte gegenüber einem mathematischen Modell decken sich die hier vorgestellten Resultate mit der Tatsache, daß die Schilfhalme in der Zeit des Aufwuchses am stärksten gefährdet sind (KLÖTZLI 1974).

Bemerkenswerterweise gelten die obigen Schlußfolgerungen auch dann, wenn kein Treibzeug vorhanden ist, außer daß die Absolutwerte der "zulässigen Wellenhöhen" natürlich größer sind. Das Entfernen des Treibholzes erhöht die "zulässigen Wellen" um 22%/35% in der Fläche 1.2 am 13. 6., um 40%/34% am 27. 6. und um 38%/40% am 23. 7. Für die Fläche 4.3 lauten die entsprechenden Zahlen: 19%/42% (13. 6.), 32%/35% (27. 6.) und 45%/39% (23. 7.).

Auch die Masse des Treibzeugs wirkt hinsichtlich der "zulässigen Wellenhöhen" auf Grund der Beanspruchung analog wie bei der maximalen Wellenhöhe in bezug auf die Stabilität (Überfahren): Obwohl nach den Berechnungen auch für den Fall ohne Treibzeug eine Wellenhöhe von weniger als 70 cm zum Bruch führt, (SO751 mit 53/59 cm "zulässiger Wellenhöhe"), ist auch nach dem Bruchkriterium der Unterschied viel größer zwischen dem Fall ohne (SO751) und mit einem Holzstück von 6 kg Masse (ST711 mit 38/44 cm) als zwischen diesem und einem Treibholz von 12 kg (ST751 mit 38/>40 cm). Dies geht auch aus der Fig. 4.33. deutlich hervor, wo die Beanspruchungen in Funktion der Wellenhöhe dargestellt sind.

Der Einfluß der Wellenperiode (und damit der –steilheit) auf die "zulässige Wellenhöhe" ist im Rahmen der besprochenen Beispiele verschwindend (ST711 mit 38/44 [≈ konstante Steilheit] gegenüber ST721 mit 37/44 [konstante Periode von 3 s] für die Fläche 1.2 bzw. ST731 mit 34/40 gegenüber ST741 mit 34/39 cm "zulässiger Wellenhöhe"für die Fläche 4.3). Dabei ist zu beachten, daß sich die Perioden der Wellen mit zunehmender Höhe mehr und mehr nähern (vgl. Tab. 4.2.: Bei rund 60 cm Wellenhöhe stimmen die Perioden überein), im Bereich von 40 cm Wellenhöhe ist allerdings der Unterschied noch erheblich: 2,49 s gegenüber 3 s, Wellenlänge entsprechend 7,05 m gegenüber 8,8 m. Die Steilheiten *H/L* betragen 0,4/7,05 = 1/17,6 (ST711 und ST731), bzw. 0,4/8,8 = 1/22 (ST721 und ST741). Die Beanspruchungen (Biegemoment am Halmfuß) zeigt Fig. 4.37. in Abhängigkeit von der Wellenhöhe. Daß das maximale Biegemoment bei den Wellen unter 25 cm Höhe für die

kleineren Perioden deutlich höher liegt ist die Folge der im vorigen Kapitel besprochenen Schläge beim ersten Zusammenstoß von Treibzeug und Halm, welche bei den Wellenperioden von 3 s nicht vorkommen (s. Fig. 4.24. und 4.25. im Vergleich mit Fig. 4.22. und 4.23.). Dieses einmalige Maximum wirkt sich natürlich auf das quadratische Mittel praktisch nicht aus, die Unterschiede in den mittleren Amplituden σ_M sind denn auch bei den kleinen Wellenhöhen für die verschiedenen Wellenperioden nur klein (Fig. 4.37. unten). Bevor noch weitere Aspekte der Beanspruchung der Schilfhalme in Funktion der Wellenhöhe diskutiert werden, muß die Frage nach der Plausibilität der Resultate des mathematischen Modells aufgeworfen werden. Führen all die unvermeidbaren Unsicherheiten und Fehler zu "unmöglichen" oder vielleicht doch zu brauchbaren Ergebnissen?

Werfen wir einen Blick auf die Tabelle mit den "zulässigen Wellenhöhen" (Tab. 4.5.), so stellen wir fest, daß diese am 13. 6. für beide Flächen in der Größenordnung von 30 cm liegen. Am 27. 6. finden wir eine Größenordnung von 40 - 45 cm (für die Fläche 1.2 gilt ein etwas höherer Wert) und am 23. 7. liegt die "zulässige Wellenhöhe" im Bereich von 45 cm. Auffallend ist auch, daß bei der Betrachtung nur der Größenordnungen der Unterschied zwischen H_{max} und H_{B} kaum mehr eine Rolle spielt (wogegen H_{G} im Mittel um etwa 5 - 6 cm kleiner ist, worüber schon gesprochen wurde). Zur Beurteilung dieser "zulässigen Wellenhöhen" muß man sich zunächst vor Augen halten, daß bei der Berechnung angenommen wird, alle Wellen seien gleich, jede Welle bewirke somit ungefähr die gleiche, berechnete Beanspruchung (Unterschiede ergeben sich nur durch die Unregelmäßigkeit der Schwingungen, vgl. Fig. 4.13. bis 4.25.). In der Natur herrschen selbstverständlich ganz andere Verhältnisse, hier folgen sich kleine und große Wellen in zufälliger Reichenfolge. Nach einer oder zwei hohen Wellen folgt meist eine Periode relativer Ruhe mit vielen kleinen Wellen. Deshalb kann für den Vergleich mit der "zulässigen Wellenhöhe" H_G auf Grund des Grenzmomentes als "vorhandene Wellenhöhe" die mittlere Wellenhöhe H_m des beobachteten Seegangs gesetzt werden (zu den "kennzeichnenden Größen des natürlichen Seegangs vgl. Kap. 3.2.1.2.). Die signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ (= Mittlere Höhe des höchsten Drittels aller Wellen) ist größer als die mittlere, und zwar gilt nach LONGUET-HIGGINS (1952, zit. in SCHÜTTRUMPF 1973) die folgende statistische Beziehung:

$$H_{1/3} = 1.6 H_m$$
 (44.25)

Daraus ergäben sich folgende "zulässige" Werte für die signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ (in Klammern als zusätzliche Angabe die Werte auf Grund des

Bruchmomentes): am 13. 6. rund 40 cm (50 cm), am 27. 6. rund 60 cm (70 cm) für die Fläche 1.2 und etwa 55 cm (65 cm) für die Fläche 4.3, am 23.7. ungefähr 65 cm (75 cm) für die Fläche 1.2 und etwa 60 cm (75 cm) für die Fläche 4.3. Diese Werte können wir mit einer Beobachtung vom 13. 7. (nicht desselben Jahres) vergleichen, wo bei einer Windgeschwindigkeit von 7,5 - 8 m/s (\approx 30 km/h) die größeren Wellen eine Höhe von 50 - 70 cm erreichten (vgl. das Beispiel Kap. 3.2.2.2., wo diese Situation nachgerechnet wurde und ein $H_{1/3}$ von nicht ganz 70 cm ergab). Dabei erscheinen die theoretischen Werte in fast unerwarteter Weise plausibel, da der Schilfbestand damals an seiner Front tatsächlich geschädigt wurde, wenn auch verhältnismäßig langsam. Das Treibzeug bestand (im Gegensatz zur Rechnung) nicht aus festem Treibholz, sondern aus abgebrochenen Schilfhalmen vermischt mit Watten von Fadenalgen (*Cladophora*).

Allerdings sind die obigen theoretischen Werte für "zulässiges" $H_{1/3}$ auch auf Grund von H_G größer als die "zulässige Wellenhöhe" H_B auf Grund des Bruchkriteriums, sie sind auch größer als H_{max} . Dies würde an sich bedeuten, daß die Halme bei Wellen dieser Größe brechen müßten oder überfahren würden, da für beides ein einmaliges Überschreiten der entsprechenden Wellenhöhe eigentlich genügt. Trotzdem erachten wir die "zulässige" signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ auf Grund des Grenzmomentes, also: $H_m = H_G$ und $H_{1/3} =$ $1,6 H_m$, als einigermaßen zutreffend, nicht nur aus Plausibilitätsgründen, sondern auch, weil die Stützwirkung der weiter hinten liegenden Halme für die vordersten vor allem bei vereinzelten, hohen Wellen zum Tragen kommt (also bei Wellen höher als H_m), während die weiter oben angebrachten Vorbehalte gegen diese günstige Wirkung mehr für ständig sich wiederholende Wellen gelten. Die dort ebenfalls aufgestellte Vermutung über das Versagen der Halme kann also dahingehend präzisiert werden, daß für die Halme in der Front die Belastung dann zu groß ist, wenn die mittlere Wellenhöhe H_m größer ist als die mittels des Grenzmomentes bestimmte "zulässige Wellenhöhe" H_G (vgl. Tab. 4.5.), wobei die signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ des Seegangs etwa 1,6 Mal so groß ist wie H_m . Hingegen sind die Werte für eine "zulässige" signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$, die aus der Gleichsetzung von H_m mit der "zulässigen Wellenhöhe" H_B auf Grund des Bruchmomentes resultieren (die oben angegebenen, eingeklammerten Werte), wahrscheinlich zu groß.

Die bisherigen Überlegungen galten für den "Normalfall" unserer Beispiele, nämlich mit einem Treibholz von 6 kg. Der Blick auf die Tabelle 4.5. sowie auf die Fig. 4.33. zeigt, daß die Erhöhung der Treibholzmasse auf 12 kg kei-

nen nennenswerten Unterschiede bewirkt, lediglich H_{max} wird um höchstens 5 cm kleiner. Einzelne hohe Spitzen gefährden mithin das Schilf bei 12kg Treibholz pro Meter Uferlinie etwas stärker als bei nur 6 kg pro Meter.

Anders liegt der Fall, wenn gar kein Treibholz vorhanden ist (Beispiele SO...): Hier ist die "zulässige Wellenhöhe" H_G auf Grund des Grenzmomentes im Gelenk 2 gemäß Tab. 4.5. für die Fläche 1.2 am 13.6. gleich 33 cm (SO761), 53 cm am 27. 6. (SO751) und 55 cm am 23. 7. (SO801). Auf der Fläche 4.3 lauten die entsprechenden Werte von H_G für die gleichen Daten: 31 cm (SO 781), 45 cm (SO731) und ebenfalls 55 cm (SO821). Die entsprechenden, gerade noch "erträglichen" signifikanten Wellenhöhen betragen demgemäß: am 13. 6. rund 50 cm, am 27. 6. ungefähr 85 cm auf der Fläche 1.2 und 70 cm auf der Fläche 4.3, schließlich am 23. 7. rund 90 cm auf beiden Flächen.

Außer am 23. 7., wo die Wassertiefe meist wieder geringer ist, sind solche Wellenhöhen bei stärkeren Winden durchaus zu erwarten. Dies bedeutet, daß nach den Berechnungen auch ohne Treibzeug Schäden an den Schilfbeständen zu erwarten sind. Dem widerspricht die Feststellung, daß es Stürme schon immer gegeben hat und die Schilfbestände trotzdem überleben konnten. In die gleiche Richtung weist die Tatsache, daß Pflanzen an ihre natürlichen Standorte meist optimal angepaßt sind. Auch HÜRLIMANN (1951) berichtet, daß "das Schilf den Wirkungen des bewegten Wassers allein standzuhalten vermag." Für diesen Sachverhalt bieten sich drei mögliche Erklärungen an:

- 1. Das mathematische Modell berechnet für den Fall ohne Treibzeug zu hohe Beanspruchungen.
- 2. Die wirkliche Festigkeit der Schilfhalme ist bei rasch wechselnder Beanspruchung größer als die im Labor gemessene.
- 3. Die Halme im Schilffeld von Altenrhein sind heute weniger fest als vor einigen Jahrzehnten.

Es muß offen bleiben, welche dieser Erklärungen zutrifft, für jede gibt es sowohl Gründe dafür, wie dagegen. Ob die dritte Möglichkeit zutrifft, könnte nur bei Vorliegen älterer Festigkeitsmessungen stichhaltig entschieden werden, da sich nur so der Einfluß der Eutrophierung (und anderer nachteiliger Umwelteinflüsse) einwandfrei nachweisen ließe. Bei Messungen an räumlich verschiedenen Beständen spielen nämlich außer der morphologischen Ausbildung so viele weitere Standortfaktoren eine Rolle, daß der Einfluß zunehmender Eutrophierung, wenn überhaupt, nur mit einer sehr breiten statistischen Basis nachgewiesen werden könnte. Allerdings haben schon zahlreiche Autoren (Tobler 1943, Klötzli 1971, Sukopp et al. 1975, Sukopp und Markstein

1981, BORNKAMM und RAGHI-ATRI 1980, TROLLIET 1980) den Zusammenhang von Düngung bzw. Eutrophierung und Ausbildung des Halmquerschnittes untersucht, teils verbunden mit Festigkeitsmessungen (KLÖTZLI 1974, SUKOPP et al. 1975, BORNKAMM und RAGHI-ATRI 1980; vgl. Teil III, Kap. 2.). Sie alle stellten einen verminderten Anteil des Festigungsgewebes (Sklerenchym) am Halmquerschnitt bei größerem Nährstoffangebot fest. Trotz der (von einigen der erwähnten Autoren mitgeteilten) Schwierigkeiten und Fehlermöglichkeiten solcher Versuche muß deshalb wohl der Zusammenhang zwischen Eutrophierung und Sklerenchymanteil als gegeben betrachtet werden. Da das Festigungsgewebe Festigkeit und Steifigkeit des Halmes fast ausschließlich bestimmt, muß auch in bezug auf diese zwei Größen ein Zusammenhang negativer Art angenommen werden. In die gleiche Richtung weisen auch die Resultate eigener Versuche mit Schilf aus der Kläranlage Othfresen (Teil III, Kap. 3.4.2., 4.2.2. und 4.3.2.), welche allerdings nur den eutrophen bis hypertrophen Bereich abdeckten. Für die Erklärung 3 spricht auch eine Beobachtung von Klötzli (mdl.), wonach in Altenrhein sogar bereits der Wind allein unter bestimmten Umständen Schilfhalme zu knicken vermag.

Aufschlußreich ist der Blick auf die Beanspruchungen in Funktion der Wellenhöhe (Tab. 4.4., die Biegemomente im Fußpunkt außerdem in Fig. 4.33. bis 4.38. graphisch dargestellt; da hier nicht mit der Festigkeit verglichen wird, wählten wir für die Figuren das Biegemoment am Halmfuß). Bei den steiferen Halmen (Fläche 1.2 am 27. 6. sowie beide Flächen am 23. 7., also die Beispiele ST711, ST811 und ST831) fällt auf, daß die Kurve der Maximalmomente nicht stetig ansteigt: zwischen H = 25 cm und H = 30 cm nimmt die Beanspruchung ab oder immerhin viel weniger stark zu als auf Grund des vorangehenden Kurvenverlaufs zu erwarten wäre (ST811 in Fig. 4.38.). Außer für ST811 ist diese Erscheinung bei den genannten Beispielen auch im Bild des quadratischen Mittels (Fig. 4.38. unten) festzustellen, wenn auch abgeschwächt. Dieses Phänomen haben wir schon bei der Nachrechnung der Modellversuche zur Bestimmung des Schub- (G_d) und Massekoeffizienten (G_m) des Treibzeugs festgestellt (vgl. Kap. 3.3.4.2.). Die dort angegebene Begründung (Resonanzerscheinungen) trifft auch hier sinngemäß zu. Abgesehen davon zeigt der Verlauf der Beanspruchungen ab einer bestimmten Wellenhöhe einen überproportionalen Anstieg (nämlich ab H = 25 cm für die Halme vom 13. 6., ST771 und ST791 und ab H = 30 cm für die übrigen, bei ST751 [Masse Treibholz = 12 kg] weniger stark ausgeprägt ab H = 35 cm). Diese Erscheinung hat ihren Grund in den zunehmend ungünstigeren Hebelverhältnissen ab einer gewisse Schräglage (vgl. Kap. 3.3.2.). Ein weiterer Grund ist auch der,

daß bei den kleinen Wellen die Wirkung des Windes (angenommene Windegschwindigkeit in allen Beispielen 3 m/s) relativ stärker hervortritt (vgl. Fig. 4.13. - 4.25.). Damit ist auch die scheinbar widersprüchliche Tatsache erklärt, daß die noch weniger steifen Halme am 13. 6. (ST771 und ST791) bei Wellenhöhen von 30 cm und mehr stärker beansprucht werden als die steiferen der anderen Daten (vgl. Fig. 4.38.): die überproportionale Zunahme des Biegemomentes erfolgt hier eben schon bei H = 25 cm und nicht erst bei 30 cm wie für die übrigen. Ganz in dieses Bild passen auch die Kurven für die Beispiele ohne Treibzeug (SO..., Fig. 4.34. und 4.35.): Da die Kraft des Wassers stetig (wenn auch nicht konstant) über den ganzen benetzten Teil des Halmes verteilt ist, entsteht keine sozusagen plötzliche Verschlechterung der Hebelverhältnisse. Die Kurven verlaufen deshalb regelmäßiger.

Aus den soeben besprochenen Kurven der Beanspruchung in Funktion der Wellenhöhe (Fig. 4.33. - 4.36.) bzw. den diesen zu Grunde liegenden Zahlenwerten der Tabelle 4.4. lassen sich Graphiken für den Vergleich der Beanspruchung mit und ohne Treibzeug konstruieren (Fig. 4.40. und 4.41.): Dargestellt ist das Verhältnis H_T/H_0 derjenigen Wellenhöhen, welche einmal zusammen mit einem Treibholz von 6 kg Masse und einmal ohne Treibzeug das gleiche Biegemoment im Halmfuß bewirken. Als Abszisse ist die Wellenhöhe H_0 gewählt. Damit kann für jede Wellenhöhe berechnet werden, um wieviel sie reduziert werden müßte, damit bei Vorhandensein eines Treibholzes von 6 kg Masse die Beanspruchung des Halmes gleich groß würde. So kann die Wirksamkeit des Einsammelns von Treibholz beurteilt und allenfalls mit anderen Maßnahmen (Wellendämpfung) verglichen werden.

Eigenartigerweise zeigen alle diese Kurven der Figuren 4.40. und 4.41. bei einer Wellenhöhe H_0 zwischen etwa 25 und 35 cm ein Maximum von über 90%, d.h. das Treibzeug hat in diesem Bereich fast keinen Einfluß. Einleuchtend ist die Abnahme von H_T/H_0 bei größeren Wellenhöhen, da das Treibholz mit seiner großen Angriffsfläche der Wellenwirkung viel stärker ausgesetzt ist als die schlanken Halme. Warum auch bei den kleinsten Wellenhöhe der Einfluß des Treibzeugs wieder zunimmt (abnehmendes Verhältnis H_T/H_0), läßt sich nicht leicht erklären. Vermutlich liegt es an den bereits wiederholt erwähnten Resonanzerscheinungen, daß sich die Beanspruchungen mit und ohne Treibholz bei Wellen von ungefähr 30 cm Höhe stark annähern (vgl. dazu Fig. 4.33. - 4.36.; aus Fig. 4.33. ist ersichtlich, daß diese Erscheinung nur beim Treibholz von 6 kg auftritt, während sich die Kurven der Beanspruchung für die Halme mit [ST751] und ohne [SO751] Treibholz von 12 kg stetig voneinander entfernen: die Wirkung des Treibzeugs nimmt hier stetig zu).

Aus den Annahmen für die Beispiele folgt, daß bei den kleineren Wellenhöhen in den Figuren 4.40. und 4.41. für das Verhältnis H_T/H_0 zwei verschiedene Werte (gestrichelte und strichpunktierte Linie) erhalten werden, nämlich je nachdem, ob man zur Beurteilung das maximale Biegemoment oder das quadratische Mittel wählt: Das erste wird stark durch die besonders starken Schläge beim ersten Zusammentreffen von Halm und Treibzeug bestimmt, während sich im zweiten vorwiegend die vom Wind herrührende "Grundlast" manifestiert. Der zum Teil sprunghafte Verlauf dieser Kurven im unteren Bereich ist die Folge der im Falle von Treibzeug unregelmäßig ansteigenden Beanspruchung bei zunehmender Wellenhöhe (Fig. 4.33. - 4.38.).

Bemerkenswert ist die weitgehende Übereinstimmung der Kurven H_T/H_0 für beide Flächen zu den beiden späteren Daten im "gesicherten" (weil eindeutigen) abnehmenden Bereich rechts vom Maximum, während sie am 13. 6. für beide Flächen übereinstimmend um etwa 5 cm auf der H_0 -Achse nach links verschoben sind, wahrscheinlich als Folge der geringeren Wassertiefe und der nach oben hin rasch abnehmenden Steifigkeit der Halme.

Generell darf trotz aller Vorbehalte gegenüber dem mathematischen Modell und der kleinen Anzahl von Beispielen aus den Kurven der Figuren 4.40. und 4.41. geschlossen werden, daß die Entfernung des Getreibsels hinsichtlich der mechanischen Beanspruchung eine der wirksamsten Maßnahmen darstellt. Im Gegensatz zu flexiblen Wellendämpfern nimmt hier die Wirkung bei wachsender Wellenhöhe sogar noch zu.

Zusammenfassend kann gesagt weden, daß das mathematische Modell trotz der ungünstigen Ausgangslage (ungenaue Kenntnis der Modellparameter bzw. der ihnen zu Grunde liegenden Halmeigenschaften) wenigstens im Rahmen der hier besprochenen Beispiele im Allgemeinen plausible, durch Anschauung oder Beobachtung in der Natur gut deutbare Resultate liefert. Wir möchten deshalb den Schluß wagen, daß die in der Tabelle 4.5. angegebenen "zulässigen Wellenhöhen" H_G auf Grund des Grenzmomentes im zweiten Modellgelenk einigermaßen zutreffende Werte für eine kritische mittlere Wellenhöhe sind, die ein Schilfbestand gerade noch aushält, wenn er in Festigkeit und Steifigkeit etwa jenem von Altenrhein entspricht. Die entsprechende "kritische signifikante Wellenhöhe" $H_{1/3}$ ist dann gemäß Gl. (44.25) 1,6 Mal größer. Dies gilt selbstredend nur für natürliche Wellen. Schiffe und Boote erzeugen einen Zug von mehreren aufeinanderfolgenden, annähernd gleich großen Wellen. Zur Beurteilung solcher Wellen müssen deshalb die Werte H_G aus der Tabelle 4.5. entnommen und durch einen angemessenen Sicherheitsfaktor dividiert werden.

Ob das mathematische Modell auch für andere Standorte brauchbare Resultate liefert, müßte durch Nachrechnen anderer Verhältnisse und weitere Beobachtungen abgeklärt werden. Immerhin beruht unser Modell auf allgemein gültigen physikalischen Gesetzmäßigkeiten, so daß dessen Brauchbarkeit bei richtiger Erfassung der standortsbedingten Eigenschaften (Modellparameter) zumindest vermutet werden darf.

Tab. 4.4. Berechnete Beanspruchung (Biegemoment) der im Text besprochenen Beispiele von Schilfhalmen, die durch Wellen, Wind und Treibzeug belastet werden.

= Wellenhöhe [cm]

 T_w'' = Wellenperiode [s] $M_{1...4}$ = Positives Biegemoment [N·cm] in den vier Gelenkpunkten (Orderbee) Mittel ("Standardabweichung")

= Maximalwert max **

Die maximalen Momente sind in diesen Fällen durch die beim ersten Zusammenstoß von Treibzeug und Halm entstehenden, erhöhten Ausschläge bestimmt.

Fläche 1.2, 13.6. (ST 771)										
H_{w}	T_w	M_1		M	M_2		M_3		M_4	
		σ	max	σ	max	σ	max	σ	max	
10	1,25	22	36	17	26	9	16	2	5	**
15	1,53	25	60	19	45	10	25	2	7	**
20	1,76	33	60	23	39	10	22	2	6	**
25	1,97	41	79	27	54	11	27	3	7	
30	2,16	102	181	70	126	21	43	5	10	
35	2,33	153	253	115	192	43	115	6	16	
40	2,49	8	8	8	∞	8	8	8	8	
Fläck	ne 1.2,	13. 6.	, ohne	Trei	bzeug	(SO 7	61)			
10	1,25	21	25	17	20	9	11	2	3	
15	1,53	23	33	17	24	9	13	2	3	
20	1,76	28	46	19	32	10	17	2	4	
25	1,97	40	69	25	48	11	24	3	6	
30	2,16	58	107	36	74	14	31	4	7	
35	2,33	79	152	51	107	20	39	4	8	
40	2,49	104	188	68	138	28	51	5	13	
45	2,65	117	207	77	163	33	80	6	21	
50	2,79	140	231	93	186	42	91	8	30	
55	2,92	146	258	94	202	38	97	9	35	
60	3,05	172	284	110	217	42	101	11	39	
65	3,18	193	308	108	231	38	104	7	33	
70	3,30	196	333	110	244	40	100	9	27	

Tab. 4.4. (Fortsetzung)

 H_{w} = Wellenhöhe [cm] T_{w} = Wellenperiode [s] $M_{1...4}$ = Positives Biegemoment [N·cm] in den vier Gelenkpunkten σ = (Quadratisches) Mittel ("Standardabweichung")

= Maximalwert max **

Die maximalen Momente sind in diesen Fällen durch die beim ersten Zusammenstoß von Treibzeug und Halm entstehenden, erhöhten Ausschläge bestimmt.

Fläche 4.3, 13.6. (ST 791)										
$H_{\mathbf{w}}$	T_{w}	M_1		M	<i>M</i> ₂		M ₃		M_4	
		σ	max	σ	max	σ	max	σ	max	
10	1,25	22	39	17	27	10	18	3	5	**
15	1,53	24	52	19	35	10	20	3	5	**
20	1,76	29	51	22	35	11	21	3	6	
25	1,97	34	69	24	46	11	22	3	8	
30	2,16	77	146	53	110	16	35	4	6	
35	2,33	8	8	8	8	8	8	8	8	
Fläcl	he 4.3	,13. 6.,	ohne	Treib	zeug (SO 78	1)			
10	1,25	21	24	17	19	10	11	3	3	
15	1,53	22	29	17	22	10	13	3	3	
20	1,76	25	40	19	28	10	15	3	4	
25	1,97	32	58	23	39	11	20	3	5	
30	2,16	42	85	29	58	13	26	3	7	
35	2,33	58	118	37	84	15	32	4	8	
40	2,49	76	144	48	105	19	40	4	11	
45	2,65	90	160	55	126	24	64	5	23	
50	2,79	104	180	64	139	27	64	5	20	
55	2,92	108	202	63	151	24	64	7	32	
60	3,05	126	223	70	162	26	70	8	32	
65	3,18	134	240	72	173	24	72	6	26	
70	3,30	141	261	79	184	29	77	6	24	
Fläch	ne 1.2,	27. 6.	(ST	711)						
10	1,25	36	61	28	41	16	28	5	12	**
15	1,53	39	79	30	56	16	32	5	11	**
20	1,76	44	83	33	54	17	37	5	13	**
25	1,97	56	123	39	89	18	48	6	16	**
30	2,16	62	112	42	79	18	41	6	16	
35	2,33	120	215	74	161	26	54	8	18	
40	2,49	187	317	122	217	36	75	10	16	
45	2,65	254	406	187	306	64	141	12	28	
50	2,79	∞	00	00	00	∞	00	∞	∞	

Tab. 4.4. (Fortsetzung)

 H_w = Wellenhöhe [cm] T_w = Wellenperiode [s] $M_{1...4}$ = Positives Biegemoment [N·cm] in den vier Gelenkpunkten σ = (Quadratisches) Mittel ("Standardabweichung")

Die maximalen Momente sind in diesen Fällen durch die beim ersten Zusammenstoß von Treibzeug und Halm entstehenden, erhöhten Ausschläge bestimmt.

Fläche 1.2, 27.6., ohne Treibzeug (SO 751)												
H_{w}	T_w	M_1		M_2		M	3	M_4				
		σ	max	σ max		σ max		σ max				
10	1,25	35	38	27	30	16	18	5	6			
15	1,53	37	47	28	35	16	21	5	7			
20	1,76	41	61	30	42	16	24	5	8			
25	1,97	47	79	33	53	17	29	5	10			
30	2,16	56	103	37	67	18	35	6	11			
35	2,33	77	134	43	86	19	41	6	14			
40	2,49	101	174	54	112	23	48	8	16			
45	2,65	128	223	64	146	26	56	8	18			
50	2,79	161	278	90	187	33	66	10	22			
55	2,92	192	333	108	242	43	95	11	31			
60	3,05	253	378	155	307	71	166	16	61			
65	3,18	287	415	163	327	69	164	22	75			
70	3,30	310	450	172	346	72	182	19	77			
Fläck	he 1.2,	27.6	, Trei	bzeug	12 kg	(ST 7	751)					
10	1,25	38	68	29	48	16	33	5	14	**		
15	1,53	40	77	30	54	16	35	5	11	**		
20	1,76	45	87	33	57	17	38	6	14	**		
25	1,97	55	112	39	71	18	43	6	15			
30	2,16	68	147	45	91	19	50	7	18			
35	2,33	108	211	66	152	25	64	8	22			
40	2,49	196	351	131	233	39	81	11	26			
45	2,65	∞	∞	00	∞	∞	∞	∞	∞			
Fläcl	ne 1.2,	27.6	(ST	721)								
15	3,00	37	54	28	39	16	22	5	7			
20	3,00	42	72	30	48	16	25	5	8			
25	3,00	52	94	35	60	17	27	5	10			
30	3,00	68	127	44	84	19	37	6	12			
35	3,00	121	224	74	152	24	51	8	16			
40	3,00	195	338	125	242	37	74	9	19			
45	3,00	262	414	194	319	70	164	12	32			
50	3,00	∞	00	∞	∞	∞	00		00			

Tab. 4.4. (Fortsetzung)

 H_w = Wellenhöhe [cm] T_w = Wellenperiode [s] $M_{1...4}$ = Positives Biegemoment [N·cm] in den vier Gelenkpunkten σ = (Quadratisches) Mittel ("Standardabweichung")

= Maximalwert max **

Die maximalen Momente sind in diesen Fällen durch die beim ersten Zusammenstoß von Treibzeug und Halm entstehenden, erhöhten Ausschläge bestimmt.

Fläche 4.3, 27.6. (ST 731)												
H_{w}	T_w	<i>M</i> ₁		<i>M</i> ₂		<i>M</i> ₃		<i>M</i> ₄				
		σ	max	σ	max	σ	max	σ	max			
10	1,25	31	40	24	31	13	20	4	6	**		
15	1,53	33	58	25	43	14	26	4	10	**		
20	1,76	37	68	28	50	14	30	5	11	**		
25	1,97	44	81	32	52	15	33	5	11			
30	2,16	56	111	40	76	17	40	5	13			
35	2,33	93	175	63	125	21	39	6	11			
40	2,49	145	241	103	179	32	63	8	15			
45	2,65	8	∞	8	∞	8	∞	8	∞			
Fläche 4.3, 27.6., ohne Treibzeug (SO 731)												
10	1,25	30	33	24	26	13	15	4	5			
15	1,53	31	39	24	29	14	17	4	6			
20	1,76	34	50	26	35	14	20	4	7			
25	1,97	40	66	29	45	15	24	5	8			
30	2,16	48	88	33	59	16	30	5	10			
35	2,33	65	116	39	78	17	35	6	12			
40	2,49	87	151	50	103	21	39	7	13			
45	2,65	107	187	59	129	23	47	7	15			
50	2,79	129	214	73	155	29	59	8	17			
55	2,92	151	236	83	190	37	96	9	35			
60	3,05	179	258	101	205	45	108	10	44			
65	3,18	199	284	106	218	44	120	11	48			
70	3,30	221	310	114	231	48	128	12	51			
Fläcl	ne 4.3,	27. 6.	(ST	741)								
15	3,00	32	51	24	33	13	19	4	6			
20	3,00	36	58	26	38	14	19	4	7			
25	3,00	44	75	30	48	14	21	5	8			
30	3,00	58	112	38	73	16	30	5	12			
35	3,00	96	183	65	119	20	40	6	10			
40	3,00	138	242	95	186	30	71	7	17			
45	3,00	∞	00	8	∞	∞	00	8	∞			

Tab. 4.4. (Fortsetzung)

 H_w = Wellenhöhe [cm] T_w = Wellenperiode [s] $M_{1...4}$ = Positives Biegemoment [N·cm] in den vier Gelenkpunkten σ = (Quadratisches) Mittel ("Standardabweichung")

Die maximalen Momente sind in diesen Fällen durch die beim ersten Zusammenstoß von Treibzeug und Halm entstehenden, erhöhten Ausschläge bestimmt,

Fläche 1.2, 23.7. (ST 811)												
H_{w}	T_w	M_1		<i>M</i> ₂		<i>M</i> ₃		М	4			
		σ	max	σ	max	σ	max	σ	max			
10	1,25	36	63	28	46	16	28	5	11	**		
15	1,53	39	71	30	55	16	27	5	11	**		
20	1,76	44	83	32	51	17	33	5	13	**		
25	1,97	55	132	38	86	18	46	6	15	**		
30	2,16	66	142	44	93	19	45	6	17			
35	2,33	118	218	72	156	24	49	8	16			
40	2,49	186	330	115	231	33	74	9	16			
45	2,65	248	448	161	323	51	121	11	27			
50	2,79	8	8	8	00	8	∞	8	8			
Fläche 1.2, 23.7., ohne Treibzeug (SO 801)												
10	1,25	35	41	28	32	16	18	5	6			
15	1,53	37	49	28	36	16	20	5	7			
20	1,76	41	63	30	43	16	23	5	8			
25	1,97	49	86	34	57	17	29	5	9			
30	2,16	60	119	40	76	18	35	6	11			
35	2,33	86	162	49	104	20	41	7	13			
40	2,49	118	218	65	140	25	48	8	16			
45	2,65	149	281	80	184	29	58	8	19			
50	2,79	184	335	107	229	39	78	10	24			
55	2,92	210	384	120	283	46	118	10	32			
60	3,05	256	419	159	343	71	189	17	66			
65	3,18	296	455	171	366	74	194	19	81			
70	3,30	328	495	182	389	78	215	18	81			
Fläck	ne 4.3,	23. 7.	(ST 8	331)								
10	1,25	26	46	20	34	11	20	3	7	**		
15	1,53	29	58	22	42	11	21	3	7	**		
20	1,76	34	65	24	44	11	26	4	9	**		
25	1,97	44	97	30	69	13	31	4	10	**		
30	2,16	54	98	32	67	13	28	4	12			
35	2,33	101	185	61	129	18	35	5	11			
40	2,49	160	273	105	189	27	55	7	12			
45	2,65	201	329	146	245	46	105	8	20			
50	2,79	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	00			

Tab. 4.4. (Fortsetzung)

Fläcl	Fläche 4.3, 23.7., ohne Treibzeug (SO 821)												
H_{w}	T_w	M_1		M_1 M_2 M_3		3	M	4					
		σ	max	σ	max	σ	max	σ	max				
10	1,25	25	30	19	23	11	13	3	4				
15	1,53	27	37	20	26	11	14	3	5				
20	1,76	30	48	22	33	11	17	3	5				
25	1,97	37	66	25	43	12	20	4	6				
30	2,16	51	92	30	58	13	24	4	8				
35	2,33	68	125	37	78	14	28	4	9				
40	2,49	94	165	49	104	17	33	5	11				
45	2,65	118	209	60	136	21	40	6	13				
50	2,79	146	245	80	167	28	58	7	17				
55	2,92	169	281	90	208	34	88	7	22				
60	3,05	210	306	118	248	51	132	11	47				
65	3,18	241	335	124	265	51	133	14	59				
70	3,30	269	364	135	281	57	150	15	61				

Tab. 4.5. "Zulässige Wellenhöhen" der gerechneten Beispiele.

 H_G : in bezug auf das Grenzmoment; H_B : in bezug auf das Bruchmoment; H_{max} : Stabilitätskriterium (vgl. Text)

Beispiel #	Datum	Fläche	"Zulässige W	H_{max}		
			Fußpunkt	Gelenk 2	Gelenk 3	[cm]
ST 771	13. 6.	1.2	27 / 30	27/31	30 / 34	35
SO 761	13. 6.	$1.2 M_T = 0$	31 / 41	33 / 42	35 / 59	>70
ST 791	13. 6.	4.3	26 / 30	26/31	27 / >30	30
SO 781	13. 6.	$4.3 M_T = 0$	29 / 42	31/44	31 / 61	>70
ST 711	27. 6.	1.2	34 / 43	38 / 44	44 / >45	45
SO 751	27. 6.	$1.2 M_T = 0$	42 / 59	53 / 59	58 / >70	>70
ST 751	27. 6.	$1.2 M_T = 12 \text{ kg}$	35 / 40	38/>40	>40 / >40	40
ST 721	27. 6.	1.2 T = 3 s	34 / 42	37 / 44	44 / >45	45
ST 731	27. 6.	4.3	33 / 38	34 / 40	>40 / >40	40
SO 731	27. 6.	$4.3 M_T = 0$	38 / 51	45 / 54	57 / 65	>70
ST 741	27. 6.	4.3 T = 3 s	33 / 38	34/39	>40 / >40	40
ST 811	23. 7.	1.2	36 / 44	40 / 47	>45 / >45	45
SO 801	23. 7.	$1.2 M_T = 0$	42 / 63	55 / 66	>70 / >70	>70
ST 831	23. 7.	4.3	34 / 40	38 / 46	>45 / >45	45
SO821	23. 7.	$4.3 M_T = 0$	39 / 55	55 / 64	>70 / >70	>70

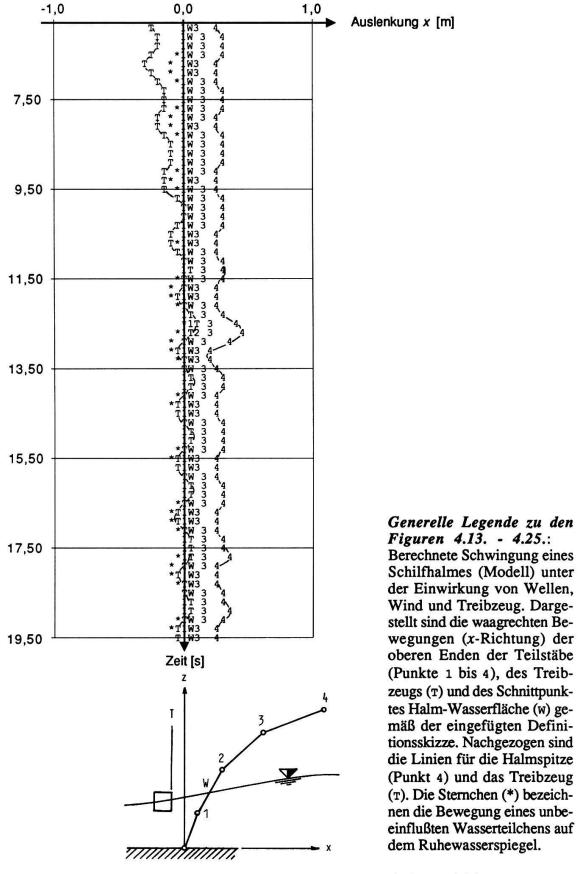


Fig. 4.13. Beispiel ST811, Wellenhöhe H = 10 cm, Wellenperiode T = 1,25 s

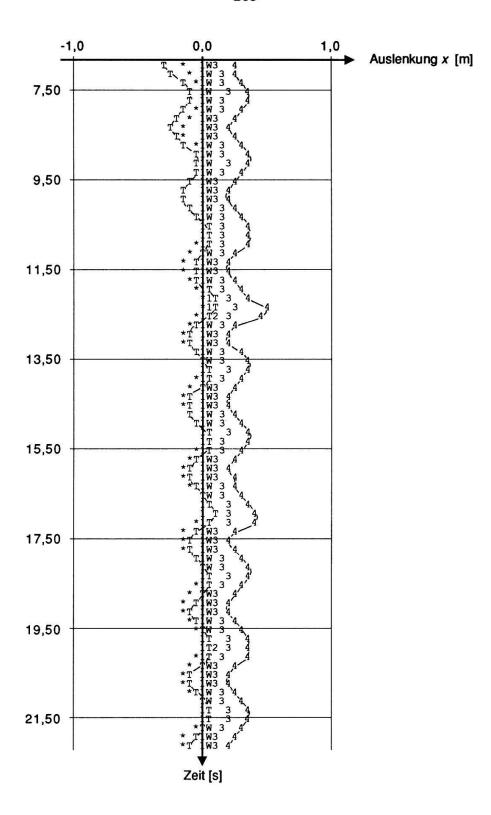


Fig. 4.14. Beispiel ST811, Wellenhöhe H=15 cm, Wellenperiode T=1,53 s. Man beachte, wie das Treibzeug am Anfang den Halm noch nicht berührt; der erste fühlbare Kontakt zwischen Halm und Treibzeug erfolgt ungefähr zur Zeit t=12 s und hat einen besonders starken Ausschlag zur Folge. (Dies gilt bei diesem Beispiel für alle Fälle mit einer Wellenhöhe von nicht mehr als 25 cm, d.h. auch für die Figuren 4.13., 4.15. und 4.16. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

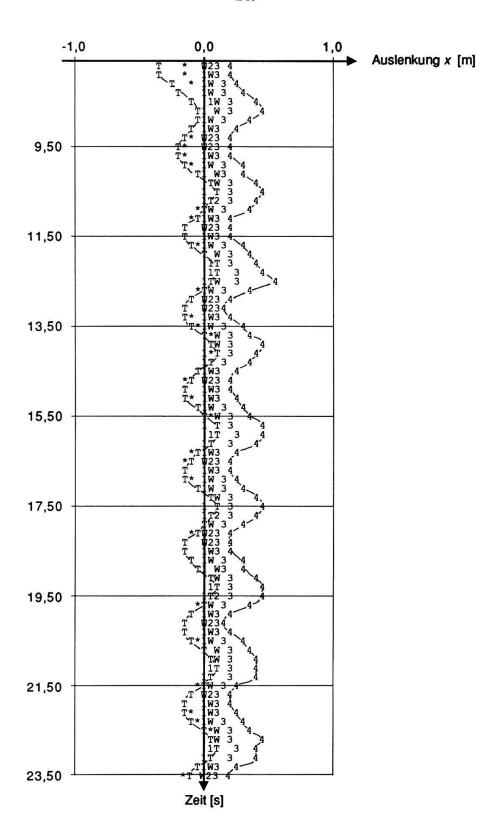


Fig. 4.15. Beispiel ST811, Wellenhöhe $H=20\,\mathrm{cm}$, Wellenperiode $T=1,76\,\mathrm{s}$. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

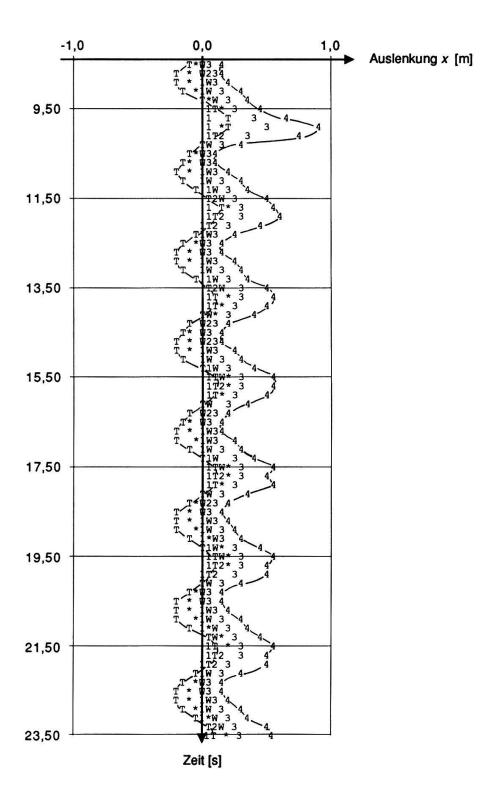


Fig. 4.16. Beispiel ST811, Wellenhöhe $H=25\,\mathrm{cm}$, Wellenperiode $T=1.97\,\mathrm{s}$. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

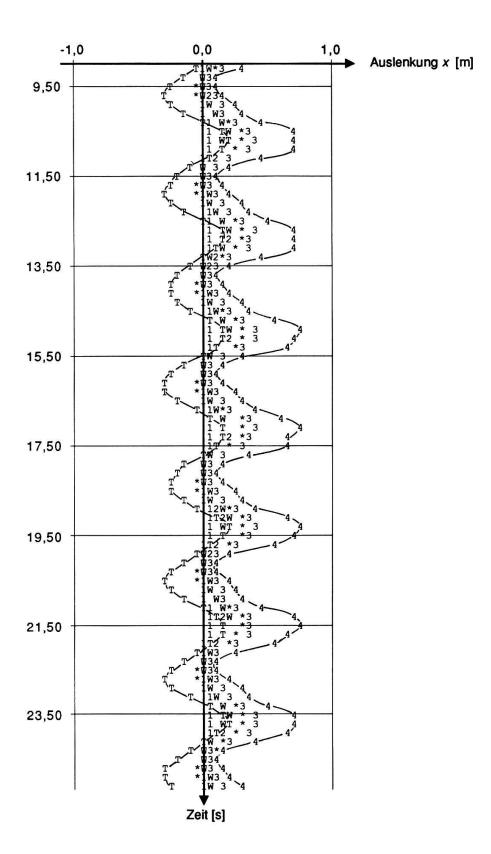


Fig. 4.17. Beispiel ST811, Wellenhöhe $H=30\,\mathrm{cm}$, Wellenperiode $T=2,16\,\mathrm{s}$. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

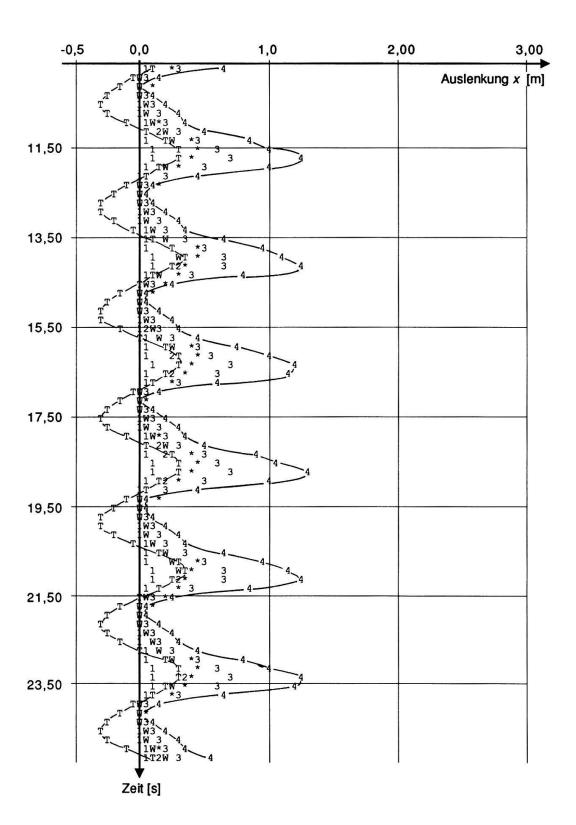


Fig. 4.18. Beispiel ST811, Wellenhöhe $H=35\,\mathrm{cm}$, Wellenperiode $T=2,33\,\mathrm{s}$. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

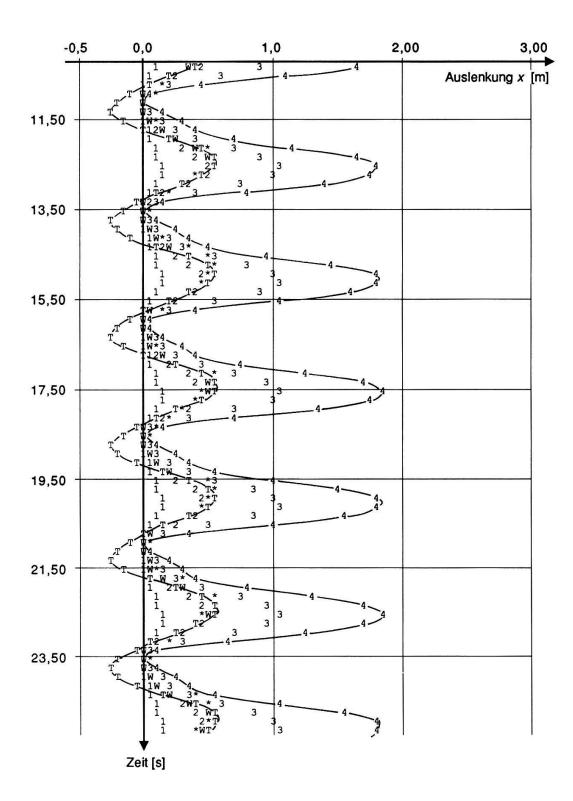


Fig. 4.19. Beispiel ST811, Wellenhöhe $H=40\,\mathrm{cm}$, Wellenperiode $T=2,49\,\mathrm{s}$. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

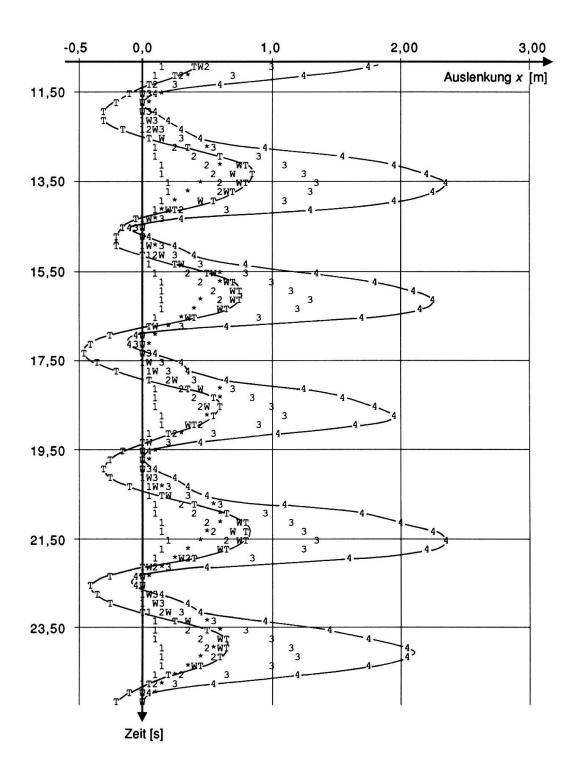


Fig. 4.20. Beispiel ST811, Wellenhöhe $H=45~\mathrm{cm}$, Wellenperiode $T=2,65~\mathrm{s}$. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

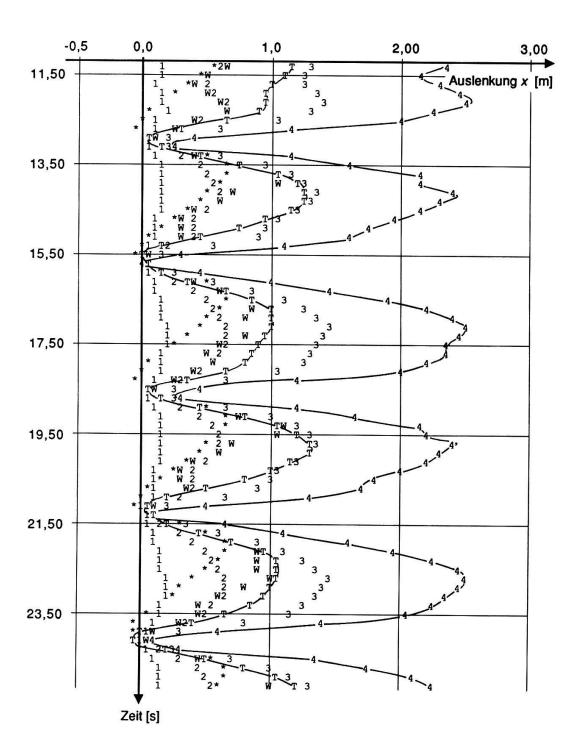


Fig. 4.21. Beispiel ST811, Wellenhöhe H = 50 cm, Wellenperiode T = 2,79 s. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

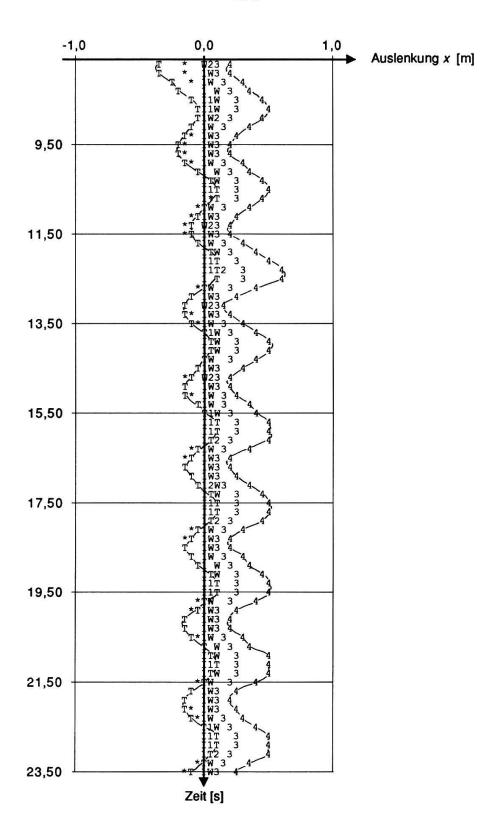


Fig. 4.22. Beispiel ST711, Wellenhöhe $H=20\,\mathrm{cm}$, Wellenperiode $T=1,76\,\mathrm{s}$. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

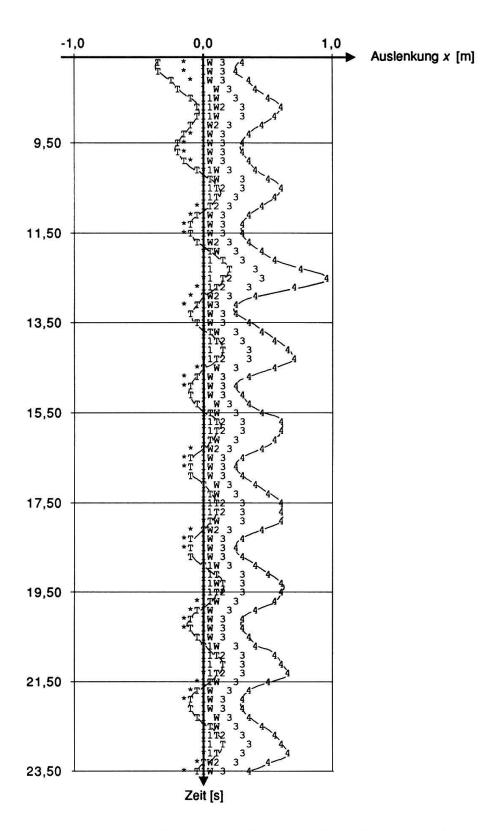


Fig. 4.23. Beispiel ST731, Wellenhöhe H=20 cm, Wellenperiode T=1,76 s. Die gegenüber dem Beispiel ST711 (Fläche 1.2) weicheren Halme der Fläche 4.3 vollführen unter den gleichen äußeren Einwirkungen größere Bewegungen, die daraus resultierenden Beanspruchungen (Biegemoment) sind aber trotzdem kleiner (vgl. Tab. 4.4.) Generelle Legende s. Fig. 4.13.

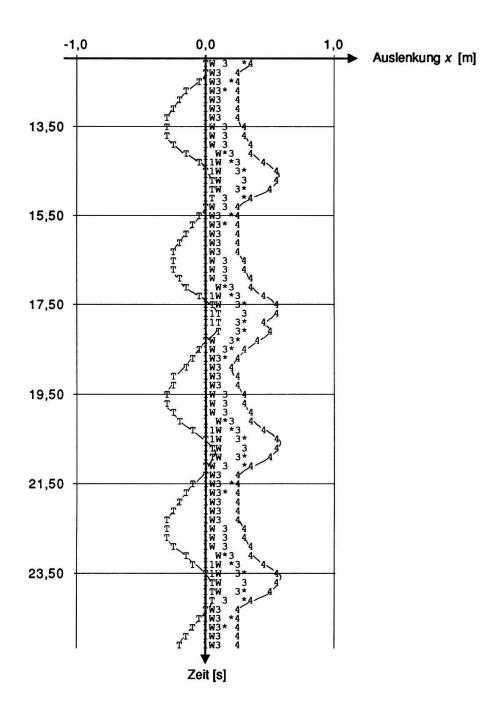


Fig. 4.24. Beispiel ST721, Wellenhöhe H=20 cm, Wellenperiode T=3.0 s. Obwohl die Wellen der Figuren 4.24. und 4.4.25. mit T=3 s fast doppelt so lange Perioden haben wie jene der Fig. 4.22. und 4.23., sind die Ausschläge fast gleich groß. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

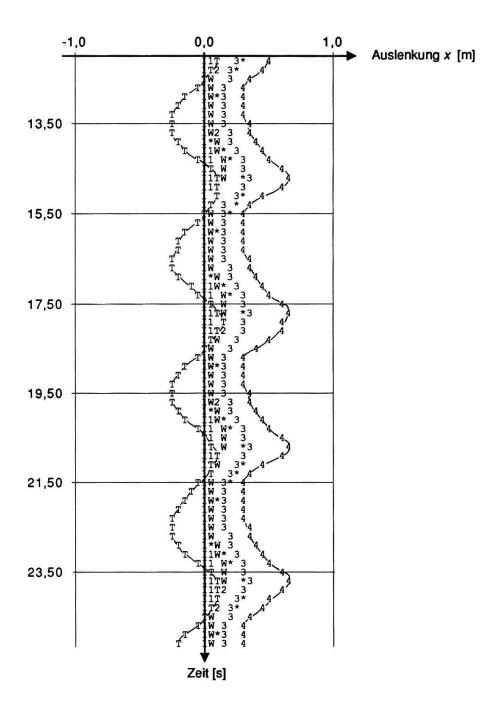


Fig. 4.25. Beispiel ST741, Wellenhöhe H=20 cm, Wellenperiode T=3,0 s. Obwohl die Wellen der Figuren 4.24. und 4.25. mit T=3 s fast doppelt so lange Perioden haben wie jene der Fig. 4.22. und 4.23., sind die Ausschläge fast gleich groß. Generelle Legende s. Fig. 4.13.

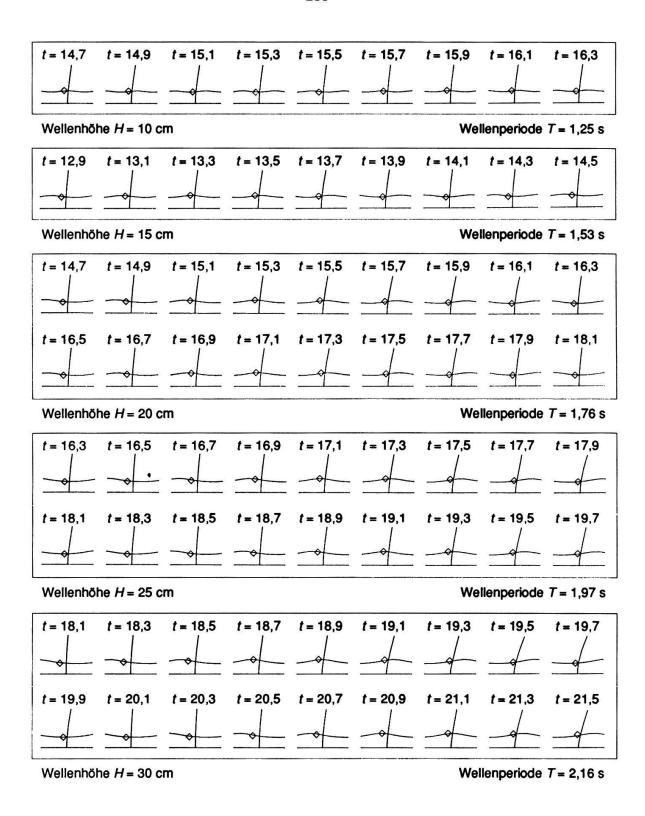
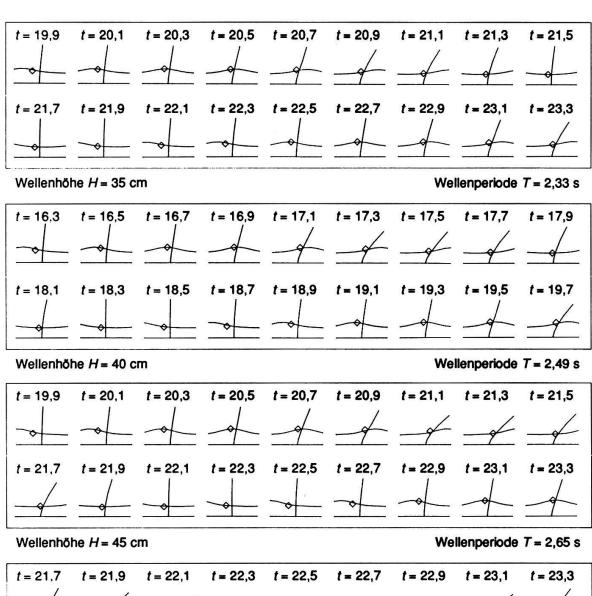
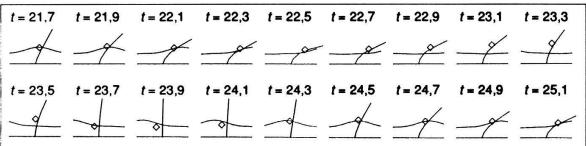


Fig. 4.26. Darstellung der berechneten Halmschwingung in Seitenansicht (entsprechend der Definitionsskizze in Fig. 4.13.) Als Beispiel wurde die gleiche Serie gewählt wie in den Figuren 4.13. - 4.21. (Beispiel ST811). Durch senkrechte gestrichelte Linien sind Zeiträume von ungefähr einer Wellenperiode abgegrenzt.





Wellenhöhe H = 50 cm

Wellenperiode T = 2,79 s

Fig. 4.26. (Fortsetzung)

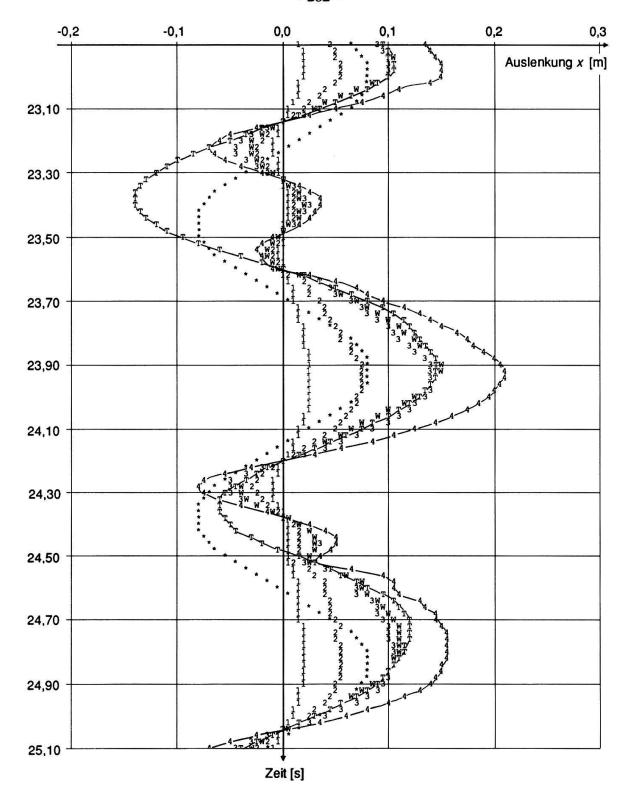


Fig. 4.27. Nachgerechnete Schwingung von Plastikstäben unter der Einwirkung von Wellen und Treibholz (Modellversuche an der Versuchsanstalt für Wasserbau an der ETH, vgl. Kap. 3.3.4.). Die verschiedenen Schwingungsbilder in dieser und den 5 folgenden Figuren resultieren aus der Änderung des jeweils angenommenen Massenkoeffizienten G_m . Der Schubkoeffizient G_d ist bei allen sechs Bildern gleich 1,25, die Masse des Treibholzes beträgt 5,99 kg, die Wellenhöhe H ist 16 cm, die Wellenperiode T=0.92 s. $G_m=1.0$. Die Darstellungsart entspricht den Figuren 4.13. - 4.25..

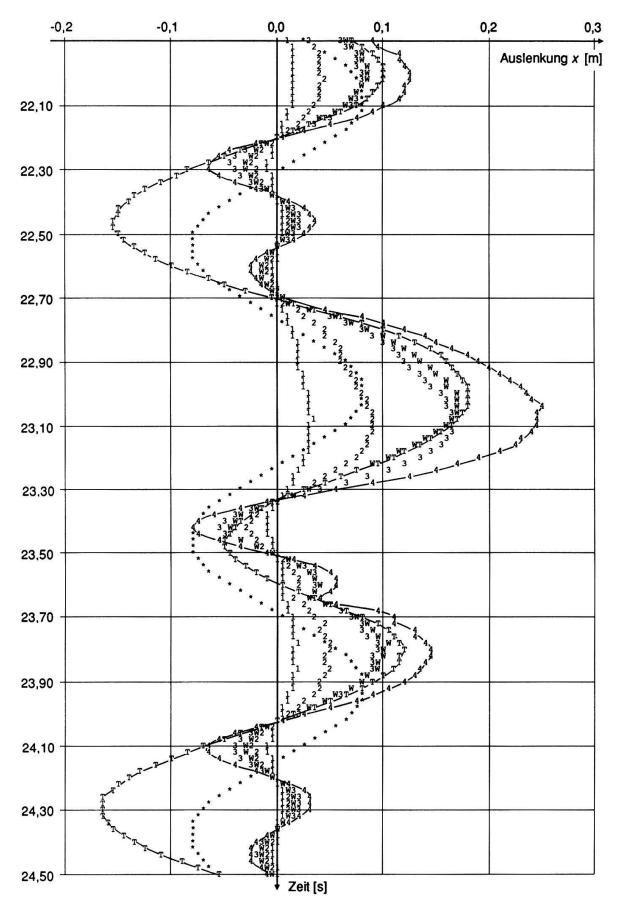


Fig. 4.28. Wie Fig. 4.27.; $G_m = 1,25$.

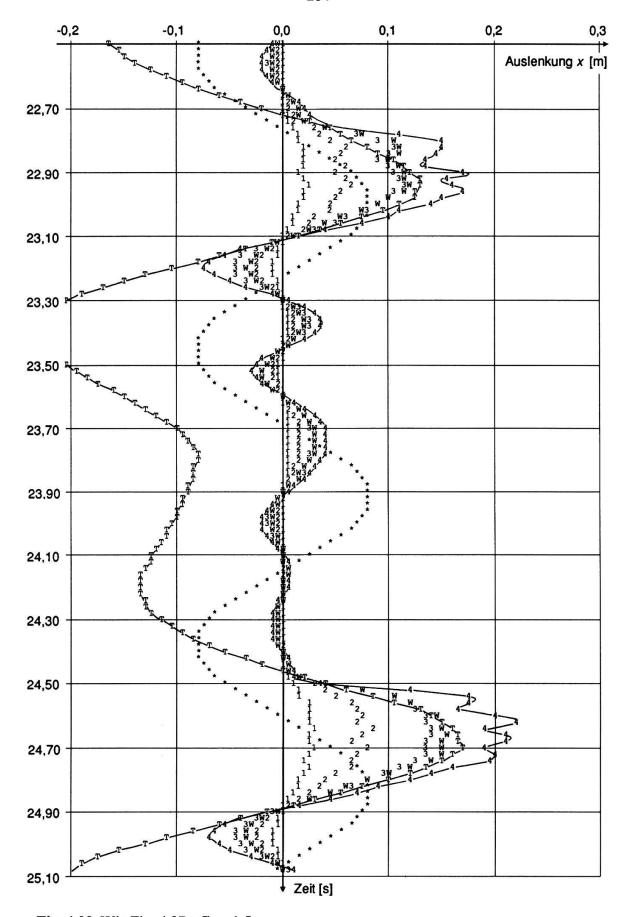


Fig. 4.29. Wie Fig. 4.27.; $G_m = 1,5$.

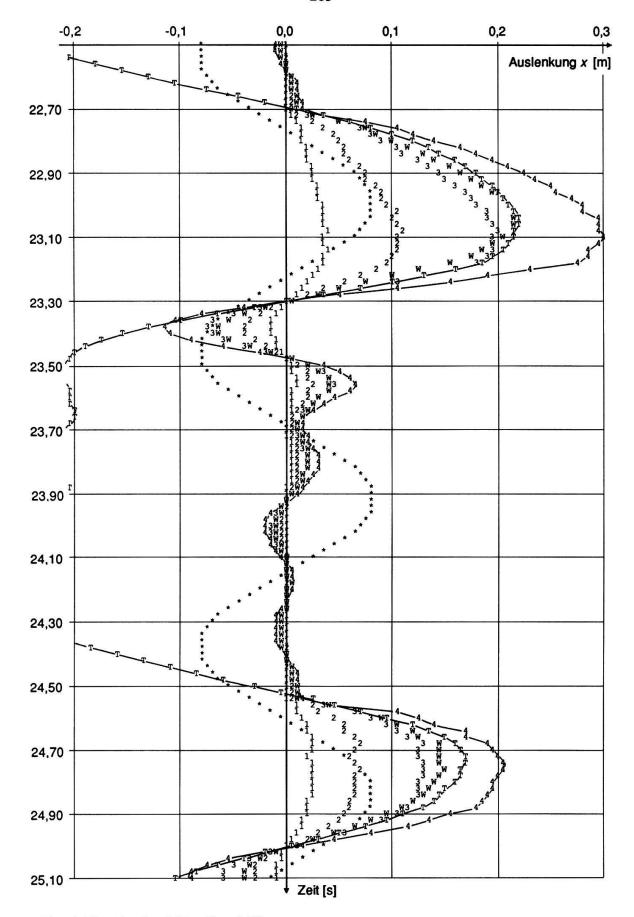


Fig. 4.30. Wie Fig. 4.27.; $G_m = 1,75$.

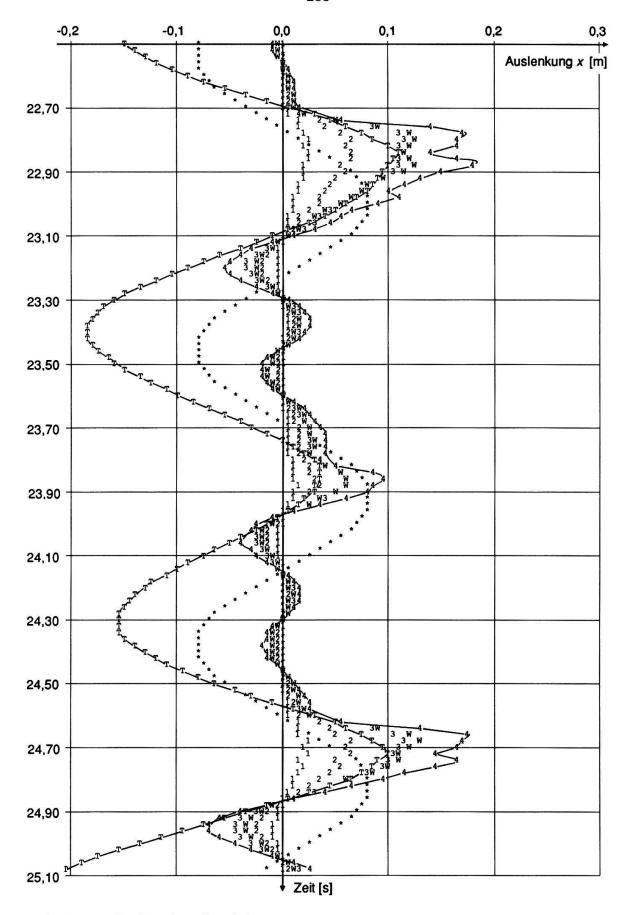


Fig. 4.31. Wie Fig. 4.27.; $G_m = 2.0$.

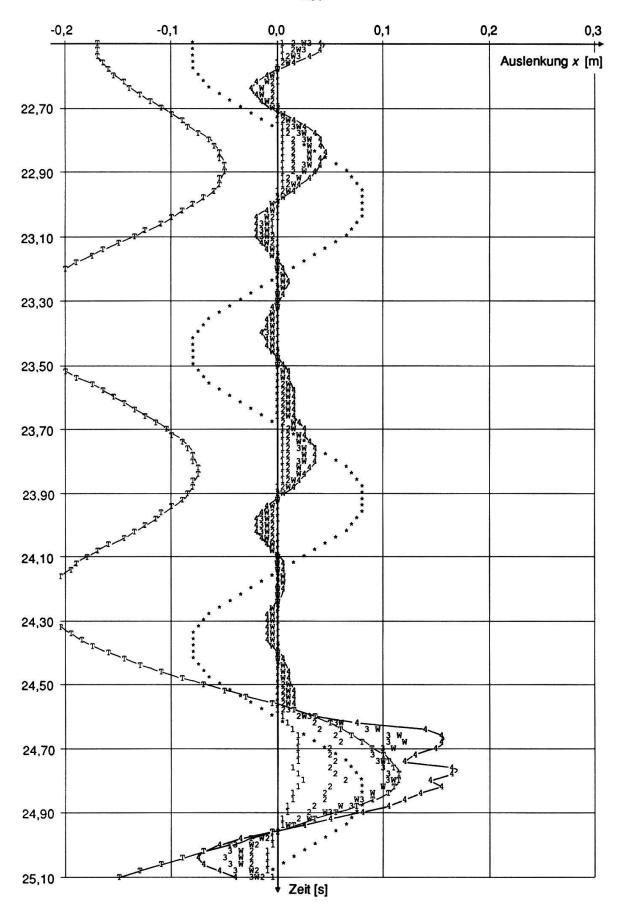


Fig. 4.32. Wie Fig. 4.27.; G_m =2,5.

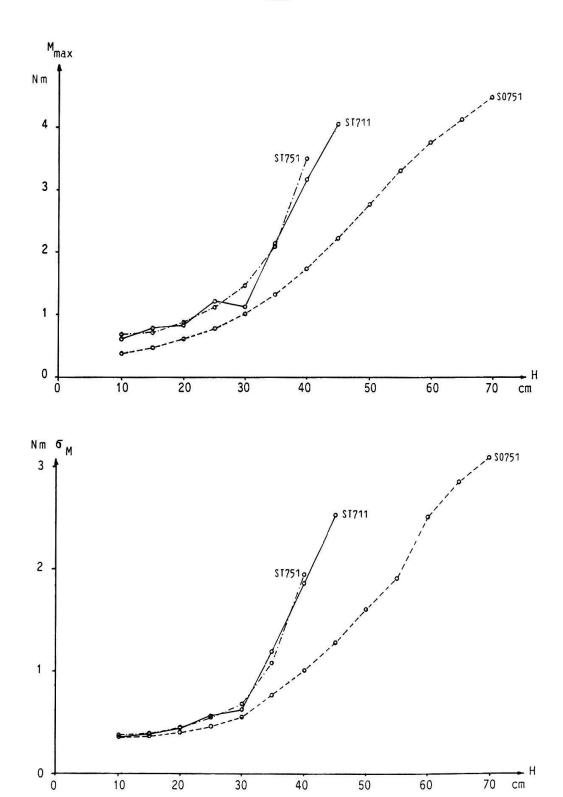
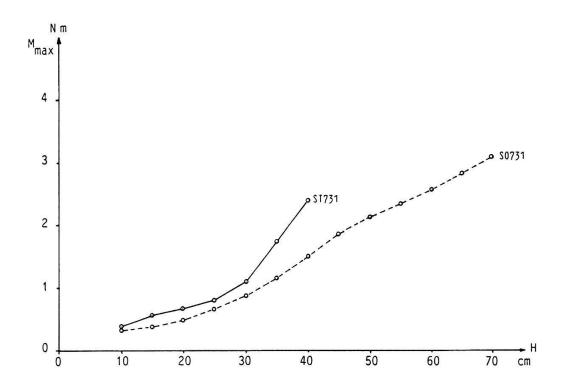


Fig. 4.33. Berechnetes Biegemoment im Fußpunkt der Schilfhalme in Abhängigkeit von der Wellenhöhe H aus den im Text besprochenen Beispielen. Einfluß des Treibzeugs. Halme vom 27. 6. aus der Fläche 1.2.

(SO751): Ohne Treibzeug

(ST711): Mit Treibholz von 6 kg Masse (ST751): Mit Treibholz von 12 kg Masse Maximalwert M_{max} der Rechnungsperiode Oben: Unten: Quadratisches Mittel σ_M



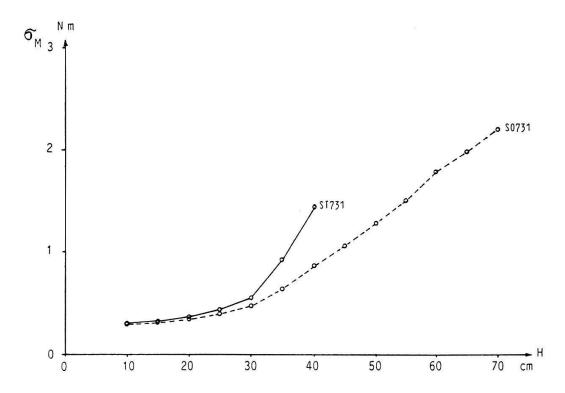
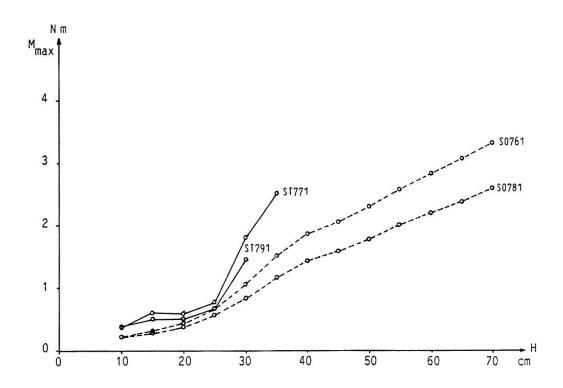


Fig. 4.34. Wie Fig. 4.33.: Einfluß des (fehlenden) Treibzeugs. Halme vom 27.6. aus der Fläche 4.3. ----- (SO731): Ohne Treibzeug

(ST731): Treibholz von 6 kg Masse



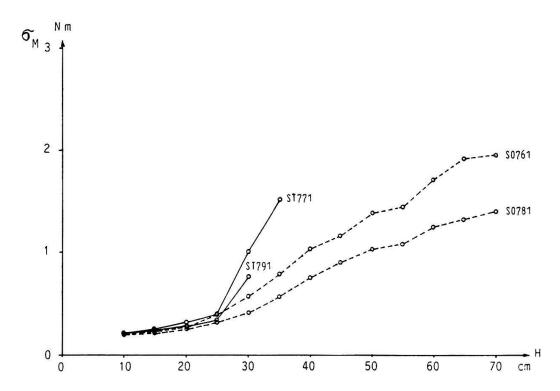


Fig. 4.35. Wie Fig. 4.33.: Einfluß des (fehlenden) Treibzeugs. Halme vom 13.6. aus den Flächen 1.2 (ST771, SO761) und 4.3 (ST791, SO781).

---- (SO761, SO781): Ohne Treibzeug
(ST711, ST791): Treibholz von 6 kg Masse

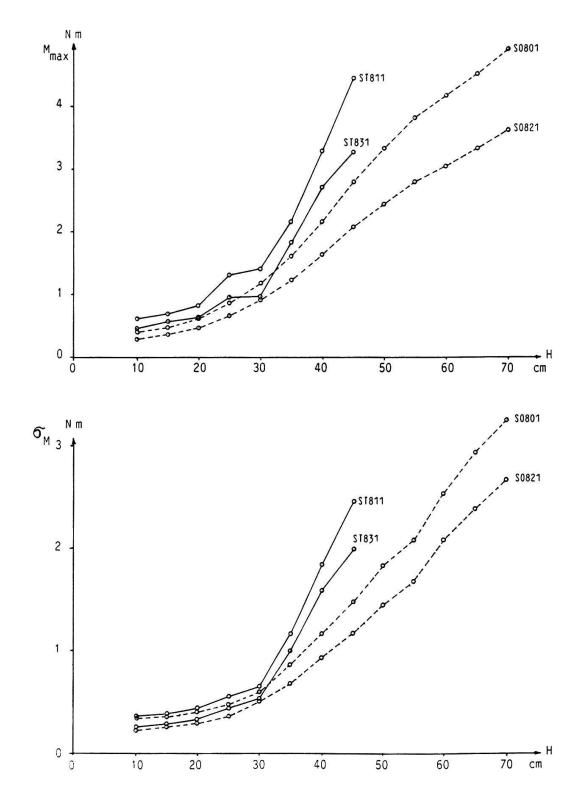
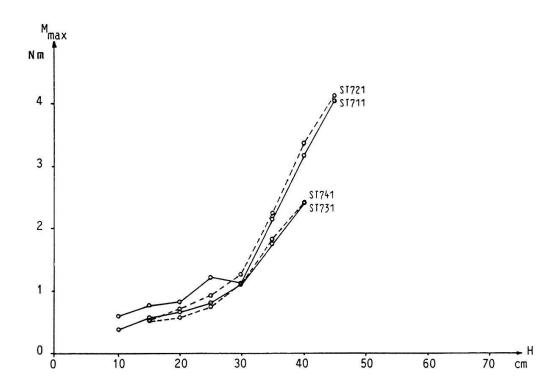


Fig. 4.36. Wie Fig. 4.33.: Einfluß des (fehlenden) Treibzeugs. Halme vom 23.7. aus den Flächen 1.2 (ST811, SO801) und 4.3 (ST831, SO821).

^{---- (}SO801, SO821): Ohne Treibzeug

(ST811, ST831): Treibholz von 6 kg Masse



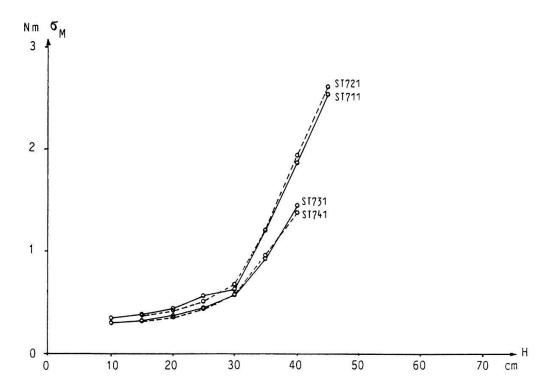
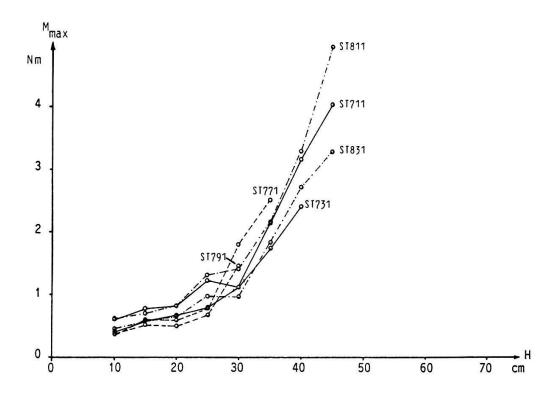


Fig. 4.37. Wie Fig. 4.33.: Einfluß der Wellenperiode *T.* Halme vom 27.6. aus den Flächen 1.2 (ST711, ST721) und 4.3 (ST731, ST741).

^{— (}ST711, ST731): Wellenperiode zunehmend gemäß Tab. 4.2. von 1,25 s (H=10 cm) bis 2,65 s (H=45 cm)

^{----- (}ST721, ST741): Wellenperiode konstant T = 3 s für alle Wellenhöhen



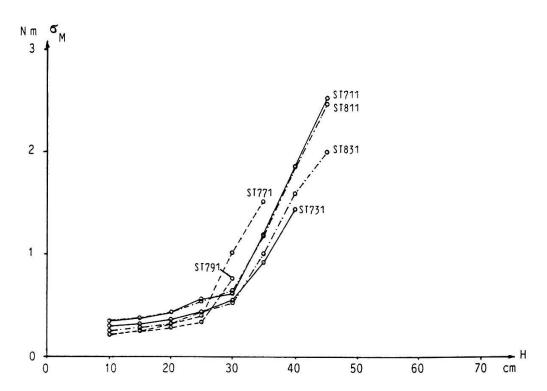
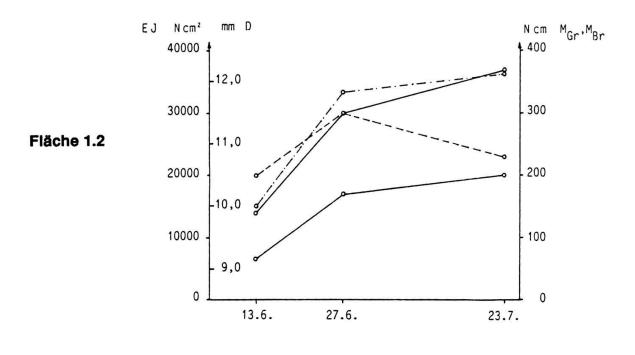


Fig. 4.38. Wie Fig. 4.33.: Einfluß der Biegesteifigkeit bzw. Jahreszeit. Halme aus den Flächen 1.2 (ST711, ST771, ST811) und 4.3 (ST731, ST791, ST831).

----- (ST771, ST791): Halme vom 13.6.

- (ST711, ST731): Halme vom 27.6.

----- (ST811, ST831): Halme vom 23.7.



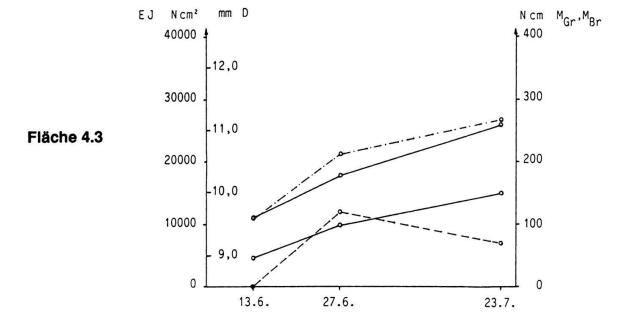
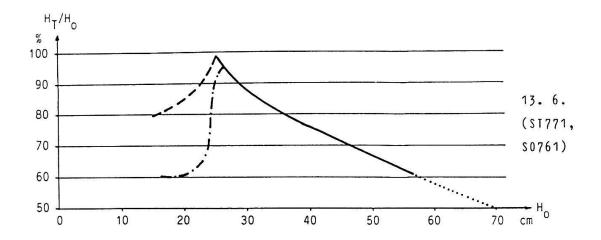


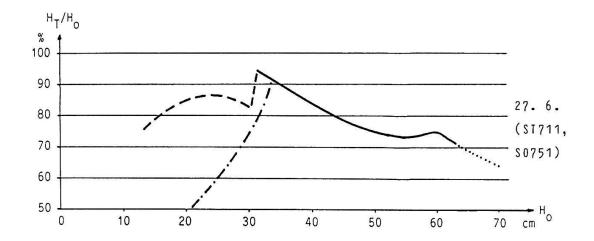
Fig. 4.39. Zeitliche Entwicklung von Durchmesser D, Biegesteifigkeit $E \cdot J$, Grenzmoment M_{Gr} und Bruchmoment M_{Br} der in den Beispielen verwendeten Halme.

---- Durchmesser D

Biegesteifigkeit $E \cdot J$

Grenzmoment M_{Gr} (untere Linie) und M_{Br} (obere Linie)





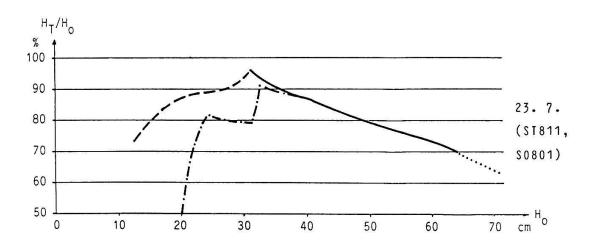


Fig. 4.40. Wellenhöhen, welche einmal ohne (H_0) , einmal zusammen mit einem Treibholz von 6 kg Masse (H_T) ein gleich großes Biegemoment im Halmfuß bewirken, dargestellt in Funktion der Wellenhöhe H_0 .

---- Kurve aufgrund des quadratischen Mittels

---- aufgrund des maximalen Momentes

..... In diesem Bereich wird der Halm durch das Treibzeug überrollt

Halme aus der Fläche 1.2.

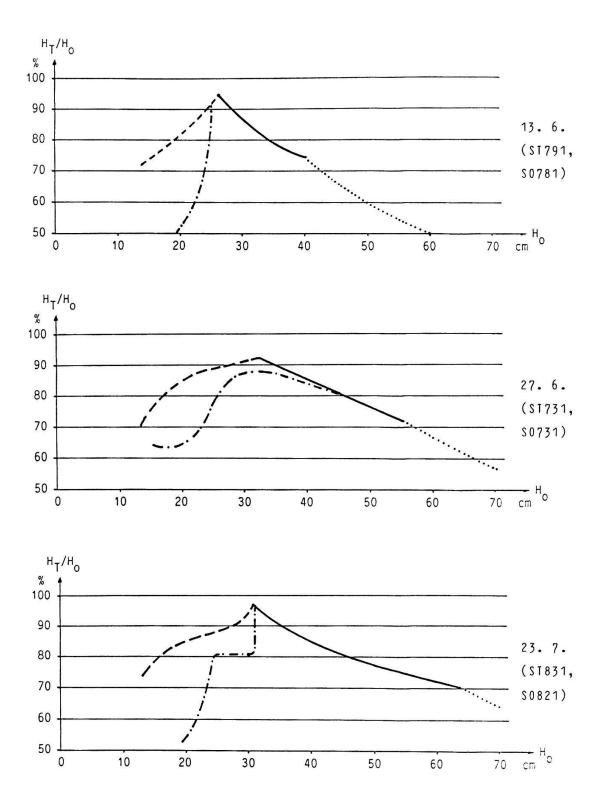


Fig. 4.41. Wie Fig. 4.40.: Halme aus der Fläche 4.3.

ANHANG zu Teil II: Tab. 3.4. Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d (gerechnet in Funktion von d/L_0 ' und kl). $L_0' = g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

$d/L_0' =$	= 0.01									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0497 0,0865 0,1195 0,1521 0,1853	0,252 0,250 0,248 0,246 0,244	0,0230 0,0364 0,0461 0,0540 0,0608	75,640 76,774 77,935 79,125 80,345	0,0398 0,0395	0,2493 0,2512 0,2531 0,2550 0,2570	0,0939 0,1491 0,1891 0,2222 0,2511	0,0267 0,0674 0,1086 0,1501 0,1920	0,0059 0,0238 0,0492 0,0808 0,1183		0,00118 0,00487 0,01017 0,01691 0,02504
0,2195 0,2551 0,2921 0,3307 0,3710	0,242 0,240 0,238 0,236 0,234	0,0669 0,0725 0,0777 0,0825 0,0870	81,595 82,877 84,191 85,539 86,922	0,0386 0,0383 0,0380 0,0377 0,0374	0,2591 0,2612 0,2633 0,2654 0,2676	0,2773 0,3013 0,3237 0,3449 0,3650	0,2343 0,2770 0,3201 0,3637 0,4076	0,1613 0,2099 0,2638 0,3233 0,3884	0,06718 0,07839 0,08991	0,03455 0,04545 0,05781 0,07166 0,08709
0,4129 0,4567 0,5022 0,5496 0,5990	0,232 0,230 0,228 0,226 0,224	0,0913 0,0953 0,0992 0,1029 0,1064	88,341 89,797 91,292 92,827 94,403		0,2698 0,2721 0,2744 0,2768 0,2792	0,3842 0,4027 0,4205 0,4378 0,4546	0,5881 0,6344	0,4591 0,5358 0,6184 0,7072 0,8025	0,15276 0,16646	0,16621 0,19086
0,6504 0,7038 0,7592 0,8169 0,8768	0,222 0,220 0,218 0,216 0,214	0,1098 0,1131 0,1163 0,1194 0,1223	96,023 97,686 99,396 101,154 102,961	0,0349	0,2817 0,2842 0,2867 0,2893 0,2920	0,4710 0,4870 0,5027 0,5181 0,5332	0,6812 0,7285 0,7763 0,8247 0,8736	0,9045 1,0134 1,1296 1,2533 1,3848	0,18056 0,19509 0,21005 0,22546 0,24135	0,21769 0,24684 0,27846 0,31271 0,34975
$d/L_0' =$	= 0,02									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0138 0,0694 0,1008 0,1276 0,1524	0,362 0,360 0,358 0,356 0,354	0,0067 0,0326 0,0456 0,0556 0,0641	39,426 39,802 40,184 40,573 40,969	0,0573 0,0570 0,0568	0,3471 0,3489 0,3506 0,3524 0,3542	0,0396 0,1924 0,2697 0,3296 0,3805	0,0017 0,0401 0,0787 0,1177 0,1569	0,0066 0,0183 0,0337	0,000247 0,005894 0,011664 0,017562 0,023590	0,000751 0,002105 0,003914
0,1762 0,1996 0,2227 0,2459 0,2692	0,344	0,0957	41,371 41,781 42,198 42,622 43,054	0,0553 0,0550	0,3637	0,4257 0,4667 0,5047 0,5403 0,5739	0,3572	0,0980 0,1250 0,1545 0,1866	0,029751 0,036048 0,042484 0,049062 0,055786	0,011740 0,015121 0,018892 0,023060
0,2927 0,3165 0,3407 0,3652 0,3902	0,342 0,340 0,338 0,336 0,334	0,1103 0,1147 0,1190	43,494 43,942 44,398 44,862 45,334	0,0544 0,0541 0,0538 0,0535	0,3656 0,3676 0,3697 0,3717 0,3738	0,6364 0,6658 0,6942 0,7216	0,4394 0,4810 0,5228 0,5650	0,2587 0,2986 0,3411 0,3864	0,062658 0,069682 0,076862 0,084201 0,091704	0,032631 0,038060 0,043940 0,050285
0,4156 0,4415 0,4679 0,4949 0,5224	0,332 0,330 0,328 0,326 0,324	0,1231 0,1270 0,1309 0,1346 0,1382	45,816 46,306 46,806 47,314 47,833	0,0529 0,0526 0,0523	0,3759 0,3780 0,3802 0,3824 0,3846	0,7996 0,8243	0,6504 0,6936 0,7371	0,4850 0,5385 0,5949	0,099373 0,107214 0,115229 0,123424 0,131803	0,064453 0,072315 0,080727

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,02									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,5505 0,5791 0,6084 0,6383 0,6689 0,7001 0,7320 0,7646 0,7979 0,8319 0,8667 0,9023 0,9387	0,308 0,306 0,304 0,302 0,300 0,298	0,1417 0,1451 0,1485 0,1517 0,1549 0,1580 0,1610 0,1640 0,1669 0,1697 0,1725 0,1753 0,1780	48,361 48,899 49,448 50,007 50,577 51,159 51,751 52,356 52,972 53,601 54,243 54,898 55,566	0,0517 0,0514 0,0511 0,0508 0,0505 0,0502 0,0498 0,0495 0,0489 0,0489 0,0483 0,0483	0,3869 0,3892 0,3915 0,3939 0,3963 0,3987 0,4012 0,4037 0,4063 0,4089 0,4115 0,4141 0,4168	0,8723 0,8956 0,9185 0,9411 0,9634 0,9853 1,0070 1,0285 1,0497 1,0707 1,0915 1,1122 1,1327	0,8698 0,9147 0,9601 1,0057 1,0518 1,0983 1,1451 1,1923 1,2400 1,2881 1,3366 1,3855	0,7165 0,7820 0,8506 0,9224 0,9977 1,0763 1,1586 1,2445 1,3341 1,4277 1,5253 1,6270 1,7331	0,14913 0,15809 0,16724 0,17661 0,18619 0,19599 0,20601 0,21626 0,22675 0,23748 0,24845 0,25968	0,25326 0,27265
0,9758	0,296	0,1806	56,247	0,0477	0,4196	1,1530	1,4348	1,8435	0,27117	0,29314
d/L_0' =	= 0,03				Section 1990				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0260 0,0756 0,1059 0,1312 0,1539		0,0125 0,0356 0,0488 0,0592 0,0680	27,837 28,030 28,226 28,424 28,626	0,0713 0,0710 0,0708 0,0705 0,0702	0,4207 0,4223 0,4240 0,4256 0,4273			0,0053 0,0137 0,0246	0,000547 0,004486 0,008503 0,012601 0,016780	0,000383 0,001006 0,001826
0,1753 0,1956 0,2154 0,2348 0,2540		0,0757 0,0828 0,0893 0,0953 0,1010	28,830 29,037 29,248 29,461 29,678	0,0699 0,0696 0,0694 0,0691 0,0688	0,4290 0,4307 0,4325 0,4342 0,4360	0,5630 0,6164 0,6659 0,7123 0,7561	0,1888 0,2263 0,2640 0,3019 0,3401	0,0693 0,0878 0,1080	0,021043 0,025390 0,029824 0,034345 0,038957	0,003987 0,005315 0,006806 0,008460 0,010280
0,2730 0,2919 0,3108 0,3298 0,3488	0,428 0,426 0,424 0,422 0,420	0,1064 0,1116 0,1165 0,1212 0,1258	29,897 30,120 30,347 30,577 30,810	0,0685 0,0682 0,0679 0,0677 0,0674	0,4378 0,4397 0,4415 0,4434 0,4453	0,7978 0,8377 0,8761 0,9131 0,9490	0,3786 0,4172 0,4562 0,4954 0,5348	0,1785 0,2053 0,2337	0,043659 0,048455 0,053345 0,058332 0,063417	0,014429 0,016767 0,019286
0,3679 0,3872 0,4066 0,4262 0,4460	0,418 0,416 0,414 0,412 0,410		31,046 31,287 31,531 31,778 32,030	0,0671 0,0668 0,0665 0,0662 0,0659	0,4472 0,4491 0,4511 0,4531 0,4551	0,9837 1,0176 1,0506 1,0829 1,1144	0,6146 0,6548 0,6953	0,3288 0,3639 0,4006	0,068603 0,073891 0,079283 0,084781 0,090387	0,027992 0,031298 0,034818
0,4659 0,4861 0,5066 0,5273 0,5482	0,408 0,406 0,404 0,402 0,400	0,1501 0,1538 0,1574 0,1609 0,1644	32,285 32,544 32,808 33,075 33,347	0,0656 0,0653 0,0650 0,0647 0,0644	0,4634	1,1453 1,1757 1,2055 1,2348 1,2637	0,8186 0,8602 0,9022	0,5214 0,5652 0,6109	0,096104 0,101933 0,107878 0,113939 0,120119	0,046741 0,051199 0,055913

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

						-				
$d/L_0' =$	= 0,03									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,5694 0,5909 0,6127 0,6348 0,6571	0,398 0,396 0,394 0,392 0,390	0,1678 0,1711 0,1743 0,1775 0,1806	33,623 33,903 34,187 34,476 34,770	0,0638 0,0635	0,4677 0,4699 0,4721 0,4744 0,4766	1,2921 1,3202 1,3479 1,3753 1,4023	0,9869 1,0297 1,0729 1,1163 1,1600	0,7080 0,7595 0,8129 0,8685 0,9261	0,12642 0,13285 0,13940 0,14608 0,15290	0,07170 0,07755 0,08370
0,6798 0,7029 0,7262 0,7499 0,7740	0,388 0,386 0,384 0,382 0,380	0,1837 0,1867 0,1896 0,1925 0,1954	35,069 35,372 35,680 35,993 36,312	0,0626 0,0623 0,0620 0,0617 0,0614	0,4789 0,4813 0,4836 0,4860 0,4884	1,4291 1,4557 1,4819 1,5080 1,5338	1,2041 1,2485 1,2931 1,3382 1,3835	0,9859 1,0479 1,1121 1,1786 1,2475	0,15985 0,16693 0,17416 0,18153 0,18904	0,10417 0,11171 0,11962
0,7984 0,8232 0,8484 0,8739 0,8998	0,378 0,376 0,374 0,372 0,370	0,1982 0,2010 0,2037 0,2064 0,2091	36,635 36,964 37,298 37,638 37,984	0,0611 0,0608 0,0605 0,0602 0,0599	0,4909 0,4934 0,4959 0,4984 0,5010	1,5594 1,5849 1,6101 1,6353 1,6602	1,4292 1,4752 1,5216 1,5683 1,6153	1,3189 1,3927 1,4690 1,5480 1,6297	0,19671 0,20452 0,21250 0,22063 0,22892	0,13665 0,14580 0,15539 0,16545 0,17599
0,9262 0,9530 0,9801	0,368 0,366 0,364	0,2117 0,2143 0,2169	38,335 38,693 39,056	0,0596 0,0593 0,0590	0,5036 0,5062 0,5089	1,6850 1,7098 1,7343	1,6627 1,7105 1,7587	1,7142 1,8014 1,8916	0,23738 0,24601 0,25481	0,18703 0,19860 0,21071
$d/L_0' =$	= 0,04									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0580 0,0935 0,1203 0,1433 0,1643	0,522 0,520 0,518 0,516 0,514	0,0275 0,0436 0,0552 0,0648 0,0732	22,286 22,402 22,521 22,641 22,762	0,0829 0,0826 0,0823	0,4813 0,4828 0,4843 0,4859 0,4875	0,2394 0,3806 0,4827 0,5672 0,6412	0,0225 0,0568 0,0913 0,1261 0,1610	0,0071 0,0145 0,0236	0,00482 0,00780 0,01083	0,000718
0,1838 0,2024 0,2204 0,2379 0,2550	0,512 0,510 0,508 0,506 0,504		22,885 23,010 23,136 23,264 23,394	0,0815 0,0813 0,0810	0,4891 0,4907 0,4923 0,4939 0,4956	0,7080 0,7694 0,8267 0,8806 0,9318	0,2315 0,2671 0,3029	182	0,02028 0,02355 0,02689 0,03028	0,002366 0,003080 0,003876 0,004753 0,005712
0,2718 0,2885 0,3050 0,3214 0,3378	0,502 0,500 0,498 0,496 0,494	0,1162 0,1211 0,1258 0,1304	23,525 23,658 23,793 23,930 24,069	0,0802 0,0799 0,0796 0,0793	0,4973 0,4990 0,5007 0,5024 0,5042	1,0727 1,1163 1,1587	0,4116 0,4482 0,4851 0,5223	0,1441 0,1646 0,1862 0,2090	0,03726 0,04085 0,04451 0,04823	
0,3541 0,3704 0,3867 0,4031 0,4196	0,492 0,490 0,488 0,486 0,484	0,1434 0,1474	24,209 24,351 24,496 24,642 24,790	0,0788 0,0785	0,5060 0,5078 0,5096 0,5114 0,5133	1,2398		0,2580 0,2842 0,3117	0,05588 0,05982 0,06382	0,013296 0,014886 0,016577 0,018372 0,020274

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

					8					
$d/L_0' =$	= 0,04						8.150 NV 7650			
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,4361 0,4526 0,4693 0,4861 0,5030	0,482 0,480 0,478 0,476 0,474	0,1553 0,1590 0,1627 0,1664 0,1699	24,940 25,093 25,247 25,403 25,562	0,0776 0,0774 0,0771 0,0768 0,0765	0,5152 0,5170 0,5190 0,5209 0,5229	1,3912 1,4272 1,4626 1,4974 1,5317	0,7499 0,7887 0,8277 0,8670 0,9065	0,3701 0,4012 0,4334 0,4670 0,5018	0,07206 0,07629 0,08060 0,08499 0,08946	0,02442 0,02666 0,02903
0,5200 0,5371 0,5544 0,5719 0,5894	0,472 0,470 0,468 0,466 0,464	0,1734 0,1768 0,1801 0,1834 0,1867	25,723 25,886 26,051 26,219 26,389	0,0762 0,0759 0,0756 0,0753 0,0751	0,5248 0,5268 0,5289 0,5309 0,5330	1,5655 1,5989 1,6318 1,6643 1,6964	0,9463 0,9863 1,0266 1,0672 1,1080	0,5379 0,5753 0,6140 0,6541 0,6956	0,09401 0,09864 0,10336 0,10816 0,11306	0,03415 0,03692 0,03982 0,04287 0,04607
0,6072 0,6251 0,6432 0,6614 0,6799	0,462 0,460 0,458 0,456 0,454	0,1899 0,1930 0,1961 0,1991 0,2021	26,561 26,736 26,913 27,093 27,275	0,0748 0,0745 0,0742 0,0739 0,0736	0,5351 0,5372 0,5393 0,5415 0,5437	1,7282 1,7597 1,7909 1,8218 1,8524	1,1490 1,1904 1,2320 1,2738 1,3160	0,7827 0,8285 0,8757	0,11804 0,12311 0,12827 0,13353 0,13888	0,04943 0,05295 0,05664 0,06050 0,06455
0,6985 0,7173 0,7363 0,7555 0,7750	0,452 0,450 0,448 0,446 0,444	0,2051 0,2080 0,2109 0,2138 0,2166	27,460 27,647 27,837 28,030 28,226	0,0730 0,0727 0,0724	0,5459 0,5481 0,5504 0,5526 0,5549	1,8827 1,9129 1,9428 1,9724 2,0019	1,3584 1,4011 1,4441 1,4874 1,5309	0,9748 1,0267 1,0801 1,1353 1,1921	0,14433 0,14988 0,15553 0,16129 0,16715	0,06878 0,07320 0,07782 0,08266 0,08771
0,7946 0,8145 0,8346 0,8549 0,8754	0,442 0,440 0,438 0,436 0,434	0,2193 0,2221 0,2248 0,2275 0,2301	28,424 28,626 28,830 29,037 29,248	0,0718 0,0715 0,0712 0,0709 0,0706	0,5573 0,5596 0,5620 0,5644 0,5669		1,5748 1,6190 1,6634 1,7082 1,7532	1,2506 1,3109 1,3730 1,4369 1,5026	0,17311 0,17918 0,18536 0,19166 0,19807	0,09298 0,09848 0,10423 0,11023 0,11648
0,8962 0,9172 0,9385 0,9600 0,9818	0,432 0,430 0,428 0,426 0,424	0,2327 0,2353 0,2379 0,2404 0,2429	29,461 29,678 29,897 30,120 30,347	0,0703 0,0700 0,0696 0,0693 0,0690	0,5693 0,5718 0,5743 0,5769 0,5795	2,1755 2,2039 2,2322 2,2604 2,2885	1,7986 1,8443 1,8903 1,9366 1,9832	1,5703 1,6400 1,7116 1,7853 1,8612	0,20460 0,21124 0,21801 0,22490 0,23191	0,12300 0,12980 0,13689 0,14428 0,15198
$d/L_0' =$	= 0,05									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0642 0,0976 0,1233 0,1454 0,1654	0,590 0,588 0,586 0,584 0,582	0,0300 0,0451 0,0564 0,0657 0,0739	19,088 19,164 19,240 19,318 19,397	0,0937 0,0934	0,5322 0,5336 0,5351 0,5365 0,5380	0,4510 0,5638	0,0579 0,0904 0,1231	0,0019 0,0064 0,0125 0,0199 0,0284	0,00173 0,00394 0,00620 0,00849 0,01083	2,14E-04 4,24E-04 6,83E-04
0,1840 0,2016 0,2185 0,2348 0,2507	0,580 0,578 0,576 0,574 0,572	0,0814 0,0882 0,0945 0,1005 0,1061	19,476 19,557 19,638 19,721 19,805	0,0924 0,0922 0,0919	0,5410 0,5425 0,5441	0,8164 0,8857 0,9504 1,0115 1,0695	0,2223 0,2558 0,2894	0,0487 0,0603 0,0729	0,01321 0,01563 0,01810 0,02061 0,02317	0,00217

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

$\frac{d/L_0'}{\frac{H}{d}} = \frac{H}{d}$	= 0,05 kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,2663 0,2815 0,2966 0,3115 0,3263	0,570 0,568 0,566 0,564 0,562	0,1115 0,1166 0,1216 0,1263 0,1309	19,890 19,976 20,063 20,151 20,240	0,0914 0,0911 0,0908 0,0906 0,0903	0,5472 0,5488 0,5504 0,5520 0,5537	1,1249 1,1781 1,2294 1,2790 1,3271	0,3916 0,4260	0,1322 0,1492	0,02578 0,02843 0,03113 0,03388 0,03668	0,00375 0,00437 0,00503 0,00575 0,00651
0,3410 0,3556 0,3701 0,3846 0,3991	0,560 0,558 0,556 0,554 0,552	0,1354 0,1397 0,1439 0,1480 0,1520	20,330 20,422 20,514 20,608 20,703	0,0898 0,0895	0,5553 0,5570 0,5587 0,5604 0,5621	1,3738 1,4194 1,4639 1,5074 1,5500	0,5659 0,6014 0,6371	0,1859 0,2055 0,2260 0,2474 0,2697	0,03953 0,04243 0,04539 0,04839 0,05145	0,00732 0,00818 0,00910 0,01007 0,01110
0,4136 0,4281 0,4427 0,4572 0,4718	0,550 0,548 0,546 0,544 0,542	0,1559 0,1598 0,1635 0,1672 0,1708	20,800 20,897 20,996 21,096 21,197		0,5638 0,5656 0,5673 0,5691 0,5709	1,5917 1,6327 1,6730 1,7127 1,7518	0,7092 0,7455 0,7821 0,8188 0,8559	0,2928 0,3169 0,3418 0,3677 0,3945	0,05456 0,05773 0,06095 0,06423 0,06757	0,01219 0,01334 0,01455 0,01583 0,01717
0,4864 0,5011 0,5159 0,5307 0,5456	0,540 0,538 0,536 0,534 0,532	0,1743 0,1778 0,1812 0,1845 0,1878	21,300 21,404 21,509 21,616 21,724	0,0870 0,0867	0,5727 0,5746 0,5764 0,5783 0,5802	1,7902 1,8282 1,8657 1,9027 1,9394	0,8931 0,9305 0,9682 1,0061 1,0443	0,4223 0,4509 0,4806 0,5112 0,5428	0,07097 0,07443 0,07794 0,08152 0,08516	0,01858 0,02006 0,02162 0,02325 0,02496
0,5606 0,5757 0,5909 0,6061 0,6215	0,530 0,528 0,526 0,524 0,522	0,1911 0,1943 0,1975 0,2006 0,2037	21,833 21,944 22,057 22,170 22,286		0,5821 0,5841 0,5860 0,5880 0,5900	1,9756 2,0114 2,0469 2,0820 2,1168	1,1212	0,5754 0,6091 0,6437 0,6794 0,7162	0,08887 0,09264 0,09647 0,10037 0,10434	0,02675 0,02862 0,03058 0,03264 0,03478
0,6370 0,6525 0,6682 0,6840 0,7000	0,520 0,518 0,516 0,514 0,512	0,2067 0,2097 0,2127 0,2156 0,2185	22,402 22,521 22,641 22,762 22,885	0,0845 0,0842 0,0839 0,0836 0,0833	0,5920 0,5940 0,5961 0,5982 0,6003	2,1514 2,1856 2,2196 2,2534 2,2869		0,7541 0,7930 0,8331 0,8743 0,9167	0,10838 0,11248 0,11666 0,12091 0,12523	0,03702 0,03936 0,04180 0,04434 0,04700
0,7160 0,7322 0,7485 0,7650 0,7815	0,510 0,508 0,506 0,504 0,502	0,2213 0,2242 0,2270 0,2297 0,2325	23,010 23,136 23,264 23,394 23,525	0,0824 0,0821	0,6024 0,6045 0,6067 0,6089 0,6111	2,3202 2,3533 2,3862 2,4189 2,4514	1,4795 1,5206 1,5619 1,6035 1,6453		0,12963 0,13410 0,13865 0,14328 0,14799	0,04977 0,05265 0,05566 0,05879 0,06205
0,7983 0,8151 0,8322 0,8493 0,8666	0,500 0,498 0,496 0,494 0,492	0,2352 0,2379 0,2405 0,2432 0,2458	23,658 23,793 23,930 24,069 24,209	0,0812 0,0809 0,0806 0,0803	0,6133 0,6155 0,6178 0,6201 0,6224	2,5480 2,5799	1,7724 1,8153 1,8584	1,1966 1,2478 1,3003 1,3541 1,4094	0,15277 0,15764 0,16260 0,16763 0,17276	0,06545 0,06898 0,07266 0,07648 0,08046
0,8841 0,9018 0,9196 0,9376 0,9557	0,490 0,488 0,486 0,484 0,482	0,2484 0,2509 0,2535 0,2560 0,2585	24,351 24,496 24,642 24,790 24,940	0,0800 0,0797 0,0794 0,0791 0,0788	0,6248 0,6271 0,6295 0,6320 0,6344	2,6434 2,6749 2,7064 2,7377 2,7690	1,9896 2,0339	1,5839	0,17797 0,18327 0,18866 0,19414 0,19972	0,08460 0,08890 0,09337 0,09801 0,10284

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$				d		100ζ1	100ζ ₂	100ζ ₃	И	Ио
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{10031}{L}$	$\frac{10092}{L}$	$\frac{10093}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0585 0,0933 0,1191 0,1410 0,1606	0,654 0,652 0,650 0,648 0,646	0,0271 0,0428 0,0542 0,0636 0,0718	17,110 17,161 17,211 17,263 17,315	0,1041 0,1039 0,1036 0,1034 0,1032	0,5762 0,5775 0,5789 0,5803 0,5817		0,0506 0,0811 0,1118	0,0047 0,0095 0,0155	0,001120 0,002812 0,004535 0,006290 0,008077	0,000108 0,000223
0,1787 0,1957 0,2120 0,2276 0,2426	0,644 0,642 0,640 0,638 0,636	0,0792 0,0860 0,0923 0,0982 0,1039	17,368 17,422 17,476 17,531 17,587	0,1029 0,1027 0,1024 0,1021 0,1019	0,5831 0,5845 0,5859 0,5874 0,5888	1,0400 1,1079	0,2049 0,2363 0,2679	0,0388 0,0482 0,0583	0,009896 0,011749 0,013635 0,015555 0,017510	0,000951 0,001196 0,001465
0,2573 0,2717 0,2858 0,2997 0,3135	0,634 0,632 0,630 0,628 0,626	0,1092 0,1143 0,1193 0,1240 0,1286	17,644 17,701 17,759 17,818 17,877	0,1016 0,1014 0,1011 0,1009 0,1006	0,5903 0,5918 0,5933 0,5948 0,5963	1,2339 1,2930 1,3499 1,4049 1,4583	0,3960	0,0931 0,1061 0,1198 0,1342	0,019500 0,021526 0,023587 0,025686 0,027821	0,002424 0,002795 0,003194 0,003620
0,3270 0,3405 0,3539 0,3671 0,3803	0,624 0,622 0,620 0,618 0,616	0,1330 0,1374 0,1416 0,1457 0,1497	17,937 17,998 18,060 18,123 18,186	0,1004 0,1001 0,0998 0,0996 0,0993	0,5979 0,5994 0,6010 0,6026 0,6042	1,5102 1,5607 1,6100 1,6582 1,7055	0,4940 0,5271 0,5603 0,5938 0,6274	0,1650 0,1815 0,1986	0,029994 0,032206 0,034456 0,036745 0,039075	0,004557 0,005070 0,005614
0,3935 0,4067 0,4198 0,4329 0,4460	0,614 0,612 0,610 0,608 0,606	0,1536 0,1574 0,1612 0,1648 0,1684	18,250 18,315 18,381 18,448 18,516	0,0990 0,0988 0,0985 0,0982 0,0980	0,6058 0,6074 0,6091 0,6107 0,6124	1,7972 1,8419 1,8858	0,6952 0,7295	0,2541 0,2740 0,2946	0,041445 0,043856 0,046309 0,048805 0,051343	0,007439 0,008115 0,008827
0,4591 0,4722 0,4853 0,4985 0,5117	0,604 0,602 0,600 0,598 0,596	0,1720 0,1755 0,1789 0,1823 0,1856	18,584 18,653 18,723 18,794 18,866	0,0977 0,0974 0,0972 0,0969 0,0966	0,6141 0,6158 0,6175 0,6192 0,6210	2,0553 2,0964	0,9036 0,9390	0,3606 0,3841 0,4083	0,053925 0,056551 0,059222 0,061939 0,064702	0,011188 0,012055 0,012963
0,5249 0,5382 0,5515 0,5648 0,5783	0,594 0,592 0,590 0,588 0,586	0,1889 0,1921 0,1953 0,1985 0,2016	18,939 19,013 19,088 19,164 19,240	0,0955	0,6228 0,6245 0,6263 0,6282 0,6300	2,2949	1,0466 1,0829 1,1194	0,4855 0,5127 0,5407 0,5696	0,067512 0,070370 0,073276 0,076231 0,079236	0,015952 0,017041 0,018180 0,019369
0,5917 0,6053 0,6189 0,6326 0,6463	0,584 0,582 0,580 0,578 0,576	0,2046 0,2077 0,2107 0,2136 0,2166	19,318 19,397 19,476 19,557 19,638	0,0944 0,0941 0,0938	0,6319 0,6337 0,6356 0,6375 0,6394	2,4095 2,4472 2,4845 2,5216	1,2301 1,2675 1,3051 1,3429	0,6297 0,6610 0,6931 0,7261	0,082291 0,085398 0,088557 0,091768 0,095034	0,021905 0,023256 0,024664 0,026132
0,6601 0,6740 0,6880 0,7021 0,7162	0,574 0,572 0,570 0,568 0,566	0,2195 0,2223 0,2252 0,2280 0,2308	19,721 19,805 19,890 19,976 20,063	0,0930	0,6414 0,6433 0,6453 0,6473 0,6493	2,5949 2,6313	1,4192 1,4576 1,4964	0,7946 0,8303 0,8668	0,098354 0,101729 0,105160 0,108648 0,112194	0,029254 0,030912 0,032637

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,06									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$100\zeta_1$	$100\zeta_2$	$100\zeta_3$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
d	~~	u	<i>,,,</i>	\boldsymbol{L}	C_0	\boldsymbol{L}	\boldsymbol{L}	L	\boldsymbol{C}	C
0,7304	0,564	0,2336	20,151	0,0921	0,6513	2,7391	1,5745	0,9427	0,11580	0,03630
0,7448	0,562 0,560	0,2363 0,2390	20,240 20,330	0,0918 0,0915	0,6534 0,6555	2,7746 2,8100	1,6139 1,6535	0,9820 1,0223	0,11946 0,12319	0,03824 0,04026
0,7737	0,558	0,2417	20,422	0,0912	0,6575	2,8452	1,6934	1,0637	0,12697	0,04236
0,7883	0,556	0,2444	20,514	0,0910	0,6597	2,8803	1,7335	1,1060	0,13082	0,04454
0,8031 0,8179	0,554 0,552	0,2470 0,2496	20,608 20,703	0,0907 0,0904	0,6618 0,6639	2,9152 2,9500	1,7739 1,8145	1,1493 1,1937	0,13473 0,13871	0,04680 0,04915
0,8328	0,550	0,2522	20,800	0,0901	0,6661	2,9847	1,8554	1,2392	0,14275	0,05159
0,8478 0,8630	0,548 0,546	0,2548 0,2574	20,897 20,996	0,0898 0,0895	0,6683 0,6705	3,0192 3,0536	1,8965 1,9378	1,2857 1,3333	0,14686 0,15103	0,05413 0,05676
0,8782	0,544	0,2599	21,096	0,0892	0,6727	3,0879	1,9795	1,3820	0,15528	0,05948
0,8936	0,542 0,540	0,2624	21,197 21,300	0,0889	0,6750		2,0213 2,0634	1,4319 1,4830	0,15959 0,16397	0,06231 0,06525
0,9091 0,9247	0,538	0,2649 0,2674	21,404	0,0886 0,0883	0,6773 0,6796	3,1562 3,1902	2,1058	1,5352	0,16843	0,06830
0,9405	0,536	0,2699	21,509	0,0880	0,6819	3,2241	2,1485	1,5886	0,17296	0,07146
$d/L_0' =$	= 0,08									
H	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	<u>C</u>	$100\zeta_1$	$100\zeta_2$	$100\zeta_3$	u_2	$\frac{u_3}{C}$
\overline{d}		•	***	\boldsymbol{L}	$\overline{C_0}$	\boldsymbol{L}	\boldsymbol{L}	\boldsymbol{L}	C	C
0,0171	0,774	0,0078	15,090	0,1232	0,6494		0,0016		6,19E-05	
0,0714	0,772 0,770	0,0322 0,0449	15,111 15,131	0,1230 0,1227	0,6506 0,6519		0,0282 0,0550		0,001071 0,002098	1,81E-05 5,00E-05
0,1230	0,768	0,0548	15,152	0,1225	0,6531	0,7454	0,0819	0,0084	0,003145	9,24E-05
0,1428	0,766	0,0632	15,174	0,1223	0,6544	0,8603	0,1089	12.50	0,004210	
0,1606	0,764 0,762	0,0706 0,0774	15,196 15,218		0,6556 0,6569	0,9624 1,0553	0,1361 0,1635		0,005295 0,006400	
0,1925	0,760	0,0837	15,240	0,1215	0,6582	1,1414	0,1910	0,0301	0,007524	0,000350
0,2072	0,758 0,756	0,0895 0,0951	15,263 15,287	0,1213 0,1211	0,6595 0,6608	1,2220 1,2982	0,2186 0,2464		0,008669 0,009834	0,000436 0,000529
0,2349	0,754	0,1003	15,311	0,1208	0,6621	1,3708	0,2744	0,0522	0,011020	0,000632
0,2481	0,752 0,750	0,1053 0,1101	15,335 15,360		0,6634 0,6647	1,4402 1,5070	0,3025 0,3308		0,012227 0,013456	0,000743
0,2735	0,748	0,1148	15,385	0,1201	0,6661	1,5715	0,3592	0,0786	0,014706	0,000991
0,2859	0,746		15,410	6	385		0,3878	100	0,015978	
0,2980		0,1236 0,1278	15,436 15,462			100 100 100 100 100	0,4166 0,4455		0,017272 0,018589	
0,3218	0,740	0,1319	15,489	0,1191	0,6716	1,8109	0,4745	0,1205	0,019929	0,001600
0,3335	0,738 0,736		15,517 15,544			1,8670 1,9219	0,5038 0,5332		0,021292 0,022679	
0,3565	0,734	0,1437	15,572		1900	700	0,5628	.00	0,024089	190
0,3679	0,732	0,1474	15,601	0,1181	0,6772	2,0286	0,5925	0,1695	0,025524	0,002374
0,3792 0,3904	0,730 0,728	0,1511 0,1547	15,630 15,659				0,6224 0,6524		0,026983 0,028467	
0,4016			15,689				0,6827		0,029976	

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

d/L ₀ ' =	= 0,08									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,4128 0,4239 0,4350 0,4461 0,4571	0,724 0,722 0,720 0,718 0,716	0,1617 0,1651 0,1685 0,1718 0,1751	15,720 15,750 15,782 15,814 15,846	0,1171 0,1169 0,1166 0,1164 0,1161	0,6830 0,6845 0,6860 0,6875 0,6890	2,2312 2,2800 2,3281 2,3757 2,4226	0,7131 0,7437 0,7744 0,8053 0,8364	0,2259 0,2412 0,2569 0,2731 0,2897	0,03151 0,03307 0,03466 0,03627 0,03791	0,00333 0,00360 0,00389 0,00418 0,00450
0,4682 0,4792 0,4902 0,5013 0,5123	0,714 0,712 0,710 0,708 0,706	0,1783 0,1815 0,1847 0,1878 0,1908	15,879 15,912 15,946 15,980 16,015	0,1158 0,1156 0,1153 0,1151 0,1148	0,6906 0,6921 0,6937 0,6953 0,6968	2,4691 2,5150 2,5604 2,6055 2,6501	0,8677 0,8991 0,9307 0,9625 0,9945	0,3068 0,3244 0,3425 0,3611 0,3802	0,03958 0,04128 0,04300 0,04475 0,04654	0,00482 0,00517 0,00553 0,00590 0,00629
0,5234 0,5344 0,5455 0,5566 0,5677	0,704 0,702 0,700 0,698 0,696	0,1939 0,1969 0,1999 0,2028 0,2057	16,050 16,086 16,122 16,159 16,196	0,1145 0,1143 0,1140 0,1138 0,1135	0,6984 0,7000 0,7017 0,7033 0,7049	2,6943 2,7381 2,7816 2,8247 2,8676	1,0267 1,0590 1,0915 1,1242 1,1571	0,3998 0,4198 0,4404 0,4615 0,4831	0,04835 0,05019 0,05206 0,05396 0,05589	0,00670 0,00712 0,00757 0,00803 0,00851
0,5789 0,5901 0,6013 0,6125 0,6238	0,694 0,692 0,690 0,688 0,686	0,2086 0,2115 0,2143 0,2171 0,2199	16,234 16,272 16,311 16,350 16,390	0,1132 0,1130 0,1127 0,1124 0,1121	0,7066 0,7083 0,7100 0,7117 0,7134	2,9523 2,9943 3,0360	1,1902 1,2234 1,2569 1,2905 1,3243	0,5053 0,5279 0,5511 0,5749 0,5992	0,05785 0,05985 0,06188 0,06394 0,06603	0,00902 0,00954 0,01009 0,01065 0,01124
0,6351 0,6464 0,6578 0,6692 0,6807	0,684 0,682 0,680 0,678 0,676	0,2227 0,2254 0,2281 0,2308 0,2335	16,431 16,472 16,514 16,556 16,599	0,1119 0,1116 0,1113 0,1111 0,1108	0,7151 0,7168 0,7186 0,7204 0,7222	3,2006	1,3583 1,3925 1,4269 1,4615 1,4963	0,6241 0,6495 0,6755 0,7021 0,7293	0,06816 0,07032 0,07252 0,07475 0,07702	0,01185 0,01249 0,01315 0,01384 0,01456
0,6922 0,7038 0,7154 0,7271 0,7388	0,674 0,672 0,670 0,668 0,666	0,2362 0,2388 0,2414 0,2440 0,2466	16,642 16,686 16,731 16,776 16,822	0,1105 0,1102 0,1100 0,1097 0,1094	0,7240 0,7258 0,7276 0,7294 0,7313	3,3619	1,5313 1,5665 1,6019 1,6375 1,6733	0,7571 0,7854 0,8144 0,8440 0,8743	0,07932 0,08166 0,08403 0,08645 0,08890	0,01530 0,01607 0,01687 0,01769 0,01855
0,7506 0,7624 0,7743 0,7862 0,7982	0,664 0,662 0,660 0,658 0,656	0,2492 0,2518 0,2543 0,2568 0,2593	16,869 16,916 16,963 17,012 17,061		0,7332 0,7351 0,7370 0,7389 0,7408	3,5599 3,5991 3,6382			0,09139 0,09392 0,09649 0,09910 0,10175	0,01944 0,02037 0,02133 0,02232 0,02335
0,8103 0,8224 0,8345 0,8468 0,8591	0,654 0,652 0,650 0,648 0,646	0,2618 0,2643 0,2668 0,2692 0,2717	17,110 17,161 17,211 17,263 17,315	0,1077 0,1074 0,1071 0,1068 0,1066	0,7428 0,7448 0,7467 0,7487 0,7508	3,7547 3,7934 3,8319	1,9296 1,9670 2,0047	1,1044 1,1400 1,1764	0,10444 0,10718 0,10995 0,11277 0,11564	0,02441 0,02551 0,02666 0,02784 0,02906
0,8715 0,8839 0,8964 0,9090 0,9217	0,644 0,642 0,640 0,638 0,636	0,2741 0,2765 0,2789 0,2813 0,2837	17,368 17,422 17,476 17,531 17,587	0,1060	0,7528 0,7548 0,7569 0,7590 0,7611	3,9471 3,9854	2,1190 2,1575	1,2513 1,2898 1,3292 1,3693 1,4102	0,11855 0,12150 0,12450 0,12754 0,13064	0,03300

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

						-				
$d/L_0' =$	0,10									
<u>H</u>	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{a}$	$\frac{100\zeta_1}{\zeta_1}$	$100\zeta_2$	$100\zeta_3$	$\frac{u_2}{a_2}$	$\frac{u_3}{C}$
L_0				L	$\overline{C_0}$	\boldsymbol{L}	L	L	C	C
0,06243	0,884	0,0274	14,497	0,1408	0,7103	0,4384			0,000558	
0,09116	0,882 0,880	0,0398 0,0492	14,499 14,502	0,1406 0,1403	0,7115 0,7126	0,6376 0,7891	0,0446 0,0681		0,001185 0,001825	1,47E-05 2,83E-05
0,13215 0,14901	0,878 0,876	0,0572 0,0642	14,505 14,509	0,1401 0,1399	0,7138 0,7149	0,9168 1,0297	0,0919 0,1157		0,002476 0,003139	4,50E-05 6,47E-05
0,16450	0,874	0,0706	14,512	0,1396	0,7161	1,1322		1.0	0,003133	(9)
0,17897	0,872	0,0764	14,516	0,1394	0,7173	1,2269	0,1638	0,0217	0,004501	0,000113
0,19266	0,870 0,868	0,0819 0,0871	14,521 14,525	0,1392 0,1390	0,7185 0,7197	1,3154 1,3991	0,1880 0,2124	0,0267 0,0321	0,005201 0,005913	0,000141 0,000172
0,21828	0,866	0,0920	14,530	0,1387	0,7209	1,4786	- 0		707	0,000206
0,23042	0,864 0,862	0,0967 0,1013	14,535 14,541	0,1385 0,1383	0,7221 0,7233	1,5547 1,6278	0,2615 0,2863		0,007376 0,008127	
0,25368	0,860	0,1056	14,546	0,1380	0,7245	1,6983	0,3112	0,0573	0,008891	0,000327
0,26491 0,27591	0,858 0,856	0,1098 0,1139	14,552 14,559	0,1378 0,1376	0,7257 0,7270	1,7666 1,8328	0,3362 0,3614		0,009669 0,010461	0,000373 0,000423
0,28672	0,854	0,1179	14,565	0,1373	0,7282	1,8973	0,3867			0,000476
0,29736 0,30785	0,852 0,850	0,1217 0,1255	14,572 14,579	0,1371 0,1368	0,7295 0,7307	1,9601 2,0215	0,4121 0,4377		0,012085	0,000532 0,000592
0,31821	0,848	0,1292	14,587 14,594	0,1366 0,1364	0,7320 0,7333	2,0815 2,1403	0,4635 0,4893	0,1051	0,013766	0,000656 0,000723
0,32845	0,846 0,844	0,1328 0,1363	14,603	0,1361	0,7335	**	C 80	0.000	*	0,000723
0,34864	0,842	0,1397	14,611	0,1359	0,7359	2,2547	0,5415	0,1333	0,016398	0,000870
0,35861 0,36851	0,840 0,838	0,1431 0,1465	14,620 14,629	0,1357 0,1354	0,7372 0,7385	2,3104 2,3652	0,5677 0,5942			0,000950 0,001034
0,37835	0,836	0,1498	14,638	0,1352	0,7398	2,4192	0,6208	0,1645	0,019167	0,001122
0,38813	0,834 0,832	0,1530 0,1562	14,648 14,657	0,1349 0,1347	0,7411 0,7425	2,4725 2,5251	0,6475 0,6743			0,001215 0,001313
0,40756	0,830	0,1593	14,668	0,1344	0,7438	2,5770	0,7013	0,1985	0,022079	0,001415
0,41722 0,42684	0,828 0,826	0,1624 0,1655	14,678 14,689	0,1342 0,1340	0,7452 0,7465	2,6282 2,6789	0,7285 0,7558			0,001523 0,001635
0,43644	0,824	0,1685	14,700	0,1337	0,7479	2,7291	0,7833	0,2354	0,025139	0,001753
0,44601 0,45557	0,822 0,820	0,1715 0,1745	14,712 14,724	0,1335 0,1332	0,7493 0,7507	2,7787 2,8279	0,8109 0,8386	0,2484		0,001877 0,002006
0,46511	0,818	0,1774	14,736	0,1330	0,7521	2,8765	0,8665	0,2754	0,028353	0,002142
0,47464 0,48416	0,816 0,814	0,1803 0,1831	14,748 14,761	0,1327 0,1325	0,7535 0,7549	2,9248 2,9727	0,8946 0,9228	A STATE OF THE PARTY OF T	0,029460 0,030585	the contraction and the contraction
0,49368	0,812	0,1860	14,774	0,1322	0,7564	3,0201	0,9511	0,3183	0,031729	0,002584
0,50320 0,51271	0,810 0,808	0,1888 0,1916	14,788 14,802	0,1320 0,1317	0,7578 0,7593	3,0672 3,1140	0,9797 1,0083		0,032891	
0,52223	0,806	0,1943	14,816	0,1315	0,7607	3,1604	1,0372	0,3644	0,035271	0,003088
0,53175 0,54128	0,804 0,802	0,1971 0,1998	14,830 14,845	0,1312 0,1309	0,7622 0,7637	3,2065 3,2523	1,0661 1,0953		0,036491 0,037730	
0,55082	0,800	0,2025	14,860	0,1307	0,7652	3,2979	1,1246	0,4137	0,038988	0,003657
0,56037 0,56994	0,798 0,796	0,2052 0,2078	14,876 14,892	0,1304 0,1302	0,7667 0,7682	3,3431 3,3881	1,1541 1,1837	0,4308 0,4484	0,040267 0,041567	
3,30774	0,770	0,2070	17,072	0,1302	0,7002	5,5001	1,1037	0,1704	3,011307	3,001070

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

$d/L_0' =$	= 0,10									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$100\zeta_1$	$100\zeta_2$	$100\zeta_3$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
d			2.00	L	C_0	L	L	L	С	С
0,5795 0,5891	0,794 0,792	0,2105 0,2131	14,908 14,925	0,1299 0,1297	0,7697 0,7713	3,4329 3,4775	1,2135 1,2434	0,4663 0,4845	0,04289 0,04423	0,00430 0,00453
0,5987	0,792	0,2157	14,923	0,1294	0,7713	3,5218	1,2434	0,4843	0,04423	0,00433
0,6084	0,788	0,2183	14,959	0,1291	0,7744	3,5659	1,3038	0,5222	0,04697	0,00502
0,6180	0,786	0,2208	14,976	58	0,7759	3,6098		0,5417	0,04838	0,00528
0,6277 0,6374	0,784 0,782	0,2234 0,2259	14,995 15,013	0,1286 0,1284	0,7775 0,7791	3,6535 3,6971	1,3649 1,3956	0,5615 0,5817	0,04981 0,05126	0,00555 0,00583
0,6471	0,780	0,2284	15,032	0,1281	0,7807	3,7405	1,4266	0,6023	0,05273	0,00612
0,6568	0,778	0,2309	15,051	0,1278	0,7823	3,7837	1,4577	0,6233	0,05423	0,00642
0,6666	0,776	0,2334	15,070		0,7839	3,8267	1,4890	0,6448	0,05575	0,00673
0,6764 0,6863	0,774 0,772	0,2359 0,2384	15,090 15,111	0,1273 0,1270	0,7856 0,7872	3,8696 3,9124	1,5205 1,5521	0,6666 0,6889	0,05729 0,05886	0,00705 0,00739
0,6961	0,770	0,2408	15,131	0,1268	0,7889	3,9550	1,5839	0,7116	0,06045	0,00774
0,7060 0,7160	0,768 0,766	0,2433 0,2457	15,152 15,174	0,1265 0,1262	0,7906 0,7922	3,9976 4,0399	1,6159 1,6480	0,7348 0,7583	0,06206 0,06370	0,00810 0,00847
0,7100	0,764	0,2481	15,174		0,7922	4,0822	1,6804	0,7824	0,06537	0,00847
0,7259	0,762	0,2506	15,218		0,7956	4,1244	1,7129	0,8068	0,06706	0,00926
0,7460	0,760	0,2530	15,240		0,7974	4,1664	1,7455	0,8318	0,06878	0,00968
0,7560 0,7661	0,758 0,756	0,2553 0,2577	15,263 15,287	0,1251 0,1249	0,7991 0,8008	4,2084 4,2503	1,7784 1,8115	0,8571 0,8830	0,07052 0,07229	0,01011 0,01055
0,7763	0,754	0,2601	15,311	0,1246	0,8026	4,2921	1,8447	0,9093	0,07409	0.01101
0,7865	0,752	0,2624	15,335	0,1243	0,8044	4,3338	1,8781	0,9361	0,07591	0,01149
0,7967	0,750	0,2648	15,360		0,8062	4,3754		0,9634	0,07777	0,01198
0,8070 0,8173	0,748 0,746	0,2671 0,2695	15,385 15,410	0,1238 0,1235	0,8079 0,8098	4,4169 4,4584	1,9455 1,9794	0,9912 1,0194	0,07965 0,08155	0,01249 0,01302
0,8276	0,744	0,2718	15,436	0,1232	0,8116			1,0482	0,08349	0,01356
0,8380	0,742	0,2741	15,462	0,1229	0,8134	4,5412	2,0479	1,0775	0,08546	0,01413
0,8485	0,740 0,738	0,2764 0,2787	15,489 15,517	0,1227 0,1224	0,8153 0,8171	4,5825 4,6237	2,0825 2,1172	1,1073 1,1376	0,08746 0,08948	0,01471 0,01531
0,8695	0,736	0,2810	15,544	0,1221	0,8190	4,6649		1,1685	0,09154	0,01594

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

d/L ₀ ' =	= 0,12									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	100ζ ₁	100ζ ₂	100ζ ₃	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
d		812	6,00,000;	L	C_0	L	L	L	С	C
0,0542 0,0825	0,992 0,990	0,0231 0,0350	14,737 14,726		0,7597 0,7608	0,4278 0,6483	0,0159 0,0365		0,000295 0,000681	
0,1036	0,988	0,0438	14,715	0,1575	0,7618	0,8121	0,0572	0,0042	0,001074	8,01E-06
0,1215 0,1374	0,986 0,984	0,0512 0,0576	14,705 14,695	0,1573 0,1571	0,7629 0,7640	0,9490 1,0695	0,0780 0,0989		0,001475 0,001882	1,30E-05 1,90E-05
0,1518	0,982 0,980	0,0635	14,685 14,675	0,1568 0,1566	0,7651 0,7662	1,1785 1,2791	0,1200 0,1411		0,002298 0,002720	
0,1653 0,1780	0,978	0,0689 0,0740	14,666	0,1564	0,7673	1,3730	0,1623	0,0201	0,003151	4,23E-05
0,1901	0,976 0,974	0,0788 0,0833	14,656 14,647	0,1562 0,1559	0,7684 0,7695	1,4617 1,5459	0,1837 0,2052		0,003589 0,004035	5,20E-05 6,26E-05
0,2129	0,972	0,0876	14,639	0,1557	0,7706	1,6264			0,004489	7,42E-05
0,2237	0,970 0,968	0,0918 0,0958	14,630 14,622	0,1555 0,1553	0,7718 0,7729	1,7037 1,7782	0,2484 0,2702		0,004951 0,005421	8,68E-05 0,000100
0,2445	0,966 0,964	0,0996 0,1034	14,614 14,606		0,7740 0,7752	1,8503 1,9203	0,2921 0,3142		0,005900 0,006387	
0,2643	0,962	0,1070	14,598	0,1546	0,7763	1,9883	0,3363	0,0603	0,006883	0,000148
0,2740	0,960 0,958	0,1106 0,1141	14,591 14,584	0,1543 0,1541	0,7775 0,7786	2,0546 2,1194			0,007387 0,007900	
0,2928 0,3021	0,956 0,954	0,1175 0,1208	14,577 14,570	0,1539	0,7798 0,7810	2,1827 2,2447	0,4035 0,4261	0,0795	0,008422 0,008953	0,000206
0,3021	0,952	0,1240	14,564	0,1534	0,7822	2,3056	0,4488	8	0,009493	8
0,3202 0,3292	0,950 0,948	0,1272 0,1304	14,558 14,552	0,1532 0,1530	0,7834 0,7846	2,3653 2,4241	0,4717 0,4947		0,010043 0,010602	
0,3381	0,946	0,1335	14,546	0,1527	0,7858	2,4819	0,5178	0,1162	0,011170	0,000329
0,3468	0,944 0,942	0,1365 0,1395	14,541 14,536	0,1525 0,1522	0,7870 0,7882	2,5388 2,5950	1828	- 0	0,011748 0,012336	- 1
0,3643 0,3729	0,940 0,938	0,1424 0,1454	14,531 14,526	0,1520	0,7894 0,7906	2,6503 2,7050	0,5878	0,1410	0,012934 0,013541	0,000420
0,3815	0,936	0,1482	14,522	0,1515	0,7919	2,7591	0,6351	0,1588	0,014159	0,000490
0,3900	0,934 0,932	0,1511	14,518 14,514		0,7931 0,7944	2,8125 2,8653	0,6589 0,6829	21	0,014788 0,015427	500
0,4070	0,930	0,1567	14,510	0,1508	0,7956	2,9176	0,7069	0,1871	0,016076	0,000608
0,4154 0,4238				0,1503	0,7982	3,0206	0,7555	0,2073	0,016736 0,017407	0,000696
0,4322	0,924		14,501 14,498		2,207(90) 50 20	3,0715 3,1219	The second secon		0,018089	
0,4406 0,4489	0,922 0,920	0,1675 0,1701	14,495	0,1496	0,8007 0,8020	3,1719	0,8293	0,2392	0,018782	0,000845
0,4573 0,4656	0,918 0,916	0,1727 0,1753	14,493 14,491			3,2215 3,2707			0,020203 0,020931	
0,4739	0,914	0,1779	14,490	0,1489	0,8060	3,3196	0,9042	0,2734	0,021670	0,001016
0,4823 0,4906	0,912 0,910	0,1805 0,1830	14,488 14,487	0,1484	0,8086	3,3681 3,4164	0,9549	0,2974	0,022422 0,023185	0,001142
0,4989	0,908 0,906	0,1855 0,1880	14,486 14,486	0,1482	0,8100 0,8113	3,4643 3,5120			0,023961 0,024750	
0,5155	0,904	0,1905	14,485	0,1477	0,8127	3,5594			0,025550	

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,12									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,5238 0,5321 0,5404 0,5488 0,5571	0,902 0,900 0,898 0,896 0,894	0,1930 0,1955 0,1979 0,2003 0,2027	14,485 14,485 14,486 14,487 14,488	0,1474 0,1472 0,1469 0,1467 0,1464	0,8140 0,8154 0,8168 0,8182 0,8196	3,6065 3,6534 3,7001 3,7465 3,7927	1,0578 1,0838 1,1100 1,1364 1,1629	0,3620 0,3757 0,3897	0,026364 0,027191 0,028030 0,028883 0,029750	0,001508 0,001591 0,001677
0,5654 0,5738 0,5822 0,5905 0,5989	0,892 0,890 0,888 0,886 0,884	0,2051 0,2075 0,2099 0,2123 0,2146	14,489 14,490 14,492 14,494 14,497	0,1462 0,1459 0,1457 0,1454 0,1452	0,8210 0,8224 0,8238 0,8252 0,8267	3,8388 3,8846 3,9303 3,9758 4,0211	1,1895 1,2162 1,2431 1,2702 1,2974	0,4185 0,4333 0,4483 0,4637 0,4793	0,031524 0,032432 0,033354	0,001956 0,002056 0,002161
0,6073 0,6158 0,6242 0,6327 0,6411	0,882 0,880 0,878 0,876 0,874	0,2170 0,2193 0,2216 0,2239 0,2262	14,499 14,502 14,505 14,509 14,512	0,1449 0,1447 0,1444 0,1441 0,1439	0,8281 0,8296 0,8310 0,8325 0,8340	4,0663 4,1113 4,1562 4,2009 4,2455	1,3247 1,3522 1,3798 1,4076 1,4355	0,5114 0,5279 0,5447	0,035241 0,036207 0,037188 0,038184 0,039195	0,002499 0,002620 0,002746
0,6496 0,6582 0,6667 0,6752 0,6838	0,872 0,870 0,868 0,866 0,864	0,2285 0,2308 0,2331 0,2353 0,2376	14,516 14,521 14,525 14,530 14,535	0,1436 0,1434 0,1431 0,1429 0,1426	0,8355 0,8370 0,8385 0,8400 0,8416	4,2900 4,3344 4,3787 4,4228 4,4669	1,4636 1,4918 1,5202 1,5487 1,5773	0,5969 0,6149 0,6332	0,040222 0,041264 0,042322 0,043397 0,044488	0,003152 0,003298 0,003448
0,6924 0,7011 0,7097 0,7184 0,7271	0,862 0,860 0,858 0,856 0,854	0,2399 0,2421 0,2443 0,2466 0,2488	14,541 14,546 14,552 14,559 14,565	0,1423 0,1421 0,1418 0,1415 0,1413	0,8431 0,8447 0,8462 0,8478 0,8494	4,5109 4,5547 4,5985 4,6423 4,6859	1,6062 1,6351 1,6643 1,6935 1,7230	0,6901 0,7096 0,7296	0,045595 0,046720 0,047861 0,049020 0,050196	0,003934 0,004108 0,004288
0,7358 0,7446 0,7534 0,7622 0,7710	0,852 0,850 0,848 0,846 0,844	0,2510 0,2532 0,2554 0,2576 0,2598	14,572 14,579 14,587 14,594 14,603	0,1410 0,1408 0,1405 0,1402 0,1400	0,8510 0,8526 0,8542 0,8558 0,8574	4,7295 4,7730 4,8165 4,8599 4,9032	1,7526 1,7823 1,8122 1,8423 1,8726	0,7913 0,8126 0,8342	0,051389 0,052601 0,053831 0,055079 0,056346	0,004866 0,005072 0,005285
0,7799 0,7888 0,7978 0,8067 0,8157	0,842 0,840 0,838 0,836 0,834	0,2620 0,2642 0,2663 0,2685 0,2707	14,611 14,620 14,629 14,638 14,648	0,1397 0,1394 0,1392 0,1389 0,1386	0,8591 0,8607 0,8624 0,8641 0,8657	4,9465 4,9897 5,0329 5,0761 5,1192	1,9029 1,9335 1,9642 1,9951 2,0262	0,9012 0,9243 0,9477	0,057632 0,058936 0,060261 0,061604 0,062968	0,006214 0,006466
0,8248 0,8338 0,8429 0,8521 0,8612	0,832 0,830 0,828 0,826 0,824	0,2728 0,2750 0,2771 0,2793 0,2814	14,657 14,668 14,678 14,689 14,700	0,1383 0,1381 0,1378 0,1375 0,1372	0,8674 0,8691 0,8709 0,8726 0,8743	5,1623 5,2054 5,2484 5,2914 5,3344	2,0574 2,0888 2,1203 2,1520 2,1839	1,0202 1,0451 1,0705	0,064352 0,065756 0,067181 0,068626 0,070093	0,007273 0,007561 0,007857

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,15									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0511 0,0755 0,0940 0,1097 0,1237	1,150 1,148 1,146 1,144 1,142	0,0206 0,0304 0,0378 0,0440 0,0495	16,304 16,275 16,247 16,219 16,191	0,1829 0,1827	0,8192 0,8202 0,8212 0,8222 0,8232	0,4674 0,6888 0,8559 0,9963 1,1202	0,0316 0,0487 0,0659	0,0016 0,0031 0,0049	0,000158 0,000345 0,000536 0,000730 0,000928	3,15E-07 6,36E-07 1,05E-06
0,1364 0,1482 0,1594 0,1700 0,1801	1,140 1,138 1,136 1,134 1,132	0,0545 0,0590 0,0633 0,0674 0,0713	16,164 16,136 16,109 16,082 16,055		0,8242 0,8252 0,8262 0,8272 0,8282	1,2325 1,3362 1,4331 1,5246 1,6116		0,0117 0,0144 0,0173	0,001129 0,001334 0,001543 0,001755 0,001972	2,19E-06 2,91E-06 3,75E-06 4,71E-06 5,80E-06
0,1898 0,1993 0,2084 0,2173 0,2260	1,130 1,128 1,126 1,124 1,122	0,0749 0,0785 0,0819 0,0852 0,0884	16,029 16,003 15,977 15,951 15,925	0,1804 0,1802 0,1800	0,8293 0,8303 0,8313 0,8324 0,8334	1,6947 1,7746 1,8516 1,9261 1,9984	0,2244 0,2425 0,2606	0,0271 0,0307 0,0345 0,0385	0,002192 0,002416 0,002644 0,002877 0,003113	8,37E-06 9,88E-06 1,15E-05 1,34E-05
0,2345 0,2428 0,2510 0,2591 0,2670	1,120 1,118 1,116 1,114 1,112	0,0916 0,0946 0,0976 0,1005 0,1034	15,900 15,875 15,850 15,825 15,801	0,1795	0,8345 0,8355 0,8366 0,8377 0,8387	2,0687 2,1373 2,2042 2,2696 2,3337	0,2788 0,2971 0,3155 0,3340 0,3526	0,0469 0,0514 0,0560	0,003354 0,003598 0,003847 0,004101 0,004358	1,75E-05 1,99E-05 2,25E-05
0,2749 0,2826 0,2902 0,2978 0,3053	1,110 1,108 1,106 1,104 1,102	0,1062 0,1089 0,1116 0,1143 0,1169	15,776 15,752 15,728 15,705 15,681	0,1784	0,8398 0,8409 0,8420 0,8430 0,8441	2,3966 2,4583 2,5190 2,5787 2,6376	0,3712 0,3900 0,4088 0,4278 0,4468	0,0708 0,0760 0,0814	0,004621 0,004887 0,005159 0,005434 0,005715	2,82E-05 3,14E-05 3,49E-05 3,86E-05 4,26E-05
0,3127 0,3201 0,3274 0,3347 0,3419	1,100 1,098 1,096 1,094 1,092	0,1195 0,1220 0,1245 0,1270 0,1295	15,658 15,635 15,613 15,590 15,568	0,1772 0,1770 0,1768	0,8452 0,8463 0,8474 0,8485 0,8497	2,6956 2,7528 2,8092 2,8650 2,9202	0,4852 0,5045 0,5239	0,0986 0,1046 0,1107	0,006000 0,006291 0,006586 0,006886 0,007191	5,13E-05 5,62E-05 6,13E-05
0,3491 0,3562 0,3633 0,3704 0,3775	1,090 1,088 1,086 1,084 1,082	0,1319 0,1343 0,1367 0,1391 0,1414	15,546 15,524 15,502 15,481 15,460	0,1761 0,1758 0,1756		2,9747 3,0287 3,0821 3,1351 3,1876		0,1302 0,1369 0,1439 0,1510	0,007501 0,007817 0,008137 0,008463 0,008795	7,87E-05 8,52E-05 9,21E-05 9,93E-05
0,3845 0,3915 0,3984 0,4054 0,4123	1,080 1,078 1,076 1,074 1,072	0,1437 0,1460 0,1483 0,1506 0,1528	15,439 15,418 15,398 15,377 15,357	0,1749 0,1747 0,1744	0,8564 0,8576 0,8587 0,8599 0,8611	3,2911 3,3423	0,6826 0,7029 0,7233	0,1656 0,1732 0,1809 0,1888	0,009131 0,009474 0,009822 0,010175 0,010535	0,000115 0,000124 0,000133 0,000142
0,4193 0,4262 0,4331 0,4400 0,4469	1,070 1,068 1,066 1,064 1,062	0,1551 0,1573 0,1595 0,1617 0,1638	15,337 15,318 15,298 15,279 15,260	0,1737 0,1735 0,1733	0,8622 0,8634 0,8646 0,8658 0,8670	3,5929 3,6420	0,8059	0,2050 0,2134 0,2219	0,010900 0,011271 0,011648 0,012031 0,012420	0,000163 0,000174 0,000185

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

$d/L_0' =$	= 0,15									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,4537 0,4606 0,4675 0,4743 0,4812	1,060 1,058 1,056 1,054 1,052	0,1660 0,1682 0,1703 0,1724 0,1746	15,241 15,223 15,205 15,186 15,169	0,1728 0,1725 0,1723 0,1721 0,1718	0,8682 0,8694 0,8706 0,8718 0,8730	3,7879 3,8360 3,8839	0,8689 0,8901 0,9114 0,9328 0,9544	0,2395 0,2485 0,2576 0,2670 0,2765	0,01322 0,01363 0,01404	0,000210 0,000224 0,000237 0,000252 0,000267
0,4880 0,4949 0,5018 0,5086 0,5155	1,050 1,048 1,046 1,044 1,042	0,1767 0,1788 0,1809 0,1829 0,1850	15,151 15,134 15,116 15,099 15,083	0,1711 0,1709	0,8742 0,8755 0,8767 0,8779 0,8792	4,0262 4,0733 4,1201	0,9760 0,9977 1,0196 1,0415 1,0636	0,2960 0,3061 0,3163	0,01532 0,01577 0,01621	0,000284 0,000300 0,000318 0,000336 0,000355
0,5224 0,5293 0,5361 0,5430 0,5499	1,040 1,038 1,036 1,034 1,032	0,1871 0,1891 0,1912 0,1932 0,1953	15,066 15,050 15,034 15,018 15,002	0,1701 0,1699 0,1696 0,1694	0,8804 0,8817 0,8830 0,8842 0,8855	4,2598 4,3060 4,3521 4,3981	1,0858 1,1081 1,1305 1,1530 1,1756	0,3812	0,01760 0,01808 0,01856 0,01905	0,000375 0,000396 0,000418 0,000440 0,000464
0,5568 0,5637 0,5707 0,5776 0,5846	1,030 1,028 1,026 1,024 1,022	0,1973 0,1993 0,2014 0,2034 0,2054	14,987 14,972 14,957 14,942 14,927	0,1691 0,1689 0,1687 0,1684 0,1682	0,8868 0,8881 0,8894 0,8907 0,8920	4,4896 4,5352 4,5807 4,6261	1,1984 1,2212 1,2442 1,2673 1,2905	0,3926 0,4042 0,4160 0,4280 0,4402	0,02006 0,02058 0,02110 0,02163	0,000489 0,000514 0,000541 0,000569 0,000598
0,5915 0,5985 0,6055 0,6125 0,6195	1,020 1,018 1,016 1,014 1,012	0,2074 0,2094 0,2114 0,2134 0,2154	14,913 14,899 14,885 14,872 14,858	0,1679 0,1677 0,1674 0,1672 0,1669	0,8933 0,8946 0,8960 0,8973 0,8986	4,7165 4,7616 4,8067 4,8516	1,3138 1,3372 1,3608 1,3845 1,4082	0,4652 0,4780 0,4909 0,5041	0,02271 0,02327 0,02383 0,02441	0,000628 0,000659 0,000692 0,000725 0,000760
0,6265 0,6335 0,6406 0,6476 0,6547	1,010 1,008 1,006 1,004 1,002	0,2173 0,2193 0,2213 0,2232 0,2252	14,845 14,832 14,819 14,807 14,795	0,1667 0,1664 0,1662 0,1659 0,1657	0,9000 0,9014 0,9027 0,9041 0,9055	4,9412 4,9860 5,0306 5,0752	1,4322 1,4562 1,4803 1,5046 1,5290	0,5175 0,5310 0,5448 0,5588 0,5729	0,02558 0,02617 0,02678 0,02740	0,000797 0,000835 0,000874 0,000915 0,000957
0,6618 0,6689 0,6761 0,6832 0,6904	1,000 0,998 0,996 0,994 0,992	0,2272 0,2291 0,2311 0,2330 0,2350	14,783 14,771 14,759 14,748 14,737	0,1644	0,9110 0,9124	5,1643 5,2088 5,2532 5,2976	1,5535 1,5782 1,6029 1,6278 1,6528	0,6470	0,02866 0,02930 0,02996 0,03062	0,001001 0,001047 0,001094 0,001143 0,001194
0,6976 0,7048 0,7120 0,7193 0,7265	0,990 0,988 0,986 0,984 0,982	0,2369 0,2389 0,2408 0,2427 0,2447	14,726 14,715 14,705 14,695 14,685	0,1639 0,1636 0,1634 0,1631	0,9182 0,9196	5,3862 5,4305 5,4747 5,5189	1,6780 1,7033 1,7287 1,7542 1,7798	0,6782 0,6941 0,7102 0,7266	0,03198 0,03267 0,03337 0,03409	0,001247 0,001301 0,001358 0,001416 0,001477
0,7338 0,7411 0,7485 0,7558 0,7632	0,980 0,978 0,976 0,974 0,972	0,2466 0,2485 0,2504 0,2524 0,2543	14,675 14,666 14,656 14,647 14,639	0,1626		5,6073 5,6515 5,6957	1,8056 1,8316 1,8576 1,8838 1,9101	0,7600 0,7771	0,03555 0,03629 0,03705	0,001540 0,001605 0,001672 0,001742 0,001814

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

1/7 1	0.15									
$d/L_0' =$	= 0,15					100#	100 =	100=		
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
The state of the s										_
0,7706 0,7780	0,970 0,968	0,2562 0,2581	14,630 14,622		0,9285 0,9300	5,7839 5,8281	1,9366 1,9631		0,038595 0,039385	
0,7855	0,966	0,2600	14,614	0,1610	0,9315	5,8722	1,9899	0,8661	0,040186	0,002045
0,7929 0,8004	0,964 0,962	0,2620 0,2639	14,606 14,598	0,1608 0,1605	0,9330 0,9345	5,9163 5,9605	2,0167 2,0437		0,040999 0,041824	
0,8080	0,960	0,2658	14,591	0,1602	0,9361	6,0046	2,0708		0,042660	
0,8155 0,8231	0,958 0,956	0,2677 0,2696	14,584 14,577	0,1600 0,1597	0,9376 0,9392	6,0487 6,0929	2,0981 2,1255		0,043508 0,044369	
0,8307	0,954	0,2715	14,570	0,1595	0,9407	6,1370	2,1531	0,9811	0,045242	0,002583
0,8383	0,952	0,2734	14,564	0,1592	0,9423	6,1812	2,1808	1,0012	0,046127	0,002064
$d/L_0' =$	= 0,20									
$\frac{H}{I}$	kl	α	m	<u>d</u>	$\frac{C}{a}$	$\frac{100\zeta_1}{\zeta_1}$	$100\zeta_2$	$\frac{100\zeta_3}{2}$	$\frac{u_2}{a}$	$\frac{u_3}{C}$
\overline{d}	********	5000	0000000	L	$\overline{C_0}$	L	L	L	С	<i>C</i>
0,0497	1,412	0,0181	22,111		0,8895	0,5587	0,0154		6,63E-05	
0,0814 0,1044	1,408 1,404	0,0296 0,0379	21,988 21,867	0,2239	0,8913 0,8932	0,9109 1,1639	0,0409 0,0665	0,0047	0,000178 0,000294	-1,1E-06
0,1236 0,1407	1,400 1,396	0,0448 0,0508	21,746 21,627		0,8950 0,8968	1,3738 1,5581	0,0924 0,1184		0,000415 0,000539	-1,8E-06 -2,6E-06
0,1563	1,392	0,0563	21,509	0,2225	0,8987	1,7251	0,1447		0,000669	100
0,1709 0,1847	1,388 1,384	0,0615 0,0662	21,392 21,276		0,9006 0,9024	1,8794 2,0239	0,1712 0,1979		0,000802 0,000941	-4,5E-06 -5,6E-06
0,1978	1,380	0,0708	21,162	0,2212	0,9043	2,1607	0,2248	0,0293	0,001085	-6,7E-06
0,2105	1,376 1,372	0,0752	21,048 20,936	0,2207 0,2202	0,9062 0,9081	2,2911 2,4163	0,2520 0,2794		0,001233 0,001387	16
0,2347	1,368	0,0834	20,824	0,2198	0,9100	2,5369	0,3070	0,0468	0,001546	-1,1E-05
0,2463 0,2577	1,364 1,360	0,0873	20,714 20,605		0,9119 0,9139	2,6537 2,7671	0,3348 0,3628		0,001711 0,001881	-1,2E-05 -1,4E-05
0,2689	1,356	0,0949	20,497	0,2184	0,9158	2,8777	0,3911	0,0674	0,002057	-1,5E-05
0,2799	1,352 1,348	0,0985 0,1021	20,390 20,284		0,9178 0,9198	2,9856 3,0912	0,4197 0,4484		0,002239 0,002427	-1,7E-05 -1,9E-05
0,3015	1,344	0,1056	20,180	0,2170	0,9217	3,1948	0,4774	0,0910	0,002621	-2.0E-05
0,3121 0,3226	1,340	0,1091 0,1125	20,076 19,974						0,002822 0,003029	-2,2E-05 -2,4E-05
0,3331	1,332	0,1159	19,872	0,2156	0,9278	3,4953	0,5659	0,1177	0,003243	-2,6E-05
0,3435	1,328 1,324	0,1192 0,1225	19,772 19,672		0,9298 0,9318	3,5926 3,6886	0,5959 0,6262		0,003464 0,003692	
0,3641	1,320	0,1258	19,574	0,2142	0,9339	3,7836	0,6567	0,1473	0,003928	-3,2E-05
0,3743	1,316 1,312	0,1290 0,1322	19,477 19,381		0,9360 0,9380		0,6875 0,7185		0,004171 0,004422	-3,3E-05 -3,5E-05
0,3947	1,308	0,1354	19,285	0,2127	0,9401	4,0627	0,7498	0,1801	0,004680	-3,7E-05
0,4049 0,4150	1,304 1,300	0,1386 0,1417	19,191 19,098		0,9422 0,9444	4,1541 4,2448	0,7814 0,8132		0,004947 0,005222	-3,9E-05 -4,1E-05
0,4251	1,296	0,1448	19,006		0,9465		0,8454		0,005506	

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

$d/L_0' =$	= 0,20									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,4353 0,4454 0,4555 0,4657 0,4758	1,292 1,288 1,284 1,280 1,276	0,1480 0,1511 0,1541 0,1572 0,1603	18,915 18,825 18,736 18,648 18,560	0,2103	0,9486 0,9508 0,9530 0,9552 0,9574	4,4244 4,5133 4,6018 4,6898 4,7775	0,8778 0,9105 0,9434 0,9767 1,0102	0,2418 0,2552 0,2690	0,005799 0,006101 0,006412 0,006732 0,007063	-4,4E-05 -4,6E-05 -4,7E-05 -4,8E-05 -5,0E-05
0,4860 0,4962 0,5064 0,5167 0,5270	1,272 1,268 1,264 1,260 1,256	0,1633 0,1664 0,1694 0,1724 0,1755	18,474 18,389 18,305 18,222 18,140	0,2084 0,2079 0,2075 0,2070 0,2065	0,9596 0,9618 0,9641 0,9663 0,9686	4,8648 4,9517 5,0384 5,1248 5,2110	1,1474	0,3127 0,3281 0,3438	0,007403 0,007754 0,008115 0,008487 0,008871	-5,1E-05 -5,1E-05 -5,2E-05 -5,3E-05 -5,3E-05
0,5373 0,5476 0,5580 0,5684 0,5788	1,252 1,248 1,244 1,240 1,236	0,1785 0,1815 0,1845 0,1875 0,1905	18,058 17,978 17,899 17,821 17,743	0,2060 0,2055 0,2050 0,2045 0,2040	0,9709 0,9732 0,9755 0,9779 0,9802	5,2970 5,3828 5,4684 5,5539 5,6394	1,2535 1,2895 1,3258	0,3935 0,4109 0,4287	0,009266 0,009672 0,010091 0,010521 0,010965	-5,3E-05 -5,2E-05 -5,2E-05 -5,0E-05 -4,9E-05
0,5893 0,5998 0,6104 0,6210 0,6317	1,232 1,228 1,224 1,220 1,216	0,1935 0,1965 0,1995 0,2025 0,2055	17,667 17,591 17,517 17,443 17,370	0,2025 0,2021	0,9826 0,9850 0,9874 0,9899 0,9923	5,8100	1,4743 1,5123	0,4848 0,5044 0,5245	0,011421 0,011891 0,012375 0,012872 0,013384	-4,7E-05 -4,5E-05 -4,2E-05 -3,8E-05 -3,4E-05
0,6424 0,6532 0,6640 0,6749 0,6859	1,212 1,208 1,204 1,200 1,196	0,2085 0,2116 0,2146 0,2176 0,2206	17,299 17,228 17,158 17,089 17,021	0,2006 0,2001	0,9948 0,9972 0,9997 1,0023 1,0048	6,1508 6,2361 6,3213 6,4067 6,4921	1,5893 1,6283 1,6677 1,7074 1,7475	0,5876 0,6096 0,6321	0,013911 0,014452 0,015009 0,015582 0,016172	-2,9E-05 -2,4E-05 -1,8E-05 -1,1E-05 -2,6E-06
0,6969 0,7079 0,7190 0,7302 0,7414	1,192 1,188 1,184 1,180 1,176	0,2236 0,2266 0,2297 0,2327 0,2357	16,954 16,888 16,822 16,758 16,694	0,1980 0,1975 0,1970	1,0073 1,0099 1,0125 1,0151 1,0178	6,7488 6,8346	1,9116	0,7027 0,7273 0,7524	0,016778 0,017401 0,018042 0,018701 0,019378	3,94E-05
0,7528 0,7641 0,7756 0,7871 0,7987		0,2388 0,2418 0,2448 0,2479 0,2509	16,632 16,570 16,509 16,449 16,390	0,1950 0,1945		7,0928 7,1792 7,2658	2,0387 2,0818 2,1254	0,8313 0,8587 0,8867	0,020074 0,020790 0,021525 0,022281 0,023057	8,39E-05 0,000102 0,000121
0,8103 0,8220 0,8338 0,8457 0,8577	1,152 1,148 1,144 1,140 1,136	0,2540 0,2571 0,2602 0,2632 0,2663	16,332 16,275 16,219 16,164 16,109	0,1924 0,1919	1,0340 1,0368 1,0396 1,0425 1,0453		2,2584 2,3036 2,3492	0,9746 1,0051 1,0363	0,023855 0,024676 0,025518 0,026384 0,027273	0,000190 0,000218 0,000247

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

JII 1	0.25									
$\frac{d/L_0'}{\frac{H}{d}} = \frac{H}{d}$	= 0,25 kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	<u>u₃</u> <u>C</u>
0,0272 0,0525 0,0693 0,0830 0,0950	1,682 1,679 1,676 1,673 1,670	0,0088 0,0170 0,0224 0,0268 0,0306	33,607 33,439 33,272 33,105 32,940	0,2677 0,2674 0,2670 0,2667 0,2663	0,9337 0,9350 0,9362 0,9375 0,9388	0,3645 0,7010 0,9238 1,1041 1,2602	0,0202	0,0008 0,0018 0,0030	8,66E-06 3,23E-05 5,66E-05 8,16E-05 0,000107	-1,3E-08 -9,1E-08 -2,1E-07 -3,6E-07 -5,4E-07
0,1057 0,1157 0,1250 0,1338 0,1422	1,667 1,664 1,661 1,658 1,655	0,0341 0,0373 0,0402 0,0430 0,0457	32,776 32,613 32,451 32,290 32,130	0,2656 0,2652	0,9400 0,9413 0,9426 0,9438 0,9451	1,4003 1,5287 1,6483 1,7608 1,8675	0,0796 0,0947 0,1098 0,1250 0,1403	0,0078 0,0098 0,0119	0,000134 0,000161 0,000188 0,000217 0,000246	-7,5E-07 -9,8E-07 -1,2E-06 -1,5E-06 -1,8E-06
0,1503 0,1581 0,1656 0,1730 0,1801	1,652 1,649 1,646 1,643 1,640	0,0482 0,0507 0,0531 0,0554 0,0576	31,971 31,813 31,656 31,500 31,345	0,2642 0,2638 0,2634 0,2631 0,2627	0,9464 0,9477 0,9490 0,9503 0,9516	1,9694 2,0672 2,1614 2,2526 2,3410	0,1556 0,1711 0,1866 0,2022 0,2178	0,0190 0,0217 0,0245	0,000276 0,000307 0,000339 0,000371 0,000404	-2,1E-06 -2,5E-06 -2,9E-06 -3,3E-06 -3,7E-06
0,1871 0,1940 0,2007 0,2073 0,2139	1,637 1,634 1,631 1,628 1,625	0,0598 0,0619 0,0640 0,0661 0,0681	31,191 31,038 30,886 30,735 30,584		0,9529 0,9542 0,9555 0,9568 0,9581	2,4271 2,5109 2,5929 2,6730 2,7516	0,2336 0,2494 0,2653 0,2812 0,2973	0,0335 0,0368 0,0402	0,000438 0,000473 0,000509 0,000546 0,000584	-4,1E-06 -4,6E-06 -5,1E-06 -5,6E-06 -6,2E-06
0,2203 0,2267 0,2329 0,2392 0,2453	1,622 1,619 1,616 1,613 1,610	0,0701 0,0720 0,0740 0,0759 0,0778	30,435 30,287 30,140 29,994 29,848	0,2602	0,9595 0,9608 0,9621 0,9635 0,9648	2,8287 2,9045 2,9791 3,0525 3,1249	0,3134 0,3297 0,3460 0,3624 0,3788	0,0510 0,0548 0,0588	0,000622 0,000662 0,000702 0,000744 0,000786	-6,8E-06 -7,4E-06 -8,0E-06 -8,6E-06 -9,3E-06
0,2514 0,2575 0,2635 0,2695 0,2754	1,607 1,604 1,601 1,598 1,595	0,0796 0,0815 0,0833 0,0851 0,0869	29,704 29,561 29,418 29,276 29,136		0,9662 0,9675 0,9689 0,9702 0,9716	3,1963 3,2668 3,3365 3,4054 3,4736	0,3954 0,4120 0,4288 0,4456 0,4625	0,0713 0,0757 0,0802	0,000830 0,000875 0,000920 0,000967 0,001015	-1,0E-05 -1,1E-05 -1,2E-05 -1,2E-05 -1,3E-05
0,2813 0,2872 0,2930 0,2989 0,3047	1,592 1,589 1,586 1,583 1,580		28,996 28,857 28,719 28,582 28,446	0,2566 0,2562 0,2559	0,9730 0,9743 0,9757 0,9771 0,9785	3,5411 3,6080 3,6743 3,7401 3,8053	0,5137 0,5310	0,0944 0,0993 0,1044	0,001064 0,001115 0,001166 0,001219 0,001273	-1,4E-05 -1,5E-05 -1,6E-05 -1,7E-05 -1,8E-05
0,3105 0,3162 0,3220 0,3277 0,3334	1,577 1,574 1,571 1,568 1,565	0,0975 0,0992 0,1009 0,1026 0,1044	28,311 28,176 28,043 27,910 27,778	0,2548 0,2544 0,2540	0,9799 0,9813 0,9827 0,9841 0,9855	3,8700 3,9343 3,9981 4,0616 4,1246	0,5833 0,6009 0,6186	0,1203 0,1258 0,1314	0,001328 0,001384 0,001442 0,001501 0,001562	-1,9E-05 -2,0E-05 -2,1E-05 -2,2E-05 -2,3E-05
0,3391 0,3449 0,3506 0,3563 0,3619	1,562 1,559 1,556 1,553 1,550	0,1060 0,1077 0,1094 0,1111 0,1128	27,647 27,517 27,388 27,260 27,132		0,9869 0,9884 0,9898 0,9912 0,9926	4,1874 4,2497 4,3118 4,3735 4,4350	0,6543 0,6723 0,6904 0,7086 0,7269	0,1490 0,1551 0,1613	0,001624 0,001687 0,001752 0,001818 0,001886	-2,8E-05

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

d/L ₀ ' =	= 0.25									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,3695 0,3771 0,3847 0,3923 0,3999	1,546 1,542 1,538 1,534 1,530	0,1173 0,1195	26,964 26,796 26,631 26,466 26,304	0,2509 0,2504	0,9946 0,9965 0,9984 1,0004 1,0024	4,5166 4,5978 4,6785 4,7589 4,8390	0,7762 0,8011 0,8262	0,1850 0,1940 0,2033	0,001978 0,002074 0,002172 0,002273 0,002378	-3,1E-05 -3,3E-05 -3,5E-05 -3,7E-05 -3,9E-05
0,4075 0,4151 0,4227 0,4303 0,4379	1,526 1,522 1,518 1,514 1,510	0,1283 0,1306 0,1328	26,142 25,982 25,824 25,667 25,511	0,2489 0,2484 0,2479 0,2475 0,2470	1,0043 1,0063 1,0083 1,0103 1,0123	4,9983 5,0776 5,1566	0,9025 0,9284 0,9544	0,2323 0,2424 0,2527	0,002485 0,002596 0,002710 0,002827 0,002948	-4,2E-05 -4,4E-05 -4,6E-05 -4,9E-05 -5,1E-05
0,4456 0,4533 0,4610 0,4687 0,4764	1,506 1,502 1,498 1,494 1,490	0,1394 0,1416 0,1438 0,1460	25,357 25,204 25,052 24,902 24,753	0,2460 0,2455 0,2450 0,2445	1,0143 1,0164 1,0184 1,0204 1,0225	5,4710 5,5493 5,6274	1,0604 1,0874 1,1146	0,2851 0,2964 0,3078 0,3196	0,003072 0,003200 0,003331 0,003466 0,003606	
0,4842 0,4920 0,4998 0,5076 0,5155	1,486 1,482 1,478 1,474 1,470	0,1549 0,1571	24,606 24,460 24,315 24,172 24,029	0,2430 0,2425 0,2420	1,0246 1,0267 1,0287 1,0308 1,0330	6,0173	1,1420 1,1696 1,1974 1,2254 1,2537	0,3438 0,3562 0,3689 0,3819	0,003749 0,003896 0,004048 0,004203 0,004364	-6,8E-05 -7,1E-05 -7,4E-05 -7,7E-05 -8,0E-05
0,5234 0,5313 0,5392 0,5472 0,5552	1,466 1,462 1,458 1,454 1,450		23,889 23,749 23,611 23,474 23,338	0,2410 0,2405 0,2400 0,2395	1,0351 1,0372 1,0394 1,0415 1,0437	6,0951 6,1730 6,2509 6,3289 6,4069	1,2822 1,3108 1,3397 1,3689 1,3982	0,4086 0,4223 0,4363	0,004528 0,004698 0,004872 0,005051 0,005235	-8,4E-05 -8,7E-05 -9,1E-05 -9,4E-05 -9,8E-05
0,5633 0,5714 0,5795 0,5877 0,5959	1,446 1,442 1,438 1,434 1,430	0,1728 0,1750 0,1773	23,204 23,071 22,939 22,808 22,679	0,2375 0,2370	1,0459 1,0481 1,0503 1,0525 1,0547	6,4849 6,5630 6,6412 6,7194 6,7978	1,4278 1,4576 1,4876 1,5179 1,5484	0,4800 0,4951 0,5105	0,005424 0,005618 0,005818 0,006024 0,006235	-0,00010 -0,00011 -0,00011 -0,00012
0,6041 0,6124 0,6207 0,6291 0,6375	1,426 1,422 1,418 1,414 1,410	0,1887 0,1910	22,550 22,423 22,298 22,173 22,050	0,2360 0,2355 0,2350 0,2345	1,0660	7,1913	1,7046	0,5584 0,5750 0,5918 0,6090	0,006451 0,006674 0,006903 0,007138 0,007380	-0,00014
0,6459 0,6544 0,6629 0,6715 0,6801	1,406 1,402 1,398 1,394 1,390	0,1957 0,1980 0,2003 0,2027	21,927 21,806 21,687 21,568 21,450	0,2330 0,2325 0,2320	1,0683 1,0707 1,0730 1,0753 1,0777	7,2704 7,3497 7,4291 7,5087 7,5885	1,7366 1,7688 1,8013 1,8341 1,8671	0,6443 0,6625 0,6810 0,6998	0,007628 0,007882 0,008144 0,008413 0,008689	-0,00014 -0,00015 -0,00015 -0,00016
0,6888 0,6975 0,7062 0,7151 0,7239	1,386 1,382 1,378 1,374 1,370	0,2074 0,2097 0,2121	21,334 21,219 21,105 20,992 20,880	0,2310	1,0801 1,0824 1,0848 1,0873 1,0897	7,6685 7,7487 7,8291 7,9097 7,9905	1,9004 1,9340 1,9678 2,0019 2,0363	0,7384 0,7582 0,7784	0,008972 0,009263 0,009562 0,009869 0,010184	-0,00017 -0,00017 -0,00018 -0,00018

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

$d/L_0' =$	= 0,30									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	<u>u₃</u> <u>C</u>
0,0989 0,1061 0,1130 0,1195 0,1258	1,940 1,937 1,934 1,931 1,928	0,0278 0,0298 0,0317 0,0335 0,0353	52,832 52,545 52,260 51,976 51,694	0,3091	0,9693 0,9705 0,9717 0,9728 0,9740	1,5242 1,6324 1,7348 1,8322 1,9255	0,0961 0,1082 0,1204	0,0079	6,58E-05 7,41E-05	-2,8E-07 -3,5E-07 -4,2E-07 -5,0E-07 -5,8E-07
0,1319 0,1378 0,1436 0,1492 0,1547	1,925 1,922 1,919 1,916 1,913	0,0370 0,0387 0,0403 0,0418 0,0433	51,414 51,136 50,859 50,584 50,310	0,3073 0,3069 0,3065	0,9752 0,9764 0,9776 0,9788 0,9800	2,2671	0,1574 0,1698 0,1823	0,0167 0,0187 0,0208	9,13E-05 0,000100 0,000109 0,000119 0,000128	-6,8E-07 -7,7E-07 -8,8E-07 -9,9E-07 -1,1E-06
0,1600 0,1653 0,1705 0,1756 0,1806	1,910 1,907 1,904 1,901 1,898	0,0448 0,0463 0,0477 0,0492 0,0505	50,039 49,769 49,500 49,233 48,968	0,3054 0,3050 0,3046 0,3043	0,9811 0,9823 0,9836 0,9848 0,9860	2,5732 2,6457 2,7169	0,2199 0,2326 0,2453 0,2581	0,0275 0,0300 0,0324 0,0350	0,000138 0,000148 0,000159 0,000169 0,000180	-1,2E-06 -1,4E-06 -1,5E-06 -1,6E-06 -1,8E-06
0,1856 0,1905 0,1953 0,2001 0,2049	1,895 1,892 1,889 1,886 1,883	0,0519 0,0533 0,0546 0,0559 0,0573	48,705 48,443 48,182 47,924 47,667	0,3039 0,3035 0,3031 0,3028 0,3024	0,9872 0,9884 0,9896 0,9908 0,9921	2,7868 2,8555 2,9233 2,9900 3,0559	0,2967 0,3097 0,3227	0,0404 0,0432 0,0460 0,0490	0,000191 0,000203 0,000214 0,000226 0,000239	-2,0E-06 -2,1E-06 -2,3E-06 -2,5E-06 -2,7E-06
0,2096 0,2143 0,2189 0,2235 0,2281	1,880 1,877 1,874 1,871 1,868	0,0586 0,0599 0,0611 0,0624 0,0637	47,411 47,157 46,905 46,654 46,404	0,3020 0,3017 0,3013 0,3009 0,3005	0,9933 0,9945 0,9958 0,9970 0,9982	3,1208 3,1851 3,2485 3,3113 3,3734	0,3489 0,3621 0,3753 0,3886	0,0551 0,0582 0,0614 0,0647	0,000251 0,000264 0,000277 0,000291 0,000304	-2,9E-06 -3,1E-06 -3,3E-06 -3,5E-06 -3,8E-06
0,2326 0,2372 0,2417 0,2461 0,2506	1,865 1,862 1,859 1,856 1,853	0,0649 0,0662 0,0674 0,0686 0,0699	46,156 45,910 45,665 45,422 45,180	0,2998 0,2994 0,2990 0,2987	0,9995 1,0007 1,0020 1,0032 1,0045			0,0715 0,0751 0,0786 0,0823	0,000318 0,000333 0,000348 0,000363 0,000378	-4,0E-06 -4,2E-06 -4,5E-06 -4,8E-06 -5,1E-06
0,2550 0,2595 0,2639 0,2683 0,2727	1,850 1,847 1,844 1,841 1,838	0,0711 0,0723 0,0735 0,0747 0,0759	44,940 44,701 44,464 44,228 43,993	0,2968	1,0058 1,0070 1,0083 1,0096 1,0108	3,9090 3,9664	0,5247	0,0898 0,0937 0,0976 0,1016	0,000394 0,000410 0,000427 0,000444 0,000461	-6,6E-06
0,2770 0,2814 0,2858 0,2901 0,2944	1,835 1,832 1,829 1,826 1,823	0,0771 0,0783 0,0795 0,0807 0,0819	43,760 43,529 43,298 43,070 42,842	0,2960 0,2957 0,2953 0,2949	1,0121 1,0134 1,0147 1,0160 1,0173	4,2486	0,5527 0,5667 0,5808 0,5950	0,1099 0,1141 0,1184 0,1227	0,000478 0,000497 0,000515 0,000534 0,000553	-7,0E-06 -7,4E-06 -7,7E-06 -8,1E-06 -8,5E-06
0,2988 0,3031 0,3074 0,3118 0,3161	1,820 1,817 1,814 1,811 1,808	0,0831 0,0842 0,0854 0,0866 0,0878	42,616 42,392 42,169 41,947 41,727	0,2942 0,2938	1,0186 1,0199 1,0212 1,0225 1,0238		0,6235 0,6379	0,1317 0,1363 0,1409	0,000573 0,000593 0,000614 0,000635 0,000656	-1,0E-05

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

d/L ₀ ' =	0.20									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	<u>u₃</u> <u>C</u>
0,3218 0,3276 0,3334 0,3391 0,3449	1,804 1,800 1,796 1,792 1,788	0,0894 0,0909 0,0925 0,0941 0,0956	41,435 41,145 40,858 40,574 40,292	0,2920 0,2915	1,0256 1,0273 1,0291 1,0309 1,0326	4,5970 4,6694 4,7414 4,8132 4,8847	0,6862 0,7057 0,7253 0,7451 0,7649	0,1586 0,1653 0,1721	0,000686 0,000716 0,000747 0,000780 0,000813	-1,1E-05 -1,2E-05 -1,3E-05 -1,3E-05 -1,4E-05
0,3506 0,3564 0,3622 0,3680 0,3738	1,784 1,780 1,776 1,772 1,768	0,0972 0,0988 0,1003 0,1019 0,1035	40,012 39,734 39,459 39,186 38,915	0,2890 0,2885	1,0344 1,0362 1,0380 1,0398 1,0417	4,9559 5,0270 5,0979 5,1685 5,2391	0,8050	0,1934 0,2007 0,2082	0,000847 0,000882 0,000918 0,000955 0,000993	-1,5E-05 -1,6E-05 -1,7E-05 -1,8E-05 -1,9E-05
0,3796 0,3854 0,3912 0,3970 0,4029	1,764 1,760 1,756 1,752 1,748	0,1050 0,1066 0,1082 0,1098 0,1114	38,646 38,380 38,116 37,854 37,594	0,2870 0,2865 0,2860	1,0435 1,0453 1,0471 1,0490 1,0508	5,3094 5,3797 5,4498 5,5198 5,5898	0,9492 0,9703	0,2315 0,2396 0,2478	0,001032 0,001072 0,001113 0,001156 0,001200	-1,9E-05 -2,0E-05 -2,2E-05 -2,3E-05 -2,4E-05
0,4087 0,4146 0,4205 0,4264 0,4324	1,744 1,740 1,736 1,732 1,728	0,1129 0,1145 0,1161 0,1177 0,1193	37,336 37,081 36,828 36,576 36,327	0,2845 0,2840 0,2835 0,2830	1,0527 1,0546 1,0564 1,0583 1,0602	5,6596 5,7294 5,7992 5,8689 5,9385	1,0129 1,0344 1,0560 1,0778	0,2732 0,2820 0,2909 0,3000	0,001245 0,001291 0,001338 0,001387 0,001437	-2,5E-05 -2,6E-05 -2,7E-05 -2,9E-05 -3,0E-05
0,4383 0,4443 0,4502 0,4562 0,4623	1,724 1,720 1,716 1,712 1,708	0,1209 0,1225 0,1241 0,1258 0,1274	36,080 35,835 35,592 35,351 35,112	0,2819 0,2814 0,2809 0,2804	1,0621 1,0640 1,0659 1,0679 1,0698	6,0082 6,0778 6,1474 6,2171 6,2867	1,1439 1,1662 1,1887	0,3186 0,3282 0,3379 0,3477	0,001489 0,001542 0,001596 0,001652 0,001709	-3,1E-05 -3,3E-05 -3,4E-05 -3,6E-05 -3,7E-05
0,4683 0,4744 0,4805 0,4866 0,4927	1,704 1,700 1,696 1,692 1,688	0,1290 0,1306 0,1323 0,1339 0,1356	34,875 34,640 34,407 34,176 33,947	0,2794 0,2789 0,2784 0,2779	1,0717 1,0737 1,0756 1,0776 1,0795	6,3564 6,4261 6,4959 6,5657 6,6356		0,3679 0,3783 0,3888 0,3994	0,001768 0,001829 0,001891 0,001955 0,002020	-3,9E-05 -4,1E-05 -4,2E-05 -4,4E-05 -4,6E-05
0,4989 0,5051 0,5113 0,5175 0,5238	1,684 1,680 1,676 1,672 1,668	0,1372 0,1389 0,1405 0,1422 0,1439	33,720 33,495 33,272 33,050 32,831	0,2769 0,2764 0,2759 0,2754	1,0815 1,0835 1,0855 1,0875 1,0895		1,3736 1,3974 1,4214	0,4213 0,4325 0,4438 0,4554	0,002088 0,002157 0,002228 0,002301 0,002376	-5,0E-05 -5,2E-05 -5,4E-05 -5,6E-05
0,5300 0,5364 0,5427 0,5491 0,5555	1,664 1,660 1,656 1,652 1,648	0,1456 0,1472 0,1489 0,1506 0,1523	32,613 32,397 32,183 31,971 31,760	0,2738 0,2733 0,2728	1,0915 1,0936 1,0956 1,0976 1,0997	7,0564 7,1269 7,1975 7,2683 7,3391	1,4697 1,4942 1,5187 1,5435	0,4790 0,4911 0,5033 0,5158	0,002452 0,002531 0,002612 0,002695 0,002780	
0,5619 0,5684 0,5748 0,5814 0,5879	1,644 1,640 1,636 1,632 1,628	0,1541 0,1558 0,1575 0,1592 0,1610	31,552 31,345 31,140 30,936 30,735	0,2713 0,2708	1,1018 1,1038 1,1059 1,1080 1,1101	7,410 7,481 7,552 7,624 7,696	1,6442	0,5412 0,5542 0,5675	0,002868 0,002958 0,003050 0,003144 0,003241	-7,3E-05 -7,6E-05

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,35			2012						
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0140 0,0375 0,0513 0,0623 0,0718	2,248 2,244 2,240 2,236 2,232	0,0034 0,0090 0,0123 0,0150 0,0173	93,874 93,162 92,455 91,753 91,058	0,3578 0,3573 0,3568 0,3563 0,3557	0,9782 0,9796 0,9810 0,9824 0,9839	0,2507 0,6688 0,9141 1,1081 1,2744	0,0022 0,0153 0,0285 0,0417 0,0551	0,0000 0,0005 0,0013 0,0023 0,0034	2,79E-06 5,28E-06 7,86E-06	-2,9E-10 -5,6E-09 -1,5E-08 -2,6E-08 -4,1E-08
0,0804 0,0882 0,0955 0,1024 0,1090	2,228 2,224 2,220 2,216 2,212	0,0193 0,0212 0,0230 0,0246 0,0262	90,368 89,683 89,004 88,331 87,662	0,3552 0,3547 0,3542 0,3537 0,3532	0,9853 0,9867 0,9881 0,9896 0,9910	1,4227 1,5583 1,6842 1,8025 1,9145		0,0048 0,0062 0,0078 0,0096 0,0114	1,61E-05 1,91E-05 2,22E-05	-5,7E-08 -7,6E-08 -9,8E-08 -1,2E-07 -1,5E-07
0,1153 0,1214 0,1273 0,1331 0,1387	2,208 2,204 2,200 2,196 2,192	0,0277 0,0292 0,0306 0,0320 0,0334	86,999 86,342 85,690 85,043 84,401	0,3511 0,3506	0,9925 0,9939 0,9954 0,9968 0,9983	2,0214 2,1239 2,2226 2,3181 2,4107	0,1498 0,1635 0,1774 0,1912	0,0134 0,0154 0,0176 0,0199 0,0223	3,19E-05 3,54E-05 3,90E-05 4,27E-05	-1,8E-07 -2,1E-07 -2,4E-07 -2,8E-07 -3,2E-07
0,1441 0,1495 0,1548 0,1599 0,1650	2,188 2,184 2,180 2,176 2,172	0,0347 0,0360 0,0373 0,0385 0,0398	83,764 83,132 82,506 81,884 81,268	0,3485 0,3480	0,9997 1,0012 1,0027 1,0042 1,0057	2,5007 2,5885 2,6742 2,7581 2,8403	0,2192 0,2332 0,2474 0,2615	0,0247 0,0273 0,0300 0,0328 0,0356	5,05E-05 5,46E-05 5,89E-05 6,32E-05	-3,6E-07 -4,0E-07 -4,5E-07 -5,0E-07 -5,5E-07
0,1700 0,1750 0,1799 0,1848 0,1896	2,168 2,164 2,160 2,156 2,152	0,0410 0,0422 0,0434 0,0446 0,0457	80,656 80,050 79,448 78,851 78,259	0,3470 0,3465 0,3460 0,3455	1,0071 1,0086 1,0101 1,0116 1,0131	2,9210 3,0003 3,0783 3,1552 3,2309	0,2901 0,3045 0,3189 0,3334	0,0386 0,0416 0,0447 0,0480 0,0513	7,23E-05 7,71E-05 8,20E-05 8,71E-05	-6,1E-07 -6,7E-07 -7,3E-07 -8,0E-07 -8,7E-07
0,1943 0,1991 0,2038 0,2084 0,2131	2,148 2,144 2,140 2,136 2,132	0,0469 0,0480 0,0492 0,0503 0,0515	77,671 77,089 76,510 75,937 75,368	0,3449 0,3444 0,3439 0,3434 0,3429	1,0147 1,0162 1,0177 1,0192 1,0208	3,3057 3,3795 3,4525 3,5247 3,5961		0,0547 0,0581 0,0617 0,0654 0,0691	9,77E-05 1,03E-04 1,09E-04	-9,5E-07 -1,0E-06 -1,1E-06 -1,2E-06 -1,3E-06
0,2177 0,2223 0,2268 0,2314 0,2359	2,128 2,124 2,120 2,116 2,112	0,0526 0,0537 0,0548 0,0559 0,0570	74,804 74,244 73,689 73,139 72,592		1,0223 1,0238 1,0254 1,0269 1,0285	3,8753	0,4367 0,4517 0,4668	0,0850	1,21E-04 1,27E-04 1,34E-04 1,40E-04 1,47E-04	-1,4E-06 -1,5E-06 -1,6E-06 -1,7E-06 -1,8E-06
0,2404 0,2449 0,2494 0,2539 0,2584	2,108 2,104 2,100 2,096 2,092	0,0581 0,0592 0,0603 0,0615 0,0625	72,050 71,513 70,980 70,451 69,926	0,3393 0,3388 0,3382	1,0300 1,0316 1,0332 1,0347 1,0363	4,0116 4,0790 4,1460 4,2126 4,2788	0,5125 0,5279 0,5433	0,1067 0,1113	1,61E-04 1,69E-04 1,77E-04 1,84E-04	-1,9E-06 -2,1E-06 -2,2E-06 -2,3E-06 -2,5E-06
0,2629 0,2673 0,2718 0,2762 0,2807	2,088 2,084 2,080 2,076 2,072	0,0636 0,0647 0,0658 0,0669 0,0680	69,405 68,889 68,377 67,869 67,365	0,3367 0,3362	1,0379 1,0395 1,0411 1,0427 1,0443	4,3447 4,4102 4,4754 4,5403 4,6050	0,5901	0,1208 0,1256 0,1306	1,93E-04 2,01E-04 2,09E-04 2,18E-04 2,27E-04	-2,6E-06 -2,8E-06 -2,9E-06 -3,1E-06 -3,3E-06

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

d/L ₀ ' =	= 0,35									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,2851 0,2896 0,2940 0,2985 0,3030	2,068 2,064 2,060 2,056 2,052	0,0691 0,0702 0,0713 0,0724 0,0735	66,865 66,369 65,878 65,390 64,906	0,3346 0,3341 0,3336 0,3331 0,3326	1,0459 1,0475 1,0491 1,0508 1,0524	4,6693 4,7335 4,7974 4,8611 4,9246	0,6695 0,6856 0,7018			-3,5E-06 -3,7E-06 -3,9E-06 -4,1E-06 -4,3E-06
0,3074 0,3119 0,3163 0,3208 0,3253	2,048 2,044 2,040 2,036 2,032	0,0746 0,0757 0,0768 0,0779 0,0791	64,426 63,950 63,477 63,009 62,544	0,3321 0,3315 0,3310 0,3305 0,3300	1,0540 1,0557 1,0573 1,0590 1,0606	5,0512 5,1142 5,1771	0,7509 0,7674	0,1909	2,99E-04 3,10E-04 3,21E-04 3,33E-04	-4,5E-06 -4,8E-06 -5,0E-06 -5,3E-06 -5,5E-06
0,3298 0,3343 0,3388 0,3433 0,3478	2,028 2,024 2,020 2,016 2,012	0,0802 0,0813 0,0824 0,0835 0,0846	62,083 61,626 61,172 60,722 60,276	0,3295 0,3290 0,3284 0,3279 0,3274	1,0623 1,0640 1,0656 1,0673 1,0690	5,4274 5,4898	0,8681 0,8852	0,2156 0,2220	3,58E-04 3,71E-04 3,85E-04 3,98E-04	-5,8E-06 -6,1E-06 -6,4E-06 -6,7E-06 -7,0E-06
0,3523 0,3568 0,3614 0,3659 0,3705	2,008 2,004 2,000 1,996 1,992	0,0858 0,0869 0,0880 0,0891 0,0903	59,833 59,394 58,959 58,527 58,098	0,3269 0,3264 0,3259 0,3253 0,3248	1,0707 1,0724 1,0741 1,0758 1,0775	5,6142 5,6764 5,7384 5,8005 5,8625	0,9023 0,9196 0,9369 0,9544 0,9719	0,2351 0,2418	4,42E-04 4,57E-04	-7,4E-06 -7,7E-06 -8,1E-06 -8,4E-06 -8,8E-06
0,3751 0,3797 0,3843 0,3900 0,3958	1,988 1,984 1,980 1,975 1,970	0,0914 0,0926 0,0937 0,0951 0,0966	57,673 57,251 56,833 56,315 55,802	0,3243 0,3238 0,3233 0,3226 0,3220	1,0792 1,0810 1,0827 1,0849 1,0870	6,0484 6,1258	0,9895 1,0072 1,0249 1,0473 1,0698	0,2625 0,2696 0,2768 0,2859 0,2952	5,05E-04 5,22E-04 5,44E-04	-9,2E-06 -9,6E-06 -1,0E-05 -1,1E-05
0,4016 0,4075 0,4133 0,4192 0,4251	1,965 1,960 1,955 1,950 1,945	0,0980 0,0995 0,1010 0,1024 0,1039	55,295 54,792 54,295 53,802 53,315	0,3213 0,3207 0,3200 0,3194 0,3187	1,0892 1,0914 1,0936 1,0959 1,0981		1,1152 1,1382 1,1613	0,3046 0,3142 0,3240 0,3339 0,3440	6,13E-04 6,38E-04 6,64E-04	-1,2E-05 -1,2E-05 -1,3E-05 -1,4E-05 -1,4E-05
0,4310 0,4370 0,4430 0,4490 0,4550	1,940 1,935 1,930 1,925 1,920	0,1054 0,1069 0,1084 0,1099 0,1114	52,832 52,355 51,882 51,414 50,951		1,1003 1,1026 1,1048 1,1071 1,1094	6,7463 6,8242 6,9022	1,2315 1,2552 1,2790		7,46E-04	
0,4611 0,4672 0,4733 0,4795 0,4857	1,915 1,910 1,905 1,900 1,895	0,1129 0,1145 0,1160 0,1176 0,1191	50,493 50,039 49,590 49,145 48,705	0,3135	1,1117 1,1140 1,1163 1,1186 1,1209	7,059 7,137 7,215 7,294 7,373	1,3516 1,3761	0,4310 0,4427	8,68E-04 9,01E-04 9,35E-04 9,70E-04 1,01E-03	-2,0E-05 -2,1E-05
0,4919 0,4981 0,5044 0,5107 0,5171	1,890 1,885 1,880 1,875 1,870	0,1207 0,1222 0,1238 0,1254 0,1270	48,269 47,838 47,411 46,989 46,570	0,3109 0,3103	1,1256 1,1280	7,452 7,531 7,610 7,690 7,770	1,4759 1,5012	0,4789 0,4913 0,5040	0,001044 0,001083 0,001123 0,001164 0,001206	-2,6E-05 -2,7E-05 -2,8E-05

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

d/L ₀ ' =	= 0,40									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0732 0,0793 0,0850 0,0905 0,0957	2,520 2,516 2,512 2,508 2,504	0,0148 0,0160 0,0172 0,0183 0,0194	158,595 157,365 156,145 154,934 153,734	0,4017 0,4012 0,4007 0,4002 0,3996	0,9957 0,9970 0,9983 0,9996 1,0009	1,4660 1,5850 1,6965 1,8021 1,9027		0,0049 0,0062 0,0075 0,0090 0,0105	4,30E-06 5,09E-06 5,90E-06 6,75E-06 7,62E-06	-1,5E-08 -1,9E-08 -2,4E-08 -2,9E-08 -3,5E-08
0,1008 0,1056 0,1103 0,1149 0,1194	2,500 2,496 2,492 2,488 2,484	0,0204 0,0214 0,0224 0,0233 0,0242	152,543 151,361 150,189 149,027 147,873	0,3991 0,3986 0,3980 0,3975 0,3970	1,0023 1,0036 1,0049 1,0063 1,0076	1,9990 2,0918 2,1813 2,2681	0,1278 0,1396 0,1514 0,1632	0,0122 0,0139 0,0157 0,0175	8,52E-06 9,45E-06 1,04E-05 1,14E-05 1,24E-05	-4,1E-08 -4,7E-08 -5,5E-08 -6,2E-08 -7,1E-08
0,1238 0,1281 0,1323 0,1365 0,1406	2,480 2,476 2,472 2,468 2,464	0,0251 0,0260 0,0269 0,0278 0,0286	146,729 145,594 144,468 143,351 142,243	0,3954 0,3949 0,3943	1,0089 1,0103 1,0116 1,0130 1,0143	2,5930 2,6697 2,7450	0,1989 0,2109 0,2229 0,2350	0,0236 0,0258 0,0280 0,0303	1,35E-05 1,46E-05 1,57E-05 1,69E-05 1,81E-05	-7,9E-08 -8,9E-08 -9,9E-08 -1,1E-07 -1,2E-07
0,1446 0,1486 0,1525 0,1564 0,1603	2,460 2,456 2,452 2,448 2,444	0,0295 0,0303 0,0311 0,0319 0,0327	141,143 140,053 138,971 137,898 136,833	0,3938 0,3933 0,3928 0,3922 0,3917	1,0157 1,0171 1,0184 1,0198 1,0212	2,8188 2,8915 2,9629 3,0333 3,1027	0,2593 0,2715	0,0351		-1,3E-07 -1,5E-07 -1,6E-07 -1,7E-07 -1,9E-07
0,1641 0,1679 0,1717 0,1754 0,1791	2,440 2,436 2,432 2,428 2,424	0,0336 0,0343 0,0351 0,0359 0,0367	135,777 134,729 133,690 132,659 131,636	0,3901 0,3896	1,0226 1,0239 1,0253 1,0267 1,0281	3,1712 3,2388 3,3056 3,3717 3,4371		0,0456 0,0483 0,0512 0,0541 0,0570	2,90E-05 3,06E-05	-2,0E-07 -2,2E-07 -2,4E-07 -2,6E-07 -2,7E-07
0,1828 0,1865 0,1901 0,1938 0,1974	2,420 2,416 2,412 2,408 2,404	0,0375 0,0383 0,0390 0,0398 0,0406	130,622 129,615 128,617 127,626 126,644	0,3880 0,3875	1,0295 1,0309 1,0323 1,0337 1,0351	3,5019 3,5660 3,6295 3,6925 3,7551	0,3708 0,3834 0,3961 0,4088 0,4215	0,0601 0,0632 0,0663 0,0695 0,0728	3,39E-05 3,56E-05 3,74E-05 3,92E-05 4,10E-05	-2,9E-07 -3,2E-07 -3,4E-07 -3,6E-07 -3,9E-07
0,2010 0,2046 0,2082 0,2117 0,2153	2,400 2,396 2,392 2,388 2,384	0,0414 0,0421 0,0429 0,0437 0,0444	125,669 124,702 123,743 122,792 121,848	0,3838	1,0365 1,0380 1,0394 1,0408 1,0423		0,4730		4,29E-05 4,49E-05 4,69E-05 4,90E-05 5,12E-05	-4,1E-07 -4,4E-07 -4,6E-07 -4,9E-07 -5,2E-07
0,2188 0,2224 0,2259 0,2295 0,2330	2,380 2,376 2,372 2,368 2,364	0,0452 0,0460 0,0467 0,0475 0,0482	120,911 119,982 119,061 118,147 117,240	0,3833 0,3827 0,3822 0,3817 0,3811	1,0437 1,0451 1,0466 1,0480 1,0495	4,1210 4,1806 4,2400 4,2991 4,3579		0,0938 0,0975 0,1013 0,1051 0,1090	5,57E-05 5,80E-05 6,04E-05	-5,6E-07 -5,9E-07 -6,2E-07 -6,6E-07 -7,0E-07
0,2365 0,2400 0,2435 0,2471 0,2506	2,360 2,356 2,352 2,348 2,344	0,0490 0,0498 0,0505 0,0513 0,0521	116,341 115,448 114,563 113,685 112,814	0,3796	1,0509 1,0524 1,0539 1,0553 1,0568	4,4164 4,4747 4,5327 4,5905 4,6481	0,5783 0,5917	0,1130 0,1170 0,1211 0,1253 0,1295		-7,4E-07 -7,8E-07 -8,2E-07 -8,6E-07 -9,1E-07

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,40									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,2541 0,2585 0,2629 0,2673 0,2717	2,340 2,335 2,330 2,325 2,320	0,0528 0,0538 0,0547 0,0557 0,0567	111,950 110,879 109,819 108,770 107,731	0,3773 0,3767	1,0583 1,0601 1,0620 1,0639 1,0657	4,7055 4,7770 4,8482 4,9192 4,9900	0,6492 0,6663 0,6835	0,1337 0,1392 0,1447 0,1504 0,1561	7,91E-05 8,29E-05 8,68E-05 9,08E-05 9,49E-05	-9,6E-07 -1,0E-06 -1,1E-06 -1,2E-06 -1,2E-06
0,2761 0,2805 0,2849 0,2893 0,2937	2,315 2,310 2,305 2,300 2,295	0,0576 0,0586 0,0596 0,0606 0,0615	1 M S S S SSS	0,3747 0,3740 0,3733 0,3727	1,0676 1,0695 1,0714 1,0733 1,0752		0,7181 0,7355 0,7531 0,7707	0,1619 0,1679 0,1739 0,1800	9,92E-05 1,04E-04 1,08E-04 1,13E-04 1,18E-04	-1,3E-06 -1,4E-06 -1,5E-06 -1,6E-06
0,2982 0,3026 0,3071 0,3115 0,3160	2,290 2,285 2,280 2,275 2,270	0,0625 0,0635 0,0645 0,0655 0,0665	101,713 100,745 99,786 98,837 97,898	0,3694	1,0771 1,0790 1,0810 1,0829 1,0848	5,4107 5,4803 5,5499 5,6193 5,6887	0,8420 0,8600 0,8782	0,1991 0,2056 0,2123	1,23E-04 1,28E-04 1,33E-04 1,39E-04 1,45E-04	-1,7E-06 -1,8E-06 -1,9E-06 -2,1E-06 -2,2E-06
0,3205 0,3250 0,3295 0,3340 0,3385	2,265 2,260 2,255 2,250 2,245	0,0675 0,0685 0,0695 0,0705 0,0716	96,968 96,047 95,135 94,233 93,339	0,3674 0,3667 0,3661 0,3654	1,0868 1,0887 1,0907 1,0927 1,0947	5,7580 5,8272 5,8964 5,9656 6,0348	0,9704	0,2399 0,2471 0,2544	1,57E-04 1,63E-04 1,70E-04 1,76E-04	-2,3E-06 -2,4E-06 -2,5E-06 -2,7E-06 -2,8E-06
0,3431 0,3476 0,3522 0,3568 0,3614	2,240 2,235 2,230 2,225 2,220	0,0726 0,0736 0,0747 0,0757 0,0767	92,455 91,579 90,712 89,854 89,004	0,3641 0,3634 0,3628	1,0966 1,0986 1,1006 1,1026 1,1047	6,104 6,173 6,242 6,311 6,381	0,9891 1,0079 1,0268 1,0459 1,0650	0,2693 0,2770 0,2847 0,2926	2,13E-04	-3,0E-06 -3,1E-06 -3,3E-06 -3,5E-06 -3,6E-06
0,3661 0,3707 0,3754 0,3800 0,3847	2,215 2,210 2,205 2,200 2,195	0,0778 0,0788 0,0799 0,0810 0,0820	88,163 87,330 86,506 85,690 84,882	0,3601	1,1067 1,1087 1,1107 1,1128 1,1148	6,450 6,519 6,588 6,658 6,727	1,0842 1,1035 1,1230 1,1425 1,1621		2,48E-04	-3,8E-06 -4,0E-06 -4,2E-06 -4,4E-06 -4,7E-06
0,3894 0,3942 0,3989 0,4037 0,4085	2,170		84,082 83,290 82,506 81,730 80,961	0,3568 0,3561 0,3555	1,1169 1,1190 1,1211 1,1231 1,1252	7,076	1,2217 1,2418 1,2620	0,3775	2,97E-04 3,07E-04	-4,9E-06 -5,1E-06 -5,4E-06 -5,6E-06 -5,9E-06
0,4133 0,4181 0,4230 0,4279 0,4328	2,165 2,160 2,155 2,150 2,145	0,0886 0,0897 0,0908 0,0920 0,0931	80,201 79,448 78,702 77,964 77,234	0,3535 0,3528 0,3522	1,1273 1,1294 1,1316 1,1337 1,1358	7,146 7,216 7,286 7,356 7,427	1,3232 1,3439 1,3646	0,3959 0,4053 0,4149 0,4245	3,54E-04 3,66E-04	-6,2E-06 -6,5E-06 -6,8E-06 -7,1E-06 -7,4E-06
0,4377 0,4426 0,4476 0,4526 0,4576	2,140 2,135 2,130 2,125 2,120	0,0943 0,0954 0,0966 0,0977 0,0989	76,510 75,794 75,086 74,384 73,689	0,3508 0,3502 0,3495	1,1380 1,1401 1,1423 1,1445 1,1466	7,497 7,568 7,639 7,710 7,781	1,3855 1,4065 1,4276 1,4488 1,4702	0,4442 0,4543 0,4645	3,79E-04 3,93E-04 4,06E-04 4,21E-04 4,35E-04	-7,8E-06 -8,2E-06 -8,5E-06 -8,9E-06 -9,3E-06

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

d/L ₀ ' =	= 0.45				-					
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	<u>u₃</u> <u>C</u>
0,0647 0,0709 0,0767 0,0821 0,0873	2,820 2,815 2,810 2,805 2,800	0,0108 0,0118 0,0128 0,0138 0,0146		0,4495 0,4488 0,4481 0,4474 0,4468	1,0012 1,0027 1,0042 1,0057 1,0072	1,4506 1,5853 1,7106 1,8285 1,9403		0,0060 0,0074	1,25E-06 1,52E-06 1,80E-06 2,09E-06 2,40E-06	-3,3E-09 -4,4E-09 -5,6E-09 -7,0E-09 -8,5E-09
0,0923 0,0971 0,1018 0,1063 0,1107	2,795 2,790 2,785 2,780 2,775	0,0155 0,0163 0,0171 0,0179 0,0187	271,807 269,144 266,507 263,896 261,312	0,4461 0,4454 0,4447 0,4441 0,4434	1,0088 1,0103 1,0118 1,0133 1,0149	2,0470 2,1494 2,2482 2,3437 2,4364		0,0145 0,0165 0,0186	2,71E-06 3,04E-06 3,38E-06 3,73E-06 4,10E-06	-1,0E-08 -1,2E-08 -1,4E-08 -1,6E-08 -1,8E-08
0,1151 0,1193 0,1235 0,1276 0,1316	2,770 2,765 2,760 2,755 2,750	0,0194 0,0202 0,0209 0,0216 0,0223	258,753 256,220 253,712 251,229 248,770	0,4427 0,4421 0,4414 0,4407 0,4400	1,0164 1,0180 1,0195 1,0211 1,0227	2,5265 2,6144 2,7003 2,7843 2,8667	0,2224 0,2357 0,2490	0,0279 0,0304 0,0330	4,88E-06 5,30E-06 5,73E-06 6,17E-06	-2,4E-08 -2,7E-08 -3,0E-08 -3,3E-08
0,1356 0,1395 0,1434 0,1473 0,1511	2,745 2,740 2,735 2,730 2,725	0,0230 0,0237 0,0244 0,0251 0,0258		0,4394 0,4387 0,4380 0,4373 0,4367	1,0242 1,0258 1,0274 1,0290 1,0305	2,9476 3,0271 3,1054 3,1824 3,2584	0,2758 0,2893 0,3028 0,3164	0,0357 0,0385 0,0414 0,0443 0,0473	8,12E-06 8,66E-06	-3,7E-08 -4,1E-08 -4,5E-08 -4,9E-08 -5,4E-08
0,1549 0,1586 0,1623 0,1660 0,1697	2,720 2,715 2,710 2,705 2,700	0,0265 0,0272 0,0278 0,0285 0,0292	234,525 232,233 229,964 227,717 225,493	0,4360 0,4353 0,4346 0,4340 0,4333	1,0321 1,0337 1,0353 1,0369 1,0386	3,3334 3,4075 3,4807 3,5532 3,6248	0,3437 0,3575 0,3713 0,3851	0,0536 0,0568 0,0602	9,21E-06 9,79E-06 1,04E-05 1,10E-05 1,16E-05	-5,9E-08 -6,4E-08 -6,9E-08 -7,5E-08 -8,1E-08
0,1734 0,1770 0,1806 0,1843 0,1879	2,695 2,690 2,685 2,680 2,675	0,0298 0,0305 0,0312 0,0318 0,0325	223,291 221,111 218,952 216,815 214,699	0,4326 0,4319 0,4313 0,4306 0,4299	1,0402 1,0418 1,0434 1,0451 1,0467	3,6958 3,7662 3,8359 3,9051 3,9738	0,3990 0,4130 0,4270 0,4410 0,4551	0,0706	1,23E-05 1,30E-05 1,37E-05 1,44E-05 1,52E-05	-8,8E-08 -9,5E-08 -1,0E-07 -1,1E-07 -1,2E-07
0,1914 0,1950 0,1986 0,2022 0,2057	2,670 2,665 2,660 2,655 2,650	19080	204,433	0,4293 0,4286 0,4279 0,4272 0,4266	100	4,2438 4,3103	0,4835 0,4978 0,5122 0,5266	0,0975 0,1016	1,68E-05 1,76E-05 1,85E-05 1,94E-05	-1,3E-07 -1,4E-07 -1,5E-07 -1,6E-07 -1,7E-07
0,2093 0,2128 0,2164 0,2199 0,2234		0,0365 0,0371 0,0378 0,0385 0,0391	202,440 200,468 198,515 196,581 194,667	0,4259 0,4252 0,4245 0,4239 0,4232	1,0566 1,0583 1,0600 1,0617 1,0634	4,3764 4,4422 4,5077 4,5728 4,6378	0,5555 0,5701 0,5847 0,5994	0,1101 0,1145 0,1189 0,1234		-1,8E-07 -1,9E-07 -2,0E-07 -2,1E-07 -2,3E-07
0,2270 0,2305 0,2340 0,2376 0,2411	2,620 2,615 2,610 2,605 2,600	0,0398 0,0405 0,0412 0,0418 0,0425	192,772 190,896 189,038 187,199 185,378		1,0651 1,0668 1,0685 1,0702 1,0719	4,7024 4,7669 4,8311 4,8950 4,9588	0,6142 0,6290 0,6438 0,6588 0,6738	0,1327	2,55E-05 2,66E-05 2,78E-05 2,90E-05 3,03E-05	

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,45									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,2447 0,2482 0,2518 0,2553 0,2589	2,595 2,590 2,585 2,580 2,575	0,0432 0,0439 0,0446 0,0453 0,0459	183,576 181,791 180,024 178,275 176,543	0,4185	1,0736 1,0753 1,0771 1,0788 1,0806	5,0225 5,0859 5,1492 5,2124 5,2754	0,6888 0,7039 0,7191 0,7343 0,7496	0,1520 0,1571 0,1622 0,1674 0,1726	3,15E-05 3,29E-05 3,43E-05 3,57E-05 3,72E-05	-3,2E-07 -3,4E-07 -3,6E-07 -3,8E-07 -4,0E-07
0,2624 0,2660 0,2696 0,2732 0,2768	2,570 2,565 2,560 2,555 2,550	0,0466 0,0473 0,0480 0,0487 0,0494	174,828 173,131 171,450 169,786 168,139	0,4151 0,4144 0,4138	1,0823 1,0841 1,0858 1,0876 1,0894	5,3384 5,4012 5,4639 5,5265 5,5891	0,7650 0,7804 0,7959 0,8115 0,8271	0,1780 0,1834 0,1889 0,1944 0,2001	4,02E-05 4,19E-05	-4,3E-07 -4,5E-07 -4,8E-07 -5,0E-07 -5,3E-07
0,2804 0,2840 0,2876 0,2912 0,2948	2,545 2,540 2,535 2,530 2,525	0,0501 0,0509 0,0516 0,0523 0,0530	161,713	0,4117 0,4111 0,4104	1,0912 1,0930 1,0947 1,0965 1,0983	5,6515 5,7140 5,7763 5,8387 5,9010	0,8744 0,8903 0,9063	0,2058 0,2116 0,2175 0,2234 0,2295	4,89E-05 5,08E-05 5,27E-05 5,47E-05	-5,6E-07 -5,9E-07 -6,2E-07 -6,5E-07 -6,8E-07
0,2985 0,3021 0,3058 0,3095 0,3131	2,520 2,515 2,510 2,505 2,500	0,0537 0,0545 0,0552 0,0559 0,0567	158,595 157,059 155,538 154,033 152,543	0,4090 0,4084 0,4077 0,4070 0,4063	1,1002 1,1020 1,1038 1,1056 1,1075	5,9632 6,0255 6,0877 6,1499 6,2122	0,9223 0,9384 0,9546 0,9708 0,9871	0,2356 0,2418 0,2481 0,2544 0,2609	5,68E-05 5,90E-05 6,12E-05 6,35E-05 6,58E-05	-7,2E-07 -7,5E-07 -7,9E-07 -8,3E-07 -8,8E-07
0,3168 0,3205 0,3243 0,3280 0,3317	2,495 2,490 2,485 2,480 2,475	0,0574 0,0582 0,0589 0,0597 0,0604	151,067 149,607 148,161 146,729 145,311	0,4057 0,4050 0,4043 0,4036 0,4030	1,1093 1,1111 1,1130 1,1149 1,1167	6,2744 6,3366 6,3989 6,4612 6,5235	1,0035 1,0200 1,0365 1,0531 1,0698	0,2674 0,2740 0,2807 0,2875 0,2943	6,82E-05 7,07E-05 7,33E-05 7,60E-05 7,87E-05	-9,2E-07 -9,6E-07 -1,0E-06 -1,1E-06 -1,1E-06
0,3355 0,3393 0,3430 0,3468 0,3506	2,470 2,465 2,460 2,455 2,450	0,0612 0,0620 0,0627 0,0635 0,0643	143,908 142,519 141,143 139,781 138,433	0,4016	1,1186 1,1205 1,1224 1,1243 1,1262	6,5859 6,6483 6,7108 6,7733 6,8359	1,0865 1,1034 1,1203 1,1373 1,1543	0,3013 0,3083 0,3154 0,3226 0,3299	8,15E-05 8,44E-05 8,75E-05 9,05E-05 9,37E-05	-1,2E-06 -1,2E-06 -1,3E-06 -1,4E-06
0,3545 0,3583 0,3621 0,3660 0,3699	2,445 2,440 2,435 2,430 2,425	0,0651 0,0659 0,0667 0,0675 0,0683	137,099 135,777 134,469 133,174 131,891	0,3976 0,3969	1,1281 1,1300 1,1319 1,1338 1,1357	6,8985 6,9613 7,0240 7,0869 7,1499			9,70E-05 1,00E-04 1,04E-04 1,07E-04 1,11E-04	
0,3738 0,3777 0,3816 0,3856 0,3895	2,420 2,415 2,410 2,405 2,400	0,0691 0,0699 0,0707 0,0715 0,0724	130,622 129,365 128,121 126,889 125,669	0,3942 0,3935 0,3928	1,1377 1,1396 1,1416 1,1435 1,1455	7,2129 7,2761 7,3393 7,4027 7,4661	1,2583 1,2759 1,2936 1,3114 1,3293	0,3834 0,3914 0,3995	1,15E-04 1,19E-04 1,23E-04 1,27E-04 1,31E-04	-1,8E-06 -1,9E-06 -2,0E-06 -2,1E-06 -2,2E-06
0,3935 0,3975 0,4015 0,4055 0,4096	2,395 2,390 2,385 2,380 2,375	0,0732 0,0740 0,0749 0,0757 0,0766	124,462 123,266 122,083 120,911 119,751	0,3915	1,1475 1,1495 1,1514 1,1534 1,1554	7,5297 7,5934 7,6572 7,7211 7,7852	1,3472 1,3653 1,3834 1,4016 1,4199	0,4244 0,4329	1,36E-04 1,40E-04 1,45E-04 1,50E-04 1,55E-04	

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

au '-	- 0.50				D-400-000-000-00-00-00-00-00-00-00-00-00-					
$\frac{d/L_0'}{\frac{H}{d}} =$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	<u>u₃</u> <u>C</u>
0,0624 0,0673 0,0719 0,0762 0,0804	3,120 3,115 3,110 3,105 3,100	0,0085 0,0092 0,0098 0,0104 0,0110	516,896 511,793 506,741 501,740 496,788	0,4966 0,4959	1,0054 1,0068 1,0082 1,0096 1,0110	1,5474 1,6640 1,7740 1,8784 1,9782	0,0748 0,0863 0,0977 0,1093 0,1208	0,0054 0,0067 0,0081 0,0096 0,0112	5,01E-07 5,79E-07	-8,9E-10 -1,1E-09 -1,4E-09 -1,7E-09 -2,0E-09
0,0845 0,0884 0,0922 0,0959 0,0996	3,095 3,090 3,085 3,080 3,075	0,0116 0,0122 0,0127 0,0132 0,0138	491,885 487,031 482,226 477,468 472,758	0,4918	1,0124 1,0138 1,0152 1,0166 1,0181	2,0741 2,1665 2,2559 2,3427 2,4271	0,1324 0,1440 0,1557 0,1674 0,1791	0,0128 0,0145 0,0163 0,0182 0,0202		-2,4E-09 -2,8E-09 -3,2E-09 -3,6E-09 -4,1E-09
0,1032 0,1067 0,1101 0,1135 0,1168	3,070 3,065 3,060 3,055 3,050	0,0143 0,0148 0,0153 0,0158 0,0163	468,095 463,478 458,907 454,381 449,901	0,4898	1,0195 1,0209 1,0223 1,0238 1,0252	2,5095 2,5899 2,6686 2,7457 2,8214	0,1909 0,2027 0,2145 0,2264 0,2383	0,0222 0,0243 0,0264 0,0286 0,0309	1,33E-06 1,44E-06 1,55E-06 1,67E-06 1,79E-06	-4,6E-09 -5,2E-09 -5,8E-09 -6,5E-09 -7,1E-09
0,1201 0,1234 0,1266 0,1298 0,1329	3,045 3,040 3,035 3,030 3,025	0,0168 0,0172 0,0177 0,0182 0,0187	445,465 441,073 436,725 432,420 428,158	0,4870 0,4863 0,4857 0,4850 0,4843	1,0266 1,0281 1,0295 1,0310 1,0325	2,8958 2,9690 3,0410 3,1120 3,1821	0,2503 0,2623 0,2743 0,2864 0,2985	0,0333 0,0357 0,0382 0,0408 0,0434		-7,9E-09 -8,7E-09 -9,5E-09 -1,0E-08 -1,1E-08
0,1361 0,1392 0,1423 0,1453 0,1484	3,020 3,015 3,010 3,005 3,000	0,0191 0,0196 0,0201 0,0205 0,0210	415,625 411,530	0,4829 0,4822 0,4815	1,0339 1,0354 1,0369 1,0383 1,0398	3,2512 3,3196 3,3871 3,4539 3,5201		0,0488 0,0516 0,0544	2,63E-06 2,79E-06 2,95E-06 3,12E-06 3,30E-06	-1,2E-08 -1,3E-08 -1,5E-08 -1,6E-08 -1,7E-08
0,1514 0,1544 0,1574 0,1604 0,1634	2,995 2,990 2,985 2,980 2,975	0,0215 0,0219 0,0224 0,0229 0,0233	403,462 399,489 395,554 391,659 387,803	0,4795 0,4788 0,4781	1,0413 1,0428 1,0443 1,0458 1,0473	3,5856 3,6505 3,7149 3,7787 3,8421	0,3844	0,0634 0,0665 0,0696	3,48E-06 3,67E-06 3,86E-06 4,07E-06 4,28E-06	-1,8E-08 -2,0E-08 -2,1E-08 -2,3E-08 -2,4E-08
0,1664 0,1693 0,1723 0,1752 0,1781	2,970 2,965 2,960 2,955 2,950	0,0238 0,0242 0,0247 0,0252 0,0256	383,985 380,205 376,463 372,758 369,090	0,4754 0,4747	1,0488 1,0503 1,0518 1,0533 1,0548	4,0911	0,4724 0,4851	0,0829 0,0863	4,49E-06 4,71E-06 4,94E-06 5,18E-06 5,43E-06	-3,2E-08
0,1811 0,1840 0,1869 0,1898 0,1927	2,945 2,940 2,935 2,930 2,925	0,0261 0,0266 0,0270 0,0275 0,0280	358,303 354,779	0,4726 0,4720 0,4713 0,4706	1,0564 1,0579 1,0594 1,0610 1,0625	4,2739 4,3342		0,0970 0,1007	5,69E-06 5,95E-06 6,22E-06 6,50E-06 6,79E-06	-3,9E-08 -4,1E-08 -4,4E-08
0,1956 0,1985 0,2014 0,2044 0,2073	2,920 2,915 2,910 2,905 2,900	0,0284 0,0289 0,0294 0,0298 0,0303	347,835 344,415 341,029 337,676 334,357	0,4692 0,4685	1,0641 1,0656 1,0672 1,0687 1,0703	4,5134 4,5727 4,6317 4,6905 4,7491	0,5624 0,5754 0,5885 0,6016 0,6148	0,1161 0,1200	7,09E-06 7,40E-06 7,72E-06 8,05E-06 8,40E-06	-5,2E-08 -5,5E-08

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

$d/L_0' =$	= 0,50									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,2107 0,2142 0,2177 0,2212 0,2247	2,894 2,888 2,882 2,876 2,870	0,0309 0,0315 0,0320 0,0326 0,0332	330,418 326,526 322,680 318,880 315,126	0,4663 0,4655 0,4647 0,4639 0,4630	1,0722 1,0741 1,0760 1,0779 1,0798	4,8191 4,8889 4,9585 5,0279 5,0971	0,6307 0,6466 0,6626 0,6787 0,6948	0,1332 0,1383 0,1434 0,1487 0,1540	9,26E-06 9,72E-06 1,02E-05	-6,6E-08 -7,1E-08 -7,6E-08 -8,1E-08 -8,6E-08
0,2282 0,2317 0,2352 0,2387 0,2423	2,864 2,858 2,852 2,846 2,840	0,0338 0,0344 0,0349 0,0355 0,0361	311,416 307,751 304,129 300,550 297,015	0,4622 0,4614 0,4606 0,4598 0,4589	1,0817 1,0837 1,0856 1,0875 1,0895	5,1661 5,2349 5,3036 5,3721 5,4405	0,7436 0,7601 0,7765	0,1594 0,1649 0,1705 0,1762 0,1820	1,23E-05 1,29E-05	-9,2E-08 -9,8E-08 -1,0E-07 -1,1E-07 -1,2E-07
0,2458 0,2493 0,2529 0,2564 0,2600	2,834 2,828 2,822 2,816 2,810	0,0367 0,0373 0,0379 0,0385 0,0392	293,521 290,069 286,659 283,289 279,959	0,4556 0,4548	1,0914 1,0934 1,0954 1,0973 1,0993	5,5088 5,5770 5,6451 5,7132 5,7812	0,8097 0,8264 0,8432 0,8600	0,2059 0,2121	1,68E-05	-1,3E-07 -1,3E-07 -1,4E-07 -1,5E-07 -1,6E-07
0,2635 0,2671 0,2707 0,2743 0,2779	2,804 2,798 2,792 2,786 2,780	0,0398 0,0404 0,0410 0,0416 0,0423	276,669 273,418 270,206 267,032 263,896	0,4532 0,4524 0,4515	1,1013 1,1033 1,1053 1,1073 1,1093	5,8491 5,9170 5,9848 6,0527 6,1205	0,8770 0,8940 0,9110 0,9282 0,9454	0,2184 0,2247 0,2312 0,2378 0,2444	1,91E-05 1,99E-05	-1,7E-07 -1,8E-07 -1,9E-07 -2,0E-07 -2,1E-07
0,2816 0,2852 0,2888 0,2925 0,2962	2,774 2,768 2,762 2,756 2,750	0,0429 0,0436 0,0442 0,0448 0,0455	260,798 257,737 254,712 251,723 248,770	0,4499 0,4491 0,4482 0,4474 0,4466	1,1114 1,1134 1,1155 1,1175 1,1196	6,1883 6,2561 6,3239 6,3918 6,4597		0,2512 0,2580 0,2649 0,2719 0,2790	2,26E-05 2,36E-05 2,46E-05	-2,2E-07 -2,4E-07 -2,5E-07 -2,7E-07 -2,8E-07
0,2999 0,3036 0,3073 0,3110 0,3147	2,744 2,738 2,732 2,726 2,720	0,0462 0,0468 0,0475 0,0482 0,0488	245,852 242,969 240,121 237,306 234,525	0,4458 0,4450 0,4441 0,4433 0,4425	1,1216 1,1237 1,1258 1,1279 1,1300	6,5276 6,5955 6,6635 6,7316 6,7997	1,0503 1,0681 1,0860 1,1039 1,1219	0,2862 0,2935 0,3009 0,3084 0,3160	3,01E-05	-3,0E-07 -3,1E-07 -3,3E-07 -3,5E-07 -3,7E-07
0,3185 0,3223 0,3260 0,3299 0,3337	2,714 2,708 2,702 2,696 2,690			0,4392	1,1321 1,1342 1,1363 1,1384 1,1406	6,8679 6,9362 7,0046 7,0730 7,1416	1,1582 1,1765 1,1948	0,3393 0,3473	3,26E-05 3,39E-05 3,53E-05 3,67E-05 3,81E-05	-3,9E-07 -4,1E-07 -4,3E-07 -4,5E-07 -4,8E-07
0,3375 0,3414 0,3452 0,3491 0,3530	2,684 2,678 2,672 2,666 2,660	0,0530 0,0537 0,0544 0,0551 0,0559	218,523 215,966 213,440 210,944 208,478		1,1427 1,1449 1,1470 1,1492 1,1514	7,2103 7,2790 7,3479 7,4169 7,4861	1,2691		4,45E-05	-5,0E-07 -5,3E-07 -5,6E-07 -5,9E-07 -6,2E-07
0,3569 0,3609 0,3648 0,3688 0,3728	2,654 2,648 2,642 2,636 2,630	0,0566 0,0573 0,0581 0,0588 0,0596	206,041 203,633 201,254 198,904 196,581	0,4334 0,4326 0,4318 0,4310 0,4302	1,1535 1,1557 1,1579 1,1602 1,1624	7,5553 7,6247 7,6943 7,7640 7,8338	1,3258 1,3448 1,3640 1,3832 1,4026			-6,5E-07 -6,8E-07 -7,2E-07 -7,6E-07 -7,9E-07

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

d/L ₀ ' =	= 0,55									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,0539 0,0589 0,0636 0,0681 0,0723	3,430 3,424 3,418 3,412 3,406	0,0059 0,0065 0,0070 0,0075 0,0080	957,387 946,015 934,779 923,677 912,707	0,5466 0,5457 0,5449 0,5441 0,5432	1,0063 1,0078 1,0094 1,0109 1,0125	1,4682 1,6018 1,7263 1,8435 1,9548	0,0795 0,0920	0,0060 0,0074	1,11E-07 1,35E-07 1,59E-07 1,86E-07 2,13E-07	-1,6E-10 -2,2E-10 -2,8E-10 -3,5E-10 -4,2E-10
0,0764 0,0804 0,0842 0,0879 0,0916	3,400 3,394 3,388 3,382 3,376	0,0085 0,0090 0,0094 0,0098 0,0103	891,159 880,577 870,122	0,5424 0,5416 0,5407 0,5399 0,5391	1,0140 1,0156 1,0171 1,0187 1,0203	2,0611 2,1631 2,2615 2,3568 2,4492	0,1425 0,1553	0,0143 0,0163 0,0183	2,42E-07 2,72E-07 3,03E-07 3,36E-07 3,71E-07	-5,1E-10 -6,0E-10 -7,1E-10 -8,2E-10 -9,4E-10
0,0951 0,0986 0,1020 0,1054 0,1087	3,370 3,364 3,358 3,352 3,346	0,0107 0,0111 0,0115 0,0119 0,0123	829,532 819,685 809,956	10.000.000	1,0219 1,0235 1,0250 1,0266 1,0282	2,5391 2,6268 2,7125 2,7965 2,8787	0,2196 0,2326 0,2456	0,0250 0,0274 0,0298 0,0324	4,07E-07 4,44E-07 4,84E-07 5,25E-07 5,67E-07	-1,1E-09 -1,2E-09 -1,4E-09 -1,5E-09 -1,7E-09
0,1120 0,1152 0,1184 0,1216 0,1247	3,340 3,334 3,328 3,322 3,316	0,0127 0,0131 0,0135 0,0139 0,0143	800,343 790,845 781,459 772,186 763,024	0,5316 0,5307	1,0298 1,0314 1,0331 1,0347 1,0363	2,9595 3,0389 3,1170 3,1940 3,2699	0,2982 0,3115	0,0433 0,0462	6,59E-07 7,07E-07 7,58E-07 8,11E-07	-1,9E-09 -2,1E-09 -2,4E-09 -2,6E-09 -2,9E-09
0,1278 0,1309 0,1340 0,1370 0,1400	3,310 3,304 3,298 3,292 3,286	0,0147 0,0151 0,0155 0,0159 0,0162	753,970 745,025 736,187 727,454 718,825	0,5291 0,5282 0,5274 0,5266	1,0379 1,0396 1,0412 1,0429 1,0445	3,3448 3,4188 3,4919 3,5643 3,6359	0,3381 0,3515	0,0554 0,0586	8,66E-07 9,24E-07 9,84E-07 1,05E-06 1,11E-06	
0,1430 0,1460 0,1490 0,1520 0,1549	3,280 3,274 3,268 3,262 3,256	0,0166 0,0170 0,0174 0,0178 0,0182	710,299 701,874 693,551 685,326 677,200	0,5241 0,5232	1,0462 1,0478 1,0495 1,0512 1,0528	3,9159 3,9845	0,4056 0,4192 0,4329 0,4467	0,0653 0,0687 0,0722 0,0757 0,0794	1,25E-06 1,32E-06 1,40E-06	-5,2E-09 -5,7E-09 -6,1E-09
0,1579 0,1608 0,1638 0,1667 0,1696	3,250 3,244 3,238 3,232 3,226		653,398		1,0545 1,0562 1,0579 1,0596 1,0613	4,1203 4,1875	0,4743 0,4881 0,5021	0,0831 0,0868 0,0907 0,0946 0,0986	1,65E-06	-7,7E-09 -8,3E-09 -8,9E-09
0,1726 0,1755 0,1784 0,1813 0,1842	3,220 3,214 3,208 3,202 3,196	0,0205 0,0209 0,0213 0,0217 0,0221	630,437 622,966 615,583 608,289 601,081	0,5157 0,5149 0,5141	1,0630 1,0647 1,0664 1,0682 1,0699	4,3868 4,4525 4,5179 4,5830 4,6479	0,5583	0,1067 0,1109 0,1152 0,1195	2,02E-06 2,13E-06 2,24E-06 2,35E-06 2,47E-06	-1,1E-08 -1,2E-08 -1,3E-08 -1,3E-08
0,1871 0,1900 0,1929 0,1959 0,1988	3,190 3,184 3,178 3,172 3,166	0,0225 0,0229 0,0233 0,0237 0,0241	593,960 586,924 579,971 573,102 566,314	0,5132 0,5124 0,5116 0,5107 0,5099	1,0716 1,0734 1,0751 1,0769 1,0786	4,7125 4,7769 4,8410 4,9049 4,9686	0,6010 0,6153 0,6297 0,6441 0,6586	0,1283	2,59E-06 2,71E-06 2,84E-06 2,98E-06 3,12E-06	-1,5E-08 -1,6E-08

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

d/L ₀ ' =	= 0,55									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,2017 0,2046 0,2075 0,2105 0,2134	3,160 3,154 3,148 3,142 3,136	0,0245 0,0250 0,0254 0,0258 0,0262	552,981 546,433	0,5091 0,5082 0,5074 0,5066 0,5057	1,0804 1,0822 1,0839 1,0857 1,0875	5,0322 5,0956 5,1588 5,2219 5,2849	0,6732 0,6878 0,7024 0,7171 0,7319	0,1468 0,1517 0,1565 0,1615 0,1665	3,74E-06	
0,2163 0,2193 0,2222 0,2252 0,2281	3,130 3,124 3,118 3,112 3,106	0,0271 0,0275 0,0279	527,255 521,015 514,849 508,756 502,736	0,5049 0,5041 0,5032 0,5024 0,5016		5,4104 5,4731	0,7467 0,7616 0,7765 0,7915 0,8065	0,1767 0,1819 0,1872	4,08E-06 4,26E-06 4,45E-06 4,65E-06 4,85E-06	-2,8E-08 -3,0E-08
0,2311 0,2340 0,2370 0,2400 0,2430	3,088 3,082 3,076	0,0292 0,0297 0,0301 0,0305	10	0,5007 0,4999 0,4991 0,4982 0,4974	8	5,7228 5,7851 5,8473 5,9095	0,8216 0,8368 0,8520 0,8673 0,8826	1.0	5,28E-06 5,51E-06 5,74E-06 5,98E-06	-3,8E-08 -4,0E-08 -4,2E-08 -4,5E-08
0,2460 0,2490 0,2520 0,2550 0,2580	3,070 3,064 3,058 3,052 3,046	0,0310 0,0314 0,0319 0,0323 0,0328	462,560 457,091 451,687 446,348	0,4966 0,4957 0,4949 0,4941 0,4932	1,1076 1,1094 1,1113 1,1132 1,1151	6,0338 6,0959	0,8980 0,9135 0,9290 0,9445 0,9602	0,2263 0,2321 0,2381 0,2441 0,2501	6,50E-06 6,77E-06	-5,0E-08
0,2611 0,2641 0,2672 0,2703 0,2733	3,040 3,034 3,028 3,022 3,016	0,0333 0,0337 0,0342 0,0347 0,0352	435,860	0,4924 0,4916 0,4907 0,4899 0,4891	1,1170 1,1188 1,1207 1,1227 1,1246	6,3444 6,4065 6,4687	0,9758 0,9916 1,0074 1,0233 1,0392	0,2563 0,2625 0,2688 0,2752 0,2817	7,95E-06 8,27E-06	-6,2E-08 -6,6E-08 -6,9E-08 -7,3E-08 -7,7E-08
0,2764 0,2795 0,2826 0,2858 0,2889	3,010 3,004 2,998 2,992 2,986	0,0356 0,0361 0,0366 0,0371 0,0376	410,716 405,866 401,073		1,1265 1,1284 1,1303 1,1323 1,1342		1,0552 1,0713 1,0874 1,1036 1,1199	0,2882 0,2948 0,3015 0,3083 0,3151	9,67E-06 1,01E-05 1,05E-05	-8,1E-08 -8,5E-08 -9,0E-08 -9,5E-08 -1,0E-07
0,2920 0,2952 0,2984 0,3015 0,3047	2,980 2,974 2,968 2,962 2,956	0,0381 0,0386 0,0391 0,0396 0,0401			1,1362 1,1381 1,1401 1,1421 1,1441				1,17E-05	
0,3079 0,3112 0,3144 0,3176 0,3209	2,950 2,944 2,938 2,932 2,926	0,0406 0,0412 0,0417 0,0422 0,0427	369,090 364,736 360,434 356,184 351,984	0,4782	1,1460 1,1480 1,1500 1,1520 1,1541	7,2185 7,2815 7,3446 7,4077 7,4710	1,2188 1,2355 1,2523 1,2692 1,2861	0,3578 0,3651 0,3726 0,3802 0,3878	1,42E-05 1,47E-05 1,53E-05	-1,4E-07 -1,4E-07 -1,5E-07 -1,6E-07
0,3242 0,3274 0,3307 0,3341 0,3374	2,920 2,914 2,908 2,902 2,896	0,0433 0,0438 0,0444 0,0449 0,0455	347,835 343,735 339,684 335,681 331,726	0,4757 0,4749 0,4741 0,4732 0,4724	1,1561 1,1581 1,1601 1,1622 1,1642	7,5343 7,5978 7,6614 7,7251 7,7890	1,3031 1,3202 1,3373 1,3545 1,3718	0,3955 0,4033 0,4112 0,4192 0,4272	1,71E-05 1,77E-05	-1,7E-07 -1,8E-07 -1,9E-07 -2,0E-07 -2,1E-07

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. L_0 ' = $g \cdot T^2/(2\pi)$, $u_1/C = \alpha$

d/L ₀ ' =	= 1.00									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	<u>u₃</u> <u>C</u>
0,0316 0,0342 0,0366 0,0389 0,0411	6,220 6,210 6,200 6,190 6,180	0,0004 0,0004 0,0005 0,0005 0,0005	252715 247711 242806 237998 233285	0,9907 0,9892 0,9877 0,9863 0,9848	1,0094 1,0109 1,0124 1,0139 1,0154	1,5602 1,6831 1,7987 1,9083 2,0130	0,0869 0,0989 0,1109	0,0054 0,0068 0,0083 0,0098 0,0115	2,13E-12 2,53E-12 2,95E-12	-1,7E-16 -2,2E-16 -2,9E-16 -3,6E-16 -4,4E-16
0,0432 0,0453 0,0473 0,0493 0,0512	6,170 6,160 6,150 6,140 6,130	0,0005 0,0006 0,0006 0,0006 0,0007	228666 224138 219700 215350 211086	0,9833 0,9818 0,9804 0,9789 0,9774	1,0170 1,0185 1,0200 1,0216 1,0231	2,2101 2,3036	0,1473 0,1594 0,1717	0,0169	4,42E-12 4,98E-12 5,58E-12	-5,3E-16 -6,4E-16 -7,5E-16 -8,8E-16 -1,0E-15
0,0531 0,0549 0,0567 0,0585 0,0603	6,120 6,110 6,100 6,090 6,080	0,0007 0,0007 0,0007 0,0008 0,0008	206906 202809 198793 194857 190999	0,9759 0,9745 0,9730 0,9715 0,9700	1,0246 1,0262 1,0278 1,0293 1,0309	2,5686 2,6526 2,7348 2,8153 2,8944	0,2209 0,2334 0,2458	0,0300 0,0324	7,65E-12 8,43E-12 9,27E-12 1,02E-11	-1,2E-15 -1,4E-15 -1,6E-15 -1,8E-15 -2,0E-15
0,0620 0,0637 0,0654 0,0671 0,0688	6,070 6,060 6,050 6,040 6,030	0,0008 0,0009 0,0009 0,0009 0,0009	187217 183510 179876 176314 172823	0,9686 0,9671 0,9656 0,9641 0,9627	1,0324 1,0340 1,0356 1,0372 1,0388	3,1237 3,1979 3,2710	0,2708 0,2834 0,2960 0,3086	0,0349 0,0375 0,0401 0,0428 0,0456	1,21E-11 1,32E-11 1,44E-11 1,56E-11	-2,3E-15 -2,6E-15 -2,9E-15 -3,3E-15 -3,7E-15
0,0704 0,0721 0,0737 0,0753 0,0769	6,020 6,010 6,000 5,990 5,980	0,0010 0,0010 0,0010 0,0011 0,0011	169401 166047 162759 159536 156377	0,9612 0,9597 0,9583 0,9568 0,9553	1,0404 1,0420 1,0436 1,0452 1,0468	3,4853 3,5551 3,6243	0,3468 0,3596 0,3724	0,0484 0,0513 0,0543 0,0573 0,0604	1,83E-11 1,97E-11 2,13E-11 2,30E-11	-4,1E-15 -4,6E-15 -5,1E-15 -5,7E-15 -6,3E-15
0,0785 0,0801 0,0817 0,0833 0,0849	5,970 5,960 5,950 5,940 5,930	0,0011 0,0012 0,0012 0,0012 0,0012	153281 150246 147271 144355 141496	0,9538 0,9524 0,9509 0,9494 0,9479	1,0484 1,0500 1,0517 1,0533 1,0549	3,6928 3,7607 3,8280 3,8948 3,9610	0,4242 0,4372	0,0668 0,0701 0,0734 0,0769	3,07E-11 3,29E-11	-6,9E-15 -7,7E-15 -8,5E-15 -9,3E-15 -1,0E-14
0,0864 0,0880 0,0896 0,0911 0,0927	5,920 5,910 5,900 5,890 5,880	the months of the	138694 135948 133256 130618 128031	0,9406	1,0632	4,2859	0,5030	0,0875 0,0911 0,0949	3,78E-11 4,05E-11 4,33E-11 4,63E-11	-1,6E-14
0,0942 0,0958 0,0973 0,0989 0,1004	5,870 5,860 5,850 5,840 5,830	0,0014 0,0015 0,0015 0,0016	125496 123011 120576 118188 115848	0,9376 0,9361 0,9347 0,9332	1,0649 1,0665 1,0682 1,0699 1,0716	4,4764 4,5394 4,6020	0,5296 0,5430 0,5564 0,5699	0,1025 0,1064 0,1103 0,1144	4,94E-11 5,28E-11 5,63E-11 6,01E-11 6,40E-11	-1,8E-14 -1,9E-14 -2,1E-14 -2,3E-14 -2,5E-14
0,1020 0,1035 0,1051 0,1066 0,1082	5,820 5,810 5,800 5,790 5,780	0,0016 0,0016 0,0017 0,0017 0,0017	113554 111306 109102 106942 104824	0,9302	1,0733 1,0750 1,0767 1,0784 1,0801	4,6644 4,7266 4,7885 4,8502 4,9117	0,5969 0,6105	0,1268 0,1311	7,27E-11 7,73E-11	-3,2E-14

Tab. 3.4. (Fortsetzung) Parameter der Wellentheorie dritter Ordnung nach Stokes, in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0 ' und der relativen Wellenhöhe H/d. $L_0'=g\cdot T^2/(2\pi),\ u_1/C=\alpha$

						etma -				
$d/L_0' =$	= 1,00									
$\frac{H}{d}$	kl	α	m	$\frac{d}{L}$	$\frac{C}{C_0}$	$\frac{100\zeta_1}{L}$	$\frac{100\zeta_2}{L}$	$\frac{100\zeta_3}{L}$	$\frac{u_2}{C}$	$\frac{u_3}{C}$
0,1097 0,1114 0,1131 0,1148 0,1165	5,770 5,759 5,748 5,737 5,726	0,0018 0,0018 0,0019 0,0019 0,0020	102748 100513 98326 96186 94093	0,9227 0,9211	1,0818 1,0837 1,0857 1,0876 1,0895	4,9731 5,0404 5,1075 5,1744 5,2411	0,6515 0,6666 0,6818 0,6971 0,7124	0,1398 0,1447 0,1497 0,1547 0,1598	9,95E-11 1,06E-10 1,14E-10	-4,2E-14 -4,5E-14 -5,0E-14 -5,4E-14 -5,9E-14
0,1183 0,1200 0,1217 0,1234 0,1251	5,715 5,704 5,693 5,682 5,671	0,0020 0,0020 0,0021 0,0021 0,0022	92046 90043 88084 86167 84292	0,9162 0,9146 0,9130 0,9114 0,9098	1,0914 1,0934 1,0953 1,0972 1,0992	5,3077 5,3742 5,4406 5,5068 5,5729		0,1650 0,1703 0,1757 0,1811 0,1866	1,47E-10 1,57E-10	-6,5E-14 -7,0E-14 -7,7E-14 -8,4E-14 -9,1E-14
0,1269 0,1286 0,1303 0,1321 0,1338	5,660 5,649 5,638 5,627 5,616	0,0022 0,0023 0,0023 0,0024 0,0024	82458 80664 78909 77192 75512	0,9081 0,9065 0,9049 0,9033 0,9016	1,1012 1,1031 1,1051 1,1071 1,1091	5,6390 5,7049 5,7708 5,8367 5,9025	0,8367 0,8525 0,8683	0,1921 0,1978 0,2035 0,2093 0,2151	2,03E-10 2,16E-10 2,30E-10	-9,9E-14 -1,1E-13 -1,2E-13 -1,3E-13 -1,4E-13
0,1356 0,1373 0,1391 0,1409 0,1426	5,605 5,594 5,583 5,572 5,561	0,0025 0,0025 0,0026 0,0026 0,0027	73869 72262 70690 69152 67647	0,9000 0,8984 0,8968 0,8952 0,8935	1,1111 1,1131 1,1151 1,1171 1,1192	5,9682 6,0339 6,0996 6,1653 6,2310	0,9162 0,9323 0,9485	0,2211 0,2271 0,2332 0,2393 0,2456		-1,5E-13 -1,6E-13 -1,8E-13 -1,9E-13 -2,1E-13
0,1444 0,1462 0,1480 0,1498 0,1516	5,550 5,539 5,528 5,517 5,506	0,0027 0,0028 0,0028 0,0029 0,0029	66175 64735 63327 61949 60601	0,8919 0,8903 0,8887 0,8870 0,8854	1,1212 1,1232 1,1253 1,1273 1,1294	6,2966 6,3623 6,4280 6,4937 6,5594	0,9647 0,9809 0,9972 1,0136 1,0301	0,2519 0,2583 0,2648 0,2713 0,2779	3,32E-10 3,53E-10 3,75E-10 3,98E-10 4,23E-10	-2,2E-13 -2,4E-13 -2,6E-13 -2,9E-13 -3,1E-13
0,1534 0,1552 0,1570 0,1588 0,1607	5,495 5,484 5,473 5,462 5,451	0,0030 0,0030 0,0031 0,0032 0,0032	59282 57993 56731 55496 54289	0,8838 0,8822 0,8806 0,8789 0,8773	1,1315 1,1336 1,1356 1,1377 1,1398	6,6252 6,6910 6,7569 6,8228 6,8888	1,0466 1,0631 1,0797 1,0964 1,1132	0,2846 0,2914 0,2983 0,3052 0,3123	4,49E-10 4,77E-10 5,06E-10 5,37E-10 5,70E-10	-3,3E-13 -3,6E-13 -3,9E-13 -4,2E-13 -4,6E-13
0,1625 0,1644 0,1662 0,1681 0,1699	5,440 5,429 5,418 5,407 5,396		53108 51952 50822 49716 48634		1,1419 1,1441 1,1462 1,1483 1,1505	6,9548 7,0210 7,0872 7,1534 7,2198		0,3485	6,41E-10 6,80E-10 7,20E-10 7,64E-10	-4,9E-13 -5,3E-13 -5,8E-13 -6,2E-13 -6,7E-13
0,1718 0,1737 0,1756 0,1775 0,1794	5,385 5,374 5,363 5,352 5,341	0,0036 0,0036 0,0037 0,0038 0,0038	47576 46541 45528 44538 43569	0,8660 0,8643 0,8627	1,1526 1,1548 1,1569 1,1591 1,1613	7,2863 7,3528 7,4195 7,4862 7,5531		0,3636 0,3713 0,3790	9,63E-10 1,02E-09	-7,2E-13 -7,8E-13 -8,4E-13 -9,1E-13 -9,8E-13
0,1813 0,1833 0,1852 0,1872 0,1891	5,330 5,319 5,308 5,297 5,286	0,0039 0,0040 0,0041 0,0041 0,0042	42621 41693 40786 39899 39031	0,8595 0,8579 0,8562 0,8546 0,8530	1,1635 1,1657 1,1679 1,1701 1,1723	7,6201 7,6873 7,7545 7,8219 7,8894	1,3543	0,4109 0,4190	1,08E-09 1,14E-09 1,21E-09 1,28E-09 1,36E-09	