

Zeitschrift: Veröffentlichungen des Geobotanischen Institutes der Eidg. Tech. Hochschule, Stiftung Rübel, in Zürich

Herausgeber: Geobotanisches Institut, Stiftung Rübel (Zürich)

Band: 101 (1989)

Artikel: Mechanische Belastbarkeit natürlicher Schilfbestände durch Wellen, Wind und Treibzeug = Mechanical impacts on natural reed stands by wind, waves and drift

Autor: Binz-Reist, Hans-Rudolf

Kapitel: Teil II. Die mechanische Beanspruchung des Schilfes : Belastungen

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-308911>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 04.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

3. BELASTUNGEN

3.1. DIE BELASTUNG DURCH DEN WIND

3.1.1. Die Wirkung des Windes

Der Schilfhalm mit seinen Blättern und ggf. seiner Blüte stellt dem wehenden Wind eine beträchtliche Angriffsfläche entgegen. Wohl sind die Blätter dank den langen Blattscheiden sehr beweglich und legen sich "in den Wind" (vgl. Fig. 3.5.), trotzdem besteht eine sehr starke Wechselwirkung zwischen Schilf und Wind. Einerseits übt der Wind auf den Halm eine verhältnismäßig starke Kraft aus (welche nach KLÖTZLI [mdl. Mitt.] bei geschwächten Beständen bereits zum Bruch führen kann). Andererseits wird der Wind durch das Schilf gebremst, denn gemäß dem dritten Newton'schen Prinzip ($\text{actio}=\text{reactio}$) wirkt die obgenannte Kraft mit gleichem Betrag und umgekehrter Richtung auf die strömende Luft. RUDESCU (1965; zit. in RODEWALD-RUDESCU 1974) hat die Veränderung der Windgeschwindigkeiten innerhalb von Schilfbeständen gemessen (Fig. 3.1.). In (vergleichen mit Schweizerseen) relativ lockeren Beständen mit 25 bzw. 50 Halmen/m² und einer Höhe von 3 - 4 m stellte er totale Windstille in Abständen von 10 - 60 m vom Rand fest. Die entsprechenden Windstärken betragen 5 Beaufort ("frische Brise", 8 - 11 m/s; bewegt unbelaubte Äste, kleinere Bäume schwanke) bis 8 ("stürmischer Wind", 17 - 21 m/s; bricht Zweige und Äste ab, starker Widerstand beim Gehen).

Eine exakte Berechnung der zwischen Wind und Schilfhalm wirkenden Kräfte ist wegen der komplizierten, unregelmäßigen Form der Pflanze unmöglich. Da die Luftströmung um den Halm bei den interessierenden Windgeschwindigkeiten stets turbulent ist, kann die Windkraft als Funktion des Staudrucks beschrieben werden, wie dies auch bei der statischen Berechnung von Hochbauten getan wird. Der Staudruck p_{st} ist der, der kinetischen Energie der Luftmassen entsprechende, Druck und damit proportional zum Quadrat der Windgeschwindigkeit u_f . In der einfachsten Form kann die Windkraft direkt proportional zum Staudruck angenommen werden. Der Proportionalitätsfaktor ist der (Luft-) Widerstandsbeiwert c_f (vgl. z.B. SCHLICHTING 1968).

Mit diesem Ansatz kann die pro Längeneinheit auf den Schilfhalm wirkende Kraft folgendermaßen formuliert werden (vgl. Fig. 3.2.):

$$q_l dl = c_l \underbrace{\rho_l / 2 (u_l - x') |u_l - x'|}_{P_{st}} D dl \cos \varphi \quad [\text{N}] \quad (31.1)$$

Darin bedeuten:

- p_{st} ... Staudruck des Windes $[\text{N}/\text{m}^2]$
- q_l ... Windbelastung des Halmes pro Längeneinheit $[\text{N}/\text{m}]$
- dl ... Länge des betrachteten Halmelementes $[\text{m}]$
- c_l ... Widerstandsbeiwert für den Luftdruck auf den Halm $[-]$
- ρ_l ... Dichte der Luft $\approx 1,2 \text{ kg}/\text{m}^3$
- u_l ... Windgeschwindigkeit $[\text{m}/\text{s}]$
- D ... Durchmesser des Halmes $[\text{m}]$
- x ... Waagrechte Lagekoordinate des Halmes $[\text{m}]$
- z ... Senkrechte Lagekoordinate des Halmes $[\text{m}]$
- φ ... Neigungswinkel des Halmelementes $[\text{rad}]$
- x' ... Geschwindigkeit des Halmelementes in x -Richtung $= dx/dt$ $[\text{m}/\text{s}]$

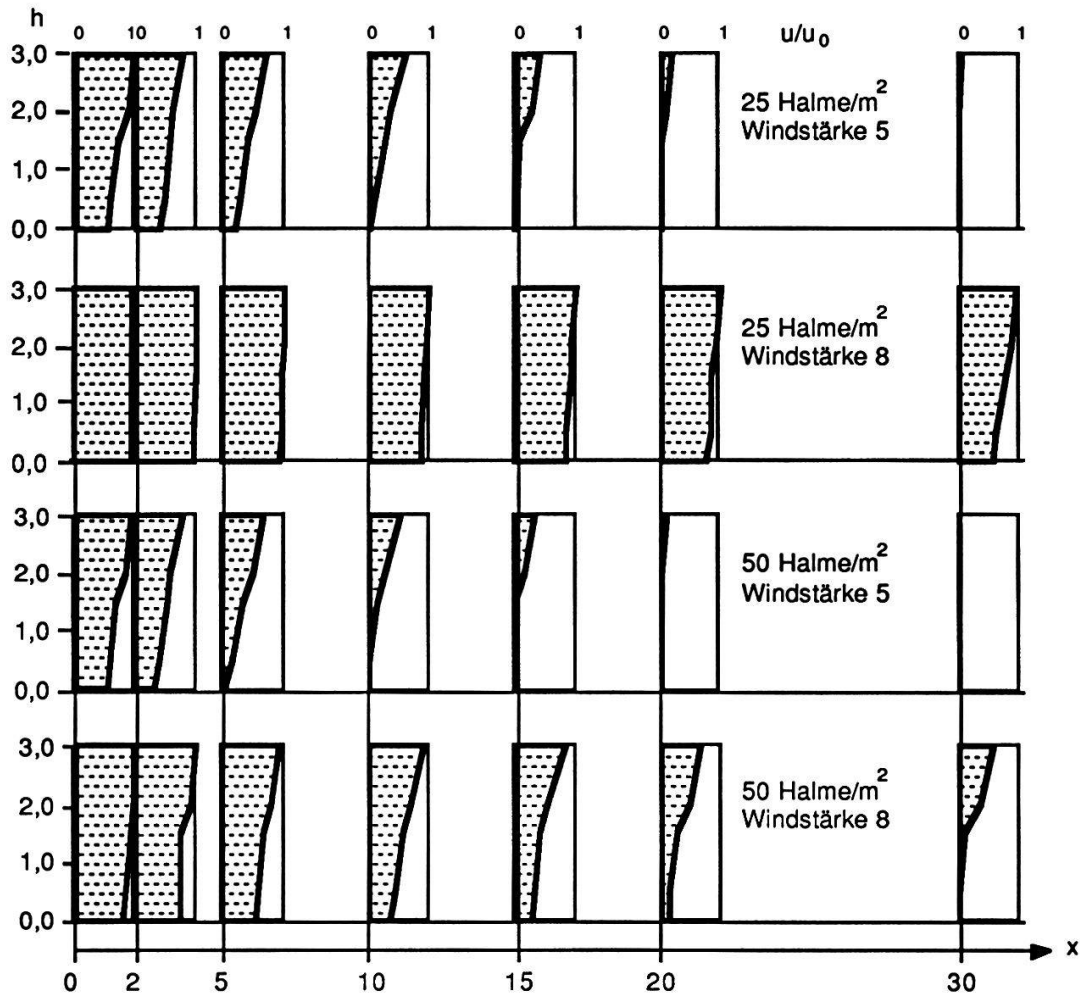


Fig. 3.1. Abnahme der Windgeschwindigkeit in einem Schilfbestand nach Werten von RUCESCU (1965). Dargestellt ist die relative lokale Windgeschwindigkeit bezogen auf die Windgeschwindigkeit u_0 außerhalb des Bestandes. x ist die Entfernung $[\text{m}]$ vom Bestandesrand, h die Höhe über dem Wasserspiegel.

Der Halm wird also einer verteilten Belastung von

$$q_l = c_l \rho_l / 2 (u_l - x') |u_l - x'| D \cos \varphi \quad [\text{N/m}] \quad (31.2)$$

unterworfen. Zu den Ausdrücken auf der rechten Seite dieser Gleichung ist folgendes zu bemerken:

- Die Windgeschwindigkeit muß als unabhängige Variable frei gewählt werden.
- Die waagrechte Geschwindigkeit x' des Halmelementes sowie dessen Neigungswinkel φ werden von dem in Kapitel 4 näher beschriebenen mathematischen Modell laufend berechnet.
- Die Dichte ρ_l der Luft ist zwar temperatur- und druckabhängig, wird aber durch den oben angegebenen Wert von $1,2 \text{ kg/m}^3$ für unsere Zwecke genügend genau angenähert.
- Der Luftwiderstandsbeiwert c_l kann nur experimentell bestimmt werden und ist im allgemeinen nicht konstant, sondern abhängig von der Reynolds'schen Zahl Re (= Verhältnis zwischen Trägheits- und Zähigkeitskräften, vgl. Fig. 3.3.):

$$Re = u_l \lambda / \nu \quad [-] \quad (31.3)$$

Re ... Reynoldssche Zahl [-]

λ ... charakteristische Länge (z.B. Halmdurchmesser) [m]

ν ... kinematische Zähigkeit der Luft [m^2/s]

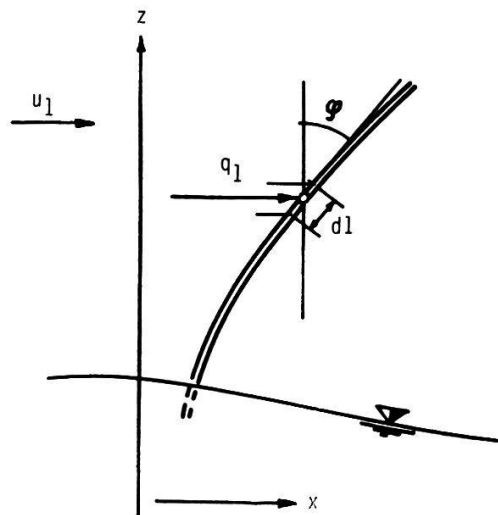


Fig. 3.2. Definitionsskizze für die Größen der Gleichung (31.1).

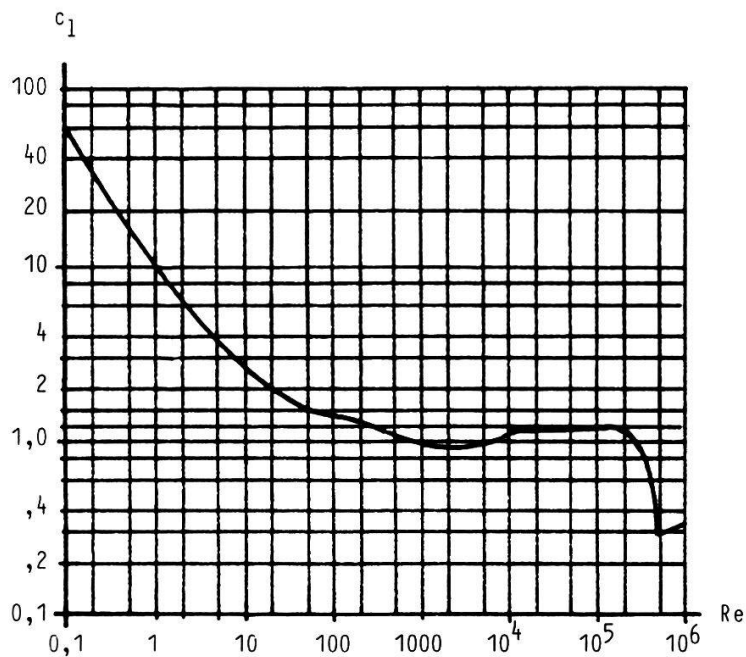


Fig. 3.3. Widerstandsbeiwert c_l (Luft) = c_w (Wasser) eines stationär umströmten Kreiszylinders in Abhängigkeit von der Reynolds'schen Zahl (aus BURKHARDT 1967).

Wie aus der obigen Formel ersichtlich, ist die Reynolds'sche Zahl keine fest definierte Größe, sondern abhängig von der Wahl der "charakteristischen Länge" (und natürlich von der Windgeschwindigkeit und der Zähigkeit der Luft). Die Zähigkeit der Luft ist temperaturabhängig und schwankt bei den hier in Betracht kommenden Lufttemperaturen zwischen etwa 0,15 und 0,20 cm²/s (DRACOS 1973). In Fig. 3.3. ist der Widerstandskoeffizient c_l als Funktion der Reynolds'schen Zahl für einen umströmten Zylinder dargestellt, der näherungsweise mit einem Schilfhalm verglichen werden kann. Danach variiert der Wert c_l für einen Bereich von $Re = 5 \cdot 10^2$ bis $2 \cdot 10^5$ nur ganz allmählich (zwischen 0,9 und 1,2). Welchen Windgeschwindigkeiten entspricht dieser Bereich etwa? Um diese Frage zu beantworten lösen wir (31.3) nach u_l auf und erhalten

$$u_l = Re \cdot \nu / \lambda . \quad (31.4)$$

In den der Fig. 3.1.1.3. zugrunde liegenden Experimenten wurde als charakteristische Länge λ der Durchmesser des Zylinders eingesetzt. Für einen angenommenen Halmdurchmesser von 0,5 bis 1 cm wird somit (alle Längen auf m umgerechnet):

$$\begin{aligned} u_l &= (5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^5) \cdot 0,15 \cdot 10^{-4} / 0,005 \\ &= 1,5 \div 600 \text{ m/s} \end{aligned}$$

bzw.
$$u_l = (5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^5) \cdot 0,15 \cdot 10^{-4} / 0,01$$
$$= 0,75 \div 300 \text{ m/s} .$$

Wenn auch der stationär umströmte Zylinder und der dem Wind ausgesetzte Schilfhalm nur sehr bedingt vergleichbar sind, so kann aus den obigen Werten doch der Schluß gezogen werden, daß die Reynolds'sche Zahl bei den in der Natur vorkommenden Windgeschwindigkeiten näherungsweise als konstant angenommen werden könnte. In der Natur kommen zwar auch niedrigere Windgeschwindigkeiten bis zur völligen Windstille vor: Die Belastung des Halmes ist dann aber so klein, daß sie für die Halmschädigung keine Rolle spielt. Trotzdem müssen bei der experimentellen Bestimmung des c_l -Wertes von Schilfhalmen mehrere Windgeschwindigkeiten berücksichtigt werden, weil der Halm bei zunehmender Belastung seine Form ändert (Biegung des Stengels, Drehen der Blätter in die Windrichtung). Durch die Biegung wird die Windkraft in zwei Komponenten aufgeteilt, nämlich in eine senkrecht zur Halmachse und eine parallel zur Halmachse. Die Komponente senkrecht zum Halm gehorcht ungefähr der in (31.1) formulierten Beziehung. Dagegen gilt dies nicht für die Komponente längs des Halmes, denn diese äußert sich einerseits als Reibung, andererseits als Widerstand der Blätter gegen die dem Halm entlang streichenden Luftteilchen (Wirbelbildung). Da der zweitgenannte Anteil überwiegt, ist auch hier eine Abhängigkeit vom Quadrat der Windgeschwindigkeit anzunehmen, jedoch mit einem anderen und kaum bestimmbareren Widerstandsbeiwert. Daher erschien es ratsam, für die Berechnungen auf eine Unterteilung der Windkraft in die zwei Komponenten zu verzichten. All die obgenannten Einflüsse faßten wir zusammen in einem globalen, für mehrere Windgeschwindigkeiten experimentell bestimmten Luftwiderstandsbeiwert c_p , der das Verhältnis zwischen dem Staudruck des Windes und der gemessenen (lokalen) Gesamtkraft auf den Halm bezeichnet.

3.1.2. Die Versuche im Windkanal

In der Gleichung (31.2) sind alle vorkommenden Größen außer c_l entweder vorgegeben (Windgeschwindigkeit u_l , Halmdurchmesser D), bekannt (Dichte der Luft ρ_l) oder aus den Lagekoordinaten ableitbar (lokale Geschwindigkeit x' und lokale Neigung φ des Halmes). Im Luftwiderstandsbeiwert c_l sind gleichsam alle Unsicherheiten und mangelnden Kenntnisse bezüglich des Wechselspiels zwischen Halm und Wind enthalten. Um auf experimentellem Weg Anhalts-

punkte über die Größenordnung zu bekommen, wurden im Windkanal des Instituts für Aerodynamik an der ETH einige Messungen durchgeführt.

3.1.2.1. Material und Methoden

Versuchsordnung. Es wurden zwei Versuchsreihen durchgeführt, eine am 11. 10. 1979 mit Halmen aus dem Versuchsfeld Altenrhein, Fläche G (vgl. Kap. III 3.4), und die zweite am 17. 10. 1979 mit Halmen aus dem Klotener Ried (Rand der Verpflanzungsfläche, s. KLÖTZLI 1975, 1976).

Aus der Fläche G entnahmen wir je drei "große" und drei "kleine" Halme. Die "großen" waren rund 170 cm lang (inklusive Rispe), die "kleinen" (welche keine Rispe trugen) dagegen nur rund 110 cm. Aus dem Klotener Ried wurden nur blühende Individuen von 160 - 180 cm Länge entnommen.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 3.4. dargestellt. Die zu untersuchenden Halme wurden auf einer in den Boden des Windkanals eingelassenen Platte aufrecht stehend fixiert. Diese Platte überträgt die auf sie einwirkenden Kräfte auf ein Kraftmeßgerät, welches seinerseits an einen Plotter angeschlossen ist. Dieser stellt die Kraft wahlweise in Funktion der Zeit oder der Windgeschwindigkeit dar. Diese ist stufenlos regulierbar. In unseren Versuchen wurde sie jeweils um

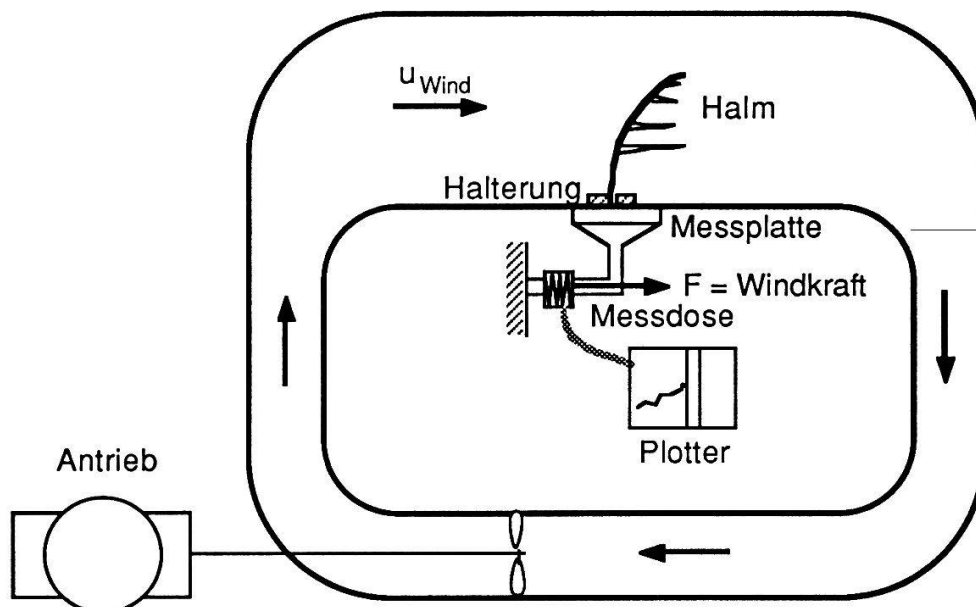


Fig. 3.4. Messung der Windkraft auf das Schilf im Windkanal. Schematische Darstellung der Versuchsanordnung (Windkanal am Aerodynamischen Institut der ETH).

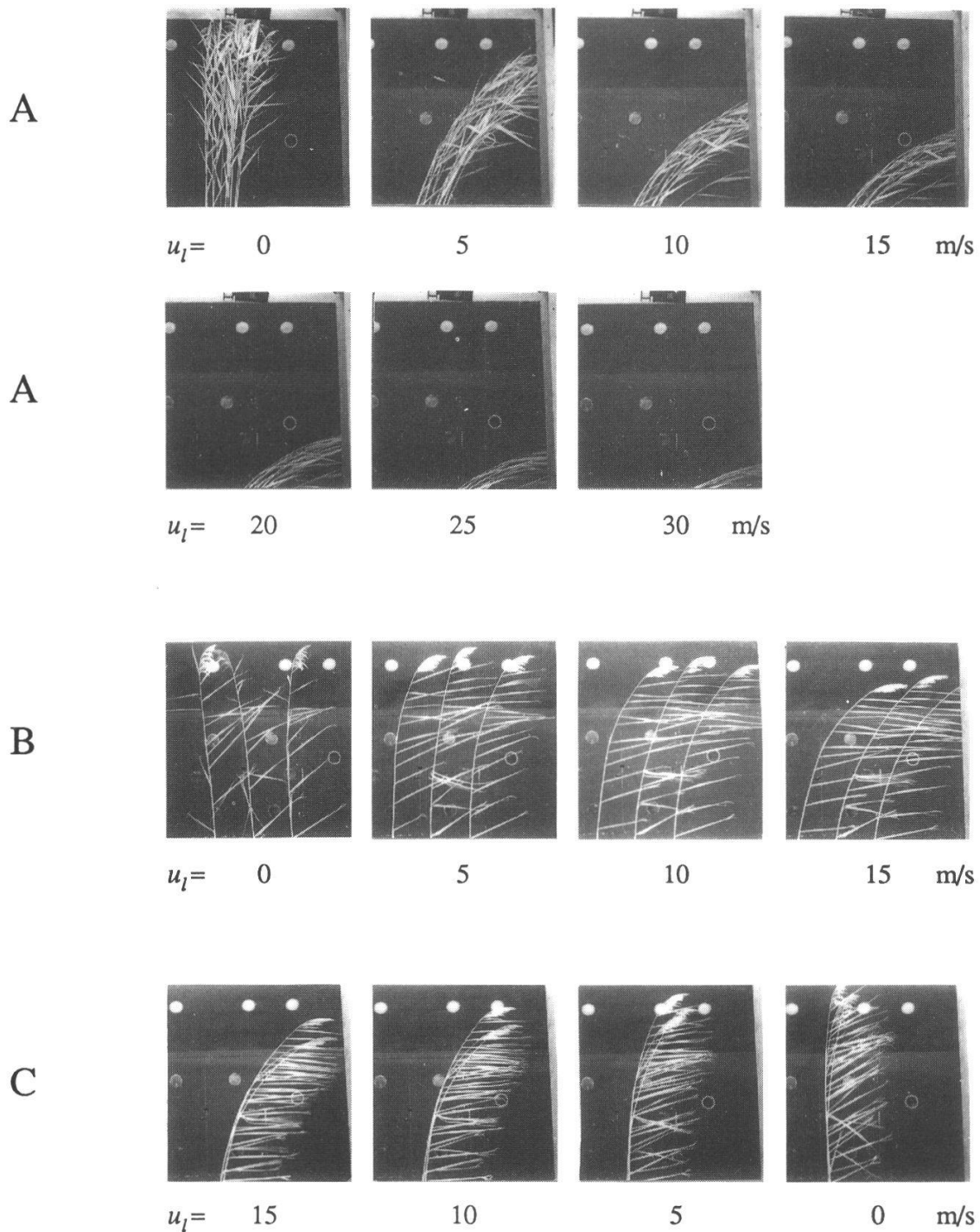


Fig. 3.5. Windkanalversuche mit Schilf.

- A. 10 Halme im Verband, Windgeschwindigkeit zunehmend
- B. 3 Halme hintereinander, Windgeschwindigkeit zunehmend
- C. 3 Halme nebeneinander, Windgeschwindigkeit abnehmend. Man beachte, wie die Blätter auch bei Windstille ($u_l = 0$) immer noch in die Windrichtung gedreht sind.

5 m/s allmählich verändert und dann eine gewisse Zeit stationär gelassen, während welcher die Situation fotografiert wurde (Fig. 3.5.). Aus diesen Bildern ließ sich der Neigungswinkel φ an jeder Stelle des Halmes herausmessen.

Auf diese Weise sind in der über die ganze Halmlänge integrierten Gleichung (31.1) alle Größen außer c_l bekannt, somit läßt sich der Widerstandkoeffizient ausrechnen.

In der ersten Versuchsserie war ursprünglich vorgesehen, je einen Verband von drei "großen" und drei "kleinen" Halmen zu testen. Dazu verfertigte die Werkstätte der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH (VAW) die in Fig. 3.6. skizzierte Halterung. Darin konnten im Abstand von je 25 cm drei Schilfhalmte fixiert werden. Die Differenz zwischen Halmdurchmesser und Innendurchmesser der PVC-Röhrchen wurde durch Umwickeln der Halme mit Isolierband ausgeglichen. Dies hat den Nachteil, daß die Einspann-

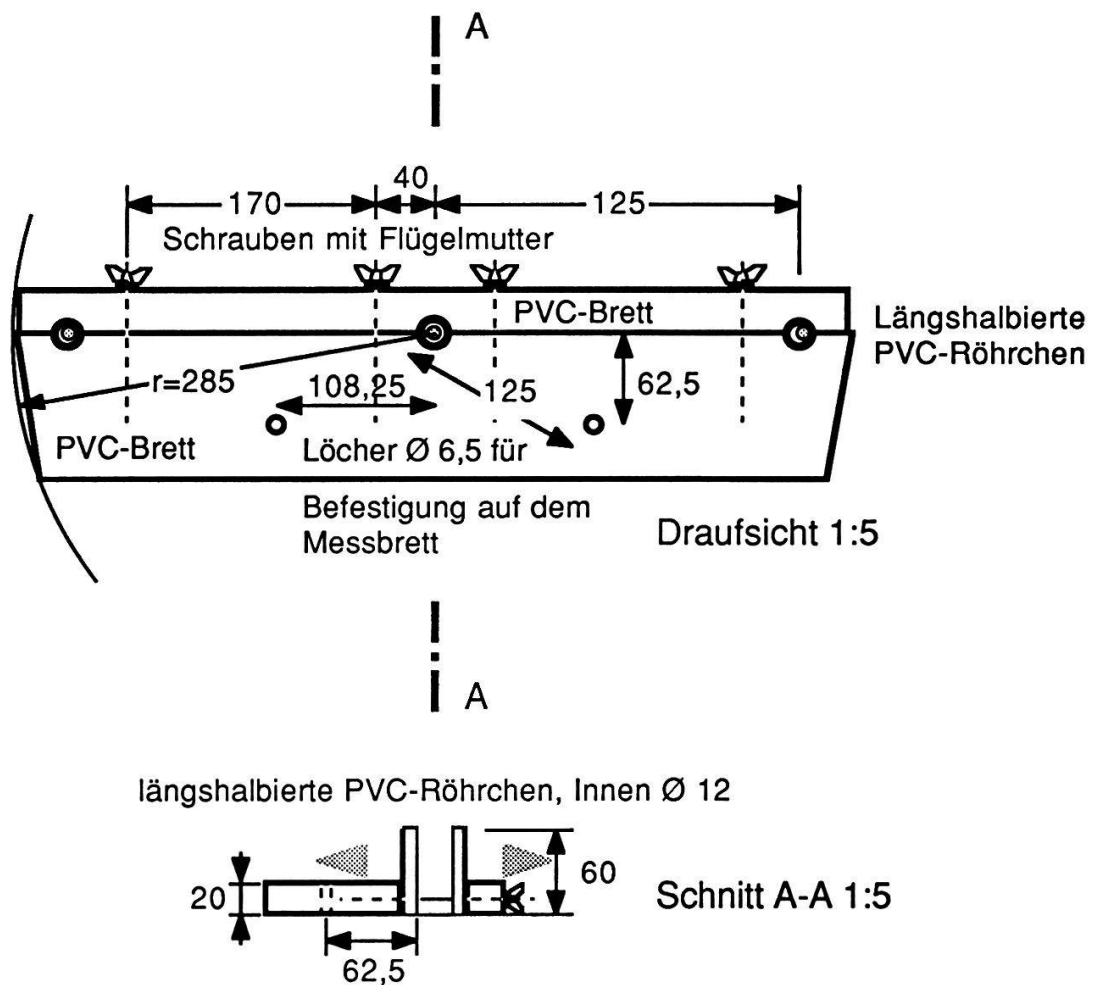


Fig. 3.6. Halterung für drei Schilfhalmte im Windkanal.

verhältnisse nicht mehr eindeutig sind (elastische Einspannung). Dafür vermindert die Polsterung den Querdruck auf den Halm an der Einspannstelle, was die Gefahr eines frühzeitigen Halmbruches reduziert. (Ähnliche Probleme stellten die Steifigkeitsmessungen, die andere Zielsetzung führte dort jedoch zu anderen Lösungen [s. Kap. III 3.1 und III 4.3].) Die Halterung konnte auf die Meßplatte im Windkanal geschraubt werden. Weil sie in den Luftstrom hineinragte (die Oberfläche der Meßplatte verläuft bodeneben), mußte der so verursachte Luftwiderstand in Funktion der Windgeschwindigkeit mit einem Vorversuch ohne Halme gemessen werden. Von den Meßwerten der eigentlichen Versuche konnte dann der auf die Halterung fallende Anteil an der Gesamtkraft subtrahiert werden.

Da die Meßplatte drehbar ist, war es möglich, die drei Halme sowohl neben-, als auch hintereinander dem Luftstrom auszusetzen und den entsprechenden Luftwiderstand zu messen.

Zuerst prüften wir die drei "großen" Halme. Diese stellten wir erst nebeneinander und unterwarfen sie in der weiter oben erwähnten Weise Windgeschwindigkeiten von 0 - 15 m/s (der letzte Wert entsprechend Windstärke 7, "steifer Wind", wobei stärkere Bäume schwanken, Hemmung beim Gehen). Dann stellten wir sie hintereinander und belasteten sie in derselben Weise. Anschließend setzten wir sie während gut zwei Minuten einer Windgeschwindigkeit von 10 m/s (Windstärke 5, "frische Brise", bewegt unbelaubte, größere Äste, kleinere Bäume schwanken). Dabei nahm die Kraft in den ersten 50 s um etwa 2% ab und blieb danach konstant; das bedeutet, daß die Belastungsdauer in unserem Fall keine Rolle spielt. In der Natur treten ja die hohen Windgeschwindigkeiten (Böen) auch nicht minutenlang ununterbrochen auf. Nach dieser Messung steigerten wir die Geschwindigkeit so weit, bis alle drei Halme gebrochen waren: Dies war der Fall bei 17,2 m/s, 22,7 m/s bzw. 27,3 m/s, was einem Windstärkenbereich von etwa 7/8 ("steifer Wind" bis "stürmischer Wind", bricht Zweige und Äste ab) bis 10 ("schwerer Sturm", Bäume werden umgebrochen, bedeutende Gebäudeschäden).

Die drei "kleinen" Halme brachen schon in einem ersten Vorlauf, so daß sie nicht mehr untersucht werden konnten. Da kleine Halme so rasch brechen, ist es schwierig, gute Meßresultate zu kriegen, und wir beschlossen deshalb, auf weitere Versuche mit solchen Halmen zu verzichten, umso eher, als man annehmen darf, daß sich die kleinen Halme ähnlich wie die oberen Partien der großen verhalten.

Mit der zweiten Serie (Halme aus dem Klotener Ried) wollten wir einerseits einen etwas größeren Verband von 10 Halmen und ergänzende Versuche mit Ein-

zelhalmen durchführen. Die Anordnung des Zehnerverbandes zeigt die Skizze der entsprechenden Halterung, ebenfalls von der Werkstätte der VAW hergestellt (Fig. 3.7.). Aus den Erfahrungen mit der ersten Halterung gelangten wir zum Schluß, daß auf die Röhrchen verzichtet werden kann, wenn man das Grundbrett etwas dicker (ungefähr 4,5 cm) nimmt und die Löcher bis auf 5 mm durch bohrt. Diese Vereinfachung hat sich sehr gut bewährt.

Den Zehnerverband unterwarfen wir über Stufen von jeweils 5 m/s einer Windgeschwindigkeit bis 30 m/s (Stärke 11, "orkanartiger Sturm", schwere Schäden verbreitet). Rund die Hälfte der Halme wurde dabei geknickt, was sich in einem ruckartigen, leichten Abnehmen der Totalkraft äußerte.

Die Versuche mit den Einzelhalmen dienten mehr zu qualitativen Beobachtungen. Ein Halm wurde zweimal, zuerst mit, dann ohne Blätter untersucht.

Auf weitere Versuche mußten wir leider verzichten, denn kleine, von den Pflanzen losgerissene Teilchen führten allmählich zu einer untragbaren Luftverschmutzung im Windkanal, was insbesondere für die in jener Zeit ebenfalls im Windkanal untersuchten Skifahrer äußerst unangenehm geworden wäre.

Auswertung. Die über die ganze Halmlänge integrierte Gleichung (31.1) ergibt auf der linken Seite die totale Windkraft

$$F_{Wind} = \int_{Halm} q_l dl = c_l \rho_l / 2 \int_{Halm} (u_l - x') |u_l - x'| D \cos \varphi dl \quad (31.5)$$

Wie bereits oben erwähnt, wurde die Windgeschwindigkeit um jeweils 5 m/s verändert und dann eine gewisse Zeit konstant gelassen, bis sich ein stationärer Zustand einstellte. Der Halm bewegte sich dann nicht mehr, was bedeutet, daß in (31.5) der Ausdruck x' (= lokale Geschwindigkeit des betrachteten Halmstücks) verschwindet, d.h. es wird

$$(u_l - x') |u_l - x'| = u_l^2 \quad (31.6)$$

(u_l ist konstant und somit immer positiv). Gleichung (31.5) kann damit in folgender einfacherer Form angeschrieben und nach c_l aufgelöst werden:

$$F_{Wind} = c_l \rho_l / 2 \int_{Halm} u_l^2 D \cos \varphi dl \quad (31.7)$$

$$c_l = \frac{F_{Wind}}{u_l^2 \rho_l / 2 \int_{Halm} D \cos \varphi dl} \quad (31.8)$$

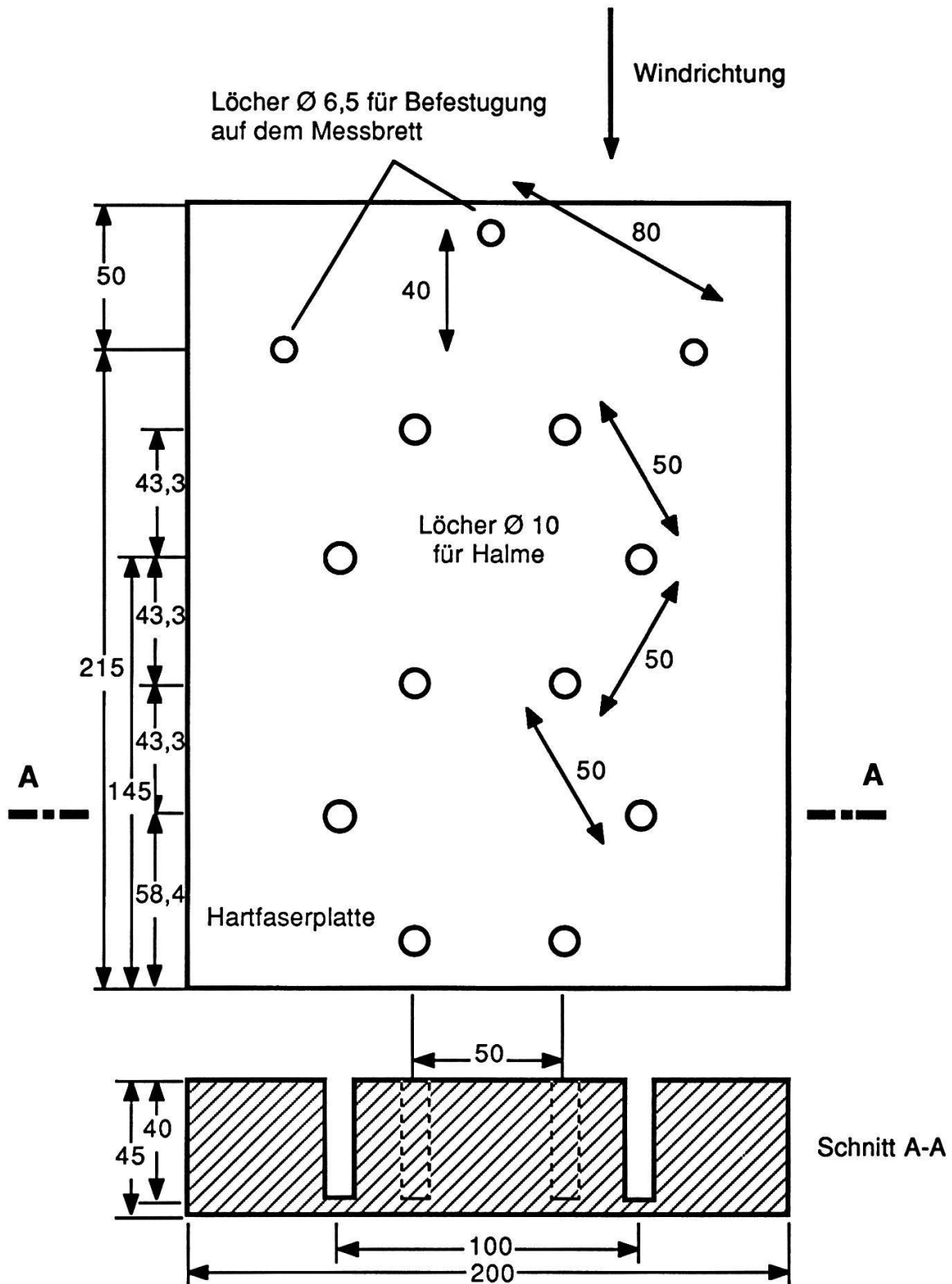


Fig. 3.7. Halterung für einen Zehnerverband von Schilfhalmen im Windkanal.

Mit dieser Gleichung wurden die c_l -Werte für die verschiedenen Fälle gerechnet. F_{Wind} und u_l waren unmittelbar dem vom Meßgerät erzeugten Plot zu entnehmen (wobei, wie gesagt, von der gemessenen Gesamtkraft noch der auf die Halterung entfallende Anteil zu subtrahieren war). Die Dichte ρ_l der Luft ist eine Funktion der herrschenden Temperatur und des Luftdruckes und betrug am 11. 10. (Versuche mit den Altenrheiner Halmen) $1,115 \text{ kg/m}^3$, am 17. 10. (Versuche mit den Klotener Halmen) $1,144 \text{ kg/m}^3$. Das Integral von $(D \cos \varphi dl)$ mußte numerisch bestimmt werden. Dazu bestimmten wir bei den Halmen im Abstand von je 10 cm den Durchmesser. Die Neigungswinkel φ entnahmen wir den Fotografien (Fig. 3.5.), dies in Abständen von 20 cm (auf dem Halm). Unter Beachtung der Tatsache, daß auf den Bildern die untersten 40 cm der Halme nicht sichtbar sind, ließen sich so jedem Halmabschnitt Neigungswinkel und Durchmesser zuordnen, die Summe der entsprechenden Produkte für den ganzen Halm lieferte das gesuchte Integral. Ein genaueres Integrationsverfahren war in diesem Falle angesichts der verschiedenen Meßgenauigkeiten nicht angebracht (z.B. nimmt der Halmdurchmesser ja nicht einfach stetig von unten nach oben ab; bei den Verbänden war nicht jedes Individuum genau gleich gekrümmt).

Im Kapitel 3.1.1. wurde darauf hingewiesen, daß sich die resultierende Gesamtkraft des Windes aus einer Komponente senkrecht und einer Komponente parallel zur (lokalen) Halmachse zusammensetzt. Man kann sich fragen, ob nicht eventuell die parallele Komponente (Reibung) vernachlässigbar wäre. In diesem Fall müßte im Ansatz (31.2) nur die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Halm berücksichtigt werden, also $(u_l - x') \cos \varphi$, die auf den Halm wirkende, verteilte Belastung wird dann

$$q_l^{\dagger} = c_l^{\dagger} \rho_l / 2 (u_l - x') \cos \varphi |u_l - x'| \cos \varphi D . \quad (31.9)$$

Es ist zu beachten, daß die Meßeinrichtung des Windkanals nur horizontale Kräfte mißt. Für die Berechnung von c_l darf deshalb nur die horizontale Komponente $q_l^{\dagger\dagger}$ der verteilten Kraft von (31.9) berücksichtigt werden:

$$q_l^{\dagger\dagger} = q_l^{\dagger} \cos \varphi = c_l^{\dagger} \rho_l / 2 (u_l - x') |u_l - x'| D \cos^3 \varphi . \quad (31.10)$$

Mit denselben Umformungen wie für die Berechnung von c_l erhalten wir

$$c_l^{\dagger} = \frac{F_{Wind}}{u_l^2 \rho_l / 2 \int_{Halm} D \cos^3 \varphi dl} . \quad (31.11)$$

Die Windkanalversuche wurden sowohl nach (31.8), als auch nach (31.11) ausgewertet.

3.1.2.2. Resultate und Diskussion

Die aus den Windkanalversuchen ermittelten Luftwiderstandsbeiwerte sind in der Tabelle 3.1. zusammengestellt und in den Fig. 3.8. (Einzelhalme) und 3.10. (3 bzw. 10 Halme) als Funktion der Windgeschwindigkeit graphisch dargestellt. Die ausgezogenen Linien beziehen sich jeweils auf die nach (31.8) berechneten c_l -Werte, die gestrichelten auf die nach der Gleichung (31.11) bestimmten c_l^\dagger -Werte. Fig. 3.10. zeigt in der gleichen Figur die Werte für den Verband von zehn Halmen, die drei Halme hintereinander und den Mittelwert von den fünf Einzelhalmen, wobei für diesen letzten Wert Einzelhalm Nr. 4 nur bis zu einer Windgeschwindigkeit von $u_l = 5$ m/s, Einzelhalm Nr. 1 nur bis $u_l = 15$ m/s berücksichtigt werden konnten, da sie bei den höheren Windgeschwindigkeiten geknickt waren. Man sieht in Fig. 3.10., daß die nach (31.8) berechneten c_l -Werte bei allen Windgeschwindigkeiten recht nahe beieinander liegen und die Kurven einen sehr ähnlichen Verlauf zeigen. Da dies für die c_l^\dagger -Werte nach (31.11) nicht der Fall ist, nehmen wir an, daß die Berechnung mit (31.8) den Sachverhalt besser wiedergibt. Allen folgenden Überlegungen und Berechnungen werden deshalb die Widerstandsbeiwerte c_l nach (31.8) zu Grunde gelegt. Die vom Wind auf das Schilf ausgeübte Belastung wird entsprechend mit (31.2) berechnet.

Beim Betrachten der Kurven fällt die starke Abnahme des Widerstandsbeiwertes c_l zwischen den Windgeschwindigkeiten $u_l = 5$ und 10 m/s auf. Dies ist lediglich beim Einzelhalm Nr. 4 auf das Knicken zurückzuführen. Obwohl die Werte für $u_l = 5$ m/s verhältnismäßig ungenau sind (die Windkraft wird ermittelt als die vergleichsweise kleine Differenz zwischen der Totalkraft und der Kraft auf das Gestell), kann diese Abnahme nicht zufällig sein, da sie bei allen Versuchen auftritt. Es handelt sich hierbei um eine Reaktion des Halmes, der die Belastung minimiert, indem er bei zunehmender Windstärke sozusagen seinen c_l -Wert verringert. Wie dies geschieht, zeigt Fig. 3.5., besonders gut der Fall mit den 10 Halmen im Verband: Einerseits drehen sich die Blätter in die Windrichtung, andererseits verringert sich die Angriffsfläche auf den Stengel infolge der Biegung. Daß der Einfluß der Blattstellung der maßgebende ist, folgt aus den c_l -Werten für den Einzelhalm Nr. 5 (Fig. 3.8.): Dieser wurde sowohl mit, als auch ohne Blätter untersucht. Bei $u_l = 5$ m/s ist der c_l -Wert für den Halm mit Blättern rund doppelt so groß, wie für den blattlosen Halm, bei $u_l = 15$ m/s beträgt der Unterschied bloß noch rund ein Drittel. Bei den drei Halmen nebeneinander ist der Abfall des c_l -Wertes bei den niedrigeren Windgeschwindigkeiten bedeutend weniger ausgeprägt (Fig. 3.9.), weil diese Reihe mit abnehmender Windgeschwindigkeit gemessen wurde: Die Blätter, die sich bei der höheren Geschwindigkeit

in die Windrichtung gedreht hatten, verharrten in dieser Stellung auch noch einige Zeit nach dem Aufhören des Windes (Fig. 3.5. C). Die Ursache dafür ist die im Vergleich mit der Rückstellkraft große Reibung der Blattscheiden am Stengel. Nicht ganz sicher erklären läßt sich der hohe c_f -Wert von 1,44 bei $u_f = 15$ m/s bei der gleichen Anordnung, dieser wird in keinem der anderen Fälle erreicht. Immerhin ist zu bedenken, daß die Aufstellung von drei Halmen nebeneinander die größte Krafteinwirkung erwarten läßt, da die drei Halme voll dem Wind ausgesetzt sind. Dagegen stehen beim Verband von 10 Halmen und bei drei Halmen hintereinander einzelne Individuen im Windschatten der anderen. Zwar sind die drei Halme mit 25 cm Abstand ziemlich weit voneinander entfernt, so daß bei der Betrachtung der Stengel allein keine gegenseitige Beeinflussung und mithin etwa gleichgroße Widerstandsbeiwerte wie bei den Einzelhalmen zu erwarten wären; offensichtlich erstreckt sich aber der Einfluß der Blätter über einen bedeutend größeren Bereich als jener der Stengel.

Es ist klar, daß mit den vorliegenden Untersuchungen der unmittelbare Einfluß des Windes auf das Schilf noch lange nicht vollständig erfaßt ist. Dazu wäre einerseits eine viel größere Anzahl von Messungen notwendig (Statistik), andererseits ist es unbekannt, ob das Schilf der zwei Wuchsorte Klotener Ried und Altenrhein auch für die übrigen schweizerischen Schilfbestände repräsentativ ist. Der Platz im Rahmen der vorliegenden Arbeit ließ jedoch eine weitergehende Behandlung dieses Problems nicht zu.

Tab. 3.1. Luftwiderstandsbeiwerte c_l der untersuchten Schilfhalmes bzw. Verbände von Halmen. Bei allen Anordnungen, außer bei den drei Halmen nebeneinander, erfolgte die Messung bei zunehmender Windgeschwindigkeit.

Die eingeklammerten Zahlen sind die mit Gl. (31.11) berechneten c_l^* -Werte.

Die mit * gekennzeichneten Werte wurden bei der Berechnung der Mittelwerte nicht berücksichtigt.

u_l [m/s]	5	10	15	20	25	30
Einzelhalm Nr. 1	2,63 (3,86)	1,42 (3,02)	0,90 (2,32)	0,60 (1,60) *		
Einzelhalm Nr. 2	1,89 (2,40)	1,28 (2,39)	0,94 (2,39)	0,79 (2,27)		
Einzelhalm Nr. 3	1,32 (1,67)	0,91 (1,79)	0,77 (2,32)	0,63 (1,67)		
Einzelhalm Nr. 4	2,67 (4,86)	0,88 (1,81) *	0,39 (0,85) *	0,41 (1,13) *		
Einzelhalm Nr. 5	1,86 (2,15)	1,27 (2,08)	0,92 (2,02)	0,77 (1,83)		
Einzelhalm Nr. 5 ohne Blätter	0,84 (0,89) *	0,82 (1,15) *	0,64 (1,18) *	0,53 (1,11) *		
Mittelwert der 5 Einzelhalme	2,07 (2,99)	1,22 (2,32)	0,88 (2,26)	0,73 (1,92)		
10 Halme	2,45 (3,06)	1,43 (2,09)	1,08 (1,83)	0,92 (1,66)	0,90 (1,84)	0,83 (1,86)
3 Halme hinter- einander	2,17 (2,35)	1,36 (1,52)	1,07 (1,26)			
3 Halme neben- einander	1,82 (2,00)	1,47 (1,75)	1,44 (1,80)			

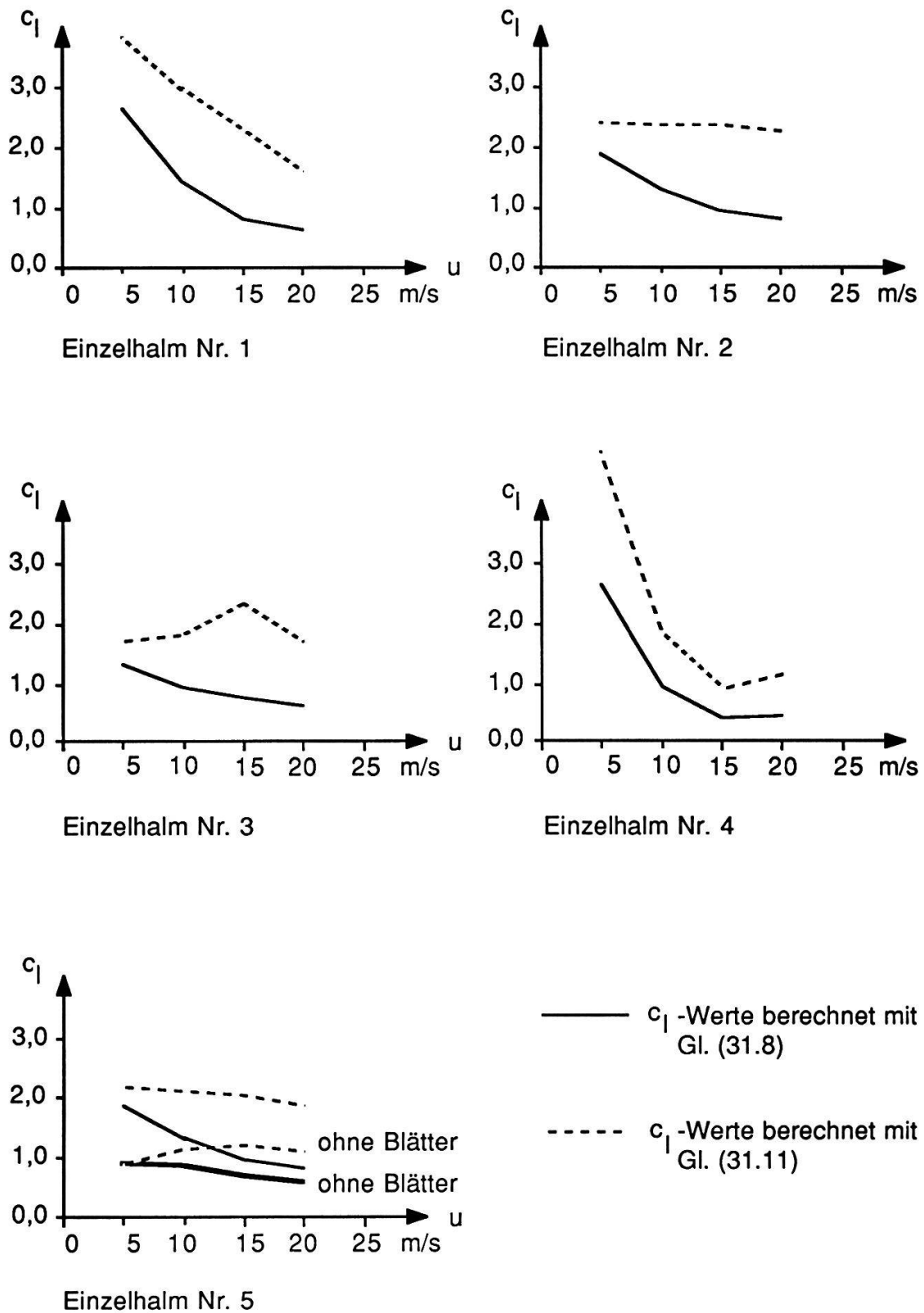


Fig. 3.8. Luftwiderstandsbeiwerte c_l in Funktion der Windgeschwindigkeit, bestimmt aus den Windkanalversuchen vom 17. 10. 79.

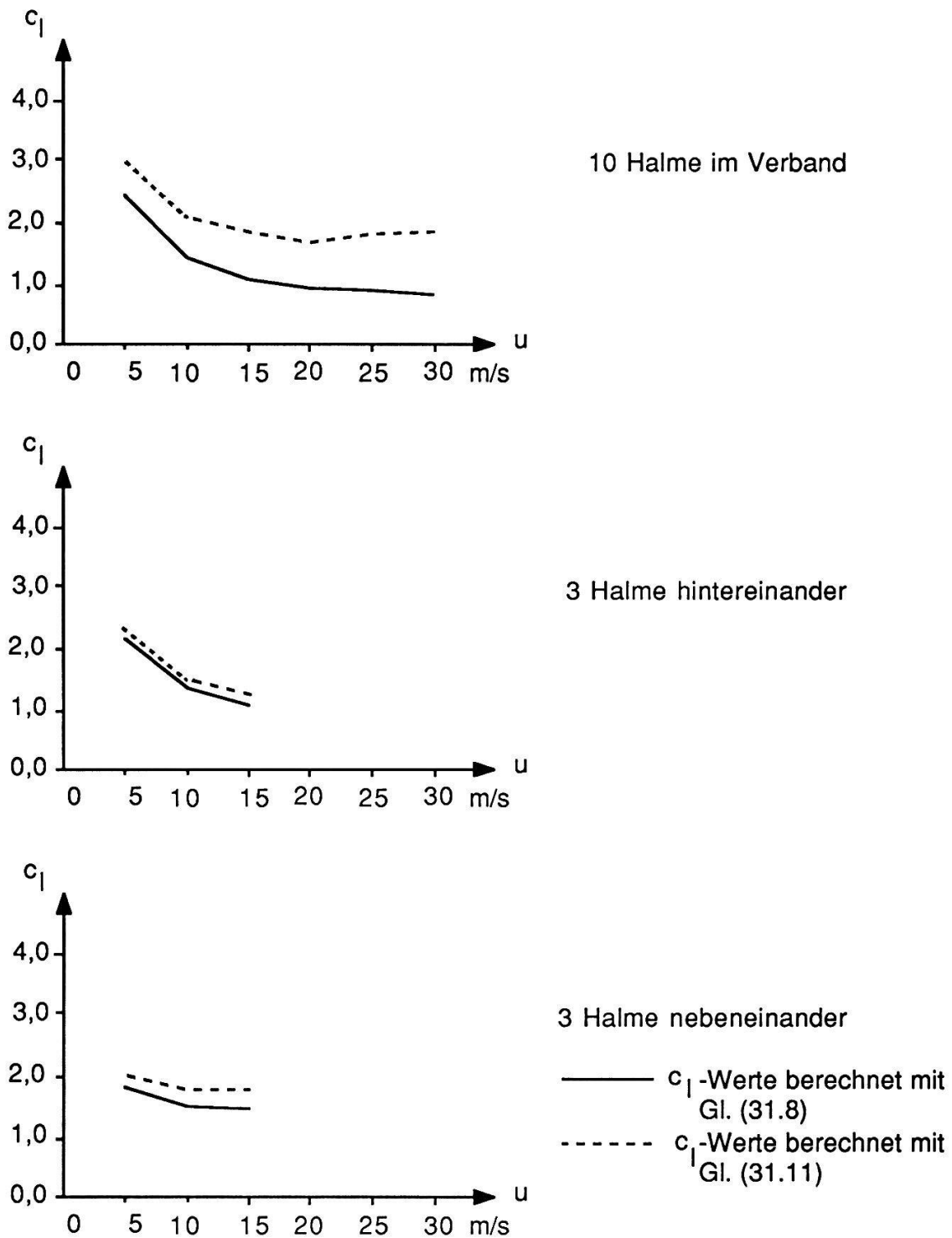


Fig. 3.9. Luftwiderstandsbeiwerte c_l in Funktion der Windgeschwindigkeit für einen Verband von 10 bzw. 3 Schilfhalmen (vgl. Fig. 3.5), bestimmt aus den Windkanalversuchen vom 17. 10. bzw. 11.10. 79.

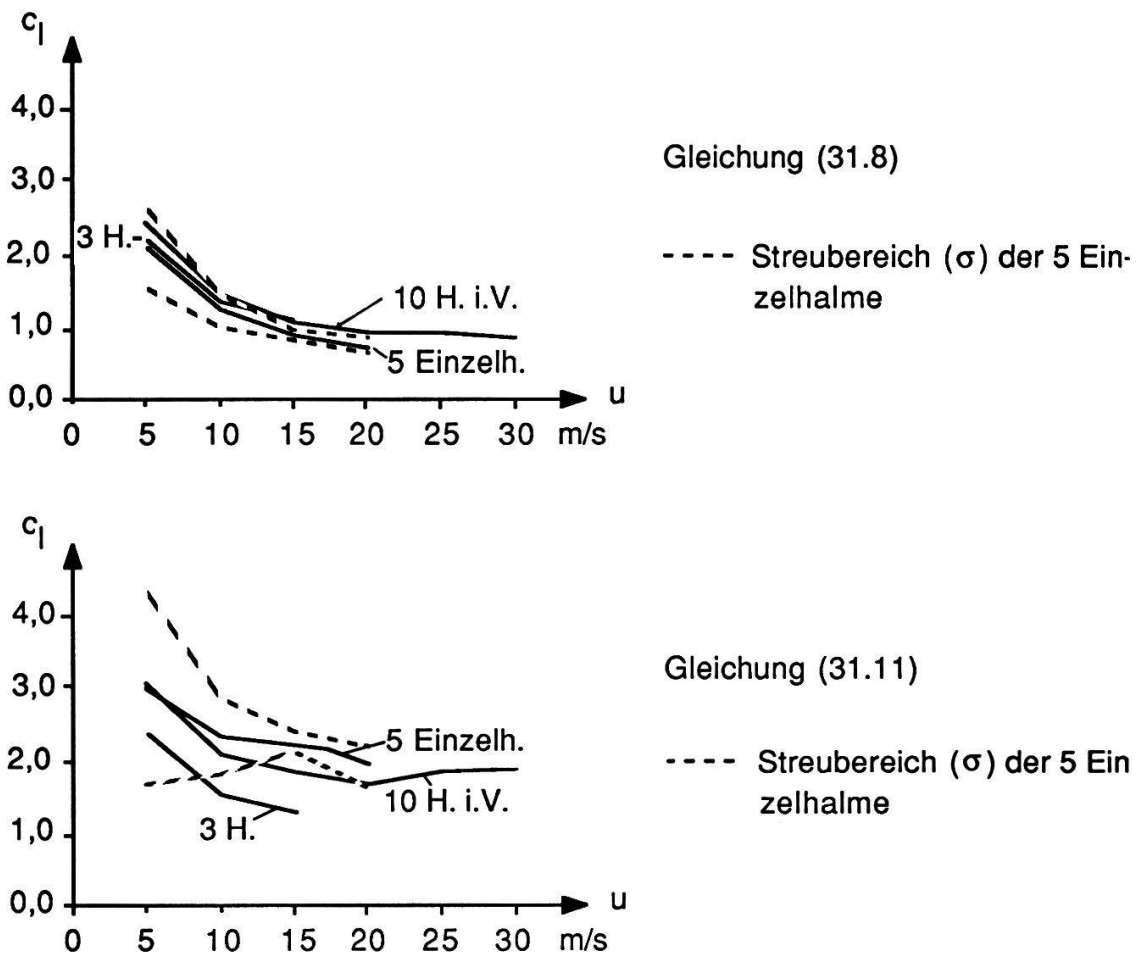


Fig. 3.10. Vergleich der Luftwiderstandsbeiwerte c_l in Funktion der Windgeschwindigkeit für den Verband von 10 Halmen, 3 Halme hintereinander und den Mittelwert der 5 Einzelhalme (bei den höheren Geschwindigkeiten nur 4 bzw. 3 Halme berücksichtigt; vgl. Text).
Oben: c_l -Werte berechnet mit Gl. (31.8).
Unten: c_l^* -Werte berechnet mit Gl. (31.11).

3.2. DIE BELASTUNG DURCH DIE WELLEN

Die in diesem Kapitel dargestellten Verfahren und Theorien zur Berechnung bzw. Abschätzung der Wellenwirkung sind zum Teil schon lange bekannt und zum Allgemeingut der Küstenschutz- und Meeresbaupraxis geworden. Das Zitieren der Erstautoren erscheint daher in den wenigsten Fällen zweckmäßig. Nützlicher dürfte der Hinweis auf einige Lehr- und Standardwerke des Meerwasserbaus sein. Dort wird das ganze Gebiet systematisch behandelt und dargestellt, während hier nur die im Rahmen dieser Arbeit notwendigen Methoden und Theorien vorgestellt werden. Herleitungen werden auf das zum Verständnis notwendige Maß beschränkt. In allen der unten angegebenen Werke finden sich auch Angaben zu weiterführender Literatur und zum Teil auf entsprechende Erstpublikationen.

Die umfassendsten Standardwerke sind in englischer Sprache erschienen: WIEGEL (1964), "Oceanographical Engineering" und SILVESTER (1974), "Coastal Engineering". An deutschsprachiger Literatur ist PRESS (1962), "Seewasserstraßen und Seehäfen" anzuführen. Mehr Gewicht auf die theoretischen Zusammenhänge und Ableitungen legen PRESS und SCHRÖDER (1966), "Hydrodynamik im Wasserbau". Auch auf das "Handbuch der Wellen, Meere und Ozeane" (BRUNS 1955) sei hingewiesen.

Übersichten der gebräuchlichen Wellentheorien finden sich außerdem in Spezialpublikationen von DIETZE (1964), HARTMANN (1969), SCHÜTTRUMPF (1973) u.a.m.

3.2.1. Definition und Wirkung der Wellen

3.2.1.1. Definition der Wellen, Wellenkenngrößen, Energie

Eine Flüssigkeit befindet sich nur dann in Ruhe, wenn ihre Oberfläche mit einer (stationären) Potentialfläche des sie beeinflussenden Kraftfeldes zusammenfällt. Ein natürliches Gewässer wird in nennenswertem Maße nur von der Schwerkraft beeinflusst, seine Oberfläche ist deshalb im Zustand der Ruhe genau waagrecht. Die darin enthaltene Energie ist minimal (potentielle oder Lageenergie; wegen des Ruhezustandes ist die kinetische oder Bewegungsenergie gleich Null). Wird die waagrechte Oberfläche durch einen äußeren Einfluß (z.B. einen hineinfallenden Stein) gestört, so bringt die eingetragene Energie die Wasserteilchen in Bewegung, und zwar entsteht der gleiche Effekt wie bei

dem aus seiner Gleichgewichtslage gebrachten Pendel: Die Wasserteilchen geraten in eine um die Ruhelage schwingende Bewegung. Damit bleibt aber die Wasseroberfläche nicht mehr waagrecht, was zu einem Druckgefälle führt. Dadurch wiederum werden auch die benachbarten Wasserteilchen beeinflusst: sie werden in Richtung des Druckgefälles beschleunigt, die ursprünglich punktförmige Störung der Wasseroberfläche breitet sich nach allen Seiten aus. Diese sich fortpflanzende Störung der ursprünglich ruhenden Wassermasse ist es, was wir als Welle beobachten. Wichtig ist dabei, die zwei verschiedenen Bewegungen zu unterscheiden: einerseits die Bewegung der Form der Wasserfläche (d.h. der eigentlichen Welle), andererseits die (meist schwingende) Bewegung der Wasserteilchen selbst. Anschaulicher ist der ganz analoge Vorgang bei dem an einem Ende auf- und abbewegten Seil: man sieht die gegen das freie Ende laufenden Wellen, während jeder Teil des Seiles selbst nur in einem auf die Bewegung der Nachbarteile abgestimmten Rhythmus auf- und abschwingt.

Da beim Ausbreiten der Störung immer neue, vorher ruhende Wasserteilchen in Bewegung gesetzt werden, wird sichtbar, daß die Welle die durch die Störung in die Flüssigkeit eingetragene Energie mit sich transportiert und ausbreitet.

Eine punktförmige Störung, wie sie eben beschrieben wurde, ist als Elementarstörung, und die daraus resultierende, kreisförmige Welle, als Elementarwelle aufzufassen. Wirkt die Störung über eine größere Fläche (z.B. Wind), so kann man die daraus entstehenden Wellen als Überlagerung unendlich vieler Elementarwellen auffassen (vgl. Fig. 3.11.), wobei durch die Art der Störung und der Überlagerung zumeist eine oder zwei Richtungen ausgezeichnet sind (z.B. bei Windwellen die Windrichtung). Auf diese Weise entstehen auf größeren Wasserflächen durch Wind oder Schiffe Züge von parallelkämmigen Wellenbergen und -tälern, deren Fortpflanzung den gleichen Gesetzen gehorcht wie ein Lichtstrahl (Brechung [Refraktion] und Beugung [Reflexion]). Da auf den Seen der Wind ständig wechselt und weil die Wellen am Ufer reflektiert werden und sich mit den Windwellen überlagern, entsteht schließlich das bekannte, mehr oder weniger zufällig wirkende Bild einer bewegten Seeoberfläche.

Die Bewegung des Wassers in den uns interessierenden größeren Wasserwellen auf den Seen wird außer durch äußere Einflüsse (Störungen) praktisch ausschließlich durch die Schwerkraft (Druckunterschiede) bestimmt. Solche Wellen werden deshalb Schwerewellen genannt. Im Gegensatz dazu wird bei den kleinen und kleinsten Wellen der Einfluß der Oberflächenspannung

des Wassers maßgebend, dann handelt es sich um Kapillarwellen.

Die hier betrachteten Wasserwellen äußern sich stets in einer Bewegung der Wasseroberfläche und werden daher auch **Oberflächenwellen** genannt, im Gegensatz zu internen Wellen, die sich längs innerer Grenzflächen (z.B. zwischen einer warmen und einer kalten Wasserschicht) fortpflanzen.

Form und Größe der Wellen werden durch bestimmte Parameter, die sogenannten **Wellenkenngrößen**, charakterisiert. Die wichtigsten sind (Fig. 3.12.):

- **Wellenperiode T** : Zeitdauer [s] zwischen dem Durchgang zweier aufeinanderfolgender Wellenscheitel durch einen festen Punkt. Die Periode einer Welle ist unveränderlich.

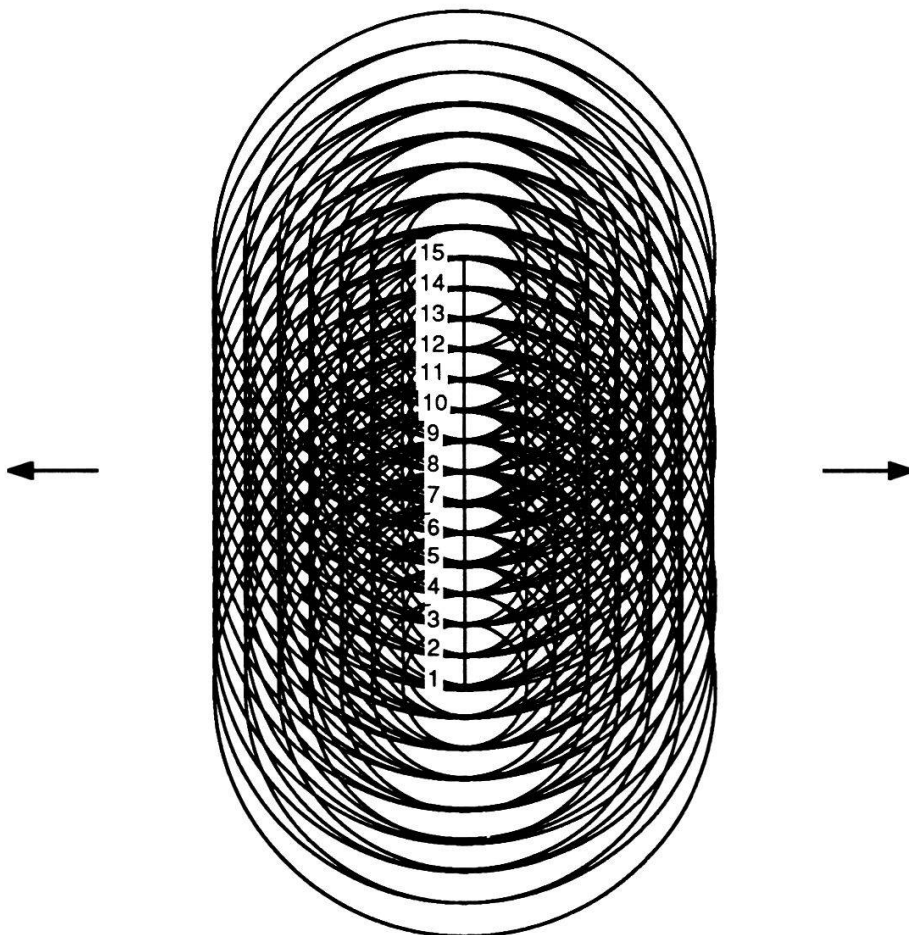


Fig. 3.11. Überlagerungsbild von je sieben Elementarwellen aus 15 punktförmigen (Störungs-)Quellen. Die Kreise stellen die Kämme der Elementarwellen dar. Durch die Überlagerung bilden sich parallele Fronten, welche sich nach links und rechts fortpflanzen.

- Wellenhöhe H : Senkrechter Abstand [m oder cm] zwischen einem Wellental und dem darauffolgenden Wellenscheitel. Die in der (älteren) Literatur gelegentlich anzutreffende Definition der Wellenhöhe als Abstand zwischen dem Ruhewasserspiegel und dem Wellenscheitel und daraus folgend die Bezeichnung des Abstandes zwischen Wellenscheitel und Wellental als $2H$ ist unzweckmäßig, weil sie nur bei den auf Seen kaum anzutreffenden, rein sinusförmigen (symmetrischen) Wellen einen Sinn hat.
- Wellenlänge L : Waagrechter Abstand [m] zwischen zwei aufeinanderfolgenden Wellenscheiteln. Die Länge einer Welle ist im tiefen Wasser eine Funktion der Periode, im flacheren Wasser ist sie außerdem noch abhängig von der Wassertiefe und ggf. der Wellenhöhe.

Ebenfalls eine sehr wichtige Größe ist die aus den obigen Parametern ableitbare Fortpflanzungsgeschwindigkeit C [m/s] der Welle, sie ist gleich dem Quotienten aus Wellenlänge und -periode.

Von sehr großer Bedeutung für die Charakterisierung der Wellen ist die (lokale) Wassertiefe d [m]. Maßgebend ist nicht der Absolutwert, sondern das Verhältnis der Wassertiefe zur Wellenlänge (relative Wassertiefe d/L). Dieser Wert bestimmt die Unterteilung in Tief- oder Flachwasserverhältnisse. Es ist nämlich die Bewegung der Wasserteilchen infolge des Wellenganges nur bis etwa eine halbe Wellenlänge unterhalb des Wasserspiegels merklich (vgl. Kap. 3.2.3.). Ist die Wassertiefe größer als die halbe Wellenlänge ($d/L > 0,5$), so hat der Seegrund keinen Einfluß auf die Wasserbewegung, und wir spre-

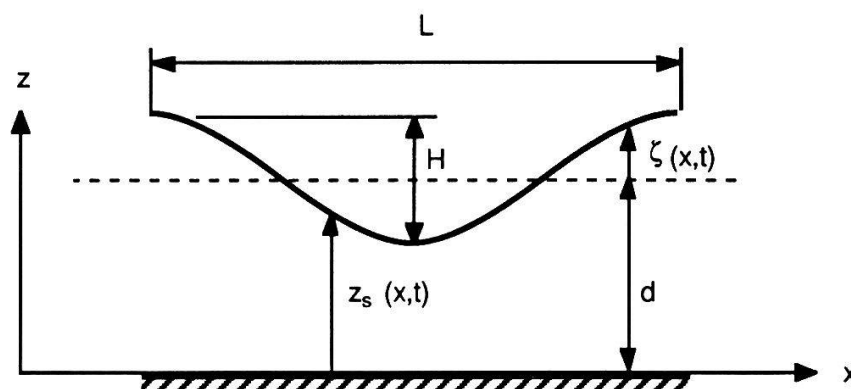


Fig. 3.12. Die wichtigsten Abmessungen einer Welle.

L	= Wellenlänge	$z_s(x,t)$	= Abstand der Wasseroberfläche vom Seegrund
H	= Wellenhöhe	$\zeta(x,t)$	= Abstand der Wasseroberfläche vom Ruhewasserspiegel
d	= Wassertiefe		
x, z	= Koordinaten		
t	= Zeit		

chen von Tiefwasserwellen. Die effektive Wassertiefe spielt in diesem Fall keine Rolle, die Wellenlänge flacher Wellen ist proportional zum Quadrat der Periode. Beträgt andererseits die Wassertiefe weniger als etwa 1/25 der Wellenlänge ($d/L < 0,04$), so bringt die Welle die ganze Wassermasse bis auf den Grund in eine fast gleichmäßige Bewegung. In diesem Fall haben wir Seicht- oder Flachwasserwellen, deren Länge proportional zur Periode und zur Quadratwurzel aus der absoluten Wassertiefe ist. Zwischen den beiden angegebenen Grenzen liegt der Übergangsbereich, hier ist die Wasserbewegung bis hinunter auf den Seegrund noch merklich, nimmt jedoch von oben nach unten stark ab. Die Beziehung zwischen Wellenperiode und -länge läßt sich nicht als einfache, explizite Funktion anschreiben.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß die Begriffe Tief- und Flachwasser in bezug auf Wellen relativ aufzufassen sind: Da z.B. bei Felsstürzen oder Seebeben Wellen von mehreren hundert bis tausend Metern Länge entstehen können, ist es durchaus möglich, auch in (limnologisch gesehen) tiefem Wasser Seichtwasserwellen anzutreffen; andererseits sind kurze Wellen von vielleicht einem Meter Länge für die Wellenmechanik auch noch im knietiefen Wasser "Tiefwasserwellen".

Die in einer Welle enthaltene **Energie** setzt sich zusammen aus der potentiellen und der kinetischen Energie der Wasserteilchen. Die potentielle Energie E_{pot} eines solchen ist gleich dem (skalaren) Produkt aus dessen Gewicht und der Verschiebung bezüglich eines angenommenen Ausgangszustandes. Für das Koordinatensystem der Fig. 3.12. formuliert heißt das:

$$dE_{pot} = \underbrace{\rho_w \mathbf{g}}_{\text{Schwerkraftsvektor}} \mathbf{r} dV \quad [\text{N m}] \text{ bzw. } [\text{J}] \quad (32.1)$$

- dE_{pot} ... Potentielle Energie [N m]
- ρ_w ... Dichte des Wassers [kg/m^3]
- \mathbf{g} ... Erdbeschleunigungsvektor (0,0,-g); $g = 9,806 \text{ m/s}^2$
($\rho_w \mathbf{g}$ = spezifisches Gewicht des Wassers [N/m^3])
- dV ... Volumen des Wasserteilchens [m^3] = $dx dy dz$
- \mathbf{r} ... Verschiebungsvektor des Wasserteilchens [m,m,m]
= $(x - x_0, y - y_0, z - z_0)$
- x, y, z ... Koordinaten des Wasserteilchens nach der Verschiebung
- x_0, y_0, z_0 ... Koordinaten des Bezugs- oder Ausgangspunktes

In Komponenten geschrieben, lautet Gl. (32.1):

$$\begin{aligned} dE_{pot} &= \rho_w (0, 0, -g) \cdot (x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot dx dy dz \\ &= -\rho_w g (z - z_0) \cdot dx dy dz \end{aligned} \quad (32.2)$$

Wählen wir den Seegrund als Bezugslinie so wird $z_0 = 0$ und

$$dE_{pot} = -\rho_w g z \cdot dx dy dz \quad (32.3)$$

Um die in einer Welle enthaltene Energie zu berechnen, muß die Energie aller Wasserteilchen des entsprechenden Wasservolumens aufsummiert (integriert) werden. Davon muß die potentielle Energie desselben Wasservolumens im Ruhezustand subtrahiert werden. Bei langkämmigen Wellen spielen sich alle Bewegungen in einer Vertikalebene ab, die bei richtiger Wahl des Koordinatensystems mit der x - z -Ebene oder einer zu ihr parallelen zusammenfällt. In diesem Fall kann also die y -Koordinate vernachlässigt werden. Das zu betrachtende Wasservolumen besteht dann aus einem Streifen der Länge L in x -Richtung, einer willkürlich wählbaren Breite b in y -Richtung und der durch den Seegrund und die Wasseroberfläche definierten (variablen) Höhe. Die potentielle Energie der Welle kann dann wie folgt angeschrieben werden:

$$E_{pot} = -\rho_w g \int_0^L \int_0^b \int_0^{z_s} z dx dy dz - (-\rho_w g \int_0^L \int_0^b \int_0^d z dx dy dz) \quad (32.4)$$

Die Integrale über x und y können ohne weiteres aufgelöst werden, und es ergibt sich:

$$E_{pot} = -\rho_w/2 g b \left(\int_0^L z_s^2 dx - d^2 \cdot L \right) \quad (32.5)$$

Wird die Auslenkung des Wasserspiegels z_s gegenüber dem Ruhewasserspiegel mit $\zeta = z_s - d$ bezeichnet, so kann, unter Berücksichtigung der Tatsache, daß der Ruhewasserspiegel gleich dem mittleren Wasserspiegel angenommen werden kann, die obige Gleichung noch weiter vereinfacht werden:

$$\int_0^L z_s^2 dx = \int_0^L (\zeta + d)^2 dx = \int_0^L \zeta^2 dx + 2d \cdot \underbrace{\int_0^L \zeta dx}_0 + d^2 \cdot L \quad (32.6)$$

und

$$E_{pot} = -\rho_w/2 g b \int_0^L \zeta^2 dx \quad (32.7)$$

Die Energie pro Flächeneinheit des Seespiegels ergibt sich aus der Division des obigen Ausdrucks durch die Fläche $b \cdot L$:

$$E_{pot} = \frac{-\rho_w g}{2L} \int_0^L \zeta^2 dx \quad [\text{N m/m}^2] \quad (32.8)$$

Der Term

$$1/L \int_0^L \zeta^2 dx$$

ist nichts anderes als die Varianz σ_ζ^2 der senkrechten Abweichungen der Wasseroberfläche von der Ruhelage. Die potentielle Energie ist also abgesehen vom Faktor $\rho_w \cdot g$ gleich der halben Varianz der ζ -Koordinate oder (was auf dasselbe herauskommt) der z_s -Koordinate des Wasserspiegels und damit der lokalen Wassertiefe. Das Minuszeichen bedeutet, daß diese Energie aufgewendet werden muß, um das prismatische Wasservolumen in die Form der Welle zu bringen, das gewellte Wasser enthält also um so viel mehr potentielle Energie als das ruhende. Da es im folgenden stets um den Energieinhalt der Welle geht, wird nur noch mit dem Betrag (also ohne das Minuszeichen) gerechnet.

Die kinetische Energie E_{kin} eines Wasserteilchens ist gleich

$$dE_{kin} = \rho_w/2 w^2 dV = \rho_w/2 w^2 dx dy dz \quad [\text{N m}] \quad (32.9)$$

- dE_{kin} ... Kinetische Energie eines Wasserteilchens [N m]
- w ... Betrag der Geschwindigkeit des Wasserteilchens [m/s]
- dV ... Volumen des Wasserteilchens [m³]
= $dx dy dz$
- ρ_w ... Dichte des Wassers [kg/m³]

Die Berechnung der kinetischen Energie der ganzen Welle ist nicht so einfach wie für die potentielle Energie, da sie abhängig ist vom Zusammenhang der Oberflächenform und der Wasserteilchengeschwindigkeit mit den Wellenkenngrößen (Wellentheorie, vgl. Kapitel 3.2.3.) und damit von den je nach Verhältnissen zu treffenden, vereinfachenden Annahmen. Für den Fall flacher Wellen (d.h. die Wellenhöhe ist klein verglichen mit der Wellenlänge und der Wassertiefe), deren Oberflächenform angenähert einer Sinuslinie entspricht, kann gezeigt werden (s. z.B. PRESS und SCHRÖDER 1966), daß die kinetische Energie einer solchen Welle gleich der potentiellen ist. Die Gesamtenergie ist deshalb gleich der totalen Varianz der Wasserspiegelhöhe. Für eine Sinuslinie ist die Varianz σ_ζ^2 gleich dem halben Amplitudenquadrat $A^2/2$ und mithin gleich $H^2/8$, da die Wellenhöhe bei einer sinusförmigen Welle gleich der doppelten Amplitude ($2A$) ist.

Die Gesamtenergie einer derartigen Welle wird somit

$$E_{tot} = E_{pot} + E_{kin} = 2E_{pot} = \rho_w g \sigma^2$$
$$\underline{E_{tot} = 1/8 \rho_w g H^2} \quad [\text{N m/m}^2] \quad (32.10)$$

Obschon dieser Ausdruck streng nur für flache, sinusförmige Wellen gilt, ist er doch eine sehr brauchbare Näherung zur Abschätzung des Energieinhaltes von Wellen. Es ist ferner zu beachten, daß grundsätzlich jede Wellenform als Überlagerung entsprechender Sinuswellen dargestellt werden kann (s.u.). Für unsere weiteren Betrachtungen ist vor allem wichtig, daß die Energie einer Welle proportional zum Quadrat ihrer Höhe ist.

3.2.1.2. Beschreibung des Seeganges

Die bisherigen Überlegungen bezogen sich auf eine einzelne Welle oder einen Wellenzug aus lauter gleichartigen Wellen. Die Beobachtung eines Sees zeigt aber ein unregelmäßiges Bild langer und kurzer, hoher und niedriger Wellen. Um rechnen zu können, ist eine vereinfachende Beschreibung der Wellenganges notwendig, wofür gegenwärtig zwei Methoden im Vordergrund stehen, nämlich die Bestimmung von kennzeichnenden Größen des Seeganges (nach bestimmten Kriterien festgelegte Wellenkenngrößen) und die Erfassung des Wellenganges mit dem Energiespektrum.

1. Kennzeichnende Größen. Sie können durch die Auswertung von Pegelbeobachtungen (Fig. 3.13.) bestimmt oder durch mehr oder weniger empirische Formeln aus anderen Größen (Windgeschwindigkeit, Größe der Wasseroberfläche u.a.m.) abgeleitet werden (vgl. Kap. 3.2.2.). Im ersten Fall beziehen sie sich auf beobachtete Wellen, im zweiten auf den unter den angenommenen Verhältnissen zu erwartenden Seegang.

Da die Wasserspiegelbewegungen sehr unregelmäßig sind, entstehen bei der Auswertung von Pegelbeobachtungen Schwierigkeiten bei der Abgrenzung der einzelnen Wellen. Zwei Möglichkeiten, dieses Problem zu lösen, zeigt Figur 3.13.: Beim Wellenkammverfahren (crest to crest) wird jede Welle durch zwei aufeinanderfolgende Wellenkämme begrenzt, beim Nulldurchgangsverfahren (zero-crossing) wird eine Welle durch zwei aufeinanderfolgende, gleichsinnige Überquerungen des Pegelnullpunktes (= Ruhewasserspiegel) definiert. Beim Wellenkammverfahren kann die Wellenhöhe auch (abweichend

von Fig. 3.13.) als arithmetisches Mittel der senkrechten Abstände eines Wellenlentes zu den beiden benachbarten Wellenkämmen bestimmt werden.

Wird nach irgend einem Verfahren eine Pegelbeobachtung in n einzelne Wellen unterteilt und je deren Höhe H_i bestimmt, so können folgende Höhenparameter definiert werden:

- Mittlere Wellenhöhe H_m (arithmetisches Mittel aller Wellenhöhen):

$$H_m = \frac{\sum H_i}{n}$$

- Äquivalente Wellenhöhe $H_{\text{äqu}}$ (arithmetisches Mittel der Quadrate der Wellenhöhen: Daraus kann die Energie des Wellenzuges berechnet werden):

$$H_{\text{äqu}} = \sqrt{\left[\frac{\sum H_i^2}{n} \right]}$$

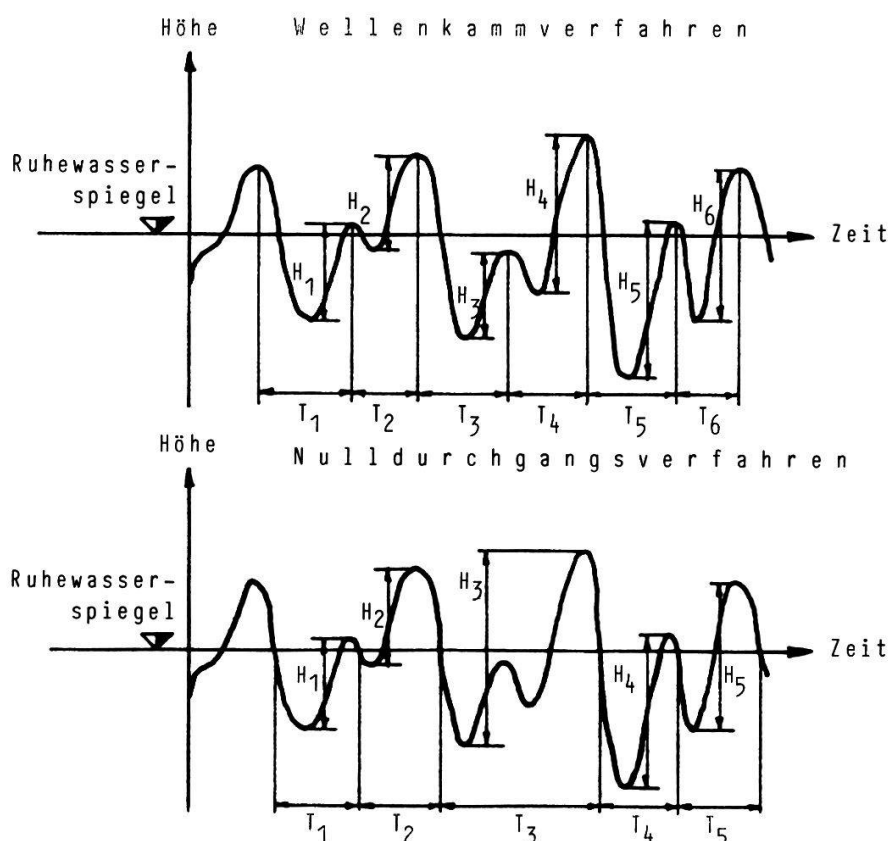


Fig. 3.13. Beispiel einer Pegelaufzeichnung eines Wellenzuges und Abgrenzung der einzelnen Wellen nach dem Wellenkammverfahren (oben) und dem Nulldurchgangsverfahren (unten) (aus SCHÜTTRUMPF 1973).

- Signifikante Wellenhöhe

$H_{1/3}$ = arithmetisches Mittel der $n/3$ höchsten Wellen des beobachteten Wellenzuges.

- Maximale Wellenhöhe

H_{max} = größte beobachtete Wellenhöhe oder maximal zu erwartende Wellenhöhe innerhalb eines bestimmten Zeitraums.

Analog können Wellenperioden definiert werden:

- Mittlere Wellenperiode T_m (arithmetisches Mittel aller Wellenperioden):

$$T_m = \frac{\sum T_i}{n}$$

- Signifikante Wellenperiode:

$T_{H1/3}$ = arithmetisches Mittel der Perioden der $n/3$ höchsten Wellen des beobachteten Wellenzuges (nicht: der $n/3$ längsten Wellen)
= zu $H_{1/3}$ gehörende Wellenperiode

- Maximale Wellenperiode

T_{max} = längste beobachtete Wellenperiode oder maximal zu erwartende Wellenperiode innerhalb eines bestimmten Zeitraums (nicht zu verwechseln mit T_{Hmax} , der Periode der höchsten Welle)

Von diesen Größen haben die signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ und die signifikante Wellenperiode $T_{H1/3}$ die größte Bedeutung, denn $H_{1/3}$ entspricht der von einem geübten Beobachter geschätzten Wellenhöhe, da die großen Wellen stärker ins Auge fallen. Außerdem transportieren die Wellen dieser Höhe den größten Teil der Energie eines Wellenzuges. Deshalb werden im folgenden $H_{1/3}$ und $T_{H1/3}$ als kennzeichnende Wellenhöhe und -periode im engeren Sinne bezeichnet.

2. Spektrale Darstellung. Diese geht von der Tatsache aus, daß sich jede stetige Zeit- oder Ortsfunktion (also insbesondere die Form einer gewellten Wasseroberfläche) als Überlagerung von sinusförmigen Komponenten darstellen läßt. Die Zusammenstellung der "Größe" dieser Komponenten (Amplitude) in Funktion der zugehörigen Frequenzen oder Perioden ist das Spektrum der Ausgangsfunktion. Die mathematische Operation zur Gewinnung

des Spektrums heißt Spektralanalyse, die sinusförmigen Komponenten werden als spektrale Komponenten bezeichnet.

Da in der Literatur über den Meerwasserbau die im Zusammenhang mit der Beschreibung des Seegangs verwendeten Begriffe und Zusammenhänge nur knapp und teilweise ungenau beschrieben sind, folgt hier eine etwas ausführlichere Darstellung.

Einen Einblick in das Wesen der Spektralanalyse liefert die Tatsache, daß das menschliche Ohr eine Art natürlicher Spektralanalysator ist: Die Teil- oder Obertöne, die man aus bestimmten Klängen heraushören kann, sind nichts anderes als die stärksten spektralen Komponenten dieser Klänge. Die Spektralanalyse wurde denn auch zuerst im Gebiet der Nachrichtentechnik entwickelt, im Zusammenhang mit der Umwandlung akustischer in elektromagnetische Signale. Aus diesem Gebiet stammen auch viele der verwendeten Begriffe.

Zwischen Schall- und Wasserwellen besteht eine weitgehende Analogie, außer daß sich die Schallwellen räumlich ausbreiten (Wasserwellen nur entlang der Oberfläche) und die Luftteilchen dabei in der Fortpflanzungsrichtung der Welle schwingen (Longitudinalwelle im Gegensatz zur Transversalwelle, wo die Teilchen quer zur Fortpflanzungsrichtung schwingen; bei den Wasserwellen kommen beide Schwingungsarten vermischt vor). Auch haben die (hörbaren) Schallwellen um mehrere Zehnerpotenzen kürzere Perioden, weshalb man meist mit deren Kehrwert, der Frequenz $f = 1/T$, rechnet. Die Hin- und Herbewegung $\xi(x,t)$ der Luftteilchen um ihre Ruhelage entspricht der Auf- und Abbewegung $\zeta(x,t)$ eines Punktes auf der Wasseroberfläche (nicht zu verwechseln mit der oben erwähnten Bewegung der eigentlichen Wasserpartikelchen).

Wenn bei einer Schwingung von deren "Form" gesprochen wird, so bezieht sich das immer auf die Kurve der Bewegung in Funktion der Zeit. – Eine sinusförmige Schwingung hat folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}\xi(t) \text{ bzw. } \zeta(t) &= a \cos(2\pi f t) + b \sin(2\pi f t) \\ &= A \cos[2\pi f(t - \tau)]\end{aligned}\tag{32.11}$$

mit

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{und} \quad \tau = \text{Arctan}(b/a)\tag{32.12}$$

Die Schwingungsweite A ist die Amplitude und entspricht bei einer rein sinusförmigen Welle der halben Wellenhöhe H . τ ist die Phasenverschiebung. Eine periodische Schwingung (Klang) setzt sich notwendigerweise aus Komponenten (Teiltönen) zusammen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind, denn sonst würde sich der Vorgang nach Ablauf der

Grundperiode nicht wiederholen und wäre somit nicht periodisch. Eine periodische Schwingung kann deshalb als Fourier-Reihe dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\zeta(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{j=0}^{\infty} a_j \cos(2\pi j f_1 t) + \sum_{j=0}^{\infty} b_j \sin(2\pi j f_1 t) \\ &= \frac{A_0}{2} + \sum_{j=0}^{\infty} A_j \cos[2\pi j f_1(t - \tau_j)]\end{aligned}\quad (32.13)$$

Das (Amplituden-)Spektrum dieser Schwingung ist die Zusammenstellung der a_j und b_j oder der A_j und τ_j in Funktion der zugehörigen Frequenzen $j \cdot f_1$. Die Berechnung erfolgt mit den Gleichungen:

$$a_j = \frac{2}{T} \int_0^T \zeta(t) \cos(2\pi j f_1 t) dt \quad (32.14)$$

$$b_j = \frac{2}{T} \int_0^T \zeta(t) \sin(2\pi j f_1 t) dt \quad (32.15)$$

mit

$$T = \frac{1}{f_1} = \text{Periode der Grundschwingung}$$

Gesamtamplitude A_j und Phase τ_j ergeben sich nach (31.12). Fig. 3.2.1.4. illustriert den Sachverhalt anhand eines Beispiels mit drei Komponenten (Teiltönen).

Der Seegang ist nun allerdings kein periodischer Vorgang, denn die Bewegungen wiederholen sich wegen der fortlaufend wechselnden äußeren Bedingungen und der Vielzahl der Einflüsse nie. Die analoge akustische Erscheinung ist das Geräusch oder Rauschen. Auch diese Form kann als Überlagerung von Sinusschwingungen gedeutet werden. Der Unterschied zur periodischen Schwingung besteht darin, daß hier Komponenten (Teiltöne) aller Frequenzen berücksichtigt werden müssen (also nicht nur die ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz). Allenfalls kann der Bereich der vorkommenden Frequenzen durch einen Maximal- und Minimalwert begrenzt sein, das sogenannte (Frequenz-)Band. Dies wird deutlich, wenn man den aperiodischen Vorgang als periodischen Vorgang mit unendlich langer Periode $T = \infty$ deutet. Beim Grenzübergang $T \rightarrow \infty$, bzw. $f_1 \rightarrow 0$ rücken die Frequenzen $j \cdot f_1$ der einzelnen Komponenten immer näher zueinander und die zugehörigen Amplituden streben gegen 0 (vgl. 32.14 und 32.15 sowie Fig. 3.14.). Anstelle der Amplitude tritt daher die spektrale Dichte S_A mit der Dimension

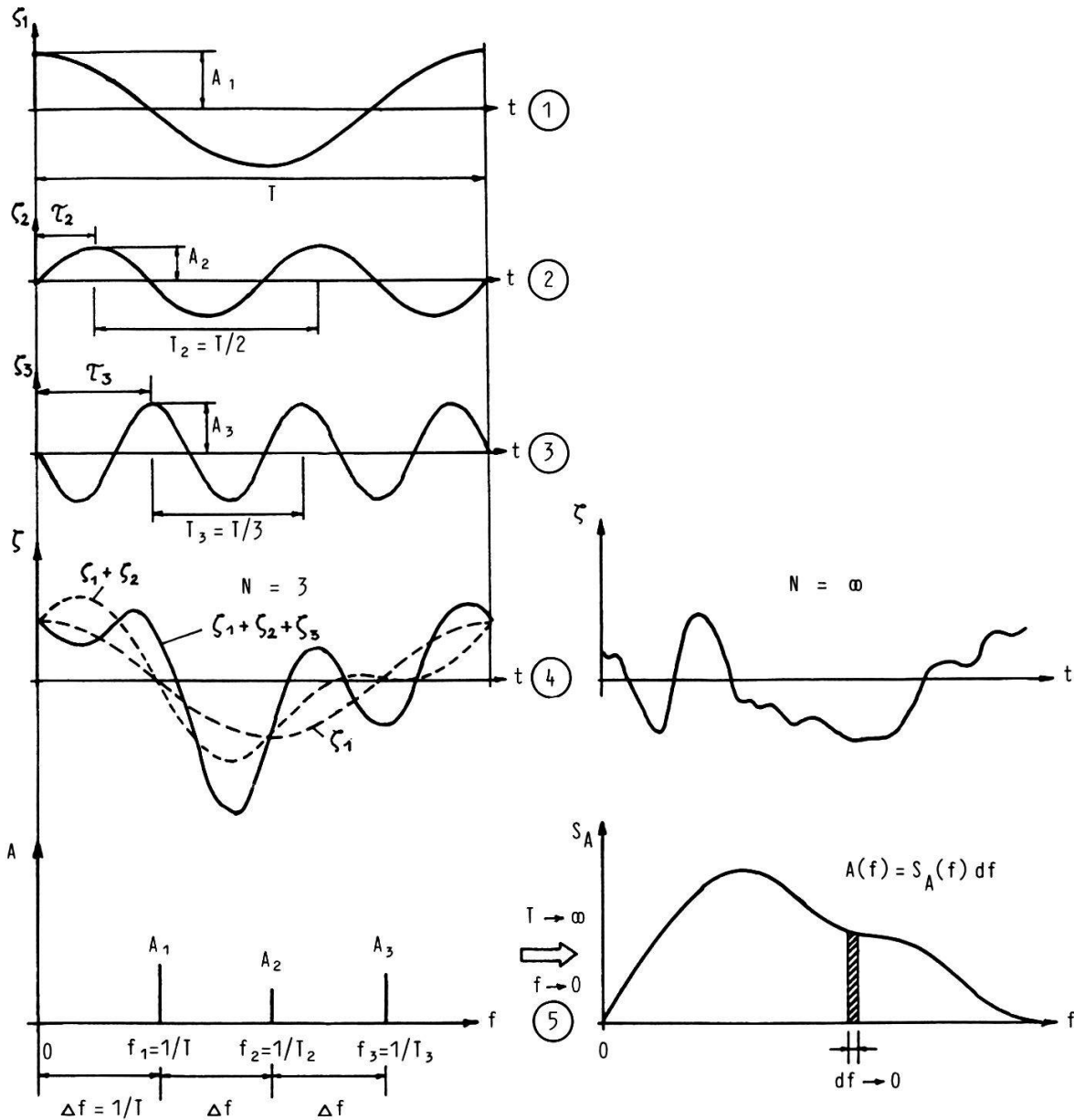


Fig. 3.14. Spektrum der periodischen und der unperiodischen Schwingung.

Links: Zusammensetzung einer periodischen Schwingung aus drei Teilschwingungen und spektrale Darstellung (ohne Berücksichtigung der Phasenverschiebung).

1 + 3 Erste bis dritte Teilschwingung

4 Gesamtschwingung als Überlagerung der drei Teilschwingungen

5 Amplitudenspektrum

Rechts: Unperiodische Schwingung und spektrale Darstellung

[Amplitude·Frequenz⁻¹] bzw. [Amplitude·Periode⁻¹]. Sie entspricht der auf ein Frequenzinkrement df (gegen 0 strebender, kleiner Bereich) bezogenen Amplitude der betreffenden Teilschwingung:

$$S_A(f) = \lim_{f_1 \rightarrow 0} \frac{A_n(jf_1)}{df} \quad (f = j \cdot f_1, j = 1 \cdots \infty) \quad (32.16)$$

Aus den diskreten Werten der Teilschwingungsamplituden im Falle einer periodischen Schwingung (Klang) wird die stetige Kurve der spektralen Dichte bei der unperiodischen Schwingung (Geräusch). Soll in diesem Fall die zu einer bestimmten Frequenz gehörige Amplitude angegeben werden, so muß dazu das Frequenzinkrement df willkürlich gewählt werden:

$$A(f) = S_A(f) \cdot df \quad (32.17)$$

Was hier über die Darstellung zeitlicher Bewegungsvorgänge (Schwingungen) gesagt wurde, gilt analog auch für räumliche Erscheinungen, wobei einfach die Zeit t durch die Raumkoordinate (z.B. x) ersetzt wird. Die geometrische Beschaffenheit des Wasserspiegels längs einer Axe zu einem bestimmten Zeitpunkt kann daher auf dieselbe Weise beschrieben werden, wie die Bewegung des Wasserspiegels im Laufe der Zeit an einem festen Ort (vgl. auch S. 152).

Die notwendigen Umformungen der Gleichungen (32.13 - 15) für den Grenzübergang $T \rightarrow \infty$ kann aus Platzgründen hier nicht dargestellt werden, verwiesen sei auf die Lehrbücher von MARKO (1982) und RAYNER (1971). Dort wird ferner gezeigt, wie durch die Rechnung auch mit negativen Frequenzen die Phasenverschiebung berücksichtigt werden kann, ebenso wird deutlich, daß die Rechnung mit komplexen Zahlen (Ausdrücke, in denen die imaginäre Einheit $i = \sqrt{-1}$ vorkommt) die Darstellung wesentlich vereinfacht. Dabei wird die Definition der trigonometrischen Funktionen durch die Euler'sche Formel

$$e^{if t} = \cos(f t) + i \sin(f t) \quad (32.18)$$

bzw. ihre Umkehrungen

$$\cos(f t) = \frac{1}{2} (e^{if t} + e^{-if t}) \quad (32.19)$$

$$\sin(f t) = \frac{1}{2i} (e^{if t} - e^{-if t}) \quad (32.20)$$

verwendet (Analogie zu den hyperbolischen Funktionen \cosh und \sinh).

Die Bewegung der Wasseroberfläche bei Wellengang kann dann mit der

folgenden Gleichung beschrieben werden:

$$\zeta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_A(f) \cdot e^{i 2\pi f t} df, \quad (32.21)$$

das Spektrum des Seegangs wird berechnet mit

$$S_A(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta(t) \cdot e^{-i 2\pi f t} dt \quad (32.22)$$

(Fourier-Transformation).

In der Praxis wird allerdings nie mit dem Amplitudenspektrum nach (32.22) gerechnet, sondern mit dem Energiespektrum. Sachlich ist dies gerechtfertigt, weil die im Zusammenhang mit dem Seegang interessierenden Probleme überwiegend Phänomene der Energieübertragung sind (z.B. Wellenentstehung, Wirkung der Wellen auf Bauwerke). Zudem wird dadurch die Rechnung erleichtert. Wie bereits in der Herleitung von (32.10) festgestellt wurde, ist bei flachen, sinusförmigen Wellen die Energie pro Flächeneinheit direkt proportional zur Varianz σ_ζ^2 der Wasserspiegelbewegung, der Proportionalitätsfaktor ist gleich dem spezifischen Gewicht $\rho_w \cdot g$ des Wassers. Da in der spektralen Darstellung der Seegang als Überlagerung von unendlich vielen, unendlich flachen Sinuswellen beschrieben wird, sind beide Voraussetzungen für die Gleichung (32.10) erfüllt. Deshalb wird in der Literatur oft die Varianz (also die durch $\rho_w \cdot g$ dividierte, physikalische Energie der Wellen) als "Energie" oder auch "spektrale Energie", mit der Dimension $[m^2]$, bezeichnet. Zwar wurde in (32.8) zur Definition der Varianz die quadratische Abweichung ζ^2 des Wasserspiegels längs der x -Axe über eine Periode (= Wellenlänge L) gemittelt, doch es wurde bereits gesagt, daß Raum- und Zeitkoordinate bei sinusförmigen Wellen austauschbar sind. Da für den natürlichen Seegang die Periode T der Grundschwingung als unendlich lang angenommen werden muß, lautet die Definition der Varianz:

$$\sigma_\zeta^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \zeta^2(t) dt \quad (32.23)$$

Die Varianz ist übrigens ein Spezialfall der (Auto-)Kovarianzfunktion

$$R_{\zeta\zeta}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \zeta(t) \zeta(t+\tau) dt \quad (32.24)$$

(τ = Phasenverschiebung), denn, wie aus (32.23) leicht ersichtlich, ist

$$\sigma_{\zeta}^2 = R_{\zeta\zeta}(0) \quad (32.25)$$

Unterwirft man die Kovarianzfunktion einer Fouriertransformation nach (32.22), d.h.

$$S_{\zeta\zeta}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\zeta\zeta}(\tau) \cdot e^{-i2\pi f\tau} d\tau, \quad (32.26)$$

so ist das Resultat das Spektrum der Varianz, denn umgekehrt gilt nach (32.21)

$$R_{\zeta\zeta}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\zeta\zeta}(f) \cdot e^{i2\pi f\tau} df, \quad (32.27)$$

und für $\tau = 0$

$$R_{\zeta\zeta}(0) = \sigma_{\zeta}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\zeta\zeta}(f) df. \quad (32.28)$$

Mithin ist der Beitrag eines Frequenzinkrementes df zur Varianz für eine bestimmte Frequenz f gleich

$$\sigma_{\zeta}^2(f) = S_{\zeta\zeta}(f) df \quad (32.29)$$

(vgl. mit 32.17). Nach dem Faltungssatz der Fouriertransformation (näheres dazu s. z.B. in MARKO 1982 und RAYNER 1971) ist andererseits die Fourier-Transformation der Kovarianzfunktion gleich dem Quadrat des Betrags des Amplitudenspektrums, nämlich

$$S_{\zeta\zeta}(f) = S_A(f) \cdot S_A^*(f) df = |S_A(f)|^2 df \quad (32.30)$$

Dabei ist $S_A^*(f)$ die zu $S_A(f)$ konjugiert komplexe Zahl, d.h. die beiden Werte unterscheiden sich nur im Vorzeichen des Imaginärteiles. Das Amplitudenspektrum ist in der Regel eine komplexe Größe; im Gegensatz dazu ist das Spektrum der Varianz immer reell. Dies kann folgendermaßen veranschaulicht werden: Durch das Spektrum werden die einzelnen Teilschwingungen in der Art der Gleichung (32.11) als Sinus- und Cosinusfunktion dargestellt, wobei der Realteil dem Cosinus- und der Imaginärteil dem Sinusglied entspricht. Wie aus der erwähnten Gleichung und (32.12) hervorgeht, entspricht dies der Charakterisierung dieser Teilschwingungen durch Amplitude und Phasenverschiebung. Bei der Varianz hingegen spielen die Phasenverschiebungen der einzelnen Teilschwingungen keine Rolle, sie wird nur durch deren Amplitude bestimmt. Die Amplitude ist gleich dem Betrag jener komplexen Zahl, welche die Teilschwingung charakterisiert. Es sei noch ein-

mal darauf hingewiesen, daß in diesem Zusammenhang unter "Amplitude" immer die mit dem Frequenzinkrement df multiplizierte spektrale Dichte zu verstehen ist. Gleichung (32.30) scheint im Widerspruch mit der Tatsache zu stehen, daß die Varianz einer sinusförmigen Schwingung gleich dem halben Quadrat ihrer Amplitude ist. Dies rührt daher, daß in (32.21) (Zusammensetzung der Schwingung aus den Teilschwingungen) sowohl über die positiven, wie auch über die negativen Frequenzen integriert wird. Die zu den betrags-gleichen positiven bzw. negativen Frequenzen gehörigen spektralen Dichten sind jeweils zueinander konjugiert komplex. In unserem Beispiel des Energiespektrums, wo nur reelle Größen vorkommen, sind sie demnach sogar gleich. Damit können (32.21) und (32.28) umgeformt werden zu

$$\zeta(t) = 2 \int_0^{+\infty} S_A(f) \cdot e^{i 2\pi f t} df \quad (32.31)$$

$$R_{\zeta\zeta}(0) = \sigma_\zeta^2 = 2 \int_0^{+\infty} S_{\zeta\zeta}(f) df \quad (32.32)$$

Mit

$$\mathfrak{S}_A(f) = 2 S_A(f), \quad \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f) = 2 S_{\zeta\zeta}(f) \quad (32.33)$$

wird

$$\zeta(t) = \int_0^{+\infty} \mathfrak{S}_A(f) \cdot e^{i 2\pi f t} df \quad (32.34)$$

$$\sigma_\zeta^2 = \int_0^{+\infty} \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f) df \quad (32.35)$$

bzw.

$$R_{\zeta\zeta}(\tau) = \int_0^{+\infty} \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f) \cdot e^{i 2\pi f \tau} df \quad (32.36)$$

Die Beziehung zwischen den beiden Spektren lautet dann nach (32.30):

$$\mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f) = 2 S_{\zeta\zeta}(f) = 2 | \mathfrak{S}_A(f) / 2 |^2 df = 1/2 | \mathfrak{S}_A(f) |^2 df \quad (32.37)$$

In der Praxis wird meist mit den Ausdrücken nach (32.35) und (32.36) gerechnet (nur positive Frequenzen berücksichtigt = einseitiges Spektrum). Die Fläche unter der Kurve $\mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f)$ ist dann nach (32.35) gleich der Varianz, mithin bis auf den Faktor $\rho_w \cdot g$ gleich der Gesamtenergie des Wellenganges.

In nicht ganz korrekter Weise wird in (vorwiegend älterer) Literatur manchmal auch mit einem aus Amplitudenmessungen abgeleiteten, sogenannten "Energiespektrum" gerechnet, wobei nicht die spektrale Dichte der Varianz, sondern des Amplitudenquadrates dargestellt wird. Die Werte sind nach den obigen Bemerkungen deshalb doppelt so groß:

$$S_{\omega}(f) = 2 \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f) \quad (32.38)$$

Dieses Spektrum über den positiven Frequenzbereich integriert ergibt

$$\begin{aligned} E_{\omega} &= \int_0^{+\infty} S_{\omega}(f) df = 2 \int_0^{+\infty} \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f) df = 2 \sigma_{\zeta}^2 \\ &= \frac{2 E}{(\rho_w \cdot g)} \end{aligned} \quad (32.39)$$

E_{ω} wird manchmal in der Literatur ebenfalls als "Energie" bezeichnet. Nach LONGUET-HIGGINS (1952) ist dieser Wert (abgesehen vom Faktor $\rho_w \cdot g$) gleich dem Energieinhalt einer Welle mit der signifikanten Wellenhöhe $H_{1/3}$:

$$E_{\omega} = 1/8 H_{1/3}^2 \quad (32.40)$$

bzw.

$$H_{1/3} = \sqrt{(8 E_{\omega})} = 2,832 \cdot \sqrt{E_{\omega}} \quad (32.41)$$

Von den häufiger gebrauchten Seegangsspektren wird das sogenannte "Spektrum von Neumann" (NEUMANN 1953, PIERSON et al. 1955) meist noch in der obigen Form dargestellt; es gibt aber auch Autoren, die es bereits in ein Varianzspektrum nach (32.35) bzw. (32.36) umrechnen. Leider wird nicht immer darauf hingewiesen, welche Form des Spektrums gebraucht wird, was das Studium dieser Literatur erschwert.

3.2.1.3. Direkte Wirkung der Wellen auf den Halm

Die unmittelbare Wirkung der Wellen auf das Schilf ist grundsätzlich gleich wie jene des Windes: Die freie Bewegung der Wasserteilchen wird durch den Schilfhalm behindert. Dabei entsteht auf der Luv-Seite ein Überdruck, an der Lee-Seite durch die Wirbelbildung ein starker Druckabfall ("Sog"). Diese zwei Kräfte wirken gleichsinnig und können deshalb für unsere Zwecke zu einer einzigen zusammengefaßt werden, denn für die Zerstörung des Schilfes durch Wellenschlag ist nicht die unmittelbare Krafteinleitung an der Halmoberfläche maßgebend, sondern die durch die Gesamtbelastung bewirkte Bie-

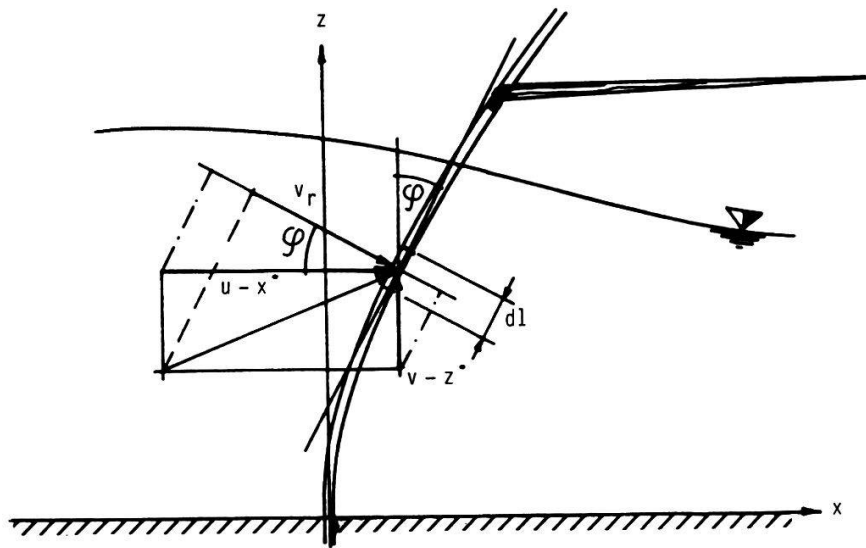


Fig. 3.15. Definitionsskizze zu den Gleichungen (32.42) und (32.43).

gung des Halmes. Es ist hier nicht die Rede von der meist viel stärkeren, indirekten Belastung durch das von den Wellen in Bewegung gesetzte Treibzeug, was in Kap. 3.3. behandelt wird.

Der Einfachheit halber nennen wir im folgenden die aus der Bewegung des Wassers entstehende Kraftwirkung auf den Halm "Wasserdruck", obwohl der Anteil des Unterdruckes auf der Leeseite eigentlich überwiegt. Die Berechnung des Wasserdruckes erfolgt mit dem gleichen Ansatz wie für den Winddruck (Gleichungen 31.1 bzw. 31.2). Folgende Anpassungen sind notwendig:

- Anstelle der Dichte ρ_l ist die Dichte ρ_w des Wassers zu setzen.
- Der Luftwiderstandsbeiwert c_l ist durch den Wasserwiderstandsbeiwert c_w zu ersetzen.
- Zusätzlich zur waagrechten Geschwindigkeit u der Wasserteilchen wird auch die senkrechte Komponente v berücksichtigt, da deren Anteil bei größerer Halmneigung wesentlich werden kann.
- Weil unter Wasser die Blätter des Schilfes abgestorben sind, kann die Reibung längs des Halmes vernachlässigt werden.

Die Berechnungsgleichung für den Wasserdruck sieht dann wie folgt aus (vgl. Fig. 3.15.):

$$q_w dl = c_w \rho_w / 2 w_r \cdot |w_r| D dl \quad [\text{N}] \quad (32.42)$$

- q_w ... Wasserdruck auf den Halmes (pro Längeneinheit) [N/m]
 dl ... Länge des betrachteten Halmelementes [m]
 c_w ... Widerstandsbeiwert für den Wasserdruck auf den Halm [-]
 ρ_w ... Dichte des Wassers = 1000 kg/m³
 w_r ... Relative Geschwindigkeit der Wasserteilchen \perp Halm [m/s]
 D ... Durchmesser des Halmes [m]

Die Relativgeschwindigkeit w_r der Wasserteilchen senkrecht zum Halm ist gleich der algebraischen Summe der auf die Halmnormale projizierten waagrecht und senkrechten Komponenten $(u - x')$ und $(v - z')$ der Teilchengeschwindigkeit. Dabei muß bei der gewählten Vorzeichenkonvention der Betrag der vertikalen Komponente negativ eingesetzt werden (vgl. Fig. 3.15.):

$$w_r = (u - x') \cos \varphi - (v - z') \sin \varphi \quad [\text{m/s}] \quad (32.43)$$

- u ... Horizontale Geschwindigkeitskomponente des Wassers [m/s]
 v ... Vertikale Geschwindigkeitskomponente des Wassers [m/s]
 x ... Waagrechte Lagekoordinate des Halmes [m]
 z ... Senkrechte Lagekoordinate des Halmes [m]
 x' ... Geschwindigkeit des Halmelementes in x -Richtung = dx/dt [m/s]
 z' ... Geschwindigkeit des Halmelementes in z -Richtung = dz/dt [m/s]
 φ ... Neigungswinkel des Halmelementes [rad]

Der unter Wasser liegende Teil des Stengels wird also einer verteilten Belastung von

$$q_w = c_w \rho_w / 2 [(u - x') \cos \varphi - (v - z') \sin \varphi] \cdot | (u - x') \cos \varphi - (v - z') \sin \varphi | D \quad [\text{N/m}] \quad (32.44)$$

unterworfen. Die Ausdrücke auf der rechten Seite dieser Gleichung werden wie folgt bestimmt:

- Die Lagekoordinaten x , z und φ sowie deren Ableitungen (Geschwindigkeiten des Halmelementes x' , z' , φ') werden durch das mathematische Modell laufend berechnet.
- Die Dichte des ρ_w Wassers kann zu 1000 kg/m³ eingesetzt werden.
- Die Berechnung der Wasserteilchengeschwindigkeit (u, v) aus den Wellenkenngrößen mit Hilfe der Wellentheorien ist Gegenstand des Kapitels 3.2.3., die Abschätzung der Wellenkenngrößen als Funktion der Seegeometrie und der Windgeschwindigkeit behandelt Kap. 3.2.2..
- Der Wasserwiderstandskoeffizient c_w muß experimentell bestimmt werden (vgl. folgendes Kapitel).

3.2.1.4. Bestimmung des Wasserwiderstandskoeffizienten

Die Beanspruchung des Schilfhalmes durch die Wellen kann etwas vereinfacht als "Kraftwirkung von Wellen auf feste Kreiszyylinder bzw. Pfähle" betrachtet werden. Dieses Problem wurde wegen der großen Bedeutung von Bauten im Küstenbereich der Ozeane (Bohrplattformen, Hafenanlagen) schon von verschiedenen Institutionen untersucht. Eine Übersicht einiger Ergebnisse bietet BURKHARDT (1967). Die Ergebnisse der verschiedenen Forscher differieren stark: die Werte der Widerstandskoeffizienten c_w nach Gleichung (32.42) liegen zwischen 0,36 und 2,04. Von den in diesen Forschungsarbeiten untersuchten Strukturen unterscheidet sich der Schilfhalm allerdings beträchtlich durch seine größere Flexibilität: Er macht die Bewegungen des Wassers zu einem hohen Grad mit. Aus naheliegenden Gründen sind derart bewegliche Strukturen für Bauwerke ungeeignet und wurden deshalb nicht untersucht.

Die große Streubreite der c_w -Werte wird zum Teil damit erklärt, daß, wie beim Luftwiderstand, auch hier die Reynolds'sche Zahl Re eine Rolle spielt (s. Kap. 3.1.1., Gl. 31.3). Nimmt man als charakteristische Länge z.B. einen maximalen Halmdurchmesser D von 1,5 cm und eine Strömungsgeschwindigkeit u des Wassers von 2,5 m/s, so wird bei einer Zähigkeit ν_w des Wassers von 10^{-6} m²/s die Reynolds'sche Zahl $Re = 37'500$. Aus Fig. 3.3. mit dem Widerstandsbeiwert eines Kreiszyinders in einer stationären Strömung geht hervor, daß dieser Wert noch weit unterhalb des kritischen Bereichs $Re \approx 5 \cdot 10^5$ liegt, wo der Widerstandsbeiwert stark abnimmt. Berücksichtigt man in der Aufstellung von BURKHARDT (1967) nur jene Autoren, welche eine periodische Wellentheorie verwenden und die Ergebnisse ausdrücklich für Reynolds'sche Zahlen $< 5 \cdot 10^5$ angeben, so bleiben von den ursprünglich 18 noch deren 9. Davon schlagen vier einen c_w -Wert von 1,2 vor, drei rechnen mit dem Wert für die stationäre Strömung (was nach Fig. 3.3. für $Re = 500$ bis $\approx 3 \cdot 10^5$ einem Wertebereich für c_w von 1,0 bis 1,2 entspricht). Die beiden übrigen Autoren geben 1,6 bzw. 2,04 an, wobei der letzte Wert als Summe von Mittelwert (1,626) und Standardabweichung (0,414) der Versuchsergebnisse erhalten wurde.

Um Aufschluß darüber zu erhalten, ob die oben angegebenen c_w -Werte auch für Schilfhälme einigermaßen zutreffen, machten wir in der Wellenrinne der Versuchsanstalt für Wasserbau an der ETH (VAW) einen Modellversuch mit Kunststoffstäben von 1 cm Durchmesser (Beschreibung der Versuchsanordnung in Kap. 3.3.4.). Diese Stäbe hatten eine Biegesteifigkeit von 15'690 N cm², was ziemlich genau einem Schilfhalm der gleichen Dicke ent-

spricht (vgl. Teil III, Tabellen zu Kap. 3.4). Die Wassertiefe d betrug 50 cm, die Wellenperiode T 0,9 s. Untersucht wurden Wellenhöhen H von 12 cm (11 - 13 cm) und 16 cm (15 - 17 cm). Die entsprechende Wellenlänge L war gleich 130 cm. Das Ausmaß der Bewegung der Stäbe wurde mit lange belichteten Photos (Belichtungszeit 1 s, d.h. etwas länger als eine Wellenperiode) festgehalten. Die gleiche Situation wurde mit dem mathematischen Modell für verschiedene c_w simuliert. Die berechneten Bewegungen der Stäbe wurden mit den Photographien verglichen. Bei der kleineren Wellenhöhe (12 cm) war die Bewegung so klein, daß nur der gesamte Ausschlag (also Vor- und Rückschwung zusammen) mit einiger Genauigkeit aus dem Bild gemessen werden konnte. Bei $H = 16$ cm war es möglich, auch den Vorschwung für sich allein zu bestimmen. Die gemessenen und gerechneten Bewegungen sind in Fig. 3.16. dargestellt.

Bei der totalen Bewegung zeigt sich eine qualitativ gute bis sehr gute Übereinstimmung im Verlauf der gerechneten und gemessenen Kurven; für die Wellenhöhe von 12 cm liegt die gemessene Linie zwischen jenen für $c_w = 1,0$ und 1,5 (entsprechend etwa einem Wert c_w von 1,2), bei 16 cm hohen Wellen folgt die gemessene Linie fast genau jener für $c_w = 2,0$ (entsprechend etwa $c_w = 1,9$). Wird nur der Vorschwung betrachtet, so liegt die gemessene Linie ebenfalls in der Nähe der Kurve für $c_w = 2,0$ (da die Bewegung des untersten Meßpunktes, 25 cm über Grund, für eine genaue Messung zu klein ist, wurde in der Figur nur der obere Teil der gemessenen Linie eingezeichnet).

Die Größenordnungen der auf diese Weise ermittelten c_w -Werte liegt also durchaus im Bereich der Literaturangaben für den festen Pfahl. Daß der größeren Wellenhöhe ein höherer c_w -Wert entspricht, läßt sich nicht ohne weiteres erklären. Vermutlich beschreibt die hier anzuwendende, lineare Wellentheorie (S. 124 - 130 und 154 - 157) die Bewegung der Wasserteilchen nur unzureichend: Höhe, Länge und Wassertiefe sowie der daraus resultierende Ursell-Parameter (vgl. S. 123, Gl. 32.85) $U = 1,6$ bzw. 2,2 verlangen zwar eindeutig die lineare Theorie (auch eine Nachrechnung mit der Theorie dritter Ordnung ergab kaum Unterschiede), doch die von der Wellenmaschine erzeugten Wellen weichen von der in den Theorien vorausgesetzten Form erheblich ab, da die Kraftübertragung vom Motor zur Schaufel (vgl. Fig. 3.45.) über eine Transmission erfolgte, welche besonders bei größeren Amplituden etwas Schlupf aufwies. Dadurch wurde die Bewegung unregelmäßig, was zu Wellen mit relativ höheren und steileren Wellenbergen und relativ flacheren und längeren Wellentälern führte. So war die Energie der Wellen zum größeren Teil im Wellenberg konzentriert. Die Beanspruchung der Stäbe erhielt

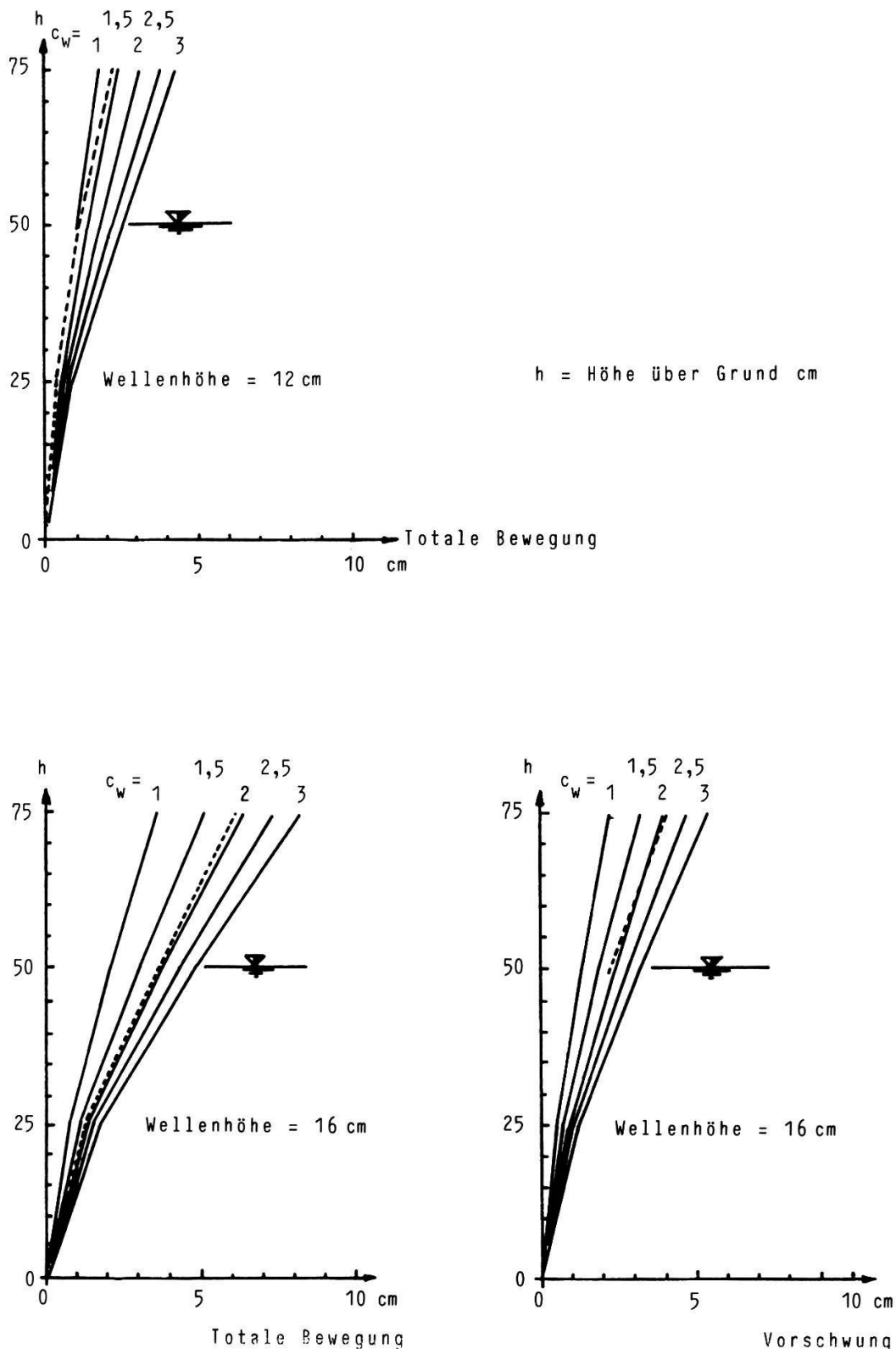


Fig. 3.16. Vergleich von gerechneten und gemessenen Ausschlägen eines Kunststoffhalmes von 1 cm Durchmesser unter dem Einfluß von Wellen mit einer Höhe von 12 cm (oben) bzw. 16 cm (unten). Totale Bewegung = Vorschung + Rückschwingung.
 ----- Gemessen ———— Gerechnet für verschiedene Widerstandskoeffizienten c_w .

damit einen mehr schlagartigen Charakter, was zu größeren Ausschlägen führt als eine zwar schwächere, jedoch während längerer Zeit wirkende Belastung (wie sie im Modell simuliert wird). Da der Schlupf bei den 16 cm-Wellen deutlich stärker war (dies waren die größten, die sich mit dieser Maschine überhaupt erzeugen ließen), können wir annehmen, daß der c_w -Wert bei dieser Wellenhöhe nur scheinbar so hoch ist.

Auch die Nachgiebigkeit der nicht ganz starren Halterung für die Stäbe ließ sich in der Rechnung nicht berücksichtigen, was sich ebenfalls bei der höheren Belastung stärker auswirkt.

Aus all diesen Gründen schien es gerechtfertigt, für Schilfhalme auch mit dem von vielen Autoren (vgl. BURKHARDT 1967) empfohlenen c_w -Wert stationär umströmter Zylinder zu rechnen. Da, wie eingangs dieses Kapitels erwähnt, die Reynolds'schen Zahlen in der Größenordnung von 10^4 liegen, setzten wir den Wasserwiderstandsbeiwert

$$\underline{c_w = 1,2} \quad (32.45)$$

in die Berechnungen mit dem mathematischen Modell.

Es bleibt noch darauf hinzuweisen, daß der c_w -Wert nur eine relativ geringe Bedeutung hat, denn die Hauptbeanspruchung des Schilfes entsteht nicht durch die unmittelbare Wellenwirkung, sondern durch das von den Wellen bewegte Treibzeug. Übrigens bewirkt eine Erhöhung des c_w -Wertes bei vorhandenem Treibzeug nicht unbedingt auch eine verstärkte Belastung: Je nach dem Verhältnis der Eigenfrequenz des Systems Halm-Treibzeug zur Wellenfrequenz wirkt ein höherer Widerstandsbeiwert als Dämpfer. Um den Einfluß des Widerstandsbeiwertes auf die Halmbeanspruchung abzuschätzen, berechneten wir mit dem mathematischen Modell einen praxisnahen Fall eines Schilfstandortes, der einer Windgeschwindigkeit von $u_l = 7$ m/s und einem Treibholz mit einer Masse von 6 kg pro laufenden Meter Uferlinie unterworfen ist. Es wurden verschiedene Wellenhöhen zwischen 10 und 30 cm und –perioden von 1,25 bis 3,3 s untersucht, wobei einmal mit $c_w = 1,2$ und einmal mit $c_w = 1,7$ gerechnet wurde. Die mittlere Beanspruchung, ausgedrückt als Standardabweichung des positiven Biegemomentes am Halmfuß, unterschied sich um maximal 7 %, für den Maximalwert des Biegemomentes am Halmfuß betrug die größte Differenz 8 %, wobei die größere Beanspruchung in diesem Fall aus dem kleineren c_w resultierte. Angesichts des verhältnismäßig geringen Einflusses des Wasserwiderstandskoeffizienten c_w auf die Gesamtbeanspruchung erschienen umfangreichere Experimente für eine exaktere c_w -Bestimmung nicht gerechtfertigt.

3.2.2. Ermittlung der Wellenkenngrößen

Zum Zwecke der Schifffahrt, zur Dimensionierung von Hafen- und anderen Küstenbauten wurden schon früh (seit über hundert Jahren) Verfahren gesucht, um die Größe der Wellen vorhersagen zu können. Da die Wellen durch den Wind entstehen, suchte man zuerst Beziehungen zwischen der Wellenhöhe H und der Windgeschwindigkeit u_l (wobei je nach Beobachter die beiden Ausdrücke auf verschiedene Weise definiert wurden). Einen ebenso bestimmenden Einfluß haben aber die Streichlänge F (engl.: fetch), die Breite und Form des Windfeldes (auch Streichfläche genannt) sowie die Winddauer t_w . Unter der Streichlänge versteht man die entgegen der Windrichtung gemessene Ausdehnung der Wasserfläche vom interessierenden Ort aus, die Streichfläche ist die vom Wind überstrichene Wasserfläche im Luv des betreffenden Ortes. Die Begrenzung ist meist durch die Küste gegeben, bei sehr großen Wasserflächen oder mehr lokalen Windereignissen auch durch die Gebiete mit geringer Windgeschwindigkeit. Bei beschränkter Breite des Windfeldes muß der Wert für die Streichlänge entsprechend abgemindert werden. Dies geschieht hier mit dem auch theoretisch begründeten Verfahren von LIANG (1973). Eine ähnliche Methode beschreiben BRUSCHIN und FALVEY (1975/76).

Eine ausführliche Übersicht über die bekannteren empirischen und halbempirischen Formeln gibt SCHÜTTRUMPF (1973). BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) beschreiben im Hinblick auf den Genfersee eine Methode, welche sowohl mit der signifikanten oder kennzeichnenden Wellenhöhe $H_{1/3}$, als auch mit dem Spektrum nach NEUMANN (1953) arbeitet. In neuerer Zeit wurden auch mathematische Seegangmodelle zur detaillierten Erfassung der Energieübertragung zwischen Wind und Wellen entwickelt. Diese liefern für jeden Punkt eines gewählten Netzes ein nach Richtung differenziertes Energiespektrum des Wellenganges. Der Gebrauch solcher Modelle ist aber aufwendig, weil entsprechend der Feinheit des Netzes die Windverhältnisse über der ganzen Wasserfläche bekannt sein oder berechnet werden müssen. RESIO und VINCENT (1978) beschreiben die Anwendung zweier in den USA entwickelter mathematischer Seegangmodelle auf den Lake Superior.

In den folgenden Kapiteln werden am Beispiel des Versuchsfeldes in Altenrhein am Bodensee-Obersee die Verfahren von BRETSCHNEIDER (1957) sowie von BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) vorgestellt.

3.2.2.1. Bestimmung der Streichlängen

Wie zu Beginn des Kapitels 3.2.1. bemerkt wurde, breiten sich die durch eine punktförmige Störung verursachten Wellen kreisförmig über die Wasserfläche aus. In einem bestimmten Punkt A (Fig. 3.17.) treffen deshalb nicht nur Wellen aus dem Gebiet entlang der Windrichtung (der Streichlänge), sondern auch aus den seitlichen Regionen ein. Durch Überlagerung all dieser Wellen entsteht schließlich der in A beobachtete Wellengang. Deshalb hat gerade bei den Binnenseen (die in diesem Zusammenhang "kleinflächig" sind) die Breite und Form der Streichfläche einen entscheidenden Einfluß auf die zu erwartenden Wellengrößen.

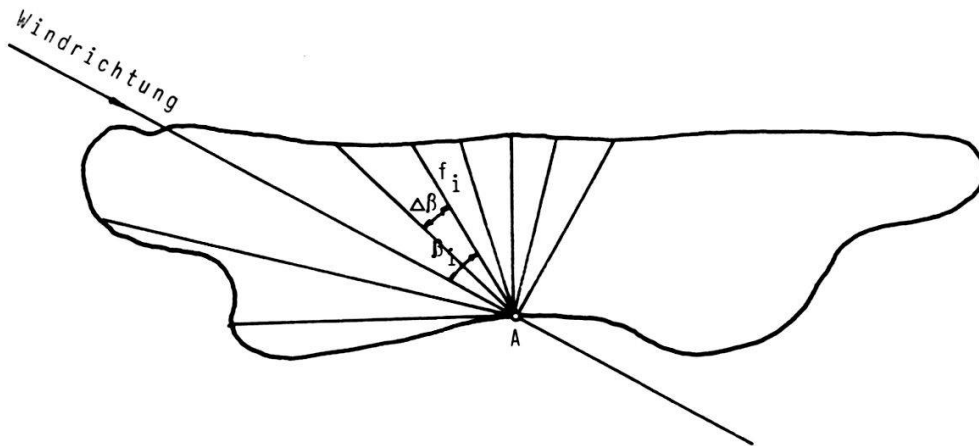


Fig. 3.17. Definitionsskizze zur Bestimmung der wirksamen Streichlänge für den Punkt A.

f_i = Länge des Richtungsvektors (freie Wasserfläche)

β_i = Winkel zwischen der Windrichtung und dem Richtungsvektor

Nach dem Modell von LIANG (1973) geschieht die Energieübertragung vom Wind auf die Wasserfläche punktwise unabhängig, das heißt, in jedem Punkt des Windfeldes entstehen Elementarwellen, die sich kreisförmig ausbreiten (vgl. S. 82f) und sich dabei gegenseitig überlagern. Die Rechtfertigung dieser Annahme sieht LIANG in der Tatsache, daß durch die ständigen örtlichen und zeitlichen Schwankungen der lokalen Windbewegung (Turbulenz) nur kurz-kämmige und überall etwas verschiedene Wellen entstehen. Entsprechend versteht er unter einem "Punkt" eine Fläche deren Ausdehnung etwa einer Wellenlänge entspricht. Bezogen auf das ganze Windfeld kann eine solche Fläche ohne weiteres als Punkt betrachtet werden.

Die Ausbreitung der Elementarwellen geschieht bei wehendem Wind nicht

gleichmäßig entlang des ganzen Kreisumfanges, denn die Luftströmung bewirkt auf der Luvseite einen Druckanstieg ($\Delta p_1, \Delta p_3$; vgl. Fig. 3.18), auf der Leeseite dagegen einen Druckabfall ("Sog"; $\Delta p_2, \Delta p_4$), die sich beide zu einer Kraft in Richtung des wehenden Windes summieren. Dadurch wird der mit dem Wind laufende Teil der Elementarwelle verstärkt, d.h. diesem wird ständig neue Energie zugeführt, während der gegen den Wind laufende Teil gebremst wird: diesem wird Energie entzogen. Damit wird die durch den Wind in die Elementarwelle eingebrachte Energie in einen bestimmten Bereich um die Windrichtung konzentriert. Die Form dieser Konzentration (Verteilung der Energie längs des Kreisumfangs) findet LIANG mit folgender Überlegung: Da die Energie durch den Luftdruck übertragen wird, nimmt er an, sie sei proportional zum Luftdruck verteilt. Der Druck auf eine schief angeblasene Fläche in Funktion des Winkels β ist mit den Bezeichnungen der Fig. 3.19. gleich

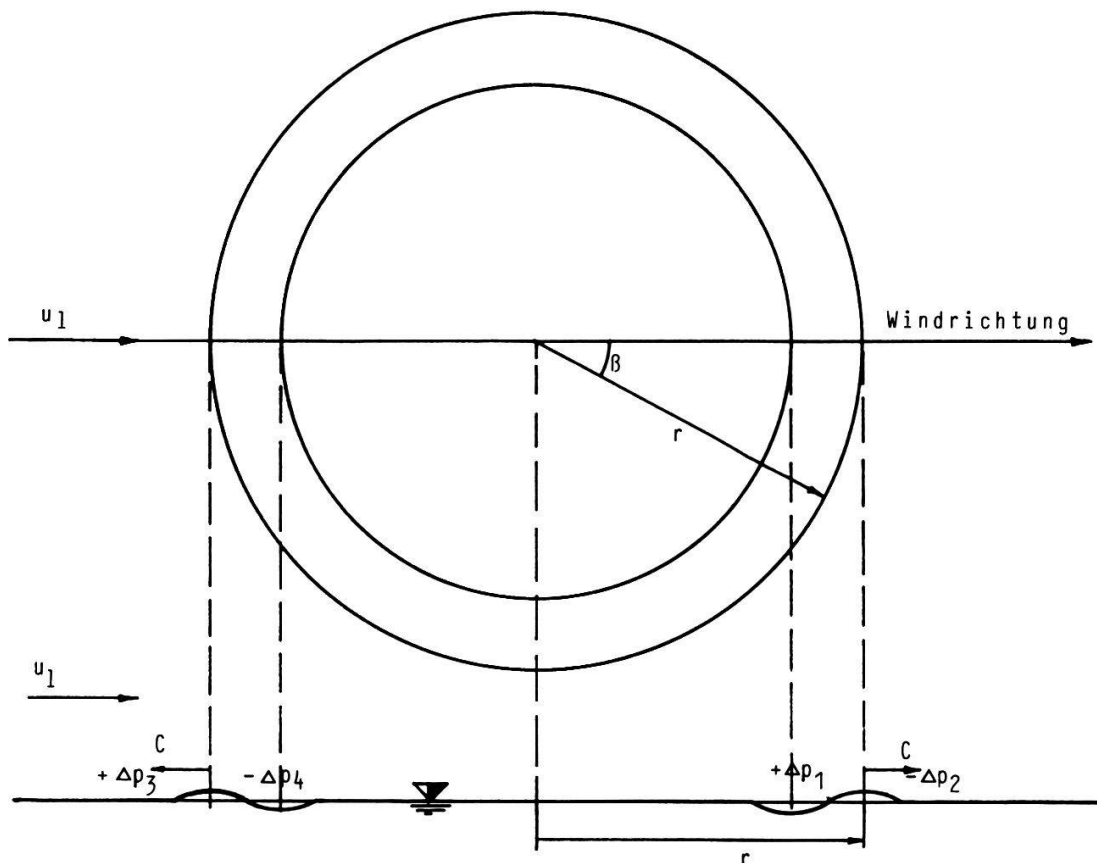


Fig. 3.18. Ausbreitung einer (gedachten) Elementarwelle bei wehendem Wind. Der von links nach rechts blasende Wind verursacht auf der linken Seite (Luv) eine Druckanstieg ($+\Delta p$), auf der rechten (Lee) einen Druckabfall ($-\Delta p$).
 C = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle
 u_1 = Windgeschwindigkeit

$$p(\beta) = \frac{p(0) \cos\beta}{\frac{1}{\cos\beta}} = p(0) \cos^2\beta \quad (32.46)$$

Entsprechend kann für die Energie

$$E(\beta) = E(0) \cos^2\beta \quad -\pi/2 \leq \beta \leq +\pi/2 \quad (32.47)$$

gesetzt werden, wobei unter E die innerhalb eines infinitesimalen Kreissegmentes $d\beta$ enthaltene Wellenenergie zu verstehen ist. Durch Modellversuche konnte LIANG diese Richtungsverteilung einigermaßen bestätigen. Die Entwicklung seines Ansatzes führte ihn dazu, anstelle der üblicherweise gebrauchten Streichlänge F eine Art Streichfläche FF mit der Dimension [Länge·rad] zu verwenden. Für eine konstante Windgeschwindigkeit über dem ganzen Windfeld läßt sich diese Streichfläche als

$$FF = \int_{+\pi/2}^{-\pi/2} f \cos^2\beta d\beta \quad [\text{km}\cdot\text{rad}] \quad (32.48)$$

anschreiben. Dabei ist f die Länge der freien Wasserfläche entlang der Richtung β (vgl. Fig. 3.17.). Auch für verschiedene Windgeschwindigkeiten u_1 und $-$ richtungen über einer Wasserfläche läßt sich nach LIANG die zugehörige wirksame Streichfläche berechnen. Dazu muß man eine Bezugsrichtung (z.B.

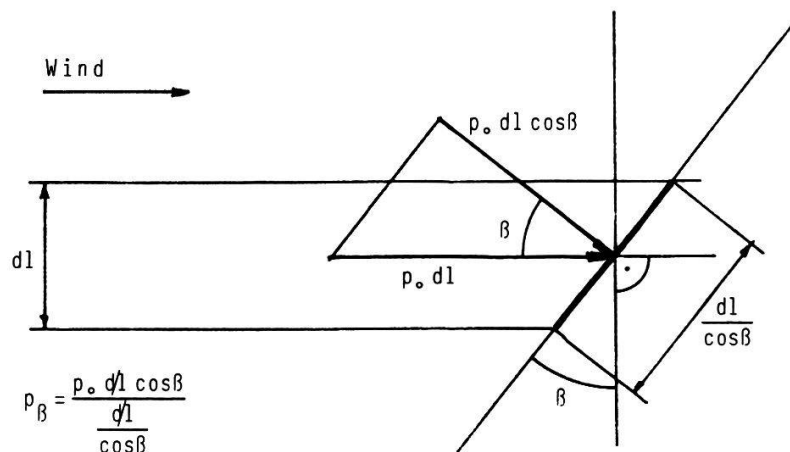


Fig. 3.19. Winddruck auf eine schief angeblasene Fläche.

p_0 = Staudruck des Windes

p_β = Winddruck auf die Fläche, die mit dem Winkel β auf der Senkrechten zur Windrichtung steht

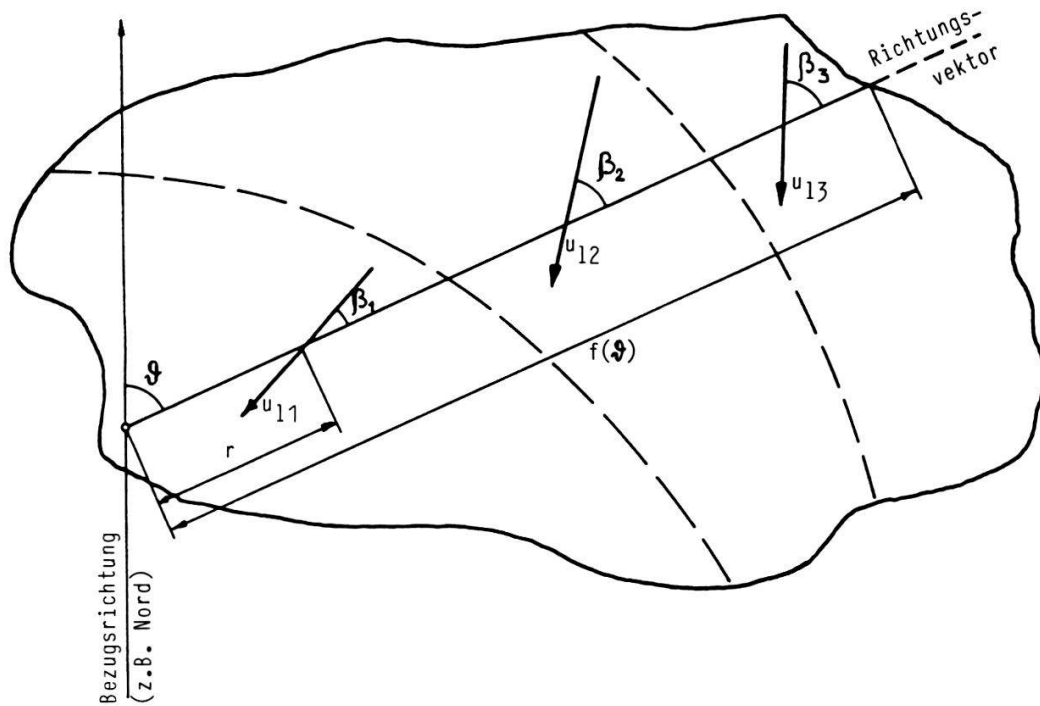


Fig. 3.20. Einteilung des Windfeldes in Zonen gleicher Windgeschwindigkeit und -richtung zur Berechnung der wirksamen Streichlänge nach Gl. (32.49).

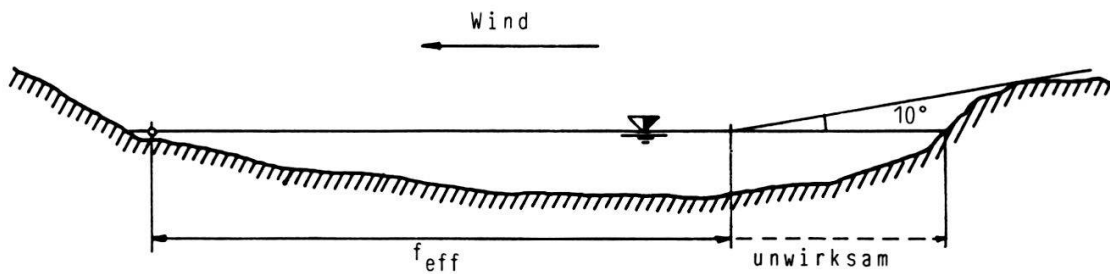


Fig. 3.21. Abminderung der Länge eines Richtungsvektors um den unwirksamen Teil bei Geländeneigungen von mehr als 10° am gegenüberliegenden Ufer.

die Nordrichtung) auswählen und den Winkel θ zwischen dieser Bezugsrichtung und dem Richtungsvektor einführen (Fig. 3.20.). Bezeichnet man die laufende Koordinate entlang des Richtungsvektors mit r , seine Länge mit $f(\theta)$, so wird

$$FF = \frac{1}{U} \int_{\theta_0}^{f(\theta)} \int_0^{f(\theta)} u_f(r, \theta) R(\beta(r, \theta)) dr d\theta \quad (32.49)$$

mit

$$U = \frac{\int_{\theta_0}^{f(\theta)} \int_0^{f(\theta)} dr d\theta}{\int_{\theta_0}^{f(\theta)} \int_0^{f(\theta)} u_f(r, \theta) dr d\theta} \quad (32.50)$$

$$R(\beta(r, \theta)) = \begin{cases} \cos^2 \beta(r, \theta) & |\beta(r, \theta)| \leq \pi/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (32.51)$$

Der Integrationsbereich für θ ist dabei so zu wählen, daß alle Teile des Windfeldes, für welche der Winkel β zwischen $-\pi/2$ und $+\pi/2$ liegt, berücksichtigt werden.

Bei steilen Ufern ist die Länge $f(\theta)$ der entsprechenden Richtungsvektoren nach einem Vorschlag von BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) gemäß der Fig. 3.21. abzumindern, da der Wind dem Terrain nur bei Neigungen von weniger als etwa 10° ohne Ablösung folgt.

Für die praktische Berechnung werden die Integrale durch entsprechende Summierungen ersetzt (vgl. das folgende Beispiel).

Beispiel: Windfeld Altenrhein (s. Fig. 3.22.)

Aufgabe: Es werde die Streichfläche FF für das Schilfgebiet in Altenrhein (bei der Mündung des Alten Rheines in den Bodensee) bestimmt, und zwar für Winde aus W, NW und N, mit konstanter Windgeschwindigkeit auf dem ganzen See.

Vorgehen: Wahl eines Punktes A vor dem Ufer, so daß die Wassertiefe ungefähr die Hälfte der zu erwartenden Wellenlänge beträgt (Tiefwassergrenze). Unter der (durch die Resultate zu überprüfenden) Annahme einer maximalen Wellenlänge von rund 20 m ist dafür eine Tiefe von rund 10 m ausreichend, d.h. ein Abstand von etwa 1 - 2 km vom Ufer.

Anschließend wird das Winkelinkrement $\Delta\beta$ für die Summierung (willkürlich) gewählt: $\Delta\beta = 5^\circ = 0,0873$ [rad]. Nun können die Richtungsvektoren in die Karte gezeichnet und herausgemessen werden. Die Auswertung geschieht am besten in einer Tabelle (Tab. 3.2.).

Bemerkung: Für keine der gewählten Windrichtungen wird mit den angegebenen Richtungsvektoren der ganze Bereich $\beta = -\pi/2$ bis $+\pi/2$ abgedeckt, die Begrenzung wird hier durch den Verlauf des Ufers bestimmt.

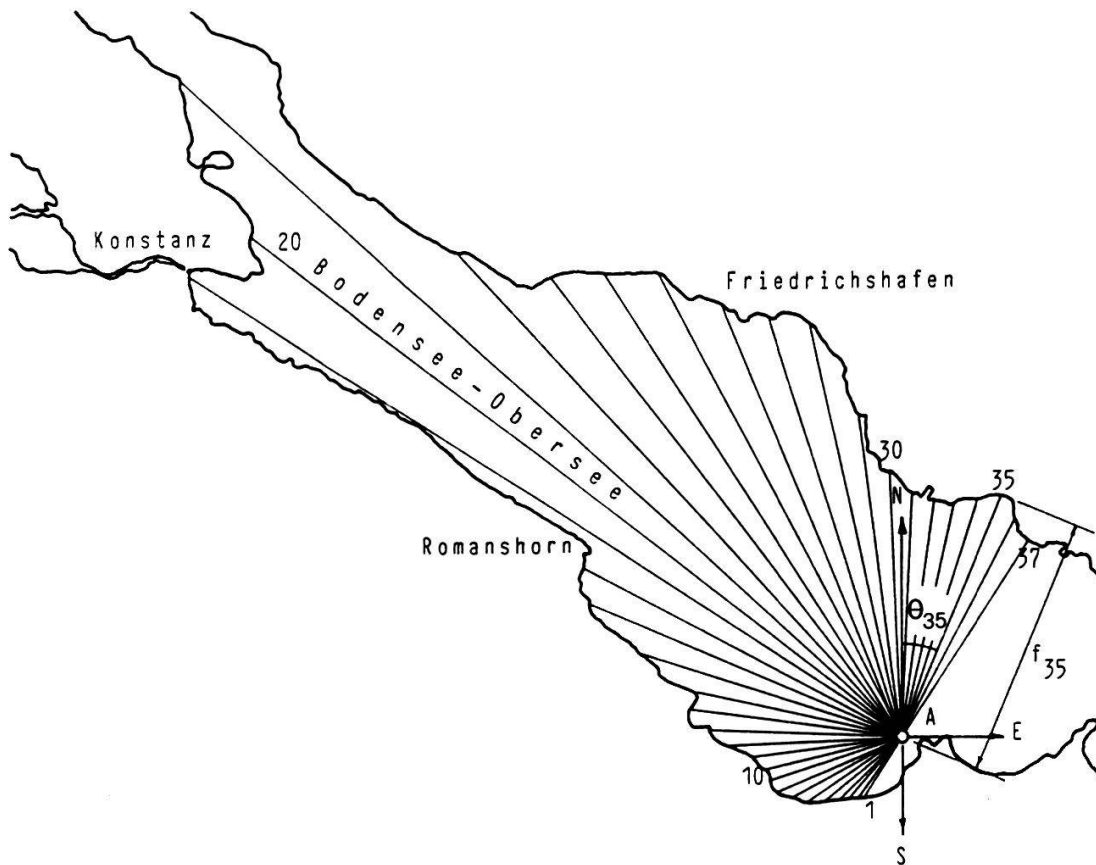


Fig. 3.22. Richtungsvektoren zur Berechnung der Streichlänge für das Versuchsfeld Altenrhein. Bezugsrichtung ist Nord, d.h. der Winkel θ_i ist gleich dem Azimut des Richtungsvektors i .

Tab. 3.2. Richtungsvektoren für das Windfeld vor dem Versuchsfeld in Altenrhein.

Nr.	Richtung θ [°]	f [km]	β [°] für Wind aus:		
			W	NW	N
1	-147,5	2,8	57,5		
2	-142,5	3,1	52,5		
3	-137,5	3,4	47,5		
4	132,5	3,9	42,5	87,5	
5	-127,5	4,3	37,5	82,5	
6	-122,5	4,7	32,5	77,5	
7	-117,5	5,1	27,5	72,5	
8	-112,5	5,3	22,5	67,5	
9	-107,5	5,2	17,5	62,5	
10	-102,5	5,5	12,5	57,5	
11	-97,5	6,0	7,5	52,5	
12	-92,5	7,1	2,5	47,5	
13	-87,5	8,1	2,5	42,5	87,5
14	-82,5	7,9	7,5	37,5	82,5
15	-77,5	9,2	12,5	32,5	77,5
16	-72,5	10,7	17,5	27,5	72,5
17	-67,5	12,9	22,5	22,5	67,5
18	-62,5	13,9	27,5	17,5	62,5
19	-57,5	31,8	32,5	12,5	57,5
20	-52,5	35,4	37,5	7,5	52,5
21	-47,5	41,9	42,5	2,5	47,5
22	-42,5	23,9	47,5	2,5	42,5
23	-37,5	22,2	52,2	7,5	37,5
24	-32,5	21,4	57,5	12,5	32,5
25	-27,5	19,0	62,5	17,5	27,5
26	-22,5	17,4	67,5	22,5	22,5
27	-17,5	17,1	72,5	27,5	17,5
28	-12,5	15,7	77,5	32,5	12,5
29	-7,5	11,2	82,5	37,5	7,5
30	-2,5	10,4	87,5	42,5	2,5
31	+2,5	9,6		47,5	2,5
32	+7,5	9,5		52,5	7,5
33	+12,5	9,6		57,5	12,5
34	+17,5	10,0		62,5	17,5
35	+22,5	10,4		67,5	22,5
36	+27,5	9,6		72,5	27,5
37	+32,5	9,3		77,5	32,5
$\sum_{i=1}^{37} f_i \cos^2 \beta_i =$			201,55	315,08	231,92

Mit $\Delta\beta = 5^\circ = 0,0873$ wird

$$FF = \sum_{i=1}^{37} f_i \cos^2 \beta_i \Delta\beta = \quad 17,6 \quad 27,5 \quad 20,2 \quad [\text{km} \cdot \text{rad}]$$

W-Wind NW-Wind N-Wind (32.52)

3.2.2.2. Berechnung der Kenngrößen

3.2.2.2.1. Im Tiefwasser

Aus eigenen und fremden Meßreihen entwickelte BRETSCHNEIDER in mehreren Ansätzen (vgl. SCHÜTTRUMPF 1973) Diagramme mit Beziehungen zwischen Wellenhöhe, Windgeschwindigkeit und Streichlänge. Auf den neuesten Stand gebracht und für den praktischen Gebrauch veröffentlicht wurden sie (u.a.) im Handbuch des U.S. ARMY COASTAL ENGINEERING RESEARCH CENTER (1966). Für den Bereich

$$10 \leq \frac{g \cdot FF}{u_l^2} \leq 10^4 \quad (32.53)$$

lassen sich die Funktionen von BRETSCHNEIDER (1957) durch folgende dimensionslose Gleichungen annähern:

$$\frac{g H_{1/3}}{u_l^2} = 0,0024 \left(\frac{g FF}{u_l^2} \right)^{1/2} \quad (32.54)$$

$$\frac{C}{u_l^2} = \frac{g T_{H1/3}}{2 \pi u_l} = 0,092 \left(\frac{g FF}{u_l^2} \right)^{1/2} \quad (32.55)$$

mit

- g ... Erdbeschleunigung = 9,81 m/s²
- FF ... Steichlänge nach LIANG (1973) [m]
- u_l ... Windgeschwindigkeit [m/s]
- $H_{1/3}$... Signifikante Wellenhöhe (s. S. 90) [m]
- $T_{H1/3}$... Signifikante Wellenperiode (s. S. 90) [s]
- C ... Fortpflanzungsgeschwindigkeit der signifikanten Welle im Tiefwasser [m/s]

Den in (32.53) gegebenen Gültigkeitsgrenzen entsprechen für Windgeschwindigkeiten von 3 m/s (\approx 11 km/h = Windstärke 2, "leichte Brise") bzw. 30 m/s (= 108 km/h = Windstärke 11, "orkanartiger Sturm") Streichlängen von

$$FF = (10 \div 10^4) \cdot \frac{u_l^2}{g} \quad (32.56)$$

$$= 9,17 \div 9174 \text{ m} \quad \underline{\text{rd. 10 m bis 10 km (} u_l = 3 \text{ m/s)}}$$

$$= 917 \div 917'430 \text{ m} \quad \underline{\text{rd. 1 km bis 1000 km (} u_l = 30 \text{ m/s)}}$$

Mit diesen Größen werden die bei den schweizerischen Binnenseen anzutreffenden Verhältnisse in genügendem Maße abgedeckt; eigentliche Kleingewässer mit ihren speziellen Problemen sind nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Aus (32.55) leitete BRETSCHNEIDER (1952) einen Ausdruck her für jene Mindestwinddauer, die zur Ausbildung der nach (32.54) berechneten Wellen notwendig ist:

$$t_w = \int_0^{FF} \frac{dFF}{C_g} = 2 \int_0^{FF} \frac{dFF}{C} = \frac{4\pi}{g} \int_0^{FF} \frac{dFF}{T_{H1/3}} \quad [\text{s}] \quad (32.57)$$

C_g ... Gruppengeschwindigkeit der Wellen = Geschwindigkeit, mit der sich eine Gruppe nicht ganz gleichlanger Wellen fortpflanzt = $C/2$ bei flachen Tiefwasserwellen [m/s] (Zur Beziehung zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit C der Wellen und ihrer Periode T s. Kap. 3.2.3.

t_w ... Mindestwinddauer zur Ausbildung der nach (32.54) berechneten Wellen [s]

Wird $T_{H1/3}$ mit dem aus (32.55) gewonnenen Ausdruck (32.61) in diese Gleichung eingesetzt, so wird

$$t_w = \frac{2}{0,092 (g u_i^2)^{1/4}} \int_0^{FF} \frac{dFF}{FF^{1/4}} = \frac{8 FF^{3/4}}{0,276 (g u_i^2)^{1/4}} \quad [\text{s}] \quad (32.58)$$

oder, als Verhältnis auf FF bezogen

$$\frac{FF}{t_w} = 0,0345 \sqrt[4]{(g u_i^2 FF)} \quad [\text{m/s}] \quad (32.59)$$

Mit der Auflösung der Gleichungen (32.54) und (32.55) nach $H_{1/3}$ bzw. $T_{H1/3}$ können die notwendigen Formeln zur Berechnung der benötigten Wellenkenngrößen aus Windgeschwindigkeit, Streichlänge und Winddauer zusammengestellt werden:

$$H_{1/3} = 0,0024 \sqrt{\left[\frac{u_i^2 FF}{g} \right]} \quad [\text{m}] \quad (32.60)$$

$$T_{H1/3} = 0,578 \sqrt[4]{\left[\frac{u_i^2 FF}{g} \right]} \quad [\text{s}] \quad (32.61)$$

$$\frac{FF}{t_w} = 0,0345 \sqrt[4]{(g u_i^2 FF)} \quad [\text{m/s}] \quad (32.59)$$

Diese Gleichungen sind dimensionsrein und können deshalb mit jedem konsistenten Maßsystem gebraucht werden.

Für die Streichlänge FF kann der nach LIANG (1973) berechnete Wert unter Vernachlässigung der Winkeldimension eingesetzt werden, wenn bei dessen Berechnung die Winkel im Bogenmaß [rad] eingesetzt worden sind.

Die Windgeschwindigkeit u_l in den Bretschneider-Gleichungen bezieht sich auf eine Höhe von 10 m über dem Wasserspiegel, während bei neueren ozeanographischen Untersuchungen üblicherweise die Windgeschwindigkeit 19,5 m über der Wasseroberfläche gemessen wird.

Zur Umrechnung der Windgeschwindigkeiten auf eine andere Höhe benutzen BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) das Fließgesetz für eine turbulente Strömung entlang einer festen Wand. Der Strömungsvorgang ist "hydraulisch rau", d.h. die laminare Unterschicht ist sehr dünn im Vergleich zu den Unebenheiten der Fläche (=Wellen). Dann gilt folgende Geschwindigkeitsverteilung in Abhängigkeit von der Höhe (Näheres s. z.B. PRANDTL 1956 oder SCHLICHTING 1968):

$$u_z = 2,5 u_* \ln(z/z_0) \quad [\text{m/s}] \quad (32.62)$$

u_z ... Windgeschwindigkeit in der Höhe z über dem Wasserspiegel [m/s]

u_* ... Schubspannungsgeschwindigkeit [m/s] = $\sqrt{\tau_0/\rho_l}$

τ_0 ... Schubspannung in der Grenzschicht [N/m²] bzw. [kg/(m s²)]

ρ_l ... Dichte der Luft [kg/m³]

z ... Höhe über der Wasseroberfläche [m]

z_0 ... Integrationskonstante (=Bezugshöhe) [m]

Für die Integrationskonstante gibt CHARNOK (1955; zit. in BRUSCHIN und FALVEY 1975/76) folgenden Ausdruck:

$$z_0 = 0,011 \frac{u_*^2}{g} \quad [\text{m}] \quad (32.63)$$

Gleichung (32.63) in (32.62) eingesetzt liefert

$$u_z = 2,5 u_* \ln \left(\frac{z g}{0,011 u_*^2} \right) \quad [\text{m/s}] \quad (32.64)$$

Die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* ist proportional zu u_∞ , d.h. zu der von der Grenzfläche unbeeinflussten Windgeschwindigkeit. Da u_∞ aus einer terrestrischen Messung nicht bekannt ist, muß u_* für die in der Höhe z gemessene Geschwindigkeit aus (32.64) bestimmt werden. Für $z = 10$ m erhält man dann

$$u_{10} = 2,5 u_* \ln \left(\frac{10 \text{ m} \cdot g}{0,011 u_*^2} \right) \quad [\text{m/s}] \quad (32.65)$$

Da (32.65) nicht explizite nach u_* aufgelöst werden kann, rechnet man die Werte am besten mit dem Nomogramm in der Figur 3.23. um, wo das Verhältnis u_z/u_{10} in Funktion der Höhe für verschiedene Windgeschwindigkeiten u_{10} herausgelesen werden kann. Auch so ist allerdings ein iteratives Vorgehen nötig, da u_{10} für die Wahl der richtigen Kurve in Fig. 3.2.2.7. zuerst geschätzt werden muß.

In der Literatur wird auch eine einfache Potenzfunktion für das Verhältnis u_z/u_{10} angegeben:

$$\frac{u_{10}}{u_z} = \left(\frac{z_{10}}{z}\right)^n \quad (32.66)$$

z_{10} ... Referenzhöhe = 10 m

Für den Exponenten n finden sich in SCHÜTTRUMPF (1973) Angaben von $n = 1/4$ für $z \leq 15$ m und $n = 1/5$ für $z > 15$ m. Für Stationen auf dem Land empfehlen RESIO und VINCENT (1978) $n = 1/7$. Zum Vergleich sind auch diese Kurven in Fig. 3.2.2.7. eingezeichnet. In der letztgenannten Arbeit sowie in BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) werden Methoden zur Übertragung von Meßwerten terrestrischer Stationen auf die Verhältnisse über einem See beschrieben.

Zum praktischen Gebrauch lassen sich die Bestimmungsgleichungen (32.59) bis (32.61) der Wellenkenngrößen für das metrische System vereinfachen. Da sie dann nicht mehr dimensionsrein sind, müssen die Windgeschwindigkeit u_l in m/s bzw. km/h, die Streichlänge FF in km, die Mindestwinddauer t_w in h, die Wellenhöhe $H_{1/3}$ in m und die Wellenperiode $T_{H_{1/3}}$ in s eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} H_{1/3} [\text{m}] &= 0,0242 \sqrt{(u_l [\text{m/s}]^2 FF [\text{km}])} \\ &= 0,00673 \sqrt{(u_l [\text{km/h}]^2 FF [\text{km}])} \end{aligned} \quad (32.67)$$

$$\begin{aligned} T_{H_{1/3}} [\text{s}] &= 0,0586 \sqrt[4]{(u_l [\text{m/s}]^2 FF [\text{km}])} \\ &= 0,309 \sqrt[4]{(u_l [\text{km/h}]^2 FF [\text{km}])} = 3,77 \sqrt[4]{H_{1/3} [\text{m}]} \end{aligned} \quad (32.68)$$

$$\frac{FF}{t_w} [\text{km/h}] = 1,236 \sqrt[4]{(u_l [\text{m/s}]^2 FF [\text{km}])}$$

$$\frac{FF}{t_w} [\text{km/h}] = 0,651 \sqrt[4]{(u_l [\text{km/h}]^2 FF [\text{km}])} = 7,94 \sqrt[4]{H_{1/3} [\text{m}]} = 2,11 T_{H_{1/3}} [\text{s}] \quad (32.69)$$

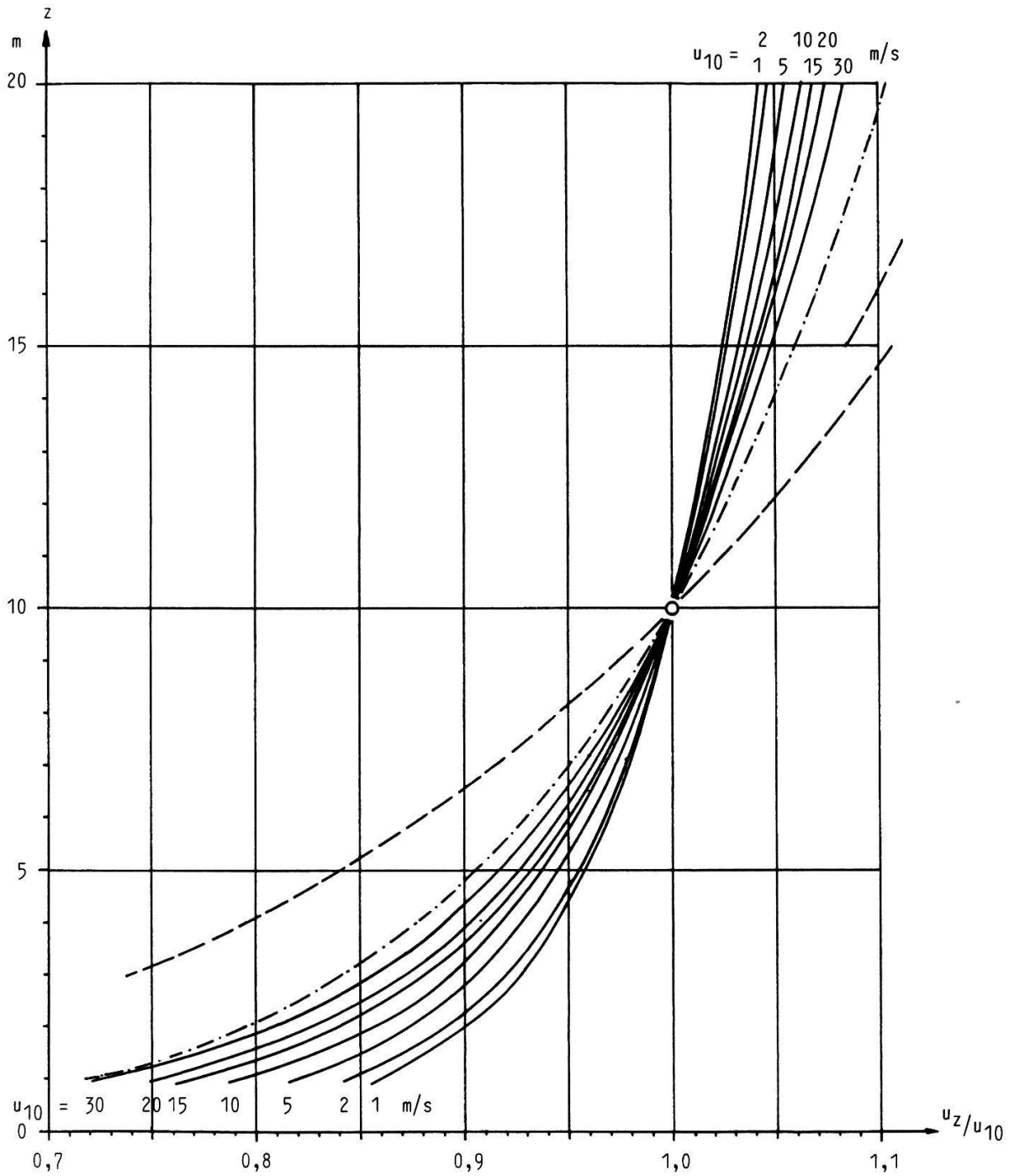


Fig. 3.23. Nomogramm zur Umrechnung von gemessenen Windgeschwindigkeiten auf eine andere Höhe über Grund: Relative Windgeschwindigkeitsprofile, bezogen auf u_{10} in der Höhe 10 m über Grund; Kurvenparameter = u_{10} (nach Gleichung 32.65). Ebenfalls eingezeichnet sind Kurven des Potenzgesetzes (32.66) mit den im Text erwähnten Exponenten.

- $n = 1/4$ ($z \leq 15$ m), bzw. $n = 1/5$ ($z > 15$ m)
- · - · - $n = 1/7$

Da die Wellenhöhe sowohl durch die Streichlänge, als auch durch die Winddauer begrenzt sein kann, muß zuerst mit Hilfe von Gleichung (32.59) bzw. (32.69) das Verhältnis dieser beiden Größen für die gewählte Windgeschwindigkeit berechnet werden. Ist die gegebene Winddauer kleiner als der nach (32.69) berechnete Wert t_w , so muß die Streichlänge entsprechend reduziert werden. Dazu wird (32.59) bzw. (32.69) nach FF aufgelöst:

$$\underline{FF' = 0,0112 \sqrt[3]{(g u_l^2 t_w^4)}} \quad (32.70)$$

bzw.

$$\underline{FF'[\text{km}] = 1,327 \sqrt[3]{(u_l[\text{m/s}]^2 t_w[\text{h}]^4)} = 0,565 \sqrt[3]{(u_l[\text{km/h}]^2 t_w[\text{h}]^4)}} \quad (32.71)$$

(Kontrolle: Die so errechnete Streichlänge muß kleiner als die nach Kap. 3.2.2.1. auf Grund der Topographie bestimmte sein.)

BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) schlagen für Windgeschwindigkeiten von 10 bis 40 m/s die folgenden Formeln zur Berechnung der Wellenkenngrößen vor:

$$\begin{aligned} H_{1/3}[\text{m}] &= (3,1 \cdot 10^{-4} u_l[\text{m/s}]^2 + 0,016 u_l[\text{m/s}]) \sqrt{FF}[\text{km}] \\ &= (2,4 \cdot 10^{-5} u_l[\text{km/h}]^2 + 0,0044 u_l[\text{km/h}]) \sqrt{FF}[\text{km}] \end{aligned} \quad (32.72)$$

$$\frac{t_w u_l}{FF} = 35 \left(\frac{g FF}{u_l^2} \right)^{-0,262} \quad (32.73)$$

Die zur Erzeugung des obigen Wellenganges notwendige Mindestwinddauer kann aus (32.73) berechnet werden:

$$t_w = 35 \frac{g^{-0,262} FF^{0,738}}{u_l^{0,476}} \quad [\text{s}] \quad (32.74)$$

Für t_w in h, FF in km und u_l in m/s bzw. km/h wird

$$\underline{t_w[\text{h}] = 0,875 \frac{FF[\text{km}]^{0,738}}{u_l[\text{m/s}]^{0,476}} = 1,61 \frac{FF[\text{km}]^{0,738}}{u_l[\text{km/h}]^{0,476}}} \quad (32.75)$$

Gleichung (32.73), die im Gegensatz zu (32.72) dimensionsrein ist, kann ebenfalls nach FF aufgelöst werden:

$$\underline{FF' = 0,00809 t_w^{1,355} \cdot u_l^{0,645} \cdot g^{0,355}} \quad , \quad [\text{m}] \quad (32.76)$$

für t_w in h, FF in km und u_l in m/s bzw. km/h:

$$\underline{FF'[\text{km}] = 1,198 t_w[\text{h}]^{1,355} \cdot u_l[\text{m/s}]^{0,645} = 0,525 t_w[\text{h}]^{1,355} \cdot u_l[\text{m/s}]^{0,645}} \quad (32.77)$$

Die Ausdrücke in diesen Gleichungen sind die gleichen wie in den Bretschneider-Formeln. Auch hier bezieht sich u_l auf die 10 m über dem Wasserspiegel gemessene Windgeschwindigkeit. Man beachte, daß BRUSCHIN und FALVEY keine Formel zur direkten Bestimmung von $T_{H_{1/3}}$ geben, da diese Größe in ihrem Verfahren nicht gebraucht wird. Bevor der weitere Berechnungsgang dargestellt wird, folge zuerst die Anwendung der gezeigten Gleichungen auf das Beispiel des Versuchsgebietes Altenrhein.

Beispiel: Windfeld Altenrhein

Für den im vorigen Abschnitt gewählten Punkt vor dem Schilffeld in Altenrhein am Bodensee sollen die kennzeichnenden Wellengrößen $H_{1/3}$ und $T_{H_{1/3}}$ (= signifikante Wellenhöhe und -periode) bestimmt werden, und zwar a) für Wind aus NW mit einer Geschwindigkeit von $u_1 = 7,8$ m/s (1 m über dem Wasserspiegel) während 1 1/2 h und b) für einen Sturmwind aus W mit $u_{10} = 75$ km/h (10 m über dem Wasserspiegel) von $t_w = 2$ h Dauer.

a) Für Wind aus NW beträgt nach (32.52) die wirksame topographische Streichlänge

$$\underline{FF = 27,5 \text{ km}} \quad (\text{s. S. 112}).$$

Da die Windgeschwindigkeit 1 m über der Wasserfläche gemessen wurde, muß u_{10} mit Hilfe der Fig. 3.23. berechnet werden:

Schätzung: $u_{10} \approx 10$ m/s

$$u_1/u_{10} = 0,795 \quad u_{10} = \frac{7,8}{0,795} = 9,8 \text{ m/s} \approx 10 \text{ m/s}$$

Die Schätzung war also genügend genau, und es kann für die Windgeschwindigkeit der Wert

$$\underline{u_l = 9,8 \text{ m/s}}$$

eingesetzt werden.

Die Bretschneider-Gleichungen führen zu folgenden Resultaten:

$$(32.67): \quad H_{1/3} = 0,0242 \cdot \sqrt{(9,8^2 \cdot 27,5)} = 1,24 \text{ m}$$

$$(32.68): \quad T_{H_{1/3}} = 3,77 \cdot \sqrt{1,24} = 4,20 \text{ s}$$

$$(32.69): \quad FF/t_w = 2,11 \cdot 4,20 = 8,87 \text{ km/h}$$

$$\text{Daraus} \quad t_w = 27,5/8,87 = 3,10 \text{ h} > 1 \text{ 1/2 h}$$

Die Wellenhöhe wird also durch die Winddauer und nicht durch die (topographische) Streichlänge begrenzt. Die einer Dauer von 1 1/2 h entsprechende, effektiv wirksame Streichlänge FF' wird nach (32.71) berechnet:

$$\underline{FF'} = 1,327 \cdot \sqrt[3]{(9,8^2 \cdot 1,5^4)} = \underline{10,4 \text{ km}}$$

Höhe und Periode der signifikanten Welle werden damit:

$$(32.67): \quad H_{1/3} = 0,0242 \cdot \sqrt{(9,8^2 \cdot 10,4)} = \underline{0,77 \text{ m}}$$

$$(32.68): \quad T_{H1/3} = 3,77 \cdot \sqrt{0,77} = \underline{3,30 \text{ s}}$$

Die dazu gehörige (Tiefwasser-)Wellenlänge beträgt (vgl. folgenden Abschnitt, S. 128, Gl. 32.90):

$$L_{H1/3} = \frac{g T_{H1/3}^2}{2 \pi} = \frac{9,81 \cdot 3,3^2}{2 \pi} = \underline{17,0 \text{ m}}$$

Mit den Formeln von BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) erhalten wir:

$$(32.72): \quad H_{1/3} = (3,1 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8^2 + 0,016 \cdot 9,8) \sqrt{27,5} = 0,98 \text{ m}$$

$$(32.75) \quad t_w = 0,875 \frac{27,5^{0,738}}{9,8^{0,476}} = 3,40 \text{ h} > 1 \frac{1}{2} \text{ h}$$

Wie zu erwarten, ist auch beim Gebrauch der Gleichungen von BRUSCHIN und FALVEY der Seegang durch die Winddauer bestimmt, und es muß die effektiv wirksame Streichlänge FF' nach (32.77) ermittelt werden:

$$(32.77): \quad FF' = 1,198 \cdot 1,5^{1,355} \cdot 9,8^{0,645} = \underline{9,1 \text{ km}}$$

Die Höhe $H_{1/3}$ der signifikanten Welle wird somit

$$(32.72): \quad H_{1/3} = (3,1 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8^2 + 0,016 \cdot 9,8) \cdot \sqrt{9,1} = \underline{0,56 \text{ m}}$$

b) Für Wind aus W beträgt nach (32.52) die wirksame topographische Streichlänge

$$FF = \underline{17,6 \text{ km}} \quad (\text{s. S. 112}).$$

Die Bretschneider-Gleichungen führen zu folgenden Resultaten ($u_l = u_{10} = 75 \text{ km/h}$, $t_w = 2 \text{ h}$):

$$(32.67): \quad H_{1/3} = 0,00673 \cdot \sqrt{(75^2 \cdot 17,6)} = \underline{2,12 \text{ m}}$$

$$(32.68): \quad T_{H1/3} = 3,77 \cdot \sqrt{2,12} = \underline{5,5 \text{ s}}$$

$$(32.69): \quad FF / t_w = 2,11 \cdot 5,5 = 11,6 \text{ km/h}$$

$$\text{Daraus} \quad t_w = 17,6 / 11,6 = \underline{1,5 \text{ h}} < 2 \text{ h}$$

In diesem Fall sind die Kenngrößen durch die Streichlänge und nicht durch die Winddauer begrenzt, es kann also mit den obigen Werten gerechnet werden.

Die dazu gehörige (Tiefwasser-)Wellenlänge beträgt (vgl. folgendes Kapitel, S.124f):

$$L_{H1/3} = \frac{g T_{H1/3}^2}{2 \pi} = \frac{9,81 \cdot 5,5^2}{2 \pi} = \underline{47,2 \text{ m}}$$

Die Formeln von BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) liefern:

$$(32.72): \quad H_{1/3} = (2,4 \cdot 10^{-5} \cdot 75^2 + 0,0044 \cdot 75) \sqrt{17,6} = \underline{1,95 \text{ m}}$$

$$(32.75) \quad t_w = 1,61 \cdot \frac{17,6^{0,738}}{75^{0,476}} = \underline{1,7 \text{ h}} < 2 \text{ h}$$

Auch hier ist die Streichlänge die maßgebliche Begrenzung, die obigen Werte können unmittelbar verwendet werden.

Nach BRUSCHIN und FALVEY (1975/76) sind die zu erwartenden Tiefwasserwellen um rund 20 cm weniger hoch als nach den Bretschneider-Gleichungen, was im ersten Beispiel einer Abweichung über 30% entspricht. In dieser Abweichung spiegeln sich die Ungenauigkeiten wie sie bei halbempirischen Formeln immer zu erwarten sind. Schließlich ist zu bedenken, daß diese Formeln nach Messungen auf dem Meer entstanden sind, wo alle Abmessungen wesentlich größer sind, wir befinden uns deshalb hier am unteren Rand des Gültigkeitsbereiches, besonders im Beispiel a), wo die effektiv wirksame Streichlänge nur 9,1 km beträgt.

3.2.2.2.2. Im Übergangsbereich und Flachwasser

Läuft eine Welle aus tiefem Wasser in einen flacheren Bereich, so verändert sich ihre Form (Länge, Höhe), dagegen bleibt ihre Periode von der Wassertiefe unbeeinflusst. Als Folge davon ändert sich auch die Richtung der Wellenkämme (Beugung = Refraktion): sie verlaufen mit abnehmender Wassertiefe mehr und mehr parallel zur Uferlinie (genauer gesagt: zu den Höhenkurven der Uferbank). Ferner wird ab einer gewissen Steilheit des Ufers ein Teil der Wellenenergie in Form einer vom Ufer weglaufenden Welle reflektiert (Reflexion), was bei rechtwinklig auf das Ufer laufenden Wellen zur Bildung von sogenannten stehenden Wellen (Bildung von Schwingungsknoten mit sehr kleiner und von -bäuchen mit sehr großer Auf- und Abbewegung des Wasserspiegels) führen kann. Da das Huygens-Fresnel'sche Prinzip der Wellenausbreitung auch für Wasserwellen gilt, gehorchen Refraktion und Reflexion den daraus abgeleiteten, aus der Optik bekannten Gesetzen. Dabei entspricht die von der Wassertiefe d abhängige Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit C dem optischen Brechungsindex eines Mediums.

Im folgenden werden zuerst die Verhältnisse bei einer senkrecht auf das Ufer zu laufende Welle beschrieben, danach folgen einige Bemerkungen zu Refraktion und Reflexion.

1. Veränderung der Wellenkenngößen beim Einlaufen in Flachwasser. Die Abhängigkeit der Wellenkenngößen von der Wassertiefe ist eng verknüpft mit der durch die Welle verursachten Bewegung der Wasserteilchen (die in Kapitel 3.2.3. behandelt wird). Seit dem letzten Jahrhundert werden Wellen theoretisch untersucht. Allen daraus resultierenden Theorien ist gemeinsam, daß idealisierende Annahmen zu Grunde gelegt werden müssen: Die einzelnen Wellen eines Wellenzuges sind periodisch (d.h. an einem bestimmten Ort verändern sie ihren Charakter während eines bestimmten Zeitabschnittes nicht) und langkämmig. Aus der zweiten Annahme folgt, daß sich alle Bewegungen der Wasserteilchen nur innerhalb der durch die Fortpflanzungsrichtung der Wellen und durch das Lot definierten (x,z) -Ebene abspielen.

Die verschiedenen Theorien unterscheiden sich in den weiteren notwendigen Annahmen und dem Grad der Approximation (Ordnung) bei der Reihenentwicklung der zu lösenden Gleichungen. Sie werden meist nach der resultierenden Form der Wasseroberfläche oder nach ihrem Autor benannt. Die bekanntesten und am häufigsten gebrauchten sind:

- Sinusoidale Theorie erster Ordnung nach Airy-Laplace, auch lineare Theorie genannt.
- Sinusoidale Theorie höherer Ordnung nach Stokes-Struik (vgl. STRUIK 1926), vor allem gebraucht werden die Approximationen zweiter und dritter Ordnung (Stokes II und III).
- Cnoidale Theorie nach Kortevæg und de Vries oder nach Keulegan und Patterson.

Diese Theorie hat ihren Namen von der Jakobi'schen elliptischen Funktion $\text{cn}(\alpha, k^2)$. α ist das Argument k^2 der Modulus. Diese Funktion ist wie folgt definiert: Gilt für das Argument α :

$$\alpha = \int_0^{\varphi} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (32.78)$$

dann ist

$$\text{cn}(\alpha, k^2) = \cos \varphi \quad (32.79)$$

Außer dieser, die Wasseroberfläche beschreibenden Funktion kommen in der cnoidalen Theorie auch noch die Funktionen

$$\text{sn}(\alpha, k^2) = \sin \varphi \quad (32.80)$$

und

$$\text{dn}(\alpha, k^2) = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \quad (32.79)$$

vor.

Auch hier existieren Approximationen höherer Ordnung.

- Einzelwellentheorie nach McCowan oder Boussinesq. Die Einzelwellentheorie ist der Grenzfall der cnoidalen Theorie für Wellen mit unendlich großer Periode und Länge. Im sehr flachen Bereich kann sie als gute Näherung auch für Wellen mit endlicher Periode gebraucht werden, besonders für solche im letzten Stadium unmittelbar vor dem Brechen.

DIETZE (1964) umschreibt die Gültigkeitsbereiche der von ihm aufgeführten Theorien folgendermaßen:

- Wellen mit "kleiner" (streng genommen: mit unendlich kleiner) Amplitude werden durch die lineare Theorie nach Airy zutreffend beschrieben. Sie kann als gute Näherung auch für Wellen mit "endlicher Amplitude" (finite amplitude waves) gebraucht werden, wenn die Wellenhöhe verglichen mit Wassertiefe und Wellenlänge klein ist.
- Für Wellen mit endlicher Amplitude im Tiefwasser- und Übergangsbereich gilt die Theorie dritter Ordnung nach Stokes-Struik (Stokes III).
- Auf Wellen mit endlicher Amplitude im Flachwasser kann die Einzelwellentheorie nach McCowan angewandt werden.
- Zur Abgrenzung von Tiefwasser- Übergangs- und Flachwasserbereich ist das Verhältnis von Wassertiefe d zur (lokalen) Wellenlänge L maßgebend (s. S. 84):

$$\text{Tiefwasser: } d/L > 0,5 \quad (32.82)$$

$$\text{Übergangsbereich: } 0,04 \leq d/L \leq 0,5 \quad (32.83)$$

$$\text{Flachwasserbereich: } d/L < 0,04. \quad (32.84)$$

Wird die Wassertiefe auf die nur von der Periode abhängige Tiefwasserwellenlänge L_0 bezogen, so liegen die beiden Grenzen bei 0,5 bzw. 0,01.

Damit umgeht DIETZE die Anwendung der cnoidalen Theorie, die wegen ihrer mathematisch anspruchsvollen Form (elliptische Integrale und Funktionen) in der Praxis nicht einfach zu handhaben ist. Der Gültigkeitsbereich der cnoidalen Theorie liegt auf der flachen Seite des Übergangsbereichs, d.h. sie vermittelt den Übergang von der Stokes'schen Theorie dritter Ordnung zur Einzelwellentheorie.

Mit Hilfe des dimensionslosen Ursell-Stokes'schen Parameters U , definiert als

$$U = \frac{HL^2}{d^3}, \quad [-] \quad (32.85)$$

schlagen SKOVGAARD et al. (1974) und HUBER (1976) folgende Abgrenzungen im Übergangs- und Flachwasserbereich vor:

$$\text{Theorie erster Ordnung (Airy): } U \leq 15 \quad (32.86)$$

$$\text{Theorie dritter Ordnung (Stokes III) } U > 15 \text{ und } d/L_0 \geq 0,1 \quad (32.87)$$

d.h. $d/L > \approx 0,14$

$$\text{Cnoidale Theorie } U > 15 \text{ und } d/L_0 < 0,1 \quad (32.88)$$

Mehr oder weniger ausführliche Darstellungen der obigen Theorien finden sich in den eingangs dieses Kapitels (S. 81) angegebenen Lehrbüchern. Die vollständigste Übersicht vermittelt WIEGEL (1964) für die sinusoidalen Theorien erster bis dritter Ordnung, die cnoidale Theorie und die Einzelwellentheorie. Die Anwendung wird durch zahlreiche Nomogramme erleichtert. Auf knappstem Raum übersichtlich zusammengestellt sind die notwendigen Formeln für die lineare Theorie, für STOKES III und für die Einzelwellentheorie nach McCowan in DIETZE (1964). In breiterem Rahmen und mit Herleitungen behandeln PRESS und SCHRÖDER (1966) dieselben Theorien. Übersichtliche Tabellen zur Bestimmung der wesentlichen Größen nach der linearen und der cnoidalen Theorie samt kurzer, rezeptartiger Anleitung und Zusammenstellung der wichtigsten Formeln haben SKOVGAARD et al. (1974) herausgegeben. Zur Theorie STOKES III ist noch zu bemerken, daß ihre Formeln je nach Autor zum Teil in abweichender Form gebracht werden: "Die meisten der in der Literatur angegebenen Beziehungsgleichungen für die Wellenkenngrößen der Theorie 3. Ordnung enthalten Unstimmigkeiten, auf die *Chappelear* in [8]

hingewiesen hat." (DIETZE 1964; [8] ist der Hinweis auf das Literaturzitat CHAPPELEAR und BORGMAN 1958). Nach der Erfahrung mit eigenen Berechnungen scheinen die von DIETZE (1964) und nach ihm von PRESS und SCHRÖDER (1966) mitgeteilten Formeln für die Theorie dritter Ordnung (auf CHAPPELEAR und BORGMAN 1958 zurückgehend) bessere Resultate zu liefern als jene in WIEGEL (1964).

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit beschränken wir uns auf den Gebrauch der sinusoidalen Theorien erster und dritter Ordnung (Airy und Stokes III), denn die hier interessierenden Vorgänge in der Seeufervegetation spielen sich vorwiegend im Übergangsbereich ab.

Die Abgrenzungen nach SKOVGAARD et al. (1974) für Stokes III entsprechen z.B. bei einer Wassertiefe von 1 m Wellenlängen von 2 m ($d/L = 0,5$) bis 7 m ($d/L = 0,14$).

Wenn auch in einzelnen Fällen Flachwasserverhältnisse vorkommen können, so erschien der Verzicht auf die cnoidale Theorie vertretbar für das mathematische Modell eines dynamischen Vorgangs, wo die Funktionen bei jedem Rechenschritt neu berechnet werden müssen. Außerdem handelt es sich nie um extreme Flachwasserverhältnisse, und die Resultate nach Stokes III für die Bewegung der Wasserteilchen sind eher zu groß, liegen also "auf der sicheren Seite". Ferner ist zu bedenken, daß in der Natur nie die den Theorien zugrunde liegenden Wellen konstanter Periode und Höhe vorkommen, sondern stets eine Überlagerung zahlreicher Wellenzüge verschiedenster Größe, oft auch mit verschiedener Fortpflanzungsrichtung. Die weiter unten zu besprechende Anwendung des Wellenspektrums im Verfahren von BRUSCHIN und FALVEY zur Berechnung des Wellenganges in Ufernähe basiert auf der linearen Theorie (Airy), denn die spektrale Darstellung faßt ja die vorhandenen Wellen als Überlagerung sehr vieler, sehr flacher sinusförmiger Komponenten auf.

In den folgenden Ausführungen bezieht sich der Index 0 immer auf die Verhältnisse im Tiefwasser.

a) Lineare Theorie (Airy). Die von der Wassertiefe abhängige Wellenlänge erfüllt folgende Gleichung:

$$L = \frac{g T^2}{2 \pi} \tanh(2\pi \frac{d}{L}) \quad [\text{m}] \quad (32.89)$$

Im Tiefwasser ($d/L \geq 0,5$) wird der Wert des hyperbolischen Tangens ungefähr gleich 1:

$$L_0 = \frac{g T^2}{2 \pi} \tanh(2\pi \cdot 0,5) = \frac{g T^2}{2 \pi} \overbrace{\tanh 3,14159}^{\approx 1} \dots$$

$$\underline{L_0} = \frac{g T^2}{2\pi} \quad [\text{m}] \quad (32.90)$$

Im Tiefwasser ist also die Wellenlänge nur von der Periode T abhängig. Im metrischen System kann (32.90) für die numerische Rechnung vereinfacht werden:

$$L_0[\text{m}] = 1,56 T[\text{s}]^2 \quad (32.91)$$

Im Flachwasser ($d/L \leq 0,04 = 1/25$) wird der Wert des hyperbolischen Tangens ungefähr gleich dem Argument, d.h.

$$L = \frac{g T^2}{2\pi} \cdot 2\pi \frac{d}{L} \quad (32.92)$$

Durch Kürzen mit 2π und Auflösen nach L wird daraus

$$\underline{L} = T \sqrt{g d} \quad [\text{m}] \quad (32.93)$$

Für den Tief- und Flachwasserbereich kann man somit die Wellenlänge L einfach aus der Periode T und der Wassertiefe d nach (32.90) bzw. (32.93) berechnen. Für den allgemeinen Fall (Übergangsbereich) ist dies nicht möglich, da sich (32.89) nicht nach L auflösen läßt. Durch Einsetzen von (32.90) in (32.89) erhält man nach entsprechender Umformung:

$$\frac{d}{L_0} = \frac{d}{L} \tanh(2\pi \frac{d}{L}) \quad [\text{m}] \quad (32.94)$$

Daraus ist ersichtlich, daß d/L eine eindeutige Funktion von d/L_0 ist, welche sich als Tabelle (Tab. 3.3.) oder graphisch (Fig. 3.25.) darstellen läßt.

Praktisch geht man bei der Berechnung der Wellenlänge wie folgt vor:

- Berechnung von L_0 aus (32.90) und daraus d/L_0
- Ist $d/L_0 \geq 0,5$ oder $d/L_0 \leq 0,01$, wird L nach (32.90) bzw. (32.93) berechnet. In den übrigen Fällen Herauslesen von d/L aus der Tabelle 3.3., daraus Berechnung von L .
- Berechnung von $U = H \cdot L^2 / d^3$ (32.85). Ist $U > 15$, so ist die lineare Theorie nicht anwendbar (Rechnung mit Stokes III oder der cnoidalen Theorie).

Für die Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit C gilt allgemein:

$$C = L/T \quad , \quad [\text{m/s}] \quad (32.95)$$

was für den Tiefwasserbereich zu

$$C_0 = \frac{g T}{2\pi} = \sqrt{\left[\frac{g L_0}{2\pi} \right]} \quad [\text{m/s}] \quad (32.96)$$

und für den Flachwasserbereich zu

Tab. 3.3. Funktionswerte zur Berechnung der Wellenparameter in Abhängigkeit von der Wassertiefe nach der linearen (sinusoidalen) Theorie. Nach SKOVGAARD et al. (1974).

$\frac{d}{L_0}$	$\tanh\frac{2\pi d}{L}$	$\frac{d}{L}$	$\frac{2\pi d}{L}$	$\sinh\frac{2\pi d}{L}$	$\cosh\frac{2\pi d}{L}$	G	$\frac{H}{H_0}$
0,000	0,000	0,0000	0,000	0,000	1,00	1,000	∞
002	112	0179	112	113	01	0,992	2,12
004	158	0253	159	160	01	983	1,79
006	193	0311	195	197	02	975	62
008	222	0360	226	228	03	967	51
0,010	0,248	0,0403	0,253	0,256	1,03	0,958	1,43
015	302	0496	312	317	05	938	31
020	347	0576	362	370	07	918	23
025	386	0648	407	418	08	898	17
0,030	0420	0,0713	0,448	0,463	1,10	0878	1,13
035	452	0775	487	506	12	858	09
040	480	0833	523	548	14	838	06
045	507	0888	558	588	16	819	04
0,050	0,531	0,0942	0,592	0,627	1,18	0,800	1,02
055	554	0993	624	665	20	781	1,01
060	575	104	655	703	22	762	0,993
065	595	109	686	741	24	744	981
070	614	114	716	779	27	725	971
0,075	0,632	0,119	0,745	0,816	1,29	0,707	0,962
080	649	123	774	854	31	690	955
085	665	128	803	892	34	672	948
090	681	132	831	929	37	655	942
095	695	137	858	0,968	39	637	937
0,10	0,709	0,141	0,886	1,01	1,42	0,620	0,933
11	735	150	940	08	48	587	926
12	759	158	0,994	17	54	555	920
13	780	167	1,05	25	60	524	917
14	800	175	10	33	67	494	915
0,15	0,818	0,183	1,15	1,42	1,74	0,465	0,913
16	835	192	20	52	82	437	913
17	850	200	26	61	90	410	913
18	864	208	31	72	1,99	384	914
19	877	217	36	82	2,08	359	916
0,20	0,888	0,225	1,41	1,94	2,18	0,335	0,918
21	899	234	47	2,05	28	313	920
22	909	242	52	18	40	291	923
23	918	251	57	31	52	271	926
24	926	259	63	45	65	251	929
0,25	0,933	0,268	1,68	2,60	2,78	0,233	0,932
26	940	277	74	75	2,93	215	936
27	945	285	79	2,92	3,09	199	939
28	952	294	85	3,10	25	183	942
29	957	303	90	28	43	169	946

Tab. 3.3. (Fortsetzung)

$\frac{d}{L_0}$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\frac{d}{L}$	$\frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	G	$\frac{H}{H_0}$
0,30	0,961	0,312	1,96	3,48	3,62	0,155	0,949
31	965	321	2,02	69	3,83	143	952
32	969	330	08	3,92	4,05	131	955
33	972	339	13	4,16	28	120	958
34	975	349	19	41	53	110	961
0,35	0,978	0,358	2,25	4,68	4,79	0,100	0,964
36	980	367	31	4,97	5,07	091	967
37	983	377	37	5,28	37	083	969
38	984	386	43	61	5,70	076	972
39	986	395	48	5,96	6,04	069	974
0,40	0,988	0,405	2,54	6,33	6,41	0,063	0,976
41	989	415	60	6,72	6,80	057	978
42	990	424	66	7,15	7,22	052	980
43	991	434	73	7,60	7,66	047	982
44	992	443	79	8,07	8,14	042	983
0,45	0,993	0,453	2,85	8,59	8,64	0,038	0,985
46	994	463	91	9,13	9,18	035	986
47	995	472	2,97	9,71	9,76	031	987
48	995	482	3,03	10,3	10,4	028	988
49	996	492	09	11,0	11,0	026	990
0,50	0,996	0,502	3,15	11,7	11,7	0,023	0,990
∞	1,000	∞	∞	∞	∞	0,000	1,000

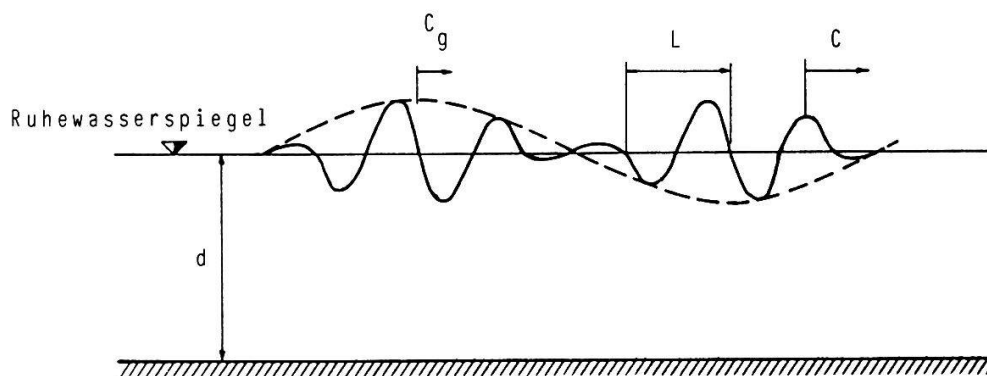


Fig. 3.24. Wellengruppe (gestrichelte Linie) als Umhüllende der Überlagerung zweier Wellen mit ähnlicher Frequenz (ausgezogene Linie).

L = Länge der Einzelwellen

C = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Einzelwellen

C_g = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellengruppe (Gruppengeschwindigkeit)

führt. Im Flachwasser ist also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nur noch von der Wassertiefe abhängig. Im Übergangsbereich kann (durch Einsetzen von 32.95 in 32.94 und Auflösen nach C) auch geschrieben werden:

$$C = C_0 \tanh(2\pi d/L) \quad [\text{m/s}] \quad (32.98)$$

Ein weiterer wichtiger Begriff ist die sogenannte Gruppengeschwindigkeit C_g , das ist diejenige Geschwindigkeit, mit welcher sich die Umhüllende einer Gruppe von Wellen "benachbarter" Frequenzen fortpflanzt (vgl. Fig. 3.24); die entsprechende Erscheinung in der Akustik ist die bei der Überlagerung zweier fast gleich hoher Töne entstehende Schwebung). Sie ist darum bedeutsam, weil auch die Wellenenergie mit dieser Geschwindigkeit transportiert wird. Ihre Größe wird meist im Verhältnis zur Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit ausgedrückt:

$$\frac{C_g}{C} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{4\pi (d/L)}{\sinh[4\pi (d/L)]} \right) \quad [-] \quad (32.99)$$

Der Klammerausdruck von (32.99) strebt für Tiefwasser gegen 1 (der hyperbolische Sinus strebt gegen unendlich) und für Flachwasser gegen 2 (der hyperbolische Sinus wird gleich seinem Argument). In diesen beiden Fällen kann die Gruppengeschwindigkeit sehr einfach angegeben werden:

$$C_{g0} = 1/2 C_0 \quad (\text{Tiefwasser}) \quad (32.100)$$

bzw.

$$C_g = C \quad (\text{Flachwasser}) \quad (32.101)$$

Mit der Veränderung der Gruppengeschwindigkeit in Funktion der Wassertiefe und mit dem Energieerhaltungssatz, der besagt, daß die mit der Welle transportierte Energie bis auf die Reibungsverluste konstant bleibt, läßt sich die Höhe der in flacheres Wasser einlaufenden Welle berechnen, sofern die Energieverluste vernachlässigt werden. Es gilt:

$$E_0 \cdot C_{g0} = E \cdot C_g = \text{konstant} \quad [\text{W/m} = \text{N} \cdot \text{m}/(\text{m s})] \quad (32.102)$$

- E ... Wellenergie pro Flächeneinheit nach (31.10) $[\text{J}/\text{m}^2 = \text{N} \cdot \text{m}/\text{m}^2]$
- E_0 ... dasselbe für Tiefwasser
- C_g ... Gruppengeschwindigkeit der Welle
- C_{g0} ... Gruppengeschwindigkeit der Welle im Tiefwasser

Da die Wellenenergie nach (31.10) proportional zum Quadrat der Höhe ist, folgt aus (32.102):

$$H_0^2 \cdot C_{g0} = H^2 \cdot C_g = \text{konstant} \quad , \quad (32.103)$$

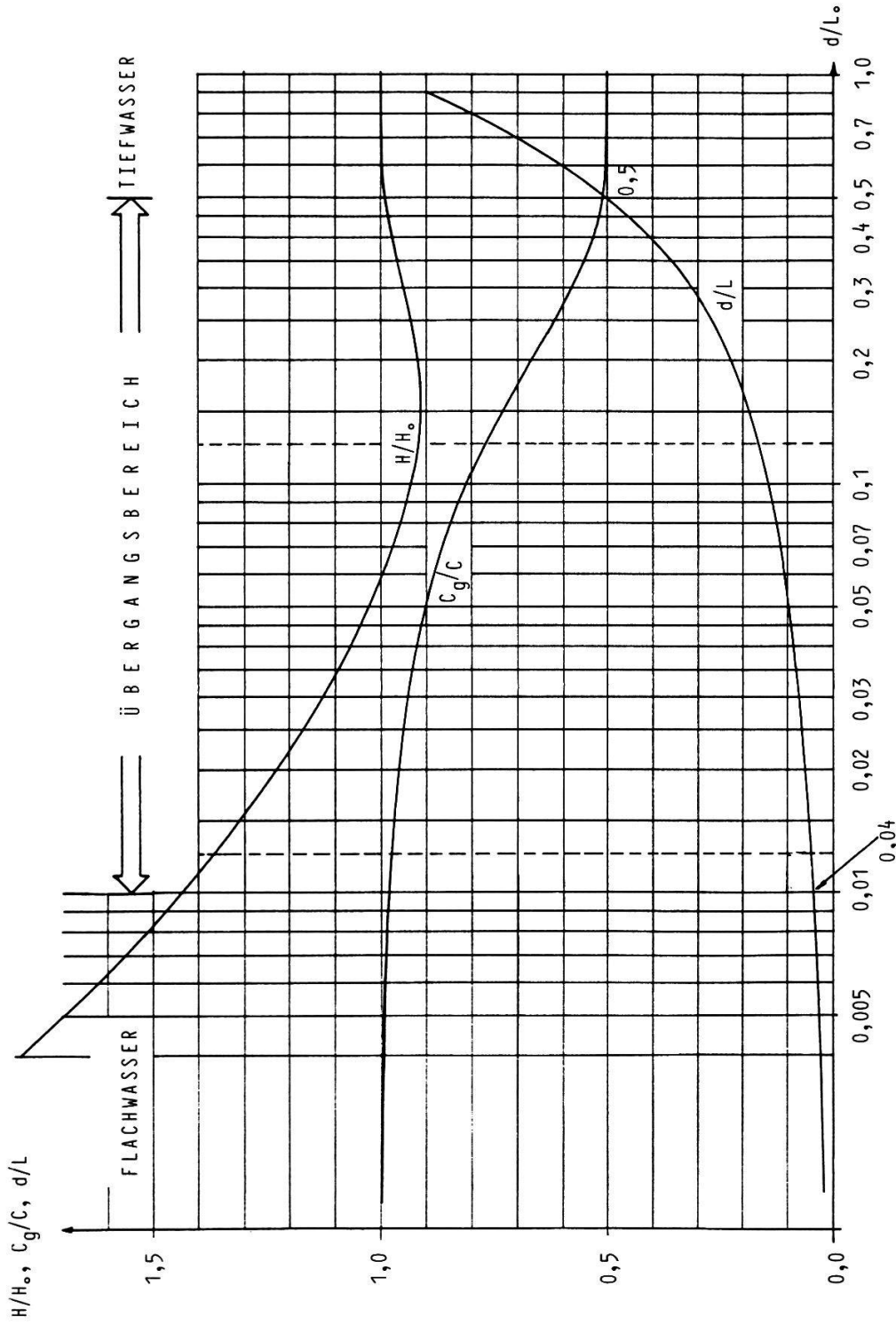


Fig. 3.25. Graphische Auswertung der Gleichungen (32.94), (32.99) und (32.106) als Funktion der relativen Wassertiefe (bezogen auf die Tiefwasserwellenlänge L_0).

H/H_0 Lokale Wellenhöhe/Tiefwasserwellenhöhe

C/C_g Gruppengeschwindigkeit/Fortpflanzungsgeschwindigkeit

d/L Lokale Wassertiefe/lokale Wellenlänge

mit Berücksichtigung von (32.100)

$$H_0^2 \cdot 1/2 C_0 = H^2 \cdot C_g \quad , \quad (32.104)$$

woraus schließlich

$$H^2 = H_0^2 \frac{C_0}{2 C_g} \quad (32.105)$$

und

$$H = H_0 \sqrt{\left[\frac{C_0}{2 C_g} \right]} = H_0 \sqrt{\left[\frac{C_0}{C} \frac{1}{\left(1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)}\right)} \right]} \quad (32.106)$$

Da C_g eine eindeutige Funktion von d/L und damit von d/L_0 ist, können sowohl C_g/C , als auch H/H_0 in Funktion von d/L_0 tabelliert bzw. dargestellt werden (vgl. Tab. 3.3. und Fig. 3.25.).

b) Theorie dritter Ordnung (Stokes III). Die Wellenlänge wird, unter Benutzung der Wellenzahl

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad , \quad [\text{m}^{-1}] \quad (32.107)$$

mit Hilfe der dimensionslosen Parameter α und kl berechnet:

$$L = \frac{g T^2}{2 \pi} \left(1 + \frac{\alpha^2}{4} m\right) \tanh kl \quad [\text{m}] \quad (32.108)$$

Darin ist

$$m = \frac{\cosh 4kl + 2 \cosh 2kl + 6}{\cosh 2kl - 1} \quad [-] \quad (32.109)$$

Die Parameter α und kl müssen aus den folgenden zwei Gleichungen iterativ bestimmt werden, wobei kl mit abnehmender Wellenhöhe gegen $k \cdot d = 2\pi d/L$ strebt:

$$4 \pi^2 \frac{d}{g T^2} = \tanh kl \left[kl + \frac{\alpha^2}{4} (\sinh 2kl + mkl) \right] \quad (32.110)$$

und

$$2 \pi^2 \frac{H}{g T^2} = \frac{\sinh^2 kl}{\cosh kl} \left\{ 1 + \frac{\alpha^2}{8} \left[2m + \frac{3}{2} \frac{\cosh 6kl + 2 \cosh 4kl + 3 \cosh 2kl + 3}{(\cosh 2kl - 1)^2} \right] \right\} \quad (32.111)$$

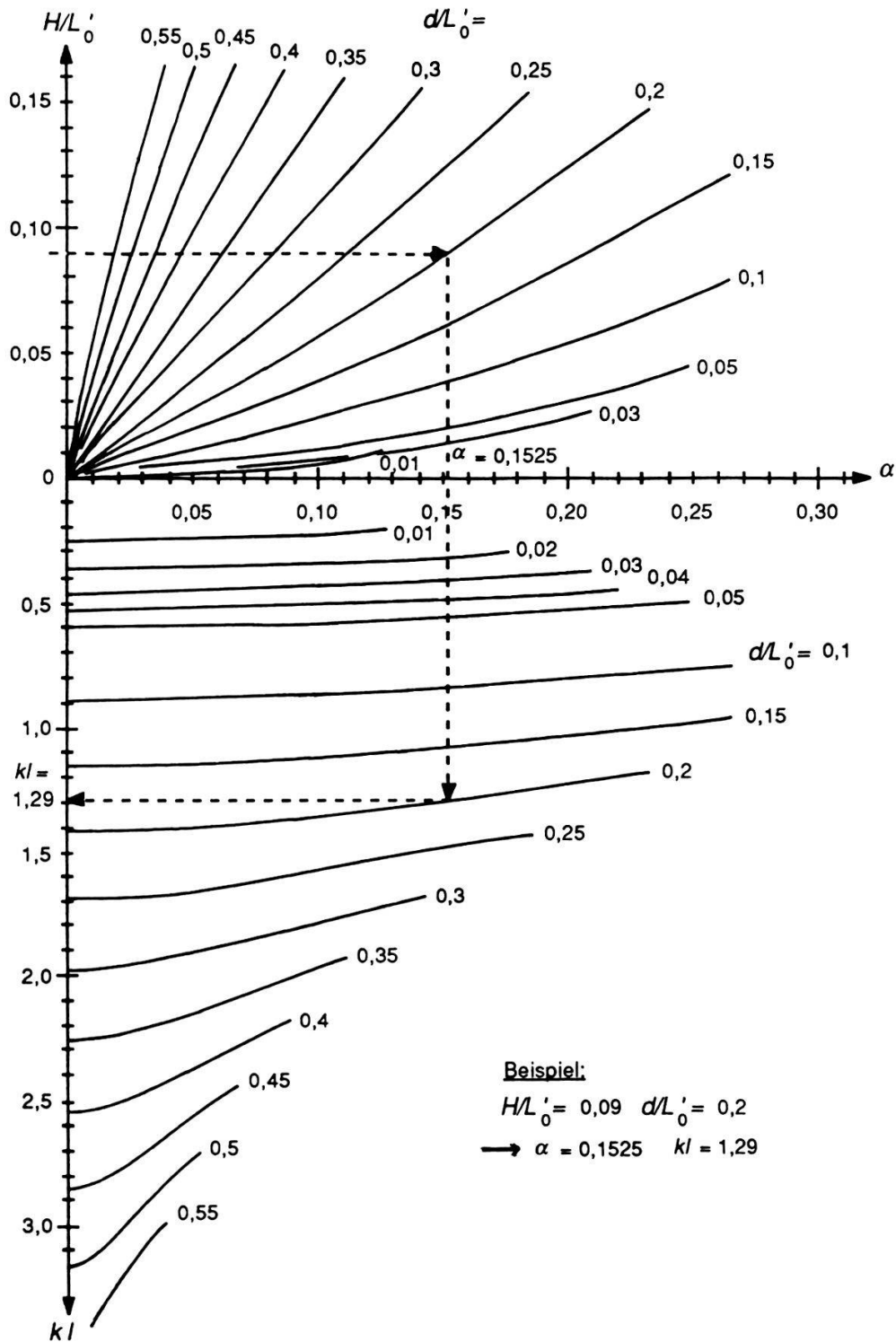


Fig. 3.26. Nomogramm zur Bestimmung der Parameter α und kl nach der sinusoidalen Theorie dritter Ordnung (Stokes III), in Funktion der relativen Wassertiefe d/L'_0 und der relativen Wellenhöhe H/L'_0 . ($L'_0 = g T^2/2\pi$)

Tab. 3.5. H/H_0 in Funktion der relativen Wassertiefe d/L_0' und der relativen Wellenhöhe H/L_0' . $L_0' = g T^2/2\pi$ (aus SKOVGAARD et al. 1974).

d/L_0'	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030
H/L_0'										
,0002	1,848	1,692	1,593	1,523	1,471	1,428	1,288	1,201	1,139	1,092
4	2,072	1,837	1,684	1,580	1,506	1,451	1,291	1,202	1,14	1,092
6	2,261	1,975	1,782	1,648	1,553	1,483	1,296	1,203	1,140	1,092
8	2,423	2,097	1,876	1,718	1,604	1,520	1,304	1,205	1,141	1,092
,0010	2,564	2,207	1,962	1,785	1,656	1,559	1,312	1,207	1,141	1,093
15	2,860	2,441	2,149	1,937	1,778	1,656	1,339	1,214	1,144	1,094
20	3,103	2,635	2,308	2,068	1,887	1,746	1,371	1,224	1,147	1,095
25		2,804	2,447	2,185	1,985	1,829	1,404	1,236	1,151	1,096
30			2,572	2,289	2,074	1,906	1,438	1,249	1,155	1,098
35				2,385	2,156	1,976	1,472	1,263	1,161	1,100
,0040					2,232	2,042	1,505	1,278	1,167	1,102
50						2,162	1,569	1,309	1,181	1,108
60						2,271	1,628	1,341	1,196	1,115
70						2,370	1,684	1,373	1,212	1,122
80						2,461	1,736	1,404	1,229	1,131
90							1,786	1,434	1,247	1,140
,0100							1,833	1,464	1,264	1,149
120							1,921	1,520	1,299	1,170
140								1,573	1,334	1,191
160								1,623	1,368	1,213
180									1,400	1,234
,0200									1,432	1,256
220										1,278
240										1,299
260										
280										
,0300										
320										
340										
360										
380										
,0400										
500										
600										
700										
800										
900										
,1000										

Unterhalb der dünnen Linie wird

$H/d > 0,78$ (Welle bricht)

Tab. 3.5. (Fortsetzung).

0,035	0,040	0,045	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090	0,100	d/L_0'
									H/L_0'
1,054	1,023	0,997	0,975	0,939	0,912	0,892	0,877	0,868	,0002
1,054	1,023	0,997	0,975	0,939	0,912	0,892	0,877	0,868	4
1,054	1,023	0,997	0,975	0,939	0,912	0,892	0,877	0,868	6
1,054	1,023	0,997	0,975	0,939	0,912	0,892	0,877	0,868	8
1,054	1,023	0,997	0,975	0,939	0,912	0,892	0,877	0,868	,0010
1,055	1,023	0,997	0,975	0,939	0,912	0,892	0,877	0,868	15
1,055	1,024	0,997	0,975	0,939	0,912	0,892	0,877	0,868	20
1,056	1,024	0,997	0,975	0,939	0,912	0,891	0,877	0,868	25
1,057	1,024	0,997	0,975	0,939	0,912	0,891	0,877	0,868	30
1,057	1,024	0,997	0,975	0,939	0,912	0,891	0,877	0,868	35
1,058	1,025	0,998	0,975	0,939	0,912	0,891	0,877	0,868	,0040
1,061	1,026	0,998	0,975	0,939	0,912	0,891	0,877	0,868	50
1,063	1,027	0,998	0,975	0,939	0,912	0,891	0,876	0,868	60
1,067	1,028	0,999	0,975	0,939	0,911	0,891	0,876	0,867	70
1,071	1,030	1,000	0,975	0,938	0,911	0,891	0,876	0,867	80
1,075	1,032	1,000	0,976	0,938	0,911	0,891	0,876	0,867	90
1,080	1,034	1,001	0,976	0,938	0,911	0,890	0,876	0,867	,0100
1,090	1,039	1,003	0,977	0,938	0,910	0,890	0,875	0,866	120
1,102	1,045	1,005	0,978	0,938	0,910	0,889	0,875	0,866	140
1,115	1,052	1,009	0,979	0,937	0,909	0,889	0,874	0,865	160
1,128	1,059	1,013	0,980	0,937	0,908	0,888	0,874	0,865	180
1,143	1,068	1,017	0,982	0,937	0,908	0,887	0,873	0,864	,0200
1,157	1,077	1,022	0,985	0,937	0,907	0,886	0,872	0,863	220
1,172	1,086	1,028	0,987	0,937	0,906	0,886	0,871	0,862	240
1,186	1,096	1,034	0,990	0,937	0,906	0,885	0,870	0,862	260
1,201	1,106	1,040	0,994	0,937	0,905	0,884	0,869	0,861	280
1,215	1,116	1,046	0,998	0,938	0,904	0,883	0,868	0,860	,0300
	1,216	1,053	1,002	0,939	0,904	0,882	0,867	0,859	320
	1,136	1,060	1,006	0,940	0,903	0,881	0,866	0,858	340
		1,067	1,011	0,941	0,903	0,880	0,865	0,856	360
		1,075	1,016	0,942	0,902	0,879	0,864	0,855	380
		1,082	1,021	0,944	0,902	0,878	0,863	0,854	,0400
			1,048	0,954	0,903	0,874	0,857	0,848	500
			1,077	0,968	0,906	0,872	0,852	0,842	600
					0,912	0,871	0,848	0,836	700
					0,921	0,872	0,845	0,830	800
						0,875	0,843	0,826	900
							0,843	0,822	,1000

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit C kann nach der allgemeingültigen Gleichung (32.95) aus (32.108) abgeleitet werden zu

$$C = \frac{L}{T} = \frac{g T}{2 \pi} \left(1 + \frac{\alpha^2}{4} m\right) \tanh kl \quad [\text{m/s}] \quad (32.112)$$

Zur Erleichterung der Berechnungen wurden (32.110) und (32.111) in einem Nomogramm (Fig. 3.26.) graphisch ausgewertet und, zusammen mit weiteren für diese Theorie wichtigen Größen, tabelliert (Tabelle 3.4. im Anhang zu diesem Teil). Als Eingangsparameter werden die vorausgesetzte Wassertiefe d , Wellenperiode T und Wellenhöhe H benötigt, dazu die aus der Periode T mit Gleichung (32.90) bzw. (32.91) nach der linearen Theorie berechnete Tiefwasserwellenlänge L_0' (entsprechend einer Welle mit kleiner Amplitude) und die zugehörige Fortpflanzungsgeschwindigkeit C_0' (Gleichung 32.95).

Für die Gruppengeschwindigkeit C_g (und damit die Wellenhöhe) finden sich in der Literatur keine näheren Angaben. Die Wellenhöhe wird in genügender Näherung nach der Theorie erster Ordnung (lineare Theorie) bestimmt. Für den Flachwasserbereich können auch die mit der cnoidalen Theorie errechneten Wellenhöhen der Tabelle 3.5. (nach SKOVGAARD et al. 1974) verwendet werden.

Praktisches Vorgehen:

- Berechnung von $L_0' = g T^2 / 2\pi$ (für L_0 [m]: = $1,56 \cdot T[\text{s}]^2$) (32.90/91)
- Mit d/L_0' und H_0 Berechnung von H nach (32.106) bzw. Tab. 3.3. oder Fig. 3.25., für Flachwasserverhältnisse nach Tab. 3.5.
- Mit d/L_0' und H/d aus der Tabelle 3.4. C/C_0' und d/L herauslesen und $C = (C/C_0') \cdot L_0'/T$ sowie $L = C \cdot T$ oder $d/(d/L)$ berechnen. Es können auch die Werte α und kl aus dem Nomogramm Fig. 3.26 entnommen werden, worauf L mit (32.108) und (32.109) berechnet werden kann. Ist der Wert H/d bzw. H/L_0' für die Tabelle bzw. das Nomogramm zu groß, so bedeutet dies, daß die Welle instabil wird (bricht, wenn $H/d > 0,78$ oder $H/L > 1/7$). Für kleine Werte H/L_0' oder H/d wird einfacher mit der linearen Theorie gerechnet.

c) Umrechnung mit Hilfe des Wellenspektrums (nach BRUSCHIN und FALVEY 1975/76). Die Idee des Verfahrens besteht darin, den durch die berechneten signifikanten Tiefwasserwellenkenngrößen ($H_{0\ 1/3}$ usw.) charakterisierten Wellenzug mit Hilfe eines äquivalenten Spektrums in eine Anzahl sinusförmiger Komponenten mit geringer Amplitude zu zerlegen, deren Kenngrößen mittels der linearen Theorie auf die gewünschte Wassertiefe umzu-

rechnen und wieder zu einem Spektrum zusammensetzen. Aus diesem Spektrum kann dann bei Bedarf wiederum $H_{1/3}$ am gesuchten Ort bestimmt werden. Andererseits kann auch die Wasserteilchengeschwindigkeit aus der Überlagerung der entsprechenden Geschwindigkeiten der einzelnen Komponenten berechnet werden.

Zwischen der signifikanten Wellenhöhe und dem gesamten Energieinhalt des Seegangs besteht (vgl. Gl. 32.39 - 41) eine einfache empirische Beziehung (bei der Varianz σ^2 wird im folgenden der Index ζ weggelassen):

$$\frac{2 E}{\rho_w \cdot g} = E_\omega = 1/8 H_{1/3}^2 = 2 \sigma^2 \quad [\text{m}^2] \quad (32.113)$$

E_ω ... Energiezahl nach NEUMANN [m^2]
 σ^2 ... Varianz des Wasserspiegels (z-Richtung) [m^2]

Andererseits gilt nach NEUMANN (1953):

$$E_{\omega_{\max}} = 2 \sigma_{\max}^2 = 18,2 \left(\frac{u_l}{2g} \right)^5 \quad [\text{m}^2] \quad (32.114)$$

u_l ... Windgeschwindigkeit 10 m über der Wasseroberfläche [m/s]

Dabei entspricht $E_{\omega_{\max}}$ dem Energieinhalt der signifikanten Welle bei vollausgereiftem Seegang (fully arisen sea = FAS).

Wenn sich der Seegang bei wehendem Wind entwickelt, so entstehen zuerst kürzere (höherfrequente), dann immer längere (niederfrequente) Wellen. Zeichnet man die dazugehörigen Spektren auf (Fig. 3.27.), so kann man sagen, daß das Spektrum des voll ausgereiften Seegangs gleichsam "von rechts her" aufgefüllt wird. Kann sich der Seegang nicht vollständig entwickeln, weil die Streichlänge zu klein und/oder die Winddauer zu kurz ist, so kommt der Prozeß mit einer bestimmten erreichten minimalen Frequenz f_k zum Stillstand. Da die Fläche unter der Kurve der Energie des Wellenganges entspricht, folgt aus Figur 3.27., daß f_k eine Funktion vom Verhältnis der aktuellen Energie des Seegangs zur Energie des voll ausgereiften Seegangs ist (Verhältnis der schraffierten Fläche in der Figur zur Gesamtfläche). Das Spektrum nach NEUMANN kann derart in eine dimensionslose Form umgewandelt werden, daß diese Funktion unabhängig von der Windgeschwindigkeit wird. Dazu ist die Frequenz f zu ersetzen durch

$$X = \frac{\pi f u_l}{g} \quad [-] \quad (32.115)$$

und die spektrale Dichte der Varianz durch

$$Y = \frac{2 \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(X)}{\left(\frac{\beta \pi}{2}\right)\left(\frac{u_l}{2g}\right)^5} = \frac{128 \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(f)}{\beta \pi^2 \left(\frac{u_l}{g}\right)^6} \quad [-] \quad (32.116)$$

β ... Konstante = 3,05 m²/s⁵

$\mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(X)$... Spektrale Dichte der Varianz in Funktion von $X = \mathfrak{S}_{\zeta\zeta}(X) \cdot df/dX$

Dann kann das entsprechende X_k aus der Tabelle 3.6. bzw. der Figur 3.28. als Funktion des Verhältnisses $\sigma^2/\sigma_{\max}^2 = E_\omega/E_{\omega \max}$ entnommen und f_k berechnet werden:

$$f_k = \frac{g X_k}{\pi u_l} \quad [\text{Hz}] = [\text{s}^{-1}] \quad (32.117)$$

In Wirklichkeit ist allerdings das Spektrum nicht so scharf begrenzt, sondern etwa gemäß der gestrichelten Linie in Fig. 3.27. (unteres Bild). Es ist für unsere Zwecke genügend genau, wenn wir nach einem bei SCHÜTTRUMPF (1973) mitgeteilten Vorschlag mit

$$f_{\min} = 0,85 f_k \quad (32.118)$$

rechnen. Im Bereich $f < f_k$ wird die spektrale Dichte so gewählt, daß die Gesamtfläche unter der Kurve gleich der nach (32.113) berechneten Varianz σ^2 wird (strichpunktierte Linie in Fig. 3.27.).

Die Gleichung des dimensionslosen Spektrums nach NEUMANN lautet:

$$Y = \frac{1}{X^6} e^{-\frac{1}{2X^2}} \quad [-] \quad (32.119)$$

e ... Basis der natürlichen Logarithmen = 2,781828

Praktisches Vorgehen (vgl. Beispiel S. 144ff):

- Berechnung von $\sigma_0^2/\sigma_{\max}^2 = E_{\omega 0}/E_{\omega \max}$ aus $H_{0.1/3}$ mit den Gleichungen (32.113) und (32.114).
- Herauslesen von f_k aus Tab. 3.6. oder Fig. 3.28 und Berechnung von $f_{\min} = 0,85 f_k$ (32.118) und $f_{\max} \approx 3 f_k$ (die an sich möglichen höheren Frequenzen werden vernachlässigt, da ihr Beitrag verschwindend klein ist).
- Unterteilung des Intervalls $f_{\min} \div f_{\max}$ in Schritte der Breite $\Delta f \approx 0,15 \cdot f_k$ bzw. nach (32.115) $\Delta X = \pi \cdot \Delta f \cdot u_l/g \approx 0,15 \pi \cdot f_k \cdot u_l/g$. Für $f > 2 f_k$ kann die Schrittweite verdoppelt werden.
- Für jeden Schritt i :
 - Berechnung der mittleren Frequenz $f_i = f_{i-1} + \Delta f$, wobei $f_1 = f_{\min} + \Delta f/2$. Daraus $X_i = \pi \cdot f_i \cdot u_l/g$ bzw. $X_{i-1} + \Delta X$ und die mittleren Perioden $T_i = 1/f_i$.

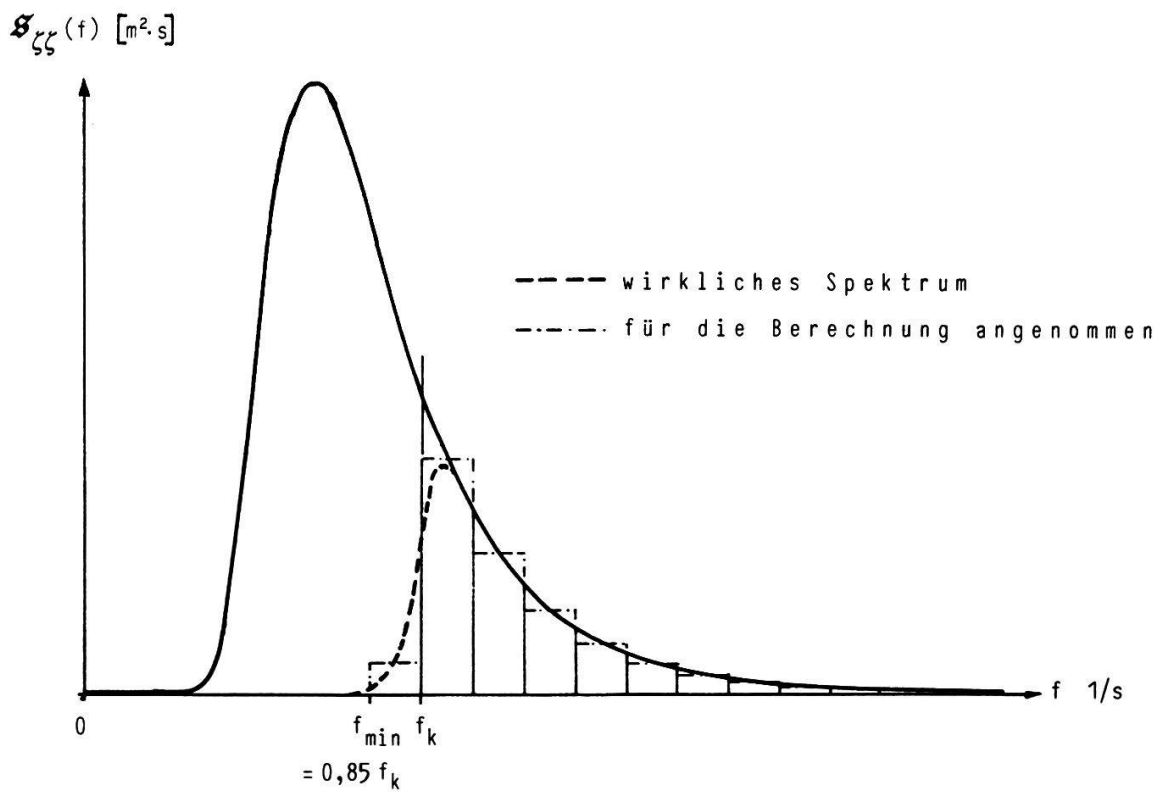
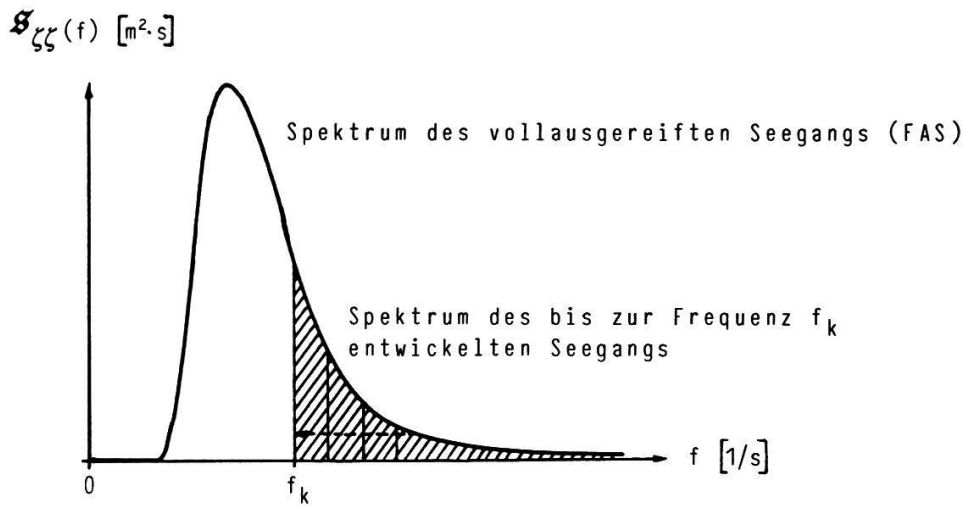
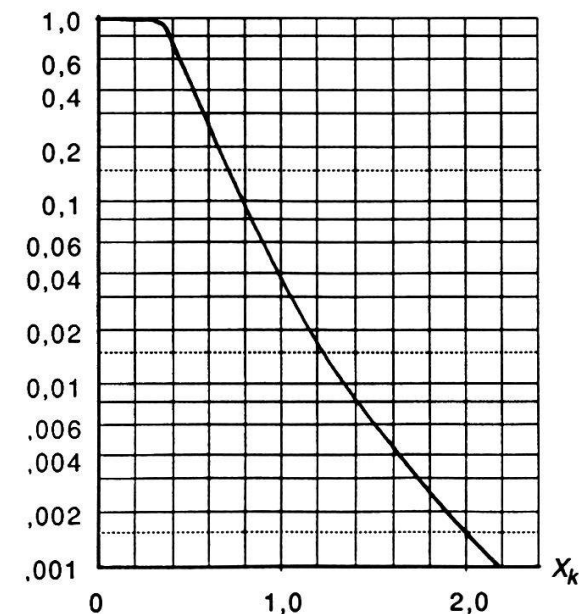


Fig. 3.27. Zusammenhang zwischen dem Spektrum des vollausgereiften Seegangs und jenem des entstehenden (kleine Figur oben), bzw. wegen begrenzter Streichlänge oder Winddauer nur teilweise entwickelten Seegangs (unten).

- Berechnung von Y_i nach (32.119) und daraus die spektrale Dichte der Varianz nach (32.116): $\mathcal{S}_{\zeta\zeta}(f_i) = \beta \cdot \pi^2 \cdot (u_l/g)^6 \cdot Y_i/128$. $\mathcal{S}_{\zeta\zeta}(f_1)$ wird so gewählt, daß die gesamte Varianz des so berechneten Spektrums die Gleichung (32.113) erfüllt:
 $\sum(\mathcal{S}_{\zeta\zeta}(f_i) \Delta f) = 1/2 \cdot \sum A_{0i}^2 = \sigma_0^2 = 1/8 H_{0,1/3}^2$ (vgl. S. 145 ff).
- Berechnung der Amplituden A_{0i} der einzelnen Komponenten aus $A_{0i}^2 = 2 \cdot \mathcal{S}_{\zeta\zeta}(f_i) \cdot \Delta f$ (gemäß 32.37 und 32.17). Die Wellenhöhen der (sinusförmigen) Komponenten sind $H_{0i} = 2 A_{0i}$, die Tiefwasserwellenlängen nach (32.90 bzw. 91) $L_{0i} = g \cdot T_i^2 / (2\pi)$ [bzw. $= 1,56 \cdot T_i^2 [s]^2$].
- Umrechnen der Kenngrößen H_{0i} und L_{0i} der Tiefwasserwellen auf die gewünschte Wassertiefe (H_i und L_i) mit Hilfe der linearen Theorie (s. S. 124 ff), ev. Berücksichtigung von Refraktion und Reflexion (s.u.).
- Berechnung der Energie des gesamten Spektrums $E/(\rho_w \cdot g) = \sum(A_i^2/2) = \sum(H_i^2/8)$ (folgt aus den Gleichungen 32.37, 32.17 und 32.10).
- Berechnung des definitiven $H_{1/3}$ nach (32.113): $H_{1/3} = 4 \cdot \sqrt{[E/(\rho_w \cdot g)]} = 4 \cdot \sqrt{[\sum(A_i^2/2)]}$.

Tab. 3.6. X_k für den teilweise entwickelten Seegang in Funktion von vorhandener Wellenenergie zur Energie des vollentwickelten Seegangs ($\sigma^2/\sigma_{\max}^2 = E_\omega/E_{\omega \max}$).

$$\sigma^2/\sigma_{\max}^2 = E_\omega/E_{\omega \max}$$



σ^2/σ_{\max}^2	X_k	σ^2/σ_{\max}^2	X_k
1,000	0,0	0,00599	1,5
1,000	1	0,00442	6
0,9999	2	0,00331	7
0,9508	3	0,00252	8
0,7171	4	0,00152	2,0
0,4506	0,5	0,000535	2,5
0,2658	6	0,000211	3,0
0,1565	7	0,0000510	4,0
0,09426	8	0,0000169	5,0
0,05849	9	$5,32 \cdot 10^{-7}$	10,0
0,03744	1,0	$7,05 \cdot 10^{-8}$	15,0
0,02469	1	$1,71 \cdot 10^{-8}$	20,0
0,01673	2	$2,42 \cdot 10^{-9}$	30,0
0,01162	3	$2,96 \cdot 10^{-10}$	50,0
0,00826	4		

Fig. 3.28. Nomogramm zur Bestimmung der minimalen Frequenz f_k des teilweise entwickelten Seegangs. $f_k = g X / (\pi \cdot u_l)$
 (Nach KINSMANN 1965, aus BRUSCHIN und FALVEY 1975/76)

2. Refraktion. Bezeichnet man mit α den Winkel zwischen der Fortpflanzungsrichtung der Wellen (= Orthogonale auf die Wellenscheitel) und den Senkrechten auf die Höhenlinien des Untergrundes, so kann das Snellius'sche Brechungsgesetz wie folgt formuliert werden:

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{C_2}{C_1} \quad (32.120)$$

L_1, L_2 ... Wellenlänge bei Wassertiefe 1 und 2 [m]

C_1, C_2 ... Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit bei Wassertiefe 1 und 2 [m/s]

Die Erklärung dieser Gleichung folgt unmittelbar aus der Figur 3.29., wo die Situation mit einer plötzlichen Änderung der Wassertiefe dargestellt ist. Erfolgt der Wechsel nicht plötzlich, sondern stetig, so geschieht auch die Winkeländerung allmählich, die Wellenscheitel und die Orthogonales sind dann nicht mehr geknickt, sondern stetig gekrümmte Kurven (Fig. 3.30.).

Sind die Höhenlinien (einigermaßen) parallel, so kann für den Einfallswinkel α_1 der entsprechende Winkel (α_0) beim Beginn des Übergangsbereiches ($d/L_0 = 0,5$) gesetzt werden. Die Richtung der Orthogonales kann dann für jeden Punkt sofort angegeben werden:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0} = \frac{L}{L_0} \quad (32.121)$$

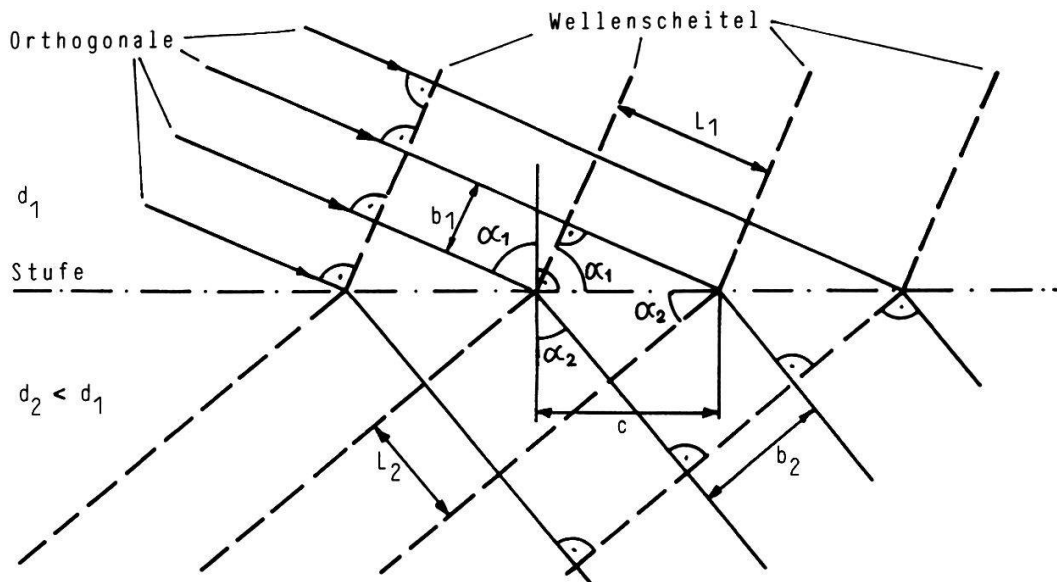


Fig. 3.29. Veränderung der Wellenform und -richtung bei einer plötzlichen Änderung der Wassertiefe d .

Sind die Höhenlinien nicht parallel, so muß die Richtung jeder Orthogonalen schrittweise bestimmt werden (Fig. 3.31.). Mit den Bezeichnungen dieser Figur ist α_1 durch

$$\alpha_1' = \alpha_1 + \theta_2 - \theta_1 \quad (32.122)$$

zu ersetzen und entsprechend in (32.120) zu verwenden.

Die Wellenlängen L und damit das Verhältnis L/L_0 bestimmt man meist mit der linearen Theorie; bei sehr hohen Wellen und großer geforderter Genauigkeit sind die so erhaltenen Wellenlängen mit einer entsprechenden Theorie höherer Ordnung zu überprüfen.

Der Einfluß der Refraktion auf die Wellenhöhe H kann mit folgender Überlegung erfaßt werden: Die durch einen bestimmten Querschnitt senkrecht zu den Orthogonalen transportierte Energie bleibt konstant. Wegen der Richtungsänderungen der Orthogonalen verändert sich deren Abstand untereinander (vgl. Fig. 3.29.). Hat ein betrachteter Querschnitt vor der Refraktion die Breite b_1 , so beträgt diese danach b_2 . Die Gleichung (32.103) kann nun erweitert werden zu

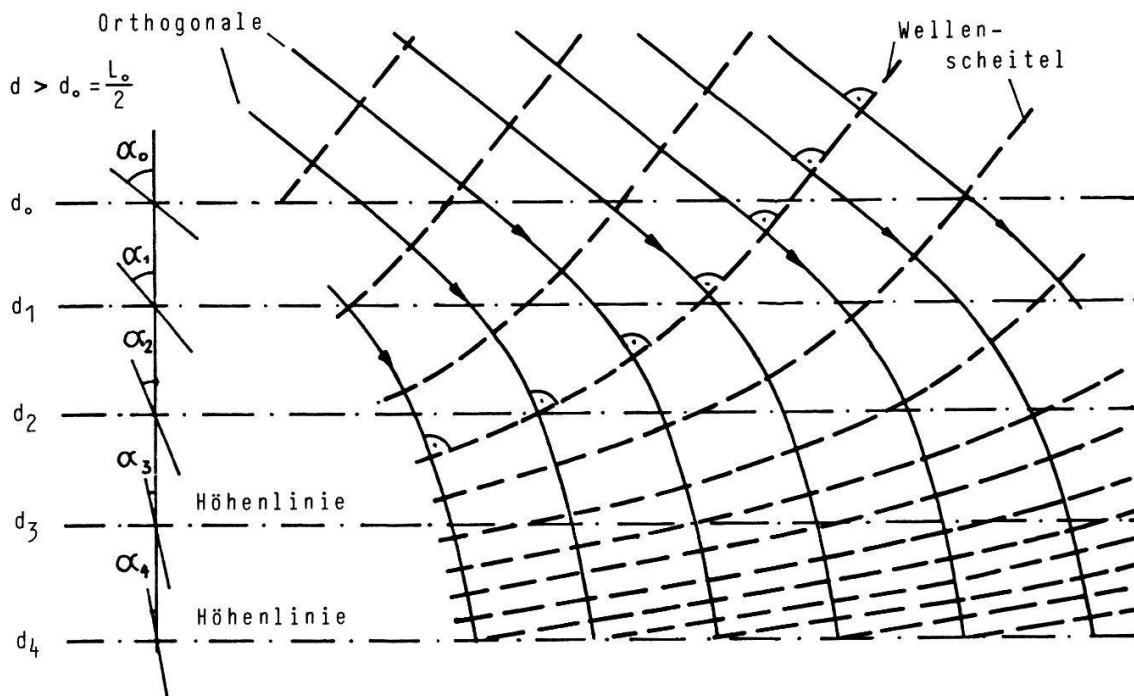


Fig. 3.30. Refraktion der Wellen bei stetig abnehmender Wassertiefe d (Höhenlinien parallel).

$$H_2^2 \cdot C_{g2} \cdot b_2 = H_1^2 \cdot C_{g1} \cdot b_1 \quad (32.123)$$

Ist H_I die Wellenhöhe nach (32.103) bzw. (32.105) ohne Berücksichtigung der Refraktion, so wird aus (32.123):

$$H_2^2 = H_1^2 \frac{C_{g1} b_1}{C_{g2} b_2} = H_0^2 \frac{C_0 C_{g1}}{2 C_{g1} C_{g2}} \frac{b_0 b_1}{b_1 b_2} = H_I^2 \frac{b_0}{b_2} \quad (32.124)$$

bzw.

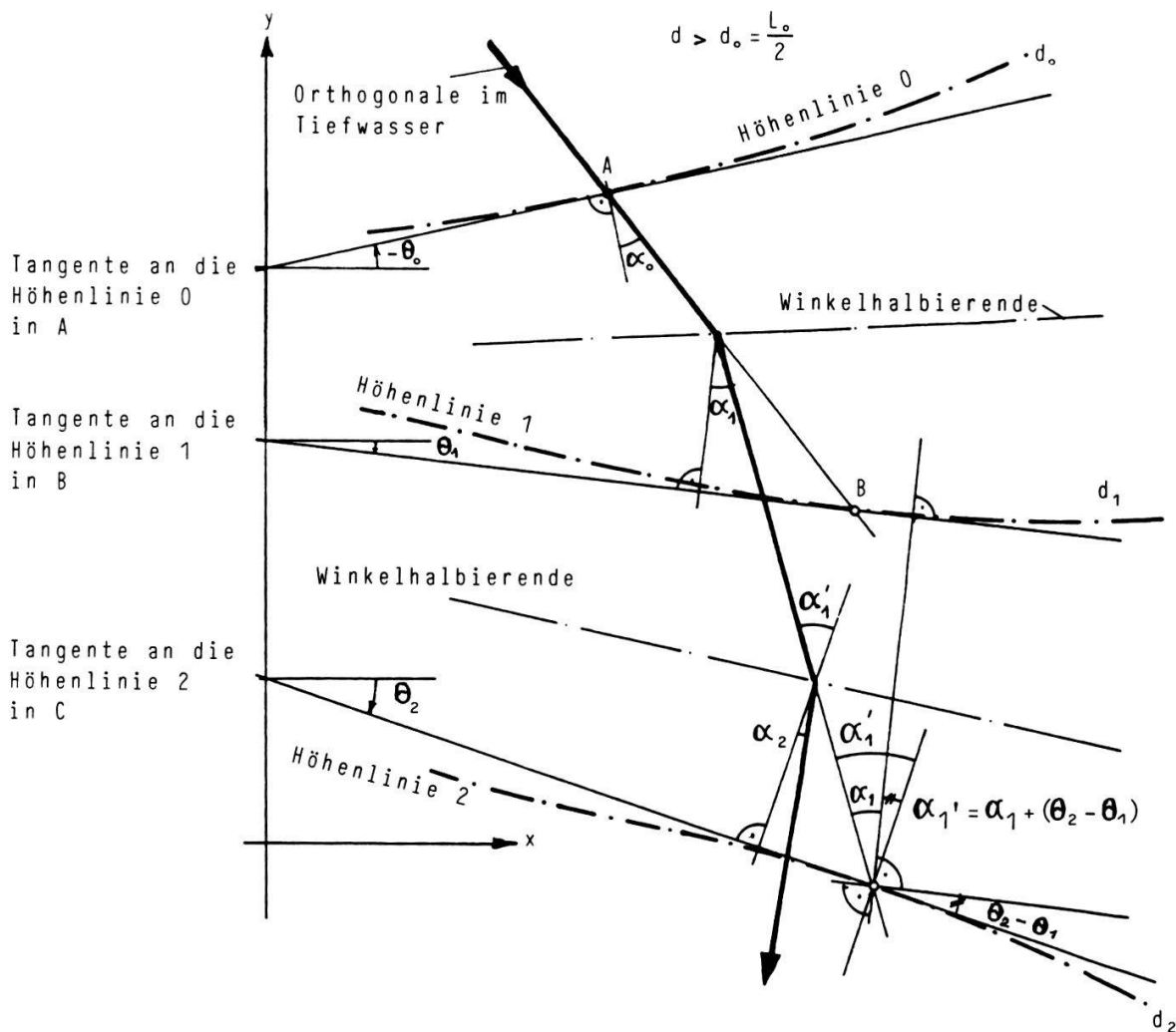


Fig. 3.31. Schrittweise Konstruktion einer Orthogonalen zu den Wellenscheiteln bei nicht parallelen Höhenkurven des Untergrundes (die Wellenscheitel selbst sind wegen der Übersichtlichkeit nicht gezeichnet). Die Richtung im Tiefwasser (α_0) ist durch äußere Gegebenheiten (Windrichtung) bestimmt. Dargestellt ist der Konstruktionsschritt zwischen der Höhenlinie 1 und der Höhenlinie 2. (Nach SILVESTER 1974)

$$H_2 = H_1 \sqrt{\left(\frac{b_0}{b_2}\right)} = H_1 \cdot K_R \quad (32.125)$$

Der Wert K_R ist der Refraktionskoeffizient (dimensionslos). Da, wie oben bemerkt, bei parallelen Höhenlinien des Seegrundes die Richtung der Wellenkämme und der Orthogonalen für jeden Punkt unmittelbar angegeben werden kann, ist auch das Verhältnis b_0/b_2 einfach zu bestimmen, denn nach Fig. 3.29. gilt (wenn für die Werte mit dem Index 1 die entsprechenden Werte für die Grenze des Tiefwasserbereichs gesetzt werden):

$$b_0 = c \cos \alpha_0, \quad b_2 = c \cos \alpha_2 \quad (32.126)$$

Damit läßt sich aus (32.124) und (32.125) für den Refraktionskoeffizienten K_R eine geschlossene Formel herleiten:

$$K_R^2 = \frac{b_0}{b_2} = \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_2} = \frac{\cos \alpha_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_2}}, \quad (32.124)$$

was mit Berücksichtigung von (32.121)

$$K_R = \sqrt{\left\{ \frac{\cos \alpha_0}{\sqrt{1 - (L/L_0 \sin \alpha_0)^2}} \right\}} \quad (32.128)$$

ergibt. Sind die Höhenlinien des Seegrundes nicht parallel, so muß das Verhältnis b_0/b_2 aus den gezeichneten Orthogonalen herausgemessen werden.

3. Reflexion. Da röhrichtbestandene Seeufer im allgemeinen flach sind, ist der Einfluß der Reflexion meist untergeordnet, denn der größte Teil der Energie der einlaufenden Wellen wird durch die Bodenreibung und das Brechen aufgezehrt. Ähnlich wie für die Refraktion, wird auch die Reflexion meist mit einem Koeffizienten (Reflexionskoeffizient R) erfaßt:

$$H_R = R H_I' , \quad (32.129)$$

wobei H_R die Höhe der zurückgeworfenen (reflektierten) Welle, H_I' die Höhe der einlaufenden Welle (allenfalls mit Berücksichtigung der Refraktion) bedeutet. Die Richtung der reflektierten Linie entspricht der Spiegelung der Orthogonalen an der Senkrechten zur Uferlinie (Einfallswinkel = Ausfallswinkel). Da sich die reflektierten Wellen mit den einlaufenden überlagern, entstehen kurzkämmige Wellen, denn die Wasserbewegung wird dort verstärkt, wo zwei Wellenberge oder -täler sich treffen und abgeschwächt, wo sich Wellenberg und -tal überlagern. So entsteht das bewegte Bild eines Sees bei Windstille oder wenig Wind, da sich dann nur x-Mal reflektierte Wellen

unterschiedlicher Herkunft auf dem See "tummeln"; weht ein stärkerer Wind, so dominieren die Windwellen, da an flachen Ufern die Reflexion nur gering ist ($R \rightarrow 0$). Ganz anders wird die Situation natürlich, wenn das Ufer steil oder gar durch eine Mauer verbaut ist: Dann wird ein sehr großer Teil der Wellenenergie reflektiert ($R \rightarrow 1$).

In der Literatur (z.B. auch bei BRUSCHIN und FALVEY 1975/76) wird die durch die Reflexion bewirkte, resultierende Wellenhöhe meist als lineare Überlagerung der einlaufenden und der reflektierten Welle ausgedrückt:

$$H = H_I' + H_R = H_I' (1 + R) \quad (32.130)$$

Dies gilt genau aber nur bei monochromatischen Wellenzügen (d.h. bei solchen, die nur aus Wellen einer Frequenz bestehen), was in der Natur jedoch nicht zutrifft. Wir rechnen deshalb eher mit einer Summierung der Energien der einlaufenden und der reflektierten Welle, was

$$H^2 = H_I'^2 + H_R^2 = H_I'^2 (1 + R^2) \quad (32.131)$$

bzw.

$$H = H_I' \sqrt{1 + R^2} \quad (32.132)$$

ergibt. Im Falle einer Ufermauer und senkrecht einlaufender Wellen wäre allerdings vorsichtigerweise doch besser mit (32.130) zu rechnen.

Der Reflexionskoeffizient R kann für ein natürliches Seeufer unmöglich genau bestimmt werden, da sowohl die Form der Unterwasserböschung, wie auch deren Rauigkeit und die Art und Richtung der Wellen zu berücksichtigen wären. Die in der Literatur zu findenden Werte wurden aus Modellversuchen mit ebenen Böschungen und senkrecht auflaufenden Wellen ermittelt und können deshalb nur als erste Näherung gelten. WIEGEL (1964) bringt eine von MICHE im Jahre 1953 hergeleitete Formel für R :

$$R = \rho R' \quad (32.133)$$

mit

$$R' = \frac{\sqrt{\left[\frac{2\gamma}{\pi}\right] \frac{\sin^2\gamma}{\pi}}}{\frac{H_0}{L_0}} = \frac{\sqrt{\left[\frac{\gamma[^\circ]}{90^\circ}\right] \frac{\sin^2\gamma[^\circ]}{\pi}}}{\frac{H_0}{L_0}} \leq 1 \quad (32.134)$$

H_0, L_0 ... Tiefwasserwellenhöhe bzw. -länge [m]
 $\gamma, \gamma[^\circ]$... Böschungsneigung, von der Waagrechten aus gemessen, in [rad] bzw. [°]

Für ρ empfiehlt MICHE:

- Glatte, undurchlässige Böschungen: $\rho \approx 0,8$
 - Abgestufte Böschungen: $\rho \approx 0,33$
 - Regelmäßige Böschungen aus Blöcken: $\rho \approx 0,3 \div 0,6$
- (32.135)

4. Beispiel. Gegeben seien die Tiefwasserkenngößen nach Bretschneider des Beispiels a) von S. 119 f:

$$\begin{aligned}
 H_{0\ 1/3} &= 0,77\text{ m} \\
 T_{H\ 1/3} &= 3,3\text{ s} \\
 L_{0H\ 1/3} &= 17,0\text{ m}
 \end{aligned}$$

Wie groß sind diese Werte bei einer Wassertiefe $d = 1\text{ m}$?

Da das fragliche Ufer ziemlich genau westexponiert ist, kann für die Refraktion mit einem Einfallswinkel $\alpha_0 \approx 45^\circ$ gerechnet werden. Die Uferbank ist sehr flach, deshalb werde die Reflexion vernachlässigt.

a) Berechnung mit der linearen Theorie

$$d/L_0 = 1/17,0 = 0,059$$

Die Fig. 3.5. oder die Tabelle 3.3. liefert dazu:

$$\begin{aligned}
 d/L &= 0,103 \rightarrow \underline{\underline{L_{H\ 1/3}}} = 1/0,103 && = 9,7\text{ m} \\
 H/H_0 &= 0,996 \rightarrow \underline{\underline{H_{I\ 1/3}}} = 0,996 \cdot 0,77 && = 0,77\text{ m}
 \end{aligned}$$

Der Refraktionskoeffizient berechnet sich nach (32.128). Mit $L/L_0 = 0,059/0,103$ (bzw. $9,7/17,0$) = 0,573 wird

$$K_R^2 = \frac{\cos 45^\circ}{\sqrt{1 - (0,573 \cdot \sin 45^\circ)^2}} = 0,773 \text{ und}$$

$$K_R = 0,88 \text{ .}$$

So wird

$$\underline{\underline{H_{1/3}}} = K_R \cdot H_{I\ 1/3} = 0,88 \cdot 0,77 = 0,68\text{ m}$$

Zur Kontrolle wird nun der Ursell-Stokes'sche Parameter U berechnet (Gleichung 32.85):

$$U = \frac{0,68 \cdot 9,7^2}{1^3} = 64,0$$

Da $U > 15$, folgt noch

b) Die Berechnung mit der Stokes'schen Theorie dritter Ordnung

$$d/L_0' = 1/17,0 = 0,059$$

Nach dem Ergebnis der obigen Rechnung ist zu erwarten, daß die Wellenhöhe fast ausschließlich durch die Refraktion beeinflusst wird, wir setzen deshalb als Näherung

$$H/L_0' = 0,68/17,0 = 0,040$$

Aus dem Nomogramm Fig. 3.26. bzw. der Tabelle 3.4. kann durch entsprechende Interpolation

$$\alpha = 0,215$$

und

$$kl = 0,56$$

entnommen werden. Damit kann die Wellenlänge berechnet werden:

$$(32.109): \quad m = \frac{\cosh(4 \cdot 0,56) + 2 \cosh(2 \cdot 0,56) + 6}{\cosh(2 \cdot 0,56) - 1} = 20,33$$

$$(32.108): \quad L/L_0' = \left(1 + \frac{0,215^2}{4} \cdot 20,33\right) \tanh 0,56 = 0,627$$

$$\underline{\underline{L_{H1/3}}} = 0,627 \cdot 17,0 = \underline{\underline{10,7 \text{ m}}}$$

Die Tabelle 3.5. liefert für $d/L_0' = 0,059$ und $H_0/L_0' = 0,77/17,0 = 0,045$ den Wert

$$H/H_0 = 0,958 \rightarrow \underline{\underline{H_{I1/3}}} = 0,958 \cdot 0,77 = \underline{\underline{0,74 \text{ m}}}$$

Die signifikante Wellenhöhe mit Berücksichtigung der Refraktion erhalten wir mit dem nach der linearen Theorie berechneten Refraktionskoeffizienten ($L/L_0 = L/L_0' = 10,7/17,0 = 0,629$):

$$K_R^2 = \frac{\cos 45^\circ}{\sqrt{1 - (0,629 \cdot \sin 45^\circ)^2}} = 0,790 \text{ bzw.}$$

$$K_R = 0,89$$

So wird

$$\underline{\underline{H_{1/3}}} = K_R \cdot H_{I1/3} = 0,89 \cdot 0,74 = \underline{\underline{0,66 \text{ m}}}$$

Die Abweichung von dem eingangs als Näherung geschätzten Wert ($H = 0,68 \text{ m}$) ist so klein, daß die Rechnung nicht wiederholt zu werden braucht (erst bei der Berechnung der Oberflächenform in Kap. 3.2.3. wird der der richtigen Wellenhöhe entsprechende Parameter α gebraucht, damit die erhaltene Gleichung für den Wasserspiegel tatsächlich einer Wellenhöhe von $0,66 \text{ m}$ entspricht). Bei der Wellenlänge ist der Unterschied größer, nach Stokes III sind die Wellen um rund 10% länger. Wir rechnen im folgenden mit diesem Wert, da $U > 15$.

c) Berechnung mit Hilfe des Wellenspektrums

Die Windgeschwindigkeit beträgt $u_1 = 9,8 \text{ m/s}$ (vgl. S. 119), somit wird die Energiezahl nach NEUMANN (= die doppelte Varianz)

$$(32.114): \quad E_{\omega \max} = 2 \sigma_{\max}^2 = 18,2 \left(\frac{9,8}{2 \cdot 9,81}\right)^5 = 0,5659 \text{ m}^2$$

Andererseits wird

$$(32.113): \quad E_{\omega} = 2 \sigma^2 = 1/8 \cdot 0,77^2 = 0,07411 \text{ m}^2$$

und somit das Verhältnis von vorhandener zu maximaler Energie gleich

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_{\max}^2} = \frac{0,07411}{0,5659} = 0,131$$

Dazu liefert Figur 3.28., bzw. die Tabelle 3.6.

$$X_k = 0,739 \quad ,$$

woraus

$$(32.117): \quad f_k = \frac{9,81 \cdot 0,739}{\pi \cdot 9,8} = 0,2356 \text{ Hz}$$

und

$$(32.118): \quad \begin{aligned} f_{min} &= 0,85 \cdot 0,2356 &= 0,2003 \text{ Hz} \\ f_{max} &\approx 3 \cdot 0,2356 &= 0,7 \text{ Hz} \\ \Delta f &= 0,15 \cdot 0,2356 &= 0,0353 \text{ Hz} \\ \Delta X &= 0,15 \cdot 0,739 &= 0,111 \end{aligned}$$

Die weitere Berechnung erfolgt am besten mit einer Tabelle (Tab. 3.7.). Von der ersten Zeile ($f = f_{min} + f_k$, $f_1 = 0,2179$ Hz) können vorerst nur die Kolonnen 1 bis 6, 12 bis 14 und 16 berechnet werden. Die spektrale Dichte der Varianz, bzw. das Amplitudenquadrat (Kolonne 8) für f_1 des Tiefwasserspektrums erfolgt aus der Bedingung, daß die Summe aller Amplitudenquadrate gleich der doppelten Varianz $2\sigma^2 = 0,07411 \text{ m}^2$ ist. Da die Summe der Amplitudenquadrate für $f > f_k$ gleich $\sum A_{0i}^2 = 0,0695 \text{ m}^2$ ist (Kolonne 11), wird $A_{01}^2 = 0,07411 - 0,0695 = 0,0046 \text{ m}^2$.

Die ganze Rechnung läßt sich einfach mit Hilfe eines programmierbaren Taschenrechners, ohne Hilfe von Nomogrammen und Tabellen, durchführen. Tabelle 3.7. wurde auf einem SHARP PC-1401 mit dem folgenden BASIC-Programm gerechnet, welches für jeden Frequenzschritt die Werte der Kolonnen 4 bis 20 ausdrückt:

```

1: INPUT "D,F"; Z, X: Z = Z/F: X = X/F
   (Z = Δf; X = Anfangsfrequenz = f2 [!] oder die Frequenz bei einem Wechsel der
   Schrittweite; die erste Zeile mit fmin wird erst am Schluß gerechnet (s. oben, Erklärung
   zu Tab. 3.7.))
2: Y = X^6*EXP(-.5/X^2): T = 1/(X*F): L = G*T^2: PRINT T,L: PRINT X,Y:
   (L = L0)
   R = B*Y: A = 2*R*F*Z: PRINT R,A: H = 2*√A: E = E + A
   (R = gζ(f); A = A0i2; H = H0; E = ΣA0i2)
3: PRINT H, E: X = X + Z: M = D/L: L = M
   (M = d/L0)
4: N = L: L = M/HTN(2*π*N): IF ABS(L - N)/N > 0.0001 THEN 4
   (L = d/L = d/[L0·tanh{2πd/L}]; iterative Berechnung)
5: PRINT M, L: N = 4*π*L: M = M/L: J = √(1/(M*(1+N/HSN N))): PRINT D/L,J:
   (M = d/L0, L = d/L; M = L/L0 = C/C0; J = HI/H0)
   H = H*J: PRINT H: K = √(C/√(1-Q*M^2)): H = K*H
   (H = Hj; K = KR; H = KR·HI)
6: PRINT K,H: A = H^2/4: S = S+A: PRINT A,S: GOTO 2
   (A = Ai2; S = ΣAi2)

```

Vor Beginn der Rechnung sind einzugeben:

$$G = g/(2\pi) = 9,81/(2 \cdot \pi) \quad S = 0 \text{ oder Anfangswert } \sum A_i^2$$

$$B = \beta \cdot \pi^2 \cdot (u_1/g)^6/128 = 3,05 \cdot \pi^2 \cdot (u_1/9,81)^6/128$$

$$F = f/X = g/(\pi \cdot u_1) = 9,81/(\pi \cdot u_1) \quad C = \cos \alpha_0 \text{ (für Refraktion)}$$

$$E = 0 \text{ oder Anfangswert } \sum A_{0i}^2 \quad Q = \sin^2 \alpha_0$$

$$D = d \text{ (Wassertiefe)}$$

Da die Rechnung mit der zweiten Zeile beginnt und mit der ersten beendet wird, sind die Summen in Kolonne 20 zunächst um den Betrag des ersten Elementes zu klein, jedoch stimmt die Gesamtsumme am Schluß, und die übrigen Glieder können korrigiert werden.

Die drei Methoden ergeben für die Wellenhöhe $H_{1/3}$ fast übereinstimmende Werte (0,68 , 0,66 bzw. 0,69 m). Die Wellenlänge wird nach der linearen Theorie etwas geringer (9,7 m) als nach Stokes III (10,7 m). Aus dem Spektrum folgt zwar keine eindeutige Wellenlänge (wegen der Überlagerung variiert diese ständig), doch die den größten Komponenten zugehörigen Längen von 11,84 bzw. 10,25 m lassen erwarten, daß bei Wellen mit der signifikanten Höhe auch etwa mit der Länge nach Stokes III zu rechnen ist.

Im mathematischen Modell zur Berechnung der Schilfhalmbeanspruchung kann mit einer Variante auch ein in spektrale Komponenten zerlegter Wellenzug eingegeben werden, so daß in diesem Fall Länge und Höhe der signifikanten Welle nicht explizite benötigt werden.

Tab. 3.7. Umrechnung eines Tiefwasserwellenspektrums auf begrenzte Wassertiefe

f	i	f_i	T_i	L_{0i}	X_i	Y_i	$\sigma_{\zeta} \zeta_i$	A_{0i}^2	H_{0i}	ΣA_{0i}^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,2003	1	0,2179	4,59	32,88	0,6839	-	-	0,0046	0,1356	-
0,2356	2	0,2533	3,95	24,34	0,7948	1,7970	0,4200	0,0296	0,3446	0,0296
0,2709	3	0,2886	3,47	18,74	0,9057	0,9844	0,2301	0,0162	0,2550	0,0459
0,3063	4	0,3239	3,09	14,88	1,0188	0,5582	0,1304	0,0092	0,1920	0,0551
0,3416	5	0,3593	2,78	12,09	1,1275	0,3283	0,0767	0,0054	0,1472	0,0605
0,3770	6	0,3946	2,53	10,03	1,2385	0,2000	0,0467	0,0033	0,1149	0,0639
0,4123	7	0,4300	2,33	8,45	1,3494	0,1258	0,0294	0,0020	0,0911	0,0659
0,4653	Ab hier Schrittweite Δf verdoppelt									
	8	0,5006	2,00	6,23	1,5712	0,0542	0,0126	0,0017	0,0846	0,0677
0,5360	9	0,5713	1,75	4,78	1,7930	0,0257	0,0060	0,0008	0,0583	0,0686
0,6067	10	0,6420	1,56	3,79	2,0148	0,0132	0,0030	0,0004	0,0417	0,0690
0,6774	11	0,7127	1,40	3,07	2,2366	0,0072	0,0016	0,0002	0,0309	0,0693
0,7481	Hier könnte die Rechnung abgebrochen werden. Die folgenden Werte dienen zur Demonstration der Größenordnung der mit $f_{max} = 3 f_k$ vernachlässigten Einflüsse.									
	12	0,7834	1,28	2,54	2,4585	0,0041	0,0009	0,0001	0,0234	0,0694
0,8187	13	0,8540	1,17	2,14	2,6803	0,0025	0,0005	0,0000	0,0182	<u>0,0695</u>
0,8894										

- 1: Grenze der Frequenzbereiche [Hz]
- 2: Zähler
- 3: Mittlere Frequenz des Bereichs [Hz]
- 4: Periode T [s] = $1/f$
- 5: Tiefwasserwellenlänge [m] nach (32.90)
- 6: $X = \pi \cdot f \cdot u_l / g$ [-]
- 7: Dimensionsloses Spektrum nach (32.119)
- 8: Spektrale Dichte der Varianz [$m^2 \cdot s$] nach (32.118)
- 9: Amplitudenquadrat A^2 [m^2] = $2 \sigma_{\zeta}^2 \cdot \Delta f$
- 10: Wellenhöhe $H = 2 A$
- 11: Summe der Amplitudenquadrate ab Zeile 2 (vgl. Text)

Tab. 3.7. (Fortsetzung).

i	d/L_{0i}	d/L_i	L_i	H/H_0	H_{li}	K_R	H_i	A_i^2	ΣA_i^2
2	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,0304	0,0718	13,91	1,12	0,152	0,86	0,131	0,0043	0,0043
2	0,0410	0,0844	11,84	1,06	0,365	0,87	0,316	0,0251	0,0293
3	0,0533	0,0975	10,25	1,01	0,258	0,88	0,226	0,0128	0,0422
4	0,0672	0,1113	8,98	0,977	0,188	0,88	0,166	0,0069	0,0491
5	0,0827	0,1257	7,96	0,951	0,140	0,89	0,125	0,0039	0,0530
6	0,0997	0,1407	7,10	0,933	0,107	0,90	0,097	0,0023	0,0553
7	0,1183	0,1566	6,38	0,921	0,084	0,91	0,077	0,0015	0,0568
8	0,1605	0,1920	5,21	0,913	0,077	0,94	0,072	0,0013	0,0581
9	0,2092	0,2328	4,29	0,920	0,054	0,96	0,052	0,0007	0,0588
10	0,2638	0,2799	3,57	0,937	0,039	0,97	0,038	0,0004	0,0591
11	0,3257	0,3355	2,98	0,957	0,030	0,99	0,030	0,0002	0,0593
12	0,3937	0,3989	2,51	0,975	0,023	0,99	0,023	0,0001	0,0595
13	0,4672	0,4698	2,13	0,987	0,018	1,00	0,018	0,0000	<u>0,0595</u>

12: Wassertiefe $d = 1$ m

13: Aus Fig. 3.2.2.8. oder Tab. 3.2.2.1. bzw. iterative Auflösung von (32.94)

14: $L_i = 1/(\text{Kol.13})$

15: Aus Fig. 3.2.2.8. oder Tab. 3.2.2.1. bzw. nach (32.106)

16: Wellenhöhe ohne Berücksichtigung der Refraktion $H_{li} = (\text{Kol.9}) \cdot (\text{Kol.14})$

17: Refraktionskoeffizient K_R nach (32.128) mit $\alpha_0 = 45^\circ$

18: Wellenhöhe mit Berücksichtigung der Refraktion $H_i = (\text{Kol.16}) \cdot (\text{Kol.17})$

19: Amplitudenquadrat bei Wassertiefe $d = 1$ m. $A_i^2 = (H_i/2)^2 = (\text{Kol.18})^2/4$

20: Summe aller Amplitudenquadrate ergibt die doppelte Varianz bei $d = 1$ m. Werte mit Berücksichtigung des ersten Elementes korrigiert.

$$\text{Daraus } H_{1/3} = \sqrt{[8 \cdot (2 \cdot \sigma^2)]} = \sqrt{[8 \cdot 0,0595^2]} = 0,69 \text{ m}$$

3.2.3. Berechnung der Wasserteilchengeschwindigkeit

Wie in Kap. 3.2.1.3. gezeigt, ist es die Geschwindigkeit der Wasserteilchen, welche den Einfluß der Wellen auf andere Objekte bewirkt. Eine eher anschaulich gehaltene Darstellung der Wasserbewegungen in den Wellen findet sich in BINZ (1980), weshalb wir uns hier kürzer fassen können. Entscheidend ist die Tatsache, daß es sich bei Wellen nicht um wandernde Wassermassen handelt. Nur die Form der Wasseroberfläche ist es, welche diesen Eindruck hervorruft. Die einzelnen Wasserteilchen bewegen sich in Wirklichkeit auf mehr oder weniger geschlossenen Bahnen, den Orbitalbahnen. Ihre Geschwindigkeit heißt dementsprechend auch Orbitalgeschwindigkeit (Fig. 3.32.). Eine Ausnahme bilden die brechenden Wellen: Wenn die Welle instabil wird (bricht), gerät die ganze Wassermasse des Wellenberges in Bewegung, was den Brechern eine enorme Zerstörungskraft verleiht. Die Ursachen für das Brechen sind einerseits zu geringe Wassertiefe (Einfluß der Bodenreibung) und andererseits zu große Höhe im Verhältnis zur Länge (Steilheit), z.B. unter starkem Windeinfluß.

Die Form der Orbitalbahnen hängt von der relativen Wassertiefe d/L und von der Steilheit H/L der Wellen ab (Fig. 3.33 -3.35.). Sind die Wellen flach

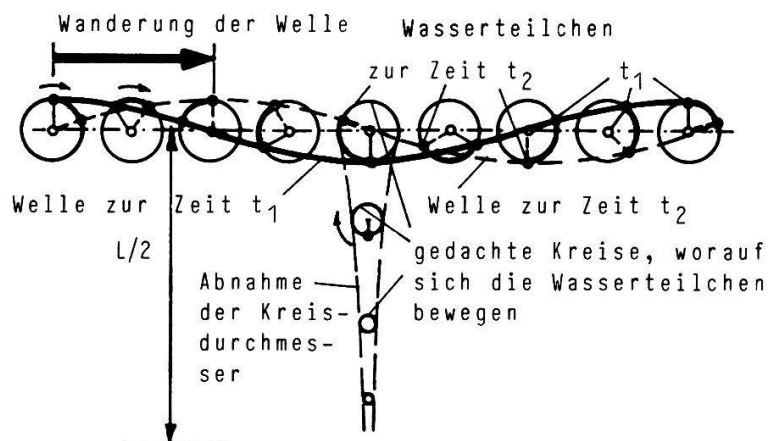


Fig. 3.32. Die Bewegung der Wasserteilchen, dargestellt am Beispiel einer flachen Welle im Tiefwasser. Sie ist in zwei Phasen dargestellt, zu einem Zeitpunkt t_1 und zu einem etwas späteren Zeitpunkt t_2 (z.B. eine halbe Sekunde später). Die Bahnkurven (Orbitalbahnen) der Wasserteilchen sind hier geschlossene Kreise. Der dick ausgezogene Teil der Kreise stellt die Bewegung einiger Wasserteilchen zwischen den beiden Zeitpunkten dar. (Bemerkung: Die Zeichnung ist nicht maßstäblich, Wellenhöhe und Durchmesser der Orbitalbahnen sind im Verhältnis zur Wellenlänge zu groß. Dies gilt auch für die folgenden Figuren 3.33. -3.35..) (Aus BINZ 1980)

(Gültigkeitsbereich der linearen Theorie), so sind die Orbitalbahnen geschlossene Ellipsen oder Kreise. Bei steilen Wellen kommen die Wasserteilchen nach einem Umlauf nicht mehr genau an den Ausgangspunkt zurück, d.h. es findet ein gewisser Massentransport statt (Windverfrachtung).

Die Form der Wasseroberfläche entsteht durch die Orbitalbewegungen der Wasserteilchen. Dadurch, daß die einander längs einer Linie folgenden Was-

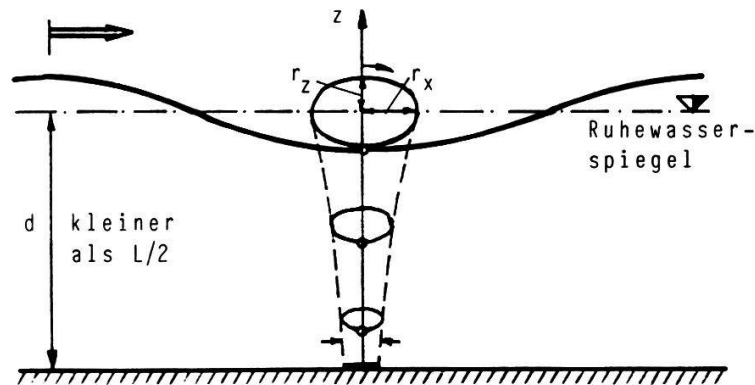


Fig. 3.33. Welle im Übergangsbereich (Wassertiefe kleiner als die halbe Wellenlänge). Statt auf einer Kreisbahn bewegen sich die Wasserteilchen auf Ellipsen bzw. am Seegrund hin und her.

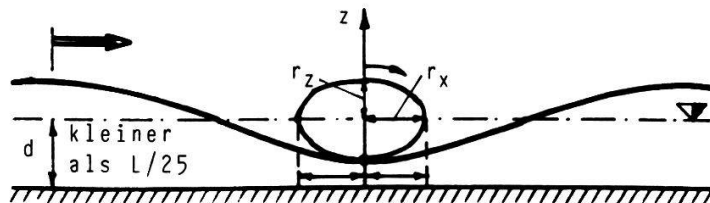


Fig. 3.34. Welle im Flachwasserbereich (Wassertiefe kleiner als $1/25$ der Wellenlänge). Die Ellipsen sind flacher, die waagrechte Bewegung der Wasserteilchen ist über die ganze Wassertiefe ungefähr gleich groß.

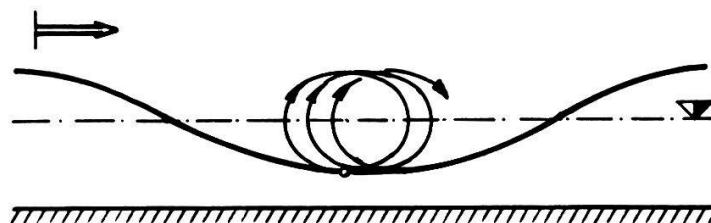


Fig. 3.35. Bei vergleichsweise kürzeren und höheren (=steileren) Wellen, wie sie in der Uferzone vorherrschen, sind die Bahnen der Wasserteilchen nicht mehr ganz geschlossen.

Fig. 3.33. - 3.35. Schematische Darstellung der Wasserteilchenbewegung in einer Welle.

serteilchen die gleiche Bewegung ein wenig phasenverschoben mitmachen, entsteht die Form der wandernden Welle. Die zur möglichst guten, näherungsweise Beschreibung der verschiedenen Oberflächenformen geeigneten mathematischen Funktionen haben den im Kapitel 3.2.2.2.2. (S. 122) aufgeführten Wellentheorien den Namen gegeben.

Im folgenden werden die Formeln für die Wasseroberfläche, die Orbitalgeschwindigkeiten und die lokalen Beschleunigungen der Wasserteilchen nach der linearen Theorie und nach Stokes III zusammengestellt. Bei der spektralen Darstellung der Wellen werden die Bewegungen der Wasserteilchen für die einzelnen (sinusoidalen) Komponenten nach der linearen Theorie bestimmt und anschließend überlagert.

Die von den verschiedenen Theorien (mit Ausnahme der hier nicht weiter verfolgten Einzelwellentheorie nach Mc Cowan oder Boussinesq; vgl. S. 122) behandelten Wellenarten sind alle periodische Vorgänge, die sich im Raum mit einer bestimmten Geschwindigkeit C fortpflanzen. Ein (gedachter) Beobachter, der sich mit der gleichen Geschwindigkeit auf einer solchen Welle fortbewegt, wird deshalb ständig das gleiche Bild wahrnehmen, für ihn bewegt sich die Wasseroberfläche nicht. Der Zustand (Lage des Wasserspiegels, Teilchengeschwindigkeit) hängt nur von der Entfernung $x - x_B$ vom Beobachter ab (x_B bezeichne den Ort des Beobachters). Beginnt der Beobachter seine Reise am Ort $x = 0$ zur Zeit $t = 0$, so gilt

$$x_B = C \cdot t \quad , \quad (32.136)$$

der Zustand der Welle zur Zeit t ist somit durch den Ausdruck

$$xx = x - x_B = x - C \cdot t \quad (32.137)$$

eindeutig bestimmt (vgl. Fig. 3.36.). Bei Wellen dieser Art entspricht also jeder Verschiebung im Raum eine bestimmte Änderung der Zeit und umgekehrt, d.h. die Raum- und die Zeitkoordinate sind in gewissem Maße austauschbar. Machen wir dieselben Überlegungen wie oben statt für den Ort x für die Zeit t , so gilt

$$t_B = \frac{x}{C} \quad (32.138)$$

und analog ist der Zustand der Welle am Ort x bestimmt durch

$$tt = t_B - t = \frac{x}{C} - t \quad . \quad (32.139)$$

Da die trigonometrischen Ausdrücke in den hier behandelten Wellentheorien 2π -periodisch sind, rechnet man zweckmäßigerweise statt mit xx oder tt mit

$$\Theta = \frac{2\pi}{L} xx = \frac{2\pi}{T} tt \quad [\text{rad}] \quad (32.140)$$

L ... Wellenlänge [m]
 T ... Wellenperiode [s]

Der Ausdruck Θ heißt Phasenwinkel (oder kurz: Phase), während der Wert

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad [\text{s}^{-1} \text{ oder Hz}] \quad (32.141)$$

Kreisfrequenz genannt wird. Die Wellenzahl k wurde bereits in (32.107) definiert ($k = 2\pi/L$). Mit Hilfe der Definitionsgleichung (32.95) der Wellen-

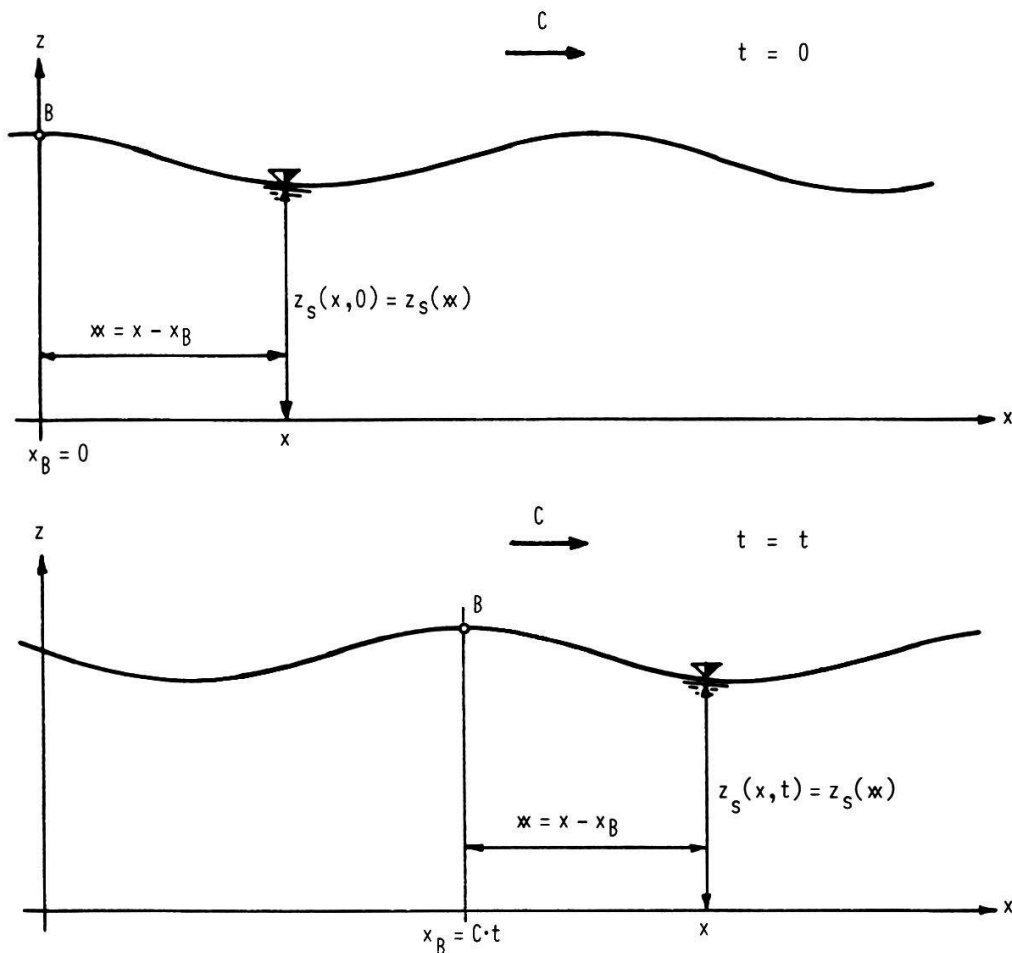


Fig. 3.36. Situation eines gedachten, auf der Welle im Punkt B mitwandernden Beobachters. Die Wahl des Punktes B ist natürlich frei, zur Verdeutlichung wurde hier ein Wellenscheitel gewählt.

fortpflanzungsgeschwindigkeit C können sowohl Ort, als auch Zeit im Phasenwinkel Θ berücksichtigt werden:

$$\underline{\Theta = 2\pi \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right)} \quad [\text{rad}] \quad (32.142)$$

a) Form der Wasseroberfläche und Geschwindigkeit der Wasserteilchen nach der linearen Theorie.

Mit den Bezeichnungen der Fig. 3.12. (S. 84) gelten folgende Beziehungen:

- Form der Wasseroberfläche:

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos \Theta \quad [\text{m}] \quad (32.143)$$

ζ ... Vertikale Abweichung des Wasserspiegels von der Ruhelage [m]
 H ... Wellenhöhe [m]
 Θ ... Phasenwinkel = $2\pi \cdot (x/L - t/T)$
 L ... Wellenlänge [m]
 T ... Wellenperiode [s]

- Orbitalgeschwindigkeiten:

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kd)} \cos \Theta \quad [\text{m/s}] \quad (32.144)$$

$$v = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh(kz)}{\sinh(kd)} \sin \Theta \quad [\text{m/s}] \quad (32.145)$$

u ... Waagrechte Orbitalgeschwindigkeit der Wasserteilchen [m/s]
 v ... Senkrechte Orbitalgeschwindigkeit der Wasserteilchen [m/s]
 k ... Wellenzahl ($2\pi/L$)
 z ... Senkrechte Koordinate = Entfernung vom Seegrund [m]
 d ... Wassertiefe (bis zum Ruhewasserspiegel) [m]

- Lokale Beschleunigungen:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2 \pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kd)} \sin \Theta \quad [\text{m/s}^2] \quad (32.146)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{2 \pi^2 H}{T^2} \frac{\sinh(kz)}{\sinh(kd)} \cos \Theta \quad [\text{m/s}^2] \quad (32.147)$$

$\frac{\partial}{\partial t}$... Partielle Ableitung nach der Zeit, ergibt lokale Beschleunigung der Wasserteilchen in waagrechter (u) und senkrechter (v) Richtung

Die graphische Darstellung einer sinusoidalen Welle mit den Kenngrößen des Beispiels aus Kapitel 3.2.2. (S.144ff) zeigt Fig. 3.37..

Im Gültigkeitsbereich der linearen Theorie können die Bahnkoordinaten der

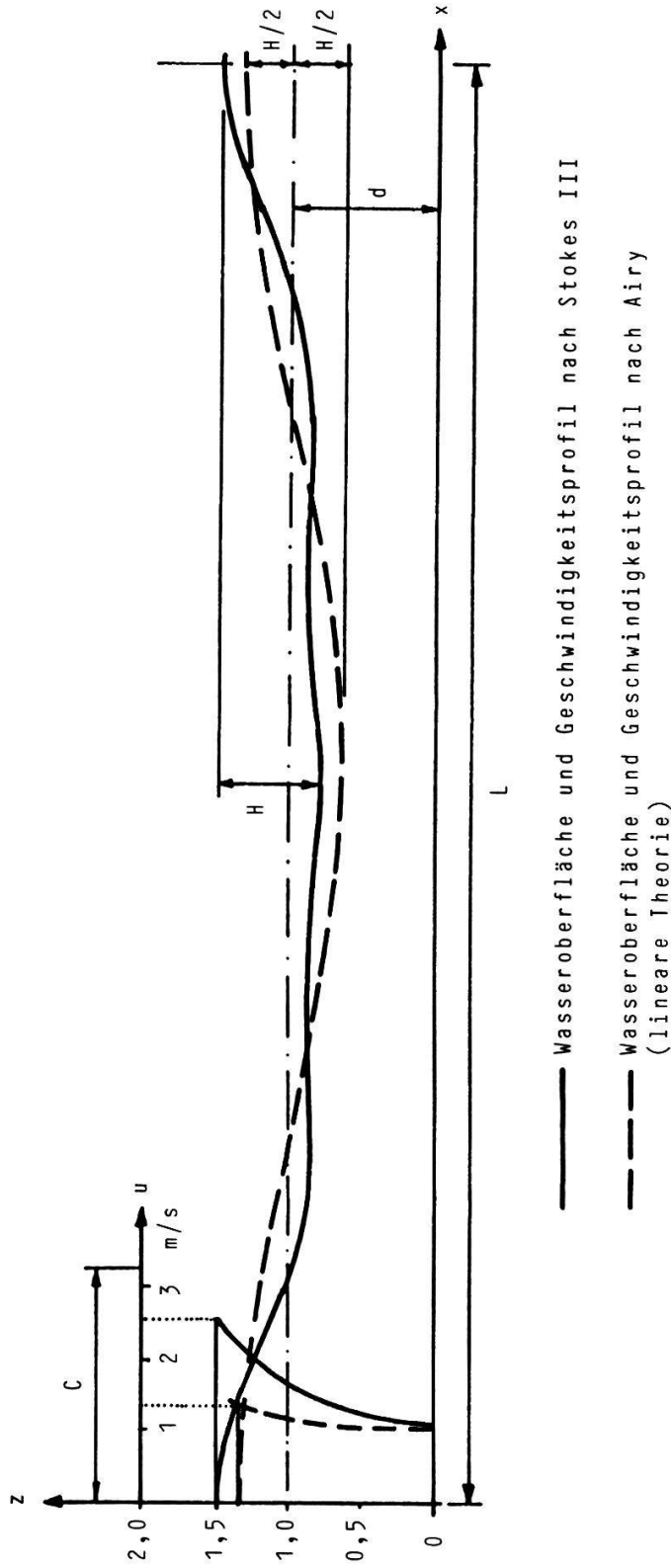


Fig. 3.37. Form einer Welle ($T = 3,3$ s; $d = 1$ m; $L = 10,6$ m; $H = 0,66$ m, $C = 3,2$ m/s) und Geschwindigkeitsprofil (waagrecht) unter dem Wellenscheitel, nach der linearen oder sinusoidalen Theorie erster Ordnung (Airy-Laplace) und nach der sinusoidalen Theorie dritter Ordnung (Stokes III).

Aus der Abbildung wird ersichtlich, daß in diesem Fall die lineare Theorie sowohl für die maximale Erhebung des Wasserspiegels über die Ruhelage, wie auch für die maximale Geschwindigkeit der Wasserteilchen unter dem Wellenscheitel, zu geringe Werte liefern würde, wogegen die Orbitalgeschwindigkeiten am Seegrund nach beiden Theorien ungefähr gleich groß sind.

Wasserteilchen durch einfache Integration über die Zeit von (32.144) und (32.145) erhalten werden, wobei für x und z die Koordinaten der Ruhelage des betreffenden Wasserteilchens (x_0, z_0) in die Formeln eingesetzt werden. Diese Näherung ist genügend genau, solange die Durchmesser der Orbitalbahnen klein sind gegenüber der Wellenlänge L (waagrechter Durchmesser) bzw. der Wassertiefe d (senkrechter Durchmesser). Die Bestimmungsgleichungen für die Bahnkoordinaten der Wasserteilchen lauten dann:

$$x - x_0 = - \frac{H}{2} \cdot \frac{\cosh(kz_0)}{\sinh(kd)} \cdot \sin\Theta \quad [\text{m}] \quad (32.148)$$

$$z - z_0 = + \frac{H}{2} \cdot \frac{\sinh(kz_0)}{\sinh(kd)} \cdot \cos\Theta \quad [\text{m}] \quad (32.149)$$

Dies sind Gleichungen für eine Ellipse mit den Halbachsen

$$r_x = \frac{H}{2} \cdot \frac{\cosh(kz_0)}{\sinh(kd)} \quad [\text{m}] \quad (32.150)$$

$$r_z = \frac{H}{2} \cdot \frac{\sinh(kz_0)}{\sinh(kd)} \quad [\text{m}] \quad (32.151)$$

An der Wasseroberfläche vereinfachen sich diese Ausdrücke zu

$$r_x = \frac{H}{2} \coth(kd) \quad [\text{m}] \quad (32.152)$$

$$r_z = \frac{H}{2} \quad [\text{m}] \quad (32.153)$$

Für $d/L = 0,5$ (Grenze des Tiefwasserbereichs) wird $k \cdot d = 2\pi \cdot 0,5 = 3,14\dots$ wofür der hyperbolische Cotangens $= 1,004$ (also praktisch gleich 1) wird. In diesem Fall werden die Orbitalbahnen zu Kreisen, deren Radius an der Wasseroberfläche gleich der halben Wellenhöhe (der Durchmesser also gleich der Wellenhöhe) ist. Da der hyperbolische Cotangens für kleine Argumente (d.h. im Flachwasserbereich) groß wird, zeigt sich aus den obigen Gleichungen, daß im Seichtwasser die waagrechte Bewegung der Wasserteilchen die senkrechte bei weitem übertrifft.

Am Seegrund ($z_0 = 0$) werden die Bahnradien

$$r_x = \frac{H}{2} \cdot \frac{1}{\sinh(kd)} \quad [\text{m}] \quad (32.154)$$

$$r_z = 0 \quad [\text{m}] \quad (32.155)$$

Gleichung (32.154) kann die Frage beantworten, von welcher Tiefe (bezogen auf die Wellenlänge) an auch die waagrechte Bewegung der Wasserteilchen am Seegrund praktisch verschwindet. Nehmen wir die bereits wiederholt erwähnte Grenze von $d/L = 0,5$, so wird der hyperbolische Sinus von $k \cdot d$ gleich $\sinh(3,14\dots) = 11,5$, das heißt, die Gesamtbewegung ist eine halbe Wellenlänge unter dem Seespiegel etwas weniger als ein Zehntel so groß wie die Wellenhöhe.

Die Gleichungen (32.152) (waagrechte Bewegung an der Oberfläche) und (32.154) (waagrechte Bewegung am Seegrund) unterscheiden sich um den Faktor $\cosh(k \cdot d)$; für $d/L = 0,04$ (Seichtwasserwellen) wird dieser gleich 1,03: die waagrechte Bewegung der Wasserteilchen ist somit im Flachwasser über die gesamte Wassertiefe fast gleich groß.

b) Form der Wasseroberfläche und Geschwindigkeit der Wasserteilchen nach der Theorie dritter Ordnung (Stokes III).

Die im folgenden verwendeten Parameter α und kl wurden bereits im vorigen Kapitel eingeführt (32.107 - 32.112).

- Form der Wasseroberfläche:

$$\zeta = \zeta_1 \cos\Theta + \zeta_2 \cos(2\Theta) + \zeta_3 \cos(3\Theta) \quad [\text{m}] \quad (32.156)$$

mit

$$\zeta_1 = \frac{L \alpha}{2\pi} \left\{ \sinh(kl) + \frac{\alpha^2}{64} \frac{9 \sinh(5kl) + 15 \sinh(3kl) + 6 \sinh(kl)}{\cosh(2kl) - 1} \right\} \quad [\text{m}] \quad (32.157)$$

$$\zeta_2 = \frac{L \alpha^2}{16\pi} \cdot \frac{\sinh(4kl) + 4 \sinh(2kl)}{\cosh(2kl) - 1} \quad [\text{m}] \quad (32.158)$$

$$\zeta_3 = \frac{L \alpha^2}{256\pi} \frac{3 \sinh(7kl) + 15 \sinh(5kl) + 27 \sinh(3kl) + 39 \sinh(kl)}{[\cosh(2kl) - 1]^2} \quad [\text{m}] \quad (32.159)$$

- Orbitalgeschwindigkeiten:

$$u = u_1 \cosh(kz) \cos\Theta + u_2 \cosh(2kz) \cos(2\Theta) + u_3 \cosh(3kz) \cos(3\Theta) \quad [\text{m/s}] \quad (32.160)$$

$$v = u_1 \sinh(kz) \cdot \sin\Theta + u_2 \sinh(2kz) \sin(2\Theta) + u_3 \sinh(3kz) \sin(3\Theta) \quad [\text{m/s}] \quad (32.161)$$

mit

$$u_1 = \frac{L \alpha}{T} \quad [\text{m}] \quad (32.162)$$

$$u_2 = \frac{3 L \alpha^2}{2T} \frac{1}{\cosh(2kl) - 1} \quad [\text{m}] \quad (32.163)$$

$$u_3 = -\frac{3 L \alpha^2}{16 T} \frac{2 \cosh(2kl) - 11}{[\cosh(2kl) - 1]^2} \quad [\text{m}] \quad (32.164)$$

- Lokale Beschleunigungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & \frac{2\pi}{T} u_1 \cosh(kz) \sin\Theta + \frac{4\pi}{T} u_2 \cosh(2kz) \sin(2\Theta) + \\ & + \frac{6\pi}{T} u_3 \cosh(3kz) \sin(3\Theta) \quad [\text{m/s}^2] \quad (32.165) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} = & -\frac{2\pi}{T} u_1 \sinh(kz) \cos\Theta - \frac{4\pi}{T} u_2 \sinh(2kz) \cos(2\Theta) - \\ & - \frac{6\pi}{T} u_3 \sinh(3kz) \cos(3\Theta) \quad [\text{m/s}^2] \quad (32.166) \end{aligned}$$

Die Bahnkoordinaten können bei Wellen mit größerer Amplitude nicht mehr in geschlossener Form (wie 32.118 und 32.119) angegeben werden, da für x und z in den Gleichungen der Orbitalgeschwindigkeit auch nicht näherungsweise die Ruhekoordinaten x_0 und z_0 eingesetzt werden dürfen. Wie in Fig. 3.37. sichtbar ist, nimmt die Teilchengeschwindigkeit gegen den Scheitel stark zu ("Konzentration der Geschwindigkeit im Wellenberg"). Im eigentlichen Seichtwasser verstärkt sich diese Erscheinung und kann nur durch die cnoidale und schließlich die Einzelwellentheorie zutreffend beschrieben werden. Kurz bevor die Welle bricht, wird die Teilchengeschwindigkeit u im Wellenscheitel gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit C der Welle.

Die obigen Feststellungen stehen in einem scheinbaren Widerspruch zu den Überlegungen zur Gleichung (32.154); diese gelten jedoch nur für Wellen mit kleiner Höhe gegenüber der Wassertiefe. Doch ist auch bei Wellen größerer Amplitude im Seichtwasserbereich die Teilchengeschwindigkeit unterhalb des Ruhewasserspiegels bis zum Seegrund von gleicher Größenordnung.

Die in Fig. 3.37. dargestellte Welle mit dem Geschwindigkeitsprofil unter dem Wellenscheitel ist dieselbe, die im Zahlenbeispiel zum vorigen Kapitel berechnet wurde:

$$T = 3,3 \text{ s}; \quad H = 0,66 \text{ m}$$

$$kl = 0,56$$

$\alpha = 0,213$ Dieser Wert stimmt nicht mit dem auf S. 145 erhaltenen überein, denn dort wurde mit $H = 0,68$ m gerechnet. Wenn wir bei der Darstellung der Oberflächenform die exakte Wellenhöhe von 0,66 m erhalten wollen, müssen wir α aus (32.111) iterativ berechnen oder durch Interpolation aus der Tabelle 3.4. bestimmen. Mit dem neuen α wird die Wellenlänge $L = 10,6$ m statt wie im Beispiel angenommen 10,7 m: der Unterschied ist unbedeutend und durfte bei der Bestimmung nur der Kenngrößen vernachlässigt werden.

$$L = 10,6 \text{ m}$$

$$C = L/T = 10,6/3,3 = 3,21 \text{ m/s}$$

$$(32.157): \quad \zeta_1 = \frac{10,6 \cdot 0,213}{2\pi} \cdot \left\{ \sinh 0,56 + \right. \\ \left. + \frac{0,213^2}{64} \cdot \frac{9 \sinh(5 \cdot 0,56) + 15 \sinh(3 \cdot 0,56) + 6 \sinh 0,56}{\cosh(2 \cdot 0,56) - 1} \right\}$$

$$= 0,255 \text{ m}$$

$$(32.158): \quad \zeta_2 = \frac{10,6 \cdot 0,213^2}{16\pi} \cdot \frac{\sinh(4 \cdot 0,56) + 4 \sinh(2 \cdot 0,56)}{\cosh(2 \cdot 0,56) - 1}$$

$$= 0,140 \text{ m}$$

$$(32.159): \quad \zeta_3 = \frac{10,6 \cdot 0,213^3}{256\pi} \cdot \frac{3 \sinh(7 \cdot 0,56) + 15 \sinh(5 \cdot 0,56) + 27 \sinh(3 \cdot 0,56) + 39 \sinh 0,56}{[\cosh(2 \cdot 0,56) - 1]^2}$$

$$= 0,077 \text{ m}$$

Die Gleichung der Wasseroberfläche lautet damit:

$$(32.156): \quad \zeta = 0,255 \cos \Theta + 0,140 \cos(2\Theta) + 0,077 \cos(3\Theta)$$

Für den Wellenberg ($\Theta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$) wird

$$\zeta(0) = 0,255 + 0,140 + 0,077 = 0,472 \text{ m}$$

und für das Wellental ($\Theta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$)

$$\zeta(\pi) = -0,255 + 0,140 - 0,077 = -0,192 \text{ m}$$

Die betragsmäßige Summe der Verschiebungen des Wasserspiegels im Wellenberg und im Wellental ergibt die Wellenhöhe:

$$H = 0,472 + 0,192 = 0,664 \text{ m}$$

was mit dem angenommenen Wert übereinstimmt und die Richtigkeit der obigen Rechnung bestätigt.

Das Profil der waagrechten Komponente der Orbitalgeschwindigkeit kann mit

$$(32.162): \quad u_1 = \frac{10,6 \cdot 0,213}{3,3} = 0,685 \text{ m/s}$$

$$(32.163): \quad u_2 = \frac{3 \cdot 10,6 \cdot 0,213^2}{2 \cdot 3,3 \cdot [\cosh(2 \cdot 0,56) - 1]} = 0,315 \text{ m/s}$$

$$(32.164): \quad u_3 = \frac{3 \cdot 10,6 \cdot 0,213^2}{16 \cdot 3,3} \cdot \frac{2 \cosh(2 \cdot 0,56) - 11}{[\cosh(2 \cdot 0,56) - 1]^2} = 0,092 \text{ m/s}$$

angeschrieben werden als:

$$(32.160): \quad u = 0,685 \cosh\left(\frac{2\pi z}{10,6}\right) \cos\Theta + 0,315 \cosh\left(\frac{4\pi z}{10,6}\right) \cos(2\Theta) + \\ + 0,092 \cosh\left(\frac{6\pi z}{10,6}\right) \cos(3\Theta)$$

Die senkrechten Komponenten folgen aus

$$(32.161): \quad v = 0,685 \sinh\left(\frac{2\pi z}{10,6}\right) \sin\Theta + 0,315 \sinh\left(\frac{4\pi z}{10,6}\right) \sin(2\Theta) + \\ + 0,092 \sinh\left(\frac{6\pi z}{10,6}\right) \sin(3\Theta) .$$

c) Bereiche der anwendbaren Theorie.

Die Wasserteilchengeschwindigkeit in den Wellen war schon seit langem Gegenstand theoretischer und experimenteller Forschung. Aus der Fülle der entsprechenden Literatur seien hier die Untersuchungen von LE MÉHAUTÉ et al. (1968), IWAGAKI und SAKAI (1970) sowie TSUCHIYA und YAMAGUCHI (1972) herausgegriffen.

Für den Gültigkeitsbereich der linearen Theorie kann im Übergangs- und Flachwasserbereich die schon bei der Berechnung der Wellenkenngrößen verwendete Grenze (32.86)

$$U = \frac{HL^2}{d^3} \leq 15 ,$$

angewandt werden. Zur Berechnung der Teilchengeschwindigkeit am Seegrund ist die lineare Theorie auch bei Wellen größerer Amplituden geeignet (BÜSCHING 1974; dies geht auch aus den obgenannten Arbeiten hervor).

Für die unmittelbare Wirkung der Wellen auf den Schilfhalm ist allerdings die Geschwindigkeit am Seegrund unbedeutend, da das vom Wasser verursachte Biegemoment proportional zum Abstand vom Einspannort (= Seegrund) ist. Für die noch stärkere, indirekte Wirkung durch das von den Wellen bewegte, schwimmende Treibzeug ist natürlich die Teilchengeschwindigkeit an der Wasseroberfläche maßgebend. Wie bereits auf S. 158, festgestellt

wurde, beschreibt die Stokes'sche Theorie dritter Ordnung bei flachem Wasser die starke Zunahme der Orbitalgeschwindigkeit oberhalb des Ruhewasserspiegels nur unvollkommen. Die so berechneten Geschwindigkeiten sind somit am Seegrund tendenziell zu groß, an der Oberfläche tendenziell zu klein. Da nicht alle der genannten Arbeiten die Theorie Stokes III berücksichtigen, wurden wo nötig die entsprechenden Werte mit den in dieser Arbeit zitierten Formeln (zurückgehend auf CHAPPELEAR und BORGMAN 1958) nachgerechnet. Einige stichprobenweise Kontrollen zeigten ferner, daß diese Formeln (im Sinne der Experimente) eher bessere Resultate liefern als die in einigen der obigen Untersuchungen angewandten (vgl. S. 123f).

Unter Berücksichtigung dieser Aspekte lassen sich aus den obgenannten Arbeiten folgende Schlüsse ziehen:

Nach IWAGAKI und SAKAI (1970) ergibt die Stokes'sche Theorie dritter Ordnung im Bereich des Ruhewasserspiegels für alle untersuchten Fälle befriedigende Resultate, das heißt bis $d/L \geq 0,06$ (entsprechend $d/L_0' \geq 0,02$; dabei ist $L_0' = gT^2/2\pi =$ entsprechende Tiefwasserwellenlänge bei kleiner Amplitude). Die relative Wellenhöhe betrug bei diesen Versuchen ungefähr $H/d \approx 0,24 + 0,3$. Betrachtet man das ganze Geschwindigkeitsprofil, so sollte die Grenze etwa bei $d/L \geq 0,1$ (entsprechend $d/L_0' \geq 0,06$) gezogen werden. Die Wellensteilheit sollte nicht mehr als $H/L = H/d \cdot d/L \approx 0,24 \cdot 0,1 \approx 0,024$ (entsprechend $H/L_0' \approx 0,015$) betragen. Da die Geschwindigkeiten nach Stokes III auf der Höhe des Ruhewasserspiegels mit den experimentellen Werten übereinstimmen, sind sie demnach oberhalb des Ruhewasserspiegels im flachen Bereich nicht nur tendenziell, sondern absolut zu klein.

Dagegen zeigen die Versuche von LE MÉHAUTÉ et al. (1968) ein etwas anderes Bild: Dort stimmen zum Teil Theorie und Experiment für den Flachwasserbereich unmittelbar unter dem Wellenscheitel überein, wo nicht, sind die theoretischen Werte generell zu groß. Da LE MÉHAUTÉ und seine Mitarbeiter relative Wellenhöhen von $H/d \approx 0,4$ und $H/d \approx 0,5$ untersuchten, kann nach ihren Ergebnissen die Begrenzung für die Anwendung von Stokes III in Abhängigkeit von der Wellensteilheit H/L differenziert werden: Für Wellen mit $H/L \approx 0,02$ (entsprechend $H/L_0' \approx 0,0045$) liefert die Theorie Stokes III befriedigende Resultate im ganzen Übergangsbereich, das heißt bis $d/L \geq 0,04$ (entsprechend $d/L_0' \geq 0,010$). Beträgt die Wellensteilheit $H/L \approx 0,025$ (entsprechend $H/L_0' \approx 0,009$), so liegt die Begrenzung bei $d/L \geq 0,06$ (entsprechend $d/L_0' \geq 0,022$). Bei noch steileren Wellen mit $H/L \approx 0,030$ (entsprechend $H/L_0' \approx 0,012$) kann nur noch bis etwa $d/L \geq 0,10$ (entsprechend $d/L_0' \geq 0,058$) mit Stokes III gerechnet werden.

Der Großteil der von TSUCHIYA und YAMAGUCHI (1972) gezeigten Meßresultate wurden 71% bzw. 86% der Wassertiefe über dem Seegrund erhoben, wo

sich die lineare Theorie am besten den Daten anpaßt. Für vier Fälle wird in dieser Arbeit auch noch ein ganzes Geschwindigkeitsprofil gezeigt, wobei für $d/L = 0,128$ bzw. $0,122$ mit $H/L = 0,04$ bzw. $0,068$ (entsprechend $d/L_0' = 0,089$ mit $H/L_0' = 0,028$ bzw. $0,050$) die Meßwerte gut mit Stokes III übereinstimmen, während für $d/L = 0,051$ bzw. $0,052$ mit $H/L = 0,023$ bzw. $0,032$ (entsprechend $d/L_0' = 0,020$ mit $H/L_0' = 0,0089$ bzw. $0,0124$) die Werte der Theorie im Bereich des Ruhewasserspiegels um 30 - 50% zu groß werden. Im Gegensatz dazu hatten LE MÉHAUTÉ et al. (1968) bei einer Steilheit $H/L \approx 0,06$ bereits für eine Wassertiefe $d/L \approx 0,125$ keine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment mehr festgestellt.

Daß die Meßwerte teils über (IWAGAKI und SAKAI 1970), teils unter (LE MÉHAUTÉ et al. 1968 sowie TSUCHIYA und YAMAGUCHI 1970) den theoretischen liegen, erklärt sich wahrscheinlich durch die verschiedenen Methoden der Geschwindigkeitsmessungen (Wasserstoffblasen, bzw. suspendierte "Nitrile rubber"-Würfeln bzw. Doppler-Strömungsmesser). Es ist darum anzunehmen, daß die Messungen zwar den relativen Verlauf der Orbitalgeschwindigkeiten richtig erfassen, während offen bleiben muß, ob und allenfalls mit welcher Methode auch absolut zutreffendste Werte erhalten werden.

Was für Folgerungen lassen sich aus diesen Ergebnissen für die vorliegende Arbeit ziehen? Das im Kapitel 3.2.2. durchgerechnete Beispiel des Schilffeldes in Altenrhein ergab unter den vorausgesetzten Annahmen (Windstärke und -dauer) eine relative Wassertiefe $d/L = 1/10,7 \approx 0,1$ und $H/L = 0,66/10,7 \approx 0,06$, was zumindest nach den Resultaten von TSUCHIYA und YAMAGUCHI (1972) gerade noch im Gültigkeitsbereich der Stokes'schen Theorie dritter Ordnung liegt. Bei schweren Stürmen sind zwar durchaus auch größere Wellen möglich, dann ist allerdings in zunehmendem Maße (sobald die Wellenhöhe größer als $\approx 0,78d \approx 0,8$ m wird) mit brechenden Wellen zu rechnen, welche sich der theoretischen Erfassung ohnehin praktisch vollständig entziehen. Der Schilfbestand von Altenrhein ist einer der exponiertesten der Schweiz, er liegt am schmalen Ufer einer ungefähr parallel zu einer Hauptwindrichtung liegenden, großen Wasserfläche. Für die meisten anderen ist daher auch bei starkem Wind mit z.T. wesentlich kleineren Wellen zu rechnen. Es erscheint daher gerechtfertigt, im Rahmen dieser Arbeit die Orbitalgeschwindigkeiten mit der linearen Theorie zu berechnen, bzw. bei größeren Wellenhöhen ($U > 15$) mit Stokes III.

3.3. DIE BELASTUNG DURCH DAS TREIBZEUG

3.3.1. Allgemeines

Von allen äußeren Belastungen natürlicher Schilfbestände ist das auf dem Wasser schwimmende Treibzeug bei weitem die gefährlichste. Nur geschwächte Bestände (z.B. durch sehr starke Überdüngung oder toxische Einflüsse) können bereits durch die reine Wind- und Wellenbelastung "normalen" Ausmaßes geschädigt werden (HÜRLIMANN 1951): Andernfalls hätten sich an den Seeufern gar keine umfangreichen und langlebigen Schilfbestände entwickeln können.

Bei sehr starken Stürmen ist es durchaus möglich, daß ein Teil der oberirdischen Organe des Schilfes nur durch die unmittelbare Einwirkung von Wellen und Wind zerstört wird, ein gesunder Bestand wird jedoch durch ein solch außergewöhnliches Ereignis nicht nachhaltig geschädigt, da er sich in den ruhigen Zwischenphasen genügend erholen kann.

Verschiedene Faktoren haben in den letzten Jahrzehnten zu einer starken Zunahme des Treibzeugs geführt:

- Natürlicherweise anfallendes Treibholz wird von der ansässigen Bevölkerung nicht mehr genutzt und bleibt deshalb im See.
- Durch gedankenloses Handeln gelangen Unmengen von Zivilisationsabfällen unmittelbar oder durch die einmündenden Bäche und Flüsse in den See. Durch Strömung und Windverfrachtung gelangen sie früher oder später an irgendein Ufer. Dabei handelt es sich um alle nur denkbaren Produkte, die leichter als Wasser sind (vgl. Teil I, Kapitel 2.3. und MORET 1980, 1981).
- Erreicht der Gehalt des Wassers an Nährstoffen einen bestimmten Wert, so entwickeln sich in der warmen Jahreszeit Fadenalgen (*Cladophora* spp.). Diese bilden mächtige, schwimmende Matten, welche sich unter Umständen zu einem großflächigen, dichten Teppich vereinigen. Entsteht ein solcher Teppich innerhalb eines Schilfbestandes, so ist eine Schädigung schon bei kleinerem Wellengang unausweichlich. Auch ein einzelnes Algenpaket, welches sich um einen Schilfhalm legt, wirkt auf dieselbe schädigende Art. Es wird im übrigen vermutet (SCHRÖDER 1979, 1987, HENNING und KOHL 1981), daß die in einem Schilfbestand verbleibenden Algenmatten bei ihrem Abbau Giftstoffe freisetzen, welche das durch die mechanischen Einwirkungen bereits geschädigte Schilf noch zusätzlich belasten.

3.3.2. Wirkungsmechanismus

Vereinfachend lassen sich zwei Wirkungsweisen feststellen, die sich allerdings in der Natur nicht immer sauber trennen lassen:

- Das Treibzeug ist eine mehr oder weniger feste, einigermaßen kompakte Masse, die sich unabhängig vom Schilfhalm bewegt (Fig. 3.38.), oder
- das Treibgut besteht aus einer wenig festen Masse, die sich um den Halm legt und sich mehr oder weniger stark mit ihm verbindet (Algenwatten, Fig. 3.39.)



Fig. 3.38. Schwimmendes, festes Treibzeug (Treibholz und abgebrochene Schilfhalme) in einem Schilfbestand (Photo F. Klötzli).

Treibzeug der ersten Art (Holzstücke, abgebrochene Halme usw.), welches eine bestimmte Ausdehnung überschreitet, sammelt sich vor der Bestandesfront an, wenn diese einigermaßen geschlossen ist (Fig. 3.40.). Die Wellen bewegen dieses Treibzeug ständig hin und her, es wird von jeder Welle gegen das Schilf getrieben. Die Halme biegen sich unter dieser Last; entsprechend



Fig. 3.39. Algenwatten in Schilfbeständen.

Oben: Zusammenhängender Algenteppich in einem Schilfbestand bei Küsnacht ZH.
(Photo Amt für Gewässerschutz des Kantons Zürich)

Unten: Bei sinkendem Wasserstand durch das Gewicht der Algen niedergedrückte Schilfhalme in Altenrhein. Wegen des tiefen Wasserstandes auf diesem Winterbild sind auch die Überreste abgebrochener Halme deutlich sichtbar.

der Halmsteifigkeit entsteht dabei eine Rückstellkraft F_R , welche zusammen mit dem rückströmenden Wasser des Wellentales den Halm zurückfedern läßt und das Treibzeug wieder zurückstößt (Fig. 3.41.).

Sind die Wellen klein, so überwiegt die Rückstellkraft, und es braucht mehrere Wellen, bis das zurückgeworfene Treibzeug wieder mit dem Halm in Berührung kommt; hört der Wellengang auf, so steht der Halm (bei Windstille) wieder senkrecht.

Nimmt die Größe der Wellen zu, so wird irgendwann ein Punkt erreicht, wo sich die Verhältnisse rapid verschlechtern: Durch die starke Schräglage bedingt, wirkt nur noch eine reduzierte Komponente der Rückstellkraft wagschiebend auf das Treibzeug. Als weiteres Hemmnis tritt die Reibungskraft zwischen Halm und Treibzeug in Erscheinung. Wegen dem nun größeren Abstand zwischen dem Fußpunkt des Halmes und dem Berührungspunkt mit dem Treibzeug werden die Hebelverhältnisse für den Schilfhalm ungünstiger, außerdem werden so auch die ohnehin weniger steifen, oberen Halmpartien mit einbezogen, was die Rückstellkraft noch weiter verringert. Kritische Verhältnisse sind dann erreicht, wenn der Halm während des Wellentals das Treibzeug nicht mehr "abschütteln" kann. Es wird dann von jeder Welle noch ein Stück weiter auf dem Halm nach oben geschoben, der Halm wird richtiggehend überrollt. Ist der Wasserstand hoch, so ist der Halm wegen des längeren Hebelarmes für den Angriffspunkt des Treibzeugs beweglicher, die ausgeübten Kräfte sind generell kleiner, und der Halm wird deshalb eher überrollt als bei niedrigem Seestand. Andererseits sind in diesem Falle die Beanspruchungen (und damit die Schäden) für das Schilf kleiner, da ein verhältnismäßig größerer Teil des Halmes schon unter Wasser liegt und die Spitze des Halmes schon mit relativ kleiner Krümmung des Stengels auf die Wasseroberfläche gedrückt werden kann und so dem Treibgut erlaubt, darüber hinweg zu gleiten. Wegen der geringeren Kraft ist bei hohem Seestand auch die Gefahr, daß sich das Treibgut in den Blättern verfängt, weniger groß. Bei normalen Verhältnissen ist meist der über dem Wasser liegende Teil des Halmes so groß, daß das Überrollen nicht glatt vor sich geht; der Halm wird geschwächt, ein Teil der Blätter wird zerfetzt und die Grenzbeanspruchung im Stengel (vgl. Teil III, Kap. 1.2., S. 346) wird fast immer überschritten, so daß sich der Halm nicht mehr vollständig wieder aufrichtet.

Ob der Halm überrollt wird ist deshalb (abgesehen von den belastenden Faktoren) eine Frage seiner Steifigkeit (Widerstand gegen Verkrümmung), ob und wie er diesen Fall überlebt dagegen eine Frage seiner Festigkeit (maximal ertragbare Beanspruchung).

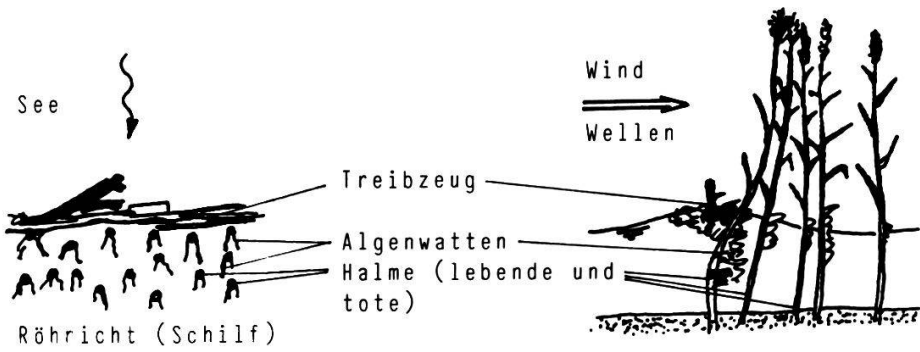


Fig. 3.40. Schematische Darstellung eines durch Treibzeug belasteten Schilfbestandes (seeseitige Front) (aus BINZ 1978).

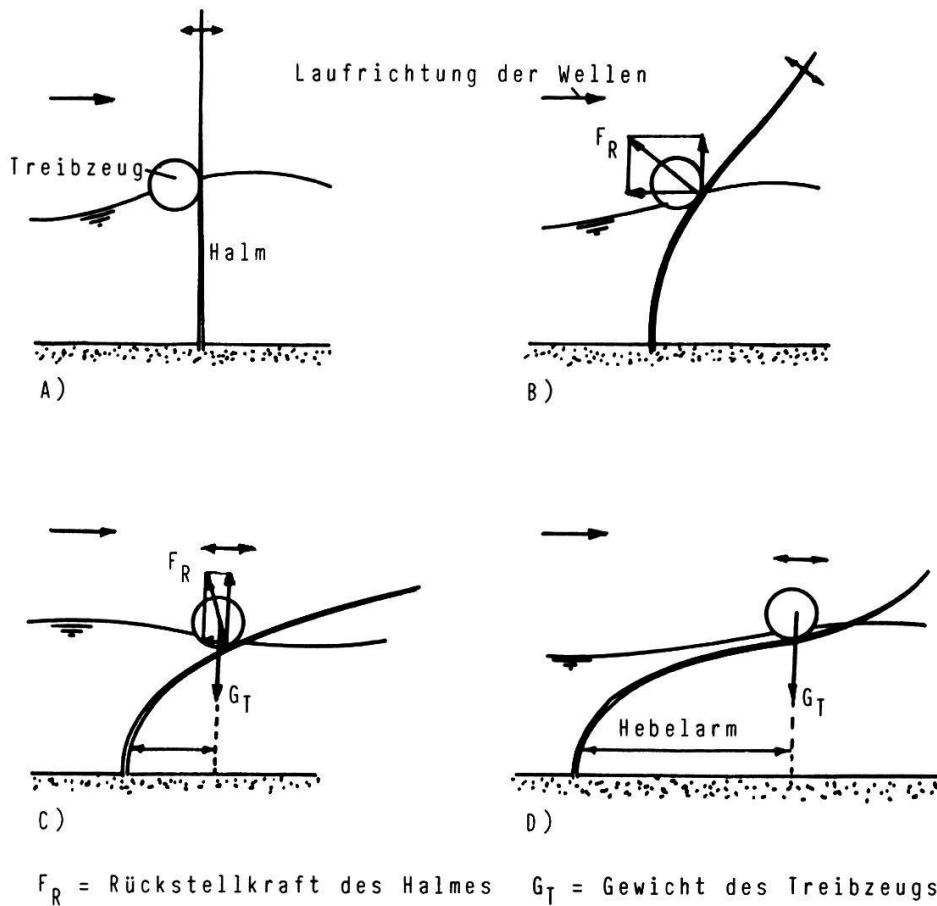


Fig. 3.41. Einzelne Phasen beim Überrollen eines Halmes durch festes Treibgut (Schema; wegen der Übersichtlichkeit wurde nur ein Halm gezeichnet). In Wirklichkeit lassen sich die einzelnen Phasen nicht eindeutig gegeneinander abgrenzen, sondern gehen allmählich ineinander über.

Nimmt beim Überrollvorgang die Wellenbewegung ab oder verschwindet ganz, so bleibt das Treibzeug auf dem Halm liegen (Fig. 3.41. d) und drückt ihn (teilweise) unter Wasser. Schilfblätter können unter Wasser nicht assimilieren (HÜRLIMANN 1951), sie sterben nach einiger Zeit ab und verfaulen. Bleibt bei ungünstigen Verhältnissen der ganze Halm während längerer Zeit unter den Wasserspiegel, so stirbt er ganz ab. Wenn sich Halm und Treibzeug auf unglückliche Weise verklemmen, kann die dem Stengel aufgezwungene Bewegung so groß werden, daß er bricht. Da die Bruchstelle fast immer unter Wasser liegt, gelangt Wasser durch den Halmstumpf bis ins Rhizomsystem hinunter. Dies beeinträchtigt den Sauerstofftransport zwischen den verschiedenen Organen der Pflanze und führt in schweren Fällen zum fortschreitenden Absterben einzelner Partien oder ganzer Bestände ("Schilfsterben"). Das gleiche geschieht, wenn Halme unter Wasser verfaulen (KLÖTZLI 1971, SUKOPP et al. 1975).

Wird der Halm nur teilweise ins Wasser gedrückt, so kann er sich bis zu einem gewissen Grad an die neue Situation anpassen: Durch asymmetrische Wachstum in den Knoten (HÜRLIMANN 1951) richtet sich der obere Teil des Halmes mit der Zeit wieder auf, die Pflanze wird ~-förmig, in seltenen Fällen beginnt der Halm in der Horizontalen weiter zu wachsen (Leghalme; vgl. Teil I, Kap. 1.1., S. 21). Wurde der Halm durch das Treibzeug verletzt, so bilden sich in einem oder mehreren Knoten neue Austriebe. Diese Tochttersprosse erreichen aber nie auch nur annähernd die ursprüngliche Größe des Primärtriebes. So wird trotz dieser Anpassungsmechanismen der Halm durch Wellen und Treibzeug geschwächt, was sich auf längere Sicht fatal auswirken kann: Die reduzierte Blattfläche produziert weniger Sauerstoff und Assimilate, dazu mobilisiert die Bildung der Tochttersprosse Stoffe und Kräfte, die normalerweise im Rhizom für den Neuaustrieb der nächsten Halmgeneration gespeichert werden. Wassereinbrüche bringen Teile des Rhizoms zum Absterben. Durch all diese Umstände ist die Halmgeneration des nächsten Jahres bereits von vorneherein benachteiligt, sie wird daher der Belastung noch weniger Widerstand leisten können als die letzte.

Während die soeben beschriebene erste Art von Treibzeug (nur) bei bestimmten Ereignissen (starker Wind, Sturm) zur Schädigung des Schilfbestandes führt, wirkt die zweite Art (Algenwatten) auch bei schwachem Seegang nachteilig. Bei starkem Wellengang ist die Wirkung ähnlich wie bei festem Treibgut, nur daß das filzige Gewebe der Algen beim Überrollen des Schilfhalmes in jedem Fall den größten Teil der Blätter zerfetzt.

Der Wellenberg hebt die Algenwatte an (Fig. 3.42.), was ohne großen Widerstand geschieht, da das schwimmende Algenpaket sehr locker um den Halm liegt. Beim folgenden Wellental gelangt das Algenpaket an die Luft und legt sich, weil nicht mehr durch das Wasser getragen, sehr eng um den Halm. Die dadurch entstehende Reibung verhindert, daß die Algen dem Wasserspiegel folgend nach unten rutschen, das Paket klebt ungefähr in der Höhe des Wellenscheitels am Schilfhalm. Es ist klar, daß durch Knoten und Blätter die Reibung noch zusätzlich verstärkt wird. Da der Halm durch die Welle in die Schräge gedrückt wird, verursacht das Gewicht der am Halm klebenden Algen ein umkippendes (Dreh-)Moment, welches verhindert, daß sich der Halm wieder vollständig aufrichtet, wenn dieses Moment größer ist als das Rückstellmoment des gekrümmten Stengels. Folgt nun eine größere Welle, so bringt sie das ganze Algenpaket erneut zum Schwimmen und schiebt es wieder ein Stückchen dem Halm entlang nach oben, wodurch wegen dem nun längeren Hebelarm das umkippende Moment noch größer wird, was den Halm in eine noch stärkere Schräglage drückt, was wiederum den Hebelarm des Algenpakets verlängert. Dieser Prozeß führt nur darum nicht zum sofortigen Bruch des Stengels, weil beim Kippen des Halmes das Algenpaket wieder auf die Wasseroberfläche gelangt und schwimmt, so daß sein Gewicht nun ständig vom Wasser getragen wird. Auch in diesem Fall beginnt sich die Spitze des niedergedrückten Halmes durch entsprechendes Wachstum aufzurichten, der Halm wird ~-förmig, der Stengel bleibt auch ohne äußeres Biegemoment gekrümmt. Eine Rückstellkraft entsteht somit erst wieder bei einer zusätzlichen Verformung. Da die Anzahl der während eines Tages gegen das Ufer laufenden Wellen in der Größenordnung von vielen Tausenden liegt, sieht man leicht, daß eine starke Schädigung des Schilfes unausweichlich ist, wenn auch nur jede hundertste Welle das Algenpaket ein wenig weiter schiebt.

Für die Halmschädigung spielt somit das Gewicht des Algenpaketes eine große Rolle. Die Algen selbst sind zwar nicht schwer, wegen ihrer wattigen Struktur vermögen sie aber wie ein Schwamm große Mengen von Wasser aufzusaugen und (eine zeitlang) festzuhalten, wodurch das Algenpaket ein beträchtliches Gewicht erhält. Bis es durch Abtropfen und Austrocknen wieder so leicht geworden ist, daß es für den Halm keine Gefahr mehr darstellt, hat sich dieser je nach Situation meist längst an seine neue Form angepaßt. Außerdem kann das Algenpaket durch Regen, eine besonders hohe Welle oder Gischt wieder erneut Wasser aufnehmen.

Bei dieser zweiten Art von Treibzeug ist vor allem die Menge des um den Halm schwimmenden Treibzeugs für den Schaden ausschlaggebend, während

Laufriichtung der Wellen

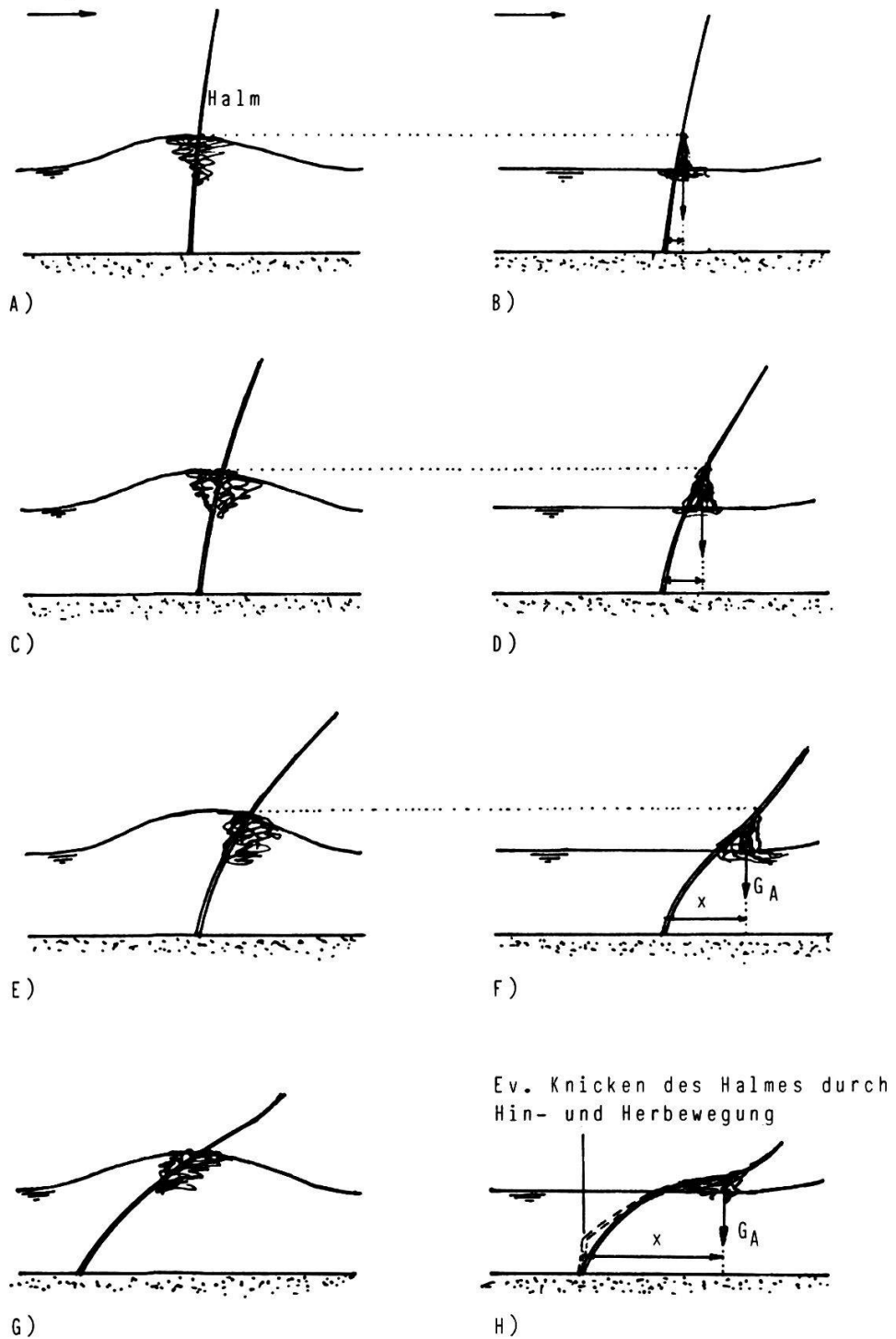


Fig. 3.42. Einzelne Phasen der Halmzerstörung durch ein Algenpaket (Schema). Je nach vorhandenem Wellenklima können zwischen den einzelnen Phasen längere Ruhepausen liegen. Hat der Halm eine bestimmte Schräglage erreicht, so wirkt sich sinkender Wasserstand in ähnlicher Weise aus (vgl. Fig. 3.39.).

die kritische Größe der Wellen so klein ist, daß sie an einem See mit Sicherheit immer wieder überschritten wird. Bemühungen zur Erhaltung des Schilfes müssen sich daher in erster Linie darauf richten, den Bestand so weit wie möglich von schwimmenden Algenwatten frei zu halten. Der Versuch, die natürliche Wellenbelastung zu verringern, erscheint wenig erfolgreich. Daß dies, wenn auch mit etwas anderen Akzenten, ebenso für das feste Treibzeug (erste Art) gilt, zeigte sich als Ergebnis der Arbeiten am und mit dem mathematischen Modell.

Die obigen Darlegungen zeigen, daß bei Algenbehang im Prinzip die Anzahl der Wellen auch eine entscheidende Rolle spielt. Bei solchen Schilfbeständen sollte deshalb darauf geachtet werden, daß diese Zahl nicht noch aus künstlichen Quellen (Boote, Schiffe) vermehrt wird, so daß sich das Schilf wenigstens während der Perioden der Windstille etwas erholen kann.

3.3.3. Bewegungsdifferentialgleichung für das Treibzeug

Um eine Berechnung überhaupt möglich zu machen, muß das Treibzeug idealisiert werden. Wir behandeln hier das Getreibsel als starren, schwimmenden, "langen", prismatischen Körper, der von den Wellen auf eine geschlossene, gerade Bestandesfront geworfen wird (Fig. 3.40.). Diesen Annahmen entspricht in der Natur z.B. ein vor dem Röhrichtgürtel schwimmendes Rund- oder Kantholz. Die Voraussetzung der "Länge" des Treibzeugs hat den gleichen Grund wie die Annahme langkämmiger Wellen: Alle Vorgänge spielen sich in der x - z -Ebene ab (Fig. 3.43.). Die Betrachtung erstreckt sich auf einen Streifen dessen Breite quer zur Uferlinie gleich "1" ist.

Es ist naheliegend, bei der Formulierung der auf das Treibgut wirkenden Kräfte von einem ähnlichen Ansatz auszugehen, wie er für den Wasser- und Winddruck auf den Halm verwendet wird (vgl. Kap. 3.2.1.3. und 3.1.3.): Auch das Treibzeug ist ein vom Wasser umströmter Körper, der in seiner freien Bewegung behindert ist, und zwar einerseits durch die Schilfhalme und andererseits durch seine eigene Trägheit (Masse). Alles, was über die direkte Belastung des Halmes durch die Wellen gesagt wurde, gilt deshalb zumindest qualitativ hier genauso. Im einzelnen sind gewisse Änderungen zu beachten, so ist das Treibzeug weder fest am Boden verankert, noch reicht es bis auf den Seegrund hinunter. Ein weiterer Faktor, der in die Rechnung einbezogen werden muß, sind (wie bereits angedeutet) die Massen des Treibzeugs und des von ihm verdrängten Wassers. Im Gegensatz zum leichten Halm mit seinen gerin-

gen Abmessungen können nämlich im Fall des Treibzeugs die beiden obgenannten Massen beträchtliche Werte annehmen, so daß sie nicht mehr vernachlässigt werden dürfen; sie sind nicht um Größenordnungen kleiner als etwa das als Bezugsgröße zu wählende Volumen eines kleineren Wellenberges. Die zur Formulierung des Belastungsansatzes herbeigezogene Gleichung (32.42) muß also um einen die erwähnten Massen berücksichtigenden Term erweitert werden, man spricht vom Überlagerungsverfahren (BURKHARDT 1967). Der Anschaulichkeit wegen ist es besser, die Belastungsgleichung als Bewegungsdifferentialgleichung für das Treibzeug zu formulieren (das Produkt aus Masse und Beschleunigung des Treibzeugs ist gleich der Summe aller wirkenden Kräfte). Trotzdem sind die aus (32.42) stammenden Ausdrücke ohne weiteres zu erkennen.

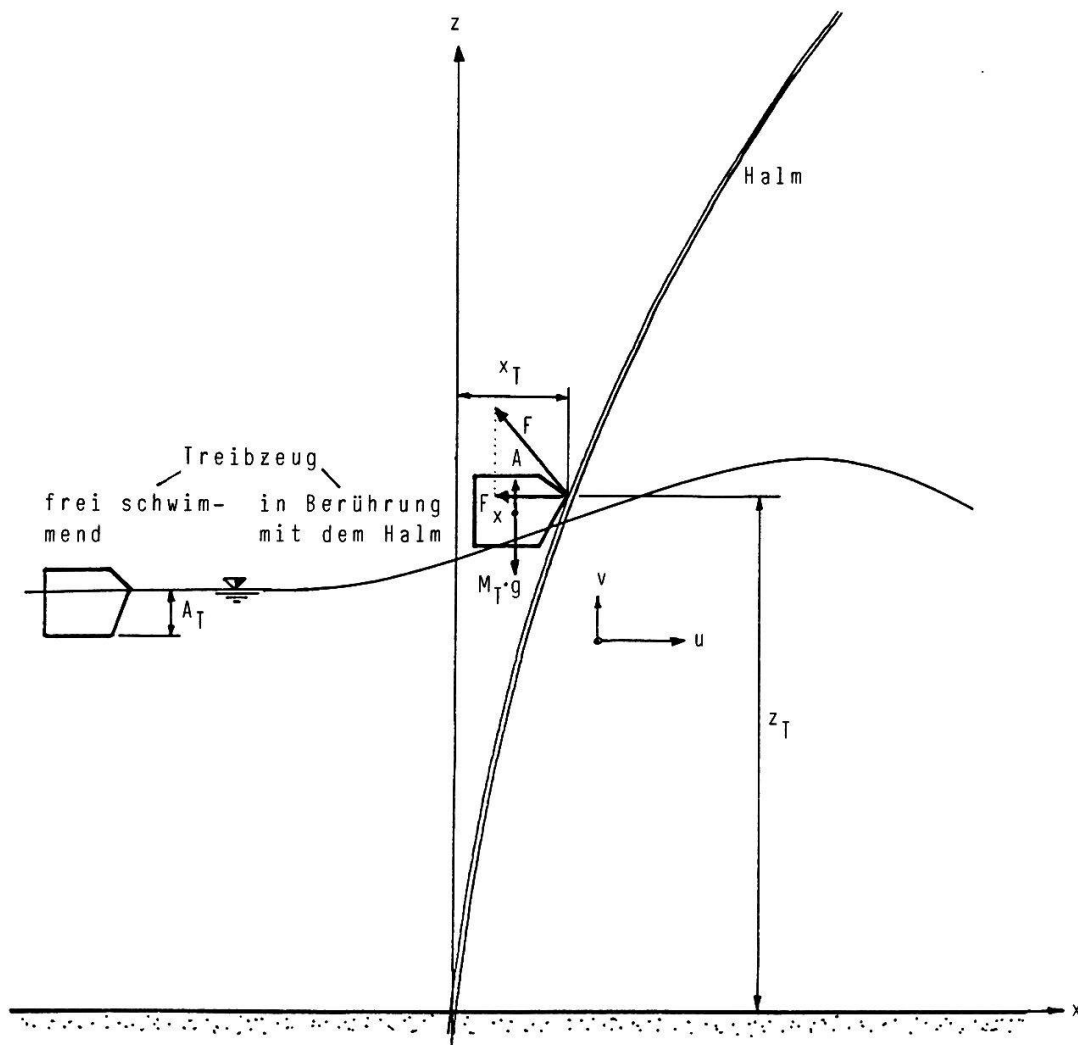


Fig. 3.43. Definitionsskizze zu den Bewegungsdifferentialgleichungen (33.1ff) des Treibzeugs.

Für die horizontalen Komponenten lautet die Gleichung (mit den Bezeichnungen der Figur 3.43.):

$$(M + M') \cdot x'' = (M + M') \cdot u' + G_d \rho_w / 2 A_T (u - x') |u - x'| - F_x \quad [\text{N}] \quad (33.1)$$

- M ... (Verdrängte) Masse des Treibzeugs [kg]
- M' ... Wassermasse, die physikalisch dem Treibzeug zuzuordnen ist (s.u.)
- x'' ... Beschleunigung des Treibzeugs in x -Richtung [m/s^2]
- u' ... Beschleunigung der Wasserteilchen in x -Richtung [m/s^2]
- G_d ... Wasserwiderstandskoeffizient des Treibzeugs, entspricht dem c_w des Halmes [-]
- ρ_w ... Dichte des Wassers [kg/m^3]
- A_T ... Benetzte Fläche des Treibzeugs = Eintauchtiefe \cdot 1 [m^2/m]
- u ... Geschwindigkeit der Wasserteilchen in x -Richtung [m/s]
- x' ... Geschwindigkeit des Treibzeugs in x -Richtung [m/s]
- F_x ... x -Komponente der vom Halm auf das Treibzeug (und umgekehrt) ausgeübten Kraft [N]
- x ... Lagekoordinate des Treibzeugs (s. Fig. 3.43.) [m]

Die linke Seite von (33.1), das Produkt von Masse und Beschleunigung, kann in entgegengesetzter Richtung auch als sogenannte Trägheitskraft des Treibzeugs interpretiert werden; diese Trägheitskraft steht mit den äußeren Kräften im Gleichgewicht.

Der erste Term auf der rechten Seite ist die aus dem Druckgradienten (ersichtlich am Wasserspiegelgefälle) resultierende hydrostatische Kraft, der zweite ist die hydrodynamische Kraft als Folge der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Wasser und Treibzeug.

Der Betrag der hydrostatischen Kraft wird mit folgender Überlegung gefunden: Das Treibzeug verdrängt ein Wasservolumen mit derselben Masse; denkt man sich anstelle des Treibzeugs dieses Wasservolumen, so erfährt dieses durch den Druckgradienten die Beschleunigung u' , genauso wie die Wasserteilchen der Umgebung. Die gesamte hydrostatische Kraft auf das betrachtete Volumen ist daher gleich dem Produkt von dessen Masse mal Beschleunigung. Wird das betrachtete Wasservolumen durch einen festen Körper (Treibzeug) eingenommen, so wirkt auf diesen natürlich die genau gleiche hydrostatische Kraft. Da nun allerdings der freie Fluß des Wassers gestört ist, muß das umgebende Wasser ausweichen, bestimmte Wasserteilchen müssen deshalb mehr beschleunigt werden als in einer ungestörten Welle. Dieser Effekt wird berücksichtigt, indem der Masse M des Treibzeugs noch eine Zusatzmasse M' zugezählt wird, anders gesagt, ein Teil des Umgebungswasser wird als zum Treibzeug gehörig mitgerechnet. Die Gesamtmasse ($M + M'$) wird als virtuelle Masse bezeichnet, im Gegensatz zur effektiven Masse des Treibzeugs,

welche gleich der von diesem verdrängten Masse ist. Die Größe der Zusatzmasse M' (und damit die Größe der gesamten virtuellen Masse) ist abhängig von der Form des Treibzeugs und vom Strömungszustand, sie kann deshalb nicht theoretisch bestimmt werden. Es wird angenommen, daß sie proportional zur verdrängten Masse sei. Das Verhältnis zwischen den beiden kann dann durch einen Strömungsbeschleunigungsbeiwert oder kürzer: Massenkoeffizient (inertial coefficient, mass coefficient)

$$G_m = \frac{(M + M')}{M} \quad [-] \quad (33.2)$$

ausgedrückt werden.

Der Wasserwiderstandsbeiwert, den wir schon bei der direkten Wirkung der Wellen auf den Halm angetroffen haben (Gl. 32.42ff und Kap. 3.2.1.4.), wird hier mit G_d bezeichnet um ihn von dem für den zylindrischen Schilfhalm geltenden c_w zu unterscheiden. In Analogie zum Massenkoeffizienten spricht man bei der Anwendung des Überlagerungsverfahrens hier auch vom Schubkoeffizienten (drag coefficient). Sowohl der Massen-, wie auch der Schubkoeffizient müssen experimentell bestimmt werden (vgl. Kap. 3.3.4.). Mit diesen beiden Koeffizienten kann (33.1) umgeschrieben und vereinfacht werden zu

$$G_m \cdot M \cdot \ddot{x} = G_m \cdot M \cdot \dot{u} + G_d \frac{\rho_w}{2} A_T (u - \dot{x}) |u - \dot{x}| - F_x \quad (33.3)$$

Dieser Ansatz entspricht in seiner Form genau der Gleichung, die RAICHLEN (1965) zur Beschreibung der Bewegung verankerter Boote verwendete. Der einzige Unterschied besteht darin, daß Halm und Treibzeug nicht fest miteinander verbunden sind, während die von RAICHLEN untersuchten Boote durch die Verankerung festgehalten werden. In unserem Fall kann daher die Kraft F_x nur eine Druckkraft oder dann gleich 0 sein.

Eine Komplikation bedeutet die Tatsache, daß das Treibzeug bald vollständig oder teilweise untergetaucht ist, bald vollständig aus dem Wasser herausgehoben ist. So wie die Bewegungsdifferentialgleichung für das Treibzeug oben formuliert wurde, gilt sie für die normale Schwimmlage, d. h., die Masse des Treibzeugs ist gleich der von ihm verdrängten Wassermasse. In allen anderen Fällen müssen auf der rechten und linken Seite der Gleichung andere Massen eingesetzt werden: Für die Trägheit (linke Seite) bestimmend ist die effektive Masse des Treibzeugs plus die Zusatzmasse. Für die hydrostatische Kraft darf nur das untergetauchte Volumen plus die entsprechende Zusatzmasse berücksichtigt werden, das Treibzeug wird hier also nur mit der von ihm effektiv ver-

drängten Masse berücksichtigt (analog wird für die hydrodynamische Kraft die momentane effektive Eintauchtiefe berücksichtigt). Um die Rechnung nicht noch mehr zu komplizieren, nehmen wir an, daß sowohl die vom Treibzeug effektiv verdrängte Wassermasse, wie auch die Zusatzmasse, direkt proportional zur Eintauchtiefe des Treibzeugs seien (vgl. Fig. 3.44.):

$$M = f_p \cdot M_T \quad [\text{kg}] \quad (33.4)$$

- M ... Effektiv verdrängte Masse des Treibzeugs [kg]
- M_T ... Masse des Treibzeugs [kg]
- f_p ... Proportionalitätsfaktor [-]

und (vgl. Gl. 33.2):

$$M' = f_p \cdot (G_m - 1) \cdot M_T \quad [\text{kg}] \quad (33.5)$$

Wie aus (33.4) und dem oben gesagten hervorgeht, ist der Proportionalitätsfaktor f_p so angesetzt, daß er in der Ruhe-Schwimmlage des Treibzeugs den Wert 1 annimmt. Für die übrigen Lagen gilt:

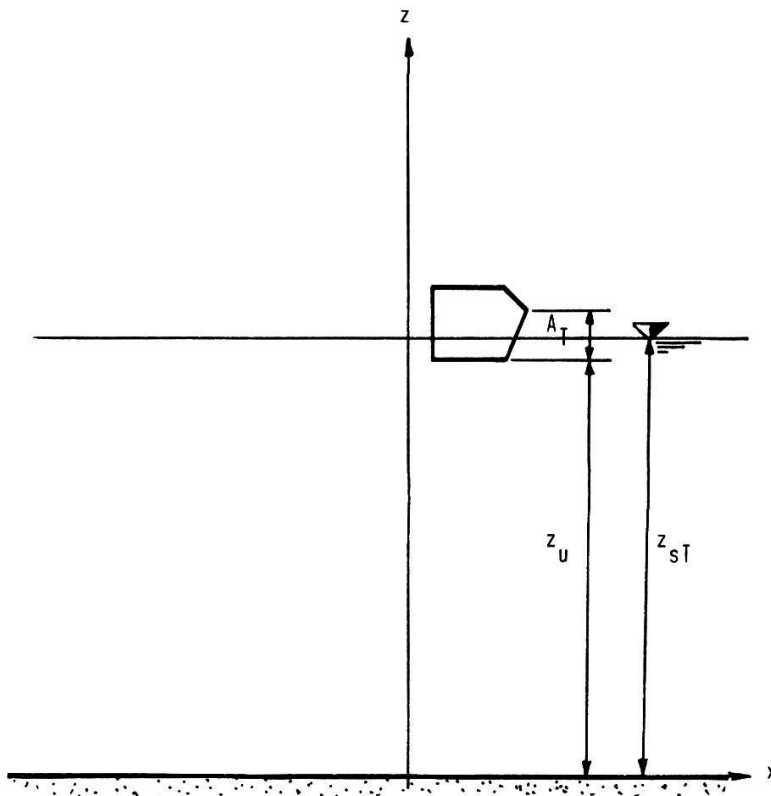


Fig. 3.44. Definitionsskizze zu den Größen im Zusammenhang mit der momentanen Eintauchtiefe des Treibzeugs. (Um die Maßlinien übersichtlicher zeichnen zu können, wurde hier der Wasserspiegel vereinfachend als waagrechte Linie gezeichnet.)

$$0 \leq f_p = \frac{z_{sT} - z_u}{A_T} \leq \frac{\rho_w}{\rho_T} \quad (33.6)$$

- z_{sT} ... Höhe des Wasserspiegels am Ort des Treibzeugs (Fig. 3.3.7.) [m]
 z_u ... Höhenlage der Unterkante des Treibzeugs [m]
 A_T ... Eintauchtiefe des Treibzeugs in der Ruheschwimmlage [m]
 ρ_w ... Dichte des Wassers [kg/m³]
 ρ_T ... Dichte des Treibzeugs

Die obere Begrenzung entspricht dem vollständig untergetauchten Treibzeug, die von ihm verdrängte Wassermasse ist dann um das Verhältnis der beiden Dichten größer (da das Treibzeug schwimmt, ist seine Dichte kleiner als jene des Wassers) als die Masse des Treibzeugs. Der Wert 0 wird erreicht, wenn das Treibzeug vollständig aus dem Wasser gehoben ist. Gehen wir mit diesen Annahmen in Gleichung (33.1) so wird diese

$$[M_T + f_p(G_m - 1) M_T] \ddot{x} = [f_p \cdot M_T + f_p(G_m - 1) M_T] \cdot \dot{u} + G_d \frac{\rho_w}{2} f_p \cdot A_T (u - x') |u - x'| - F_x, \quad (33.7)$$

mit Ausklammerung

$$[1 + f_p(G_m - 1)] M_T \ddot{x} = f_p [G_m M_T \dot{u} + G_d \frac{\rho_w}{2} A_T (u - x') |u - x'|] - F_x \quad (33.8)$$

und schließlich

$$M_T \ddot{x} = \frac{f_p}{f_m} [G_m M_T \dot{u} + G_d \frac{\rho_w}{2} A_T (u - x') |u - x'|] - \frac{F_x}{f_m} \quad (33.9)$$

mit

$$f_m = 1 + f_p(G_m - 1) \quad (33.10)$$

Dabei wurde stillschweigend angenommen, daß auch die Schubkraft proportional zur Eintauchtiefe sei. Verliert das Treibzeug den Kontakt mit dem Halm, so wird die äußere Kraft $F_x = 0$.

Für die Berechnung der vertikalen Bewegungen des Treibzeugs berücksichtigen wir in erster Linie die Schwerkraft (Gewicht und Auftrieb des Treibzeugs):

$$\text{Gewicht} = M_T \cdot g \quad [\text{N}] \quad (33.11)$$

$$\text{Auftrieb} = f_p \cdot M_T \cdot g \quad [\text{N}] \quad (33.12)$$

g ... Erdbeschleunigung (= 9,81 m/s²)

In der Ruheschwimmlage ($f_p = 1$) sind Gewicht und Auftrieb einander natürlich gleich. In allen anderen Fällen entsteht eine nach oben ($f_p > 1$) oder nach unten ($f_p < 1$) gerichtete, antreibende Kraft. Der Wasserwiderstand bei der senkrechten Bewegung des Treibzeugs (bzw. die antreibende hydrodynamische Kraft, wenn die Geschwindigkeit v der Wasserteilchen größer ist als die Geschwindigkeit des Treibzeugs) muß mangels besserer Kenntnisse analog wie bei der waagrechten Bewegung angenommen werden:

$$W_z = G_d \frac{\rho_w}{2} A_T (v - z') |v - z'| \quad [\text{N}] \quad (33.13)$$

- W_z ... Wasserwiderstand (hydrodynamischer Druck) (positiv in z -Richtung)
 z' ... Geschwindigkeit des Treibzeugs in z -Richtung [m/s]
 v ... Senkrechte Geschwindigkeit der Wasserteilchen [m/s]

Da die senkrechte Bewegung des Treibzeugs praktisch rechtwinklig zum Wasserspiegel geht, wird für den Wasserwiderstand die Eintauchtiefe nicht speziell berücksichtigt, das heißt wir nehmen an, der Wasserwiderstand (bzw. -antrieb) sei immer voll wirksam. Sobald sich das Treibzeug vollständig außerhalb des Wassers befindet, übt das Wasser natürlich keinerlei Kraft mehr auf das Treibzeug aus. Da der exakten Erfassung der senkrechten Bewegung des Treibzeugs geringere Bedeutung zukommt und angesichts der übrigen Unsicherheiten, sind diese Vereinfachungen gerechtfertigt.

Die Bewegungsdifferentialgleichung für die z -Komponente erhält damit die folgende Form:

$$f_m \cdot M_T \cdot z'' = \text{Auftrieb} - \text{Gewicht} + W_z + F_z \quad [\text{N}] \quad (33.14)$$

F_z ... z -Komponente der vom Halm auf das Treibzeug ausgeübten Kraft

bzw. mit Berücksichtigung von (33.11 - 33.13):

$$\frac{M_T \cdot z''}{f_m \text{ nach (33.10)}} = \frac{1}{f_m} [M_T \cdot g (f_p - 1) - G_d \frac{\rho_w}{2} A_T (v - z') |v - z'| + F_z] \quad (33.15)$$

Die Berechnung von F_x und F_z erfolgt in Kap. 4.2.2.1. (S. 218).

3.3.4. Untersuchungen zur Bestimmung der Koeffizienten G_d und G_m

3.3.4.1. Versuchseinrichtung

Zur Durchführung der Versuche mit Wellen stand an der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH (VAW) eine in einer entsprechenden Rinne montierte Wellenmaschine zur Verfügung (Fig. 3.45.). Eine oszillierende Metallschaufel erzeugte die Wellen. Sie wurde mittels zweier Pleuelstangen durch einen stufenlos regulierbaren Elektromotor in Bewegung gesetzt. Die Exzentrizität der Pleuelstangen, und damit die Amplitude der Bewegung, ließ sich verstellen. Damit konnte die Wellenhöhe reguliert werden. Wie bereits in Kap. 3.1.4. erwähnt, erfolgte die Kraftübertragung zwischen dem Motorengetriebe und der Exzenterachse durch zwei Riementransmissionen, welche die maximal übertragbare Leistung begrenzten (Schlupf). Die größtmögliche mittlere Wellenhöhe betrug 16 cm (15 bis 17 cm). Der Bereich möglicher Wellenperioden war von Seiten der Maschine auf 0,4 - 1,5 s begrenzt.

Die Maße der Rinne (Fig. 3.46.) betragen: Länge rund 10 m, Breite 1,0 m und Tiefe 1,25 m.

Zur Vermeidung von Wellenreflexionen war das rückwärtige Ende der Rinne als Schotterböschung mit einer Neigung von 1:2 ausgebildet. Ein Glasfenster im Bereich der zu untersuchenden Einbauten erlaubte die Beobachtung und vor allem das photographische Festhalten der Bewegungen.

Da im ursprünglichen Konzept auch (hier nicht besprochene) Versuche mit lebenden Halmen vorgesehen waren, entschlossen wir uns, trotz der relativ geringen Abmessungen der Rinne und der erzeugten Wellen, die Versuche im Maßstab 1:1 durchzuführen. Dies hatte einerseits den zusätzlichen Vorteil, daß die komplexen Ähnlichkeitsprobleme (hydraulische, statische und dynamische Ähnlichkeit hätte berücksichtigt werden müssen) umgangen werden konnten, andererseits den Nachteil, daß von der Wellenmaschine nur der oberste Leistungsbereich ausgenutzt werden konnte. Dadurch war der Spielraum für die veränderlichen Parameter stark eingeschränkt.

Wegen des kleinen Durchmessers der verwendeten Stäbe war es mit vertretbarem Aufwand nicht möglich, die Beanspruchungen unmittelbar zu messen. Stattdessen registrierten wir die Verformungen und berechneten daraus die Beanspruchungen. Dazu photographierten wir die Einbauten während der Belastung genau von der Seite, und zwar mit einer Belichtungsdauer, die etwas

größer als die Wellenperiode war. Dadurch waren der maximale und der minimale Ausschlag in jeder Höhe im Rahmen der Bildgenauigkeit bestimmbar. Ein verschiebbares Gitternetz mit 5 cm Maschenweite diente als "Koordinatennetz" und erlaubte das Ausmessen der Ausschläge. Da auch das mathematische Modell die Resultate in erster Linie als Verformungen liefert, war der Vergleich mit den Modellversuchen einfach. Aus den durch die Ausschläge in

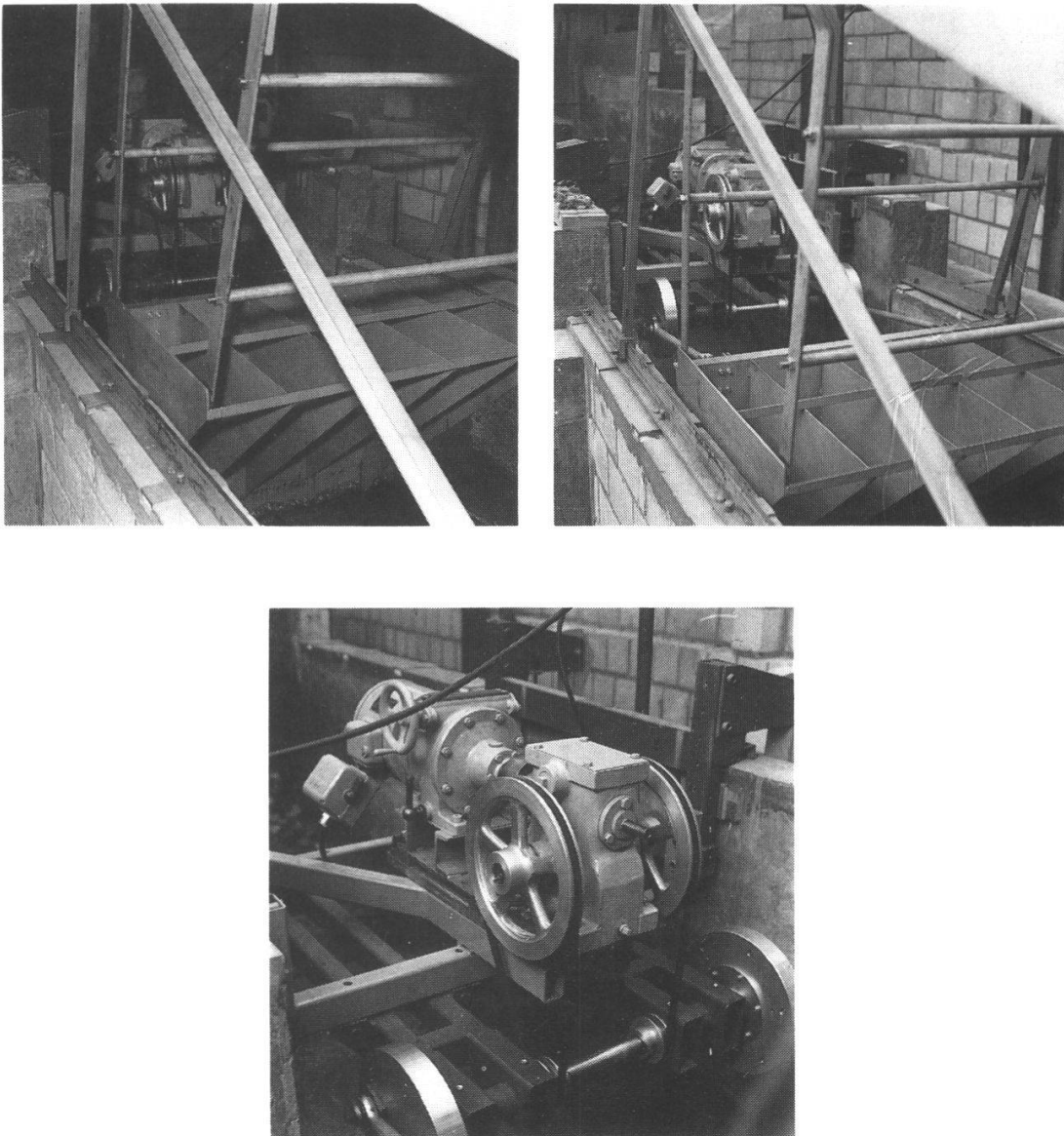


Fig. 3.45. Wellenmaschine an der VAW. Die durch Leitbleche ausgesteifte Schaufel (oben) erzeugt durch ihre Hin- und Herbewegung die Wellen. Der Antrieb erfolgt durch einen Elektromotor (unten) mit Übersetzungsgetriebe und zwei Transmissionsriemen auf eine Achse mit zwei Exzentrerscheiben, die durch Pleuelstangen mit der Schaufel verbunden sind.

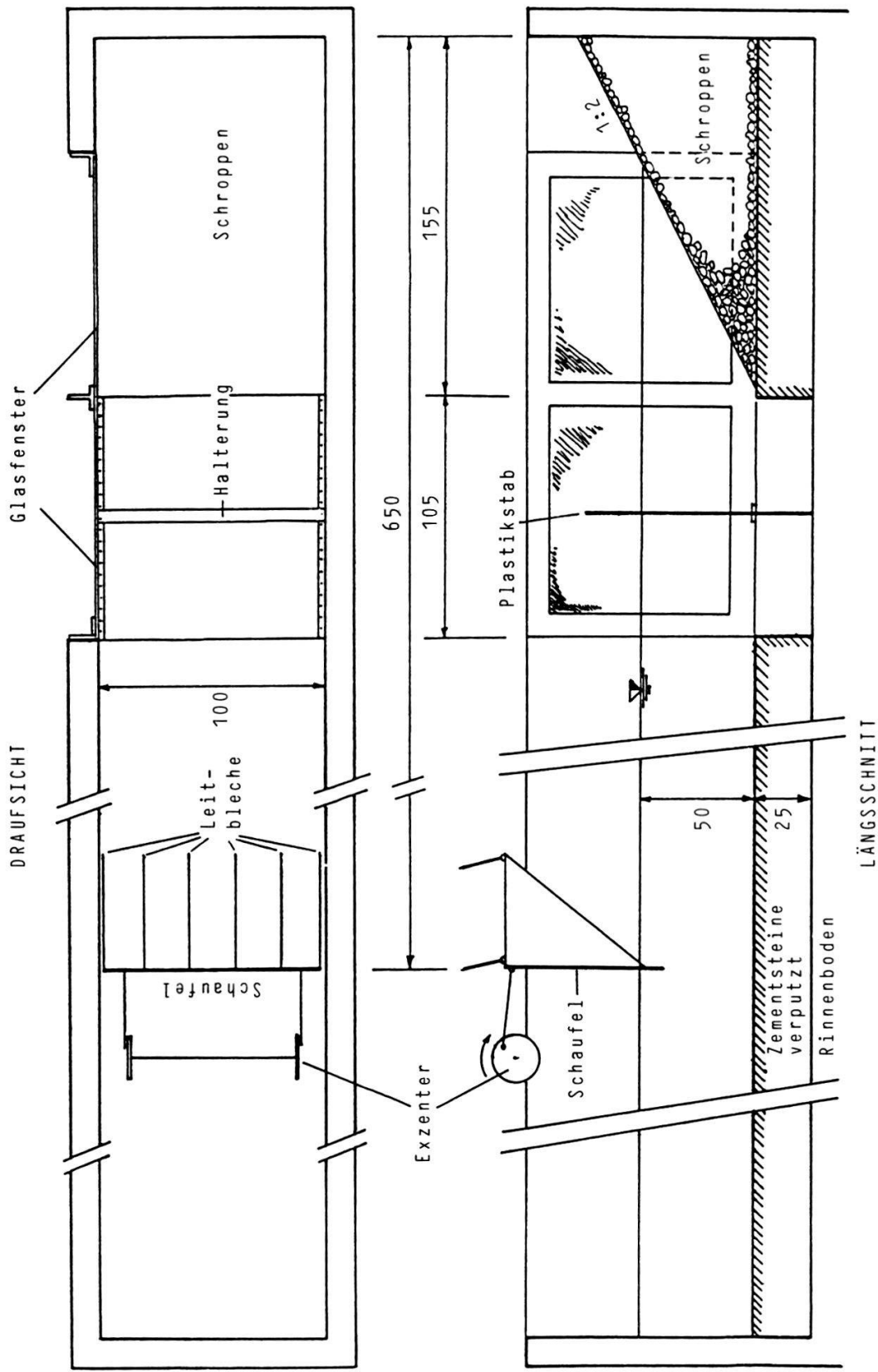


Fig. 3.46. Wellenrinne an der VAW. Draufsicht und Längsschnitt (vgl. auch die folgenden Figuren).

verschiedenen Höhen definierten Krümmungen ließ sich bei Bedarf das Biegemoment berechnen. Dazu ist allerdings die genaue Kenntnis der Biegesteifigkeit in jedem Punkt des untersuchten Stabes notwendig. Deshalb verwendeten wir zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten nicht lebende Halme, sondern Kunststoffstäbe mit einem Durchmesser D von 1 cm und einer Biegesteifigkeit $E \cdot J$ von $15689 \text{ N} \cdot \text{cm}^2$, die spezifische Masse (Dichte · Querschnitt) betrug $1,14 \text{ g/cm}$. Durchmesser und Biegesteifigkeit entsprechen einem mittleren bis kleineren Schilfhalm, dagegen ist die spezifische Masse erheblich größer (ungefähr um den Faktor 2).

Die Stäbe wurden in zwei Punkten befestigt (Fig. 3.47.): das (untere) Ende steckte in etwa 1 cm tiefen, passenden Löchern, die wir in ein am Boden befestigtes Holzbrett gebohrt hatten. Die zweite Halterung bestand aus einer gelochten Kunststoffschiene in einer Höhe von 25 cm oberhalb des Rinnenbodens. Damit erstrebten wir eine ungefähr den natürlichen Verhältnissen entsprechende, elastische Einspannung der Stäbe. Entsprechend wurde auch der Grund der Rinne vor den Einbauten durch verputzte Zementsteine um 25 cm angehoben (die nutzbare Tiefe der Rinne betrug damit noch 1 m). In die beschriebene Halterung montierten wir sechs Stäbe in einem Abstand von je 14 cm. Zur besseren Erkennung auf den Photos färbten wir jeden zweiten davon weiß (die übrigen waren rot).

Als Treibzeug (Fig. 3.48.) verwendeten wir Kanthölzer von 12 cm Seitenlänge, deren eine Ecke in einem 45° -Winkel abgeschnitten und unterhalb des Schnittes wieder befestigt wurde, so daß die Schnittfläche des abgeschnittenen Stückes auf der ursprünglichen vorderen Fläche lag. Dadurch berührte das Treibholz die Stäbe nur in einem, wohldefinierten Punkt. Einige Leitschaukeln aus Sperrholz dienten zur Stabilisierung. Dies war nötig, da in den beengten Verhältnissen der Rinne das Treibzeug selbst Reflexionen der Wellen verursachte, welche das Treibholz gegen die Längsrichtung der Rinne abdrehen. Die beiden verwendeten Hölzer hatten gleiche Außenmaße, aber wegen verschiedener Dichte des Holzes unterschiedliche Massen von 4,90 bzw. 5,99 kg. Die für diese Versuche erzeugten Wellen hatten eine Höhe H von 12 cm (11 - 13 cm) bzw. 16 cm (15 - 17 cm) und eine Periode T von 0,92 s, was einer Wellenlänge L von 130 cm entspricht (vgl. Kap. 3.2.2.2.). Das Wasser war 50 cm tief, die relative Wassertiefe d/L demnach gleich $50/130 = 0,385$. Damit befanden wir uns im Übergangsbereich zwischen Tief- und Flachwasser. Der Ursell-Parameter U (s. Gl. 32.85) für die beiden Wellenhöhen ergab $U = 12 \cdot 130^2 / 50^3$ bzw. $16 \cdot 130^2 / 50^3$ und legte somit die Verwendung der linearen Wellentheorie (Airy) nahe.

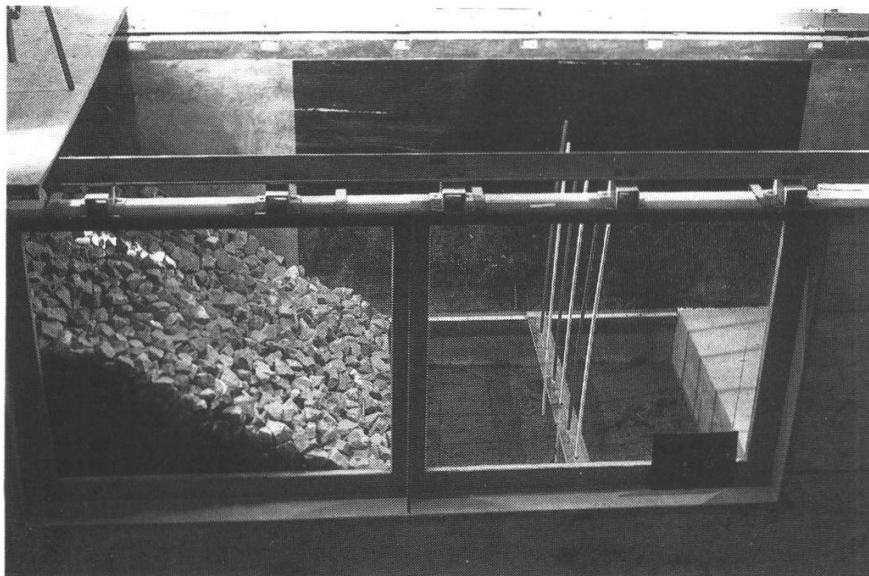
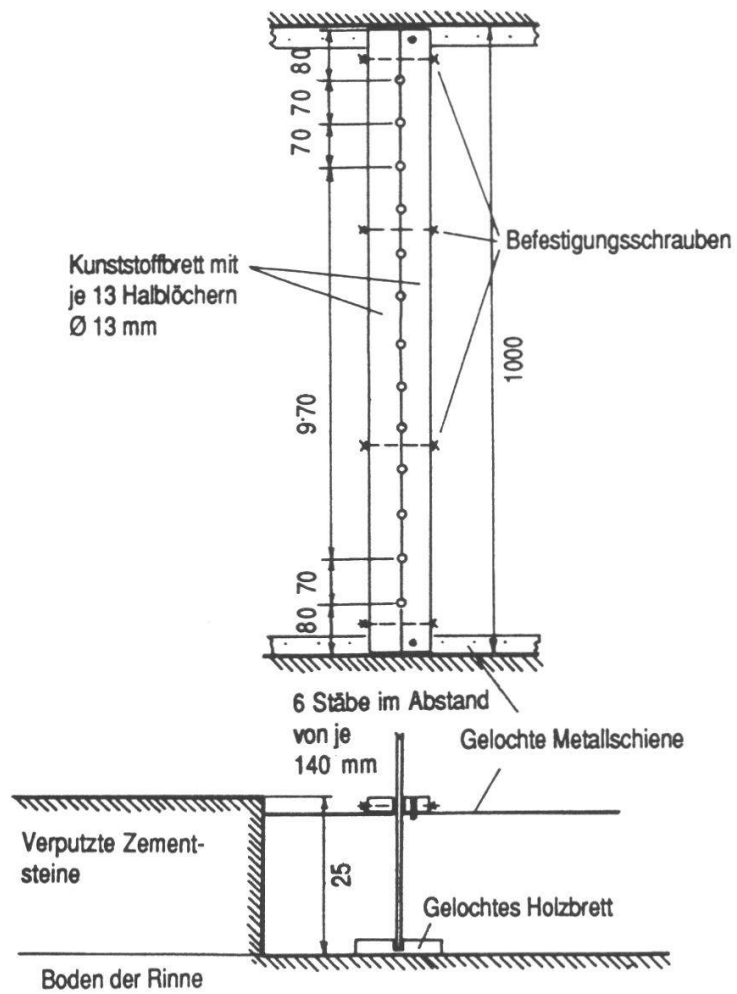


Fig. 3.47. Halterung der Plastikstäbe in der Wellenrinne der VAW.
Oben: Draufsicht und Längsschnitt. Unten: Blick durch die seitlichen Beobachtungsfenster.

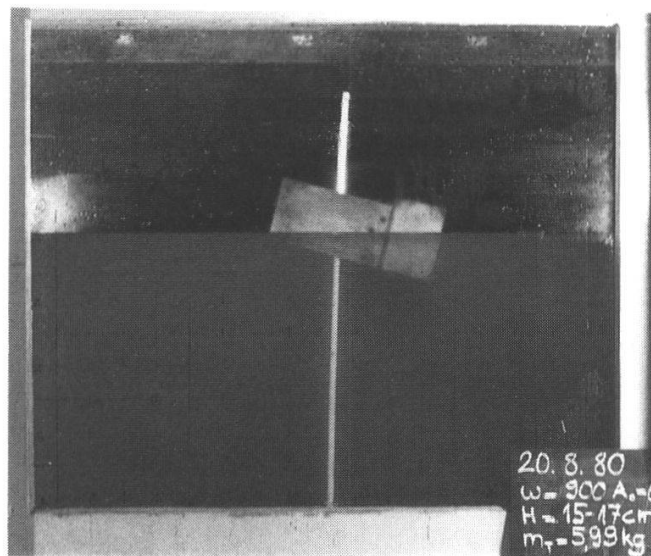
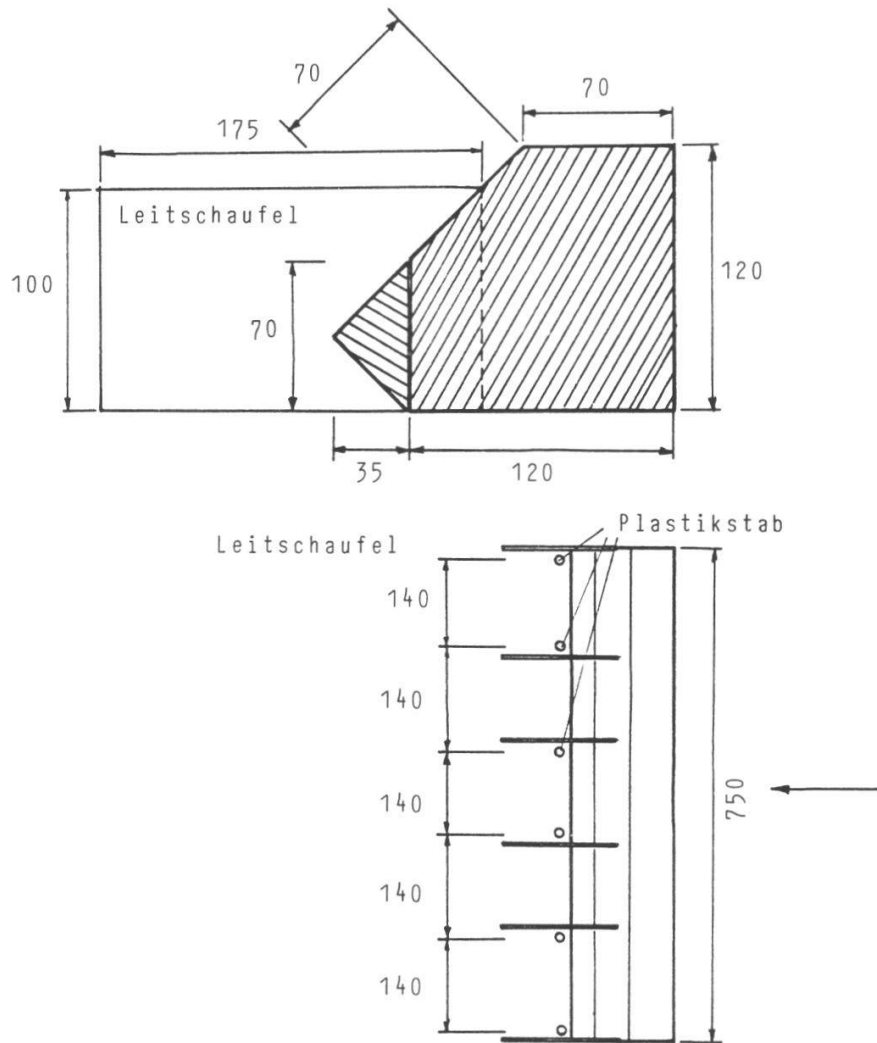


Fig. 3.48. Modelltreibzeug.
Oben: Querschnitt und Draufsicht. Unten: Aufnahme durch das Beobachtungsfenster.

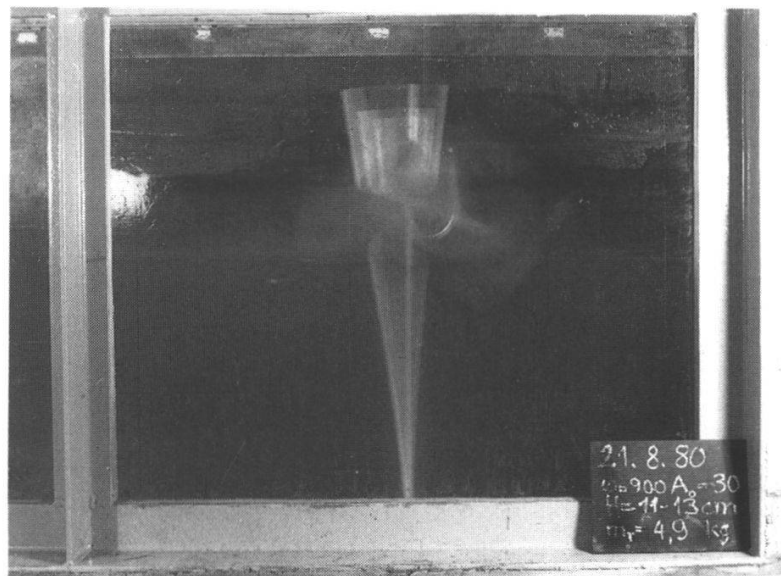


Fig. 3.49. Laufende Versuche mit Kunststoffstäben in der Wellenrinne.

Oben: Momentaufnahme eines Versuchs ohne Holzstück (vgl. Kap. 3.2.1.4.). Um auf den Bildern die Bewegungen besser sichtbar zu machen, ist jeder zweite Stab weiß gefärbt.

Unten: Belichtungsdauer 1 s (Wellenperiode 0,92 s). Da die Kamera auf der Höhe des Ruhewasserspiegels montiert ist, sind die oberen Enden der drei weißen Stäbe deutlich sichtbar.

Eine Aufnahme bei laufendem Versuch zeigt Fig. 3.49. Daraus ist ersichtlich, daß die Bewegungen keineswegs ganz regelmäßig verliefen, sondern daß infolge der oben erwähnten Reflexionen die Ausschläge bald auf der einen, bald auf der andern Seite größer waren. Indem wir verschiedene Phasen dieses Vorgangs festhielten, suchten wir einen annehmbaren Mittelwert für die Verformungen zu erhalten.

3.3.4.2. Ergebnisse

Es muß hier gleich vorweggenommen werden, daß die Versuche nicht die gewünschten Resultate in dem Sinne lieferten, daß nun für das Treibzeug Werte von G_d und G_m eindeutig definiert wären. Die Gründe dafür und die daraus zu ziehenden Schlußfolgerungen werden weiter unten erörtert.

Es ist nicht möglich die beiden gesuchten Koeffizienten unmittelbar aus den Halmbewegungen zu berechnen (wie etwa den Luftwiderstandsbeiwert c_l aus den Windkanalversuchen), denn die Situation des zeitweise freischwimmenden, zeitweise auf die Stäbe drückenden Treibzeugs ist nicht vergleichbar mit dem festeingespannten, quasi starren Pfahl, der in der Literatur schon ausgiebig behandelt wurde. Deshalb blieb nichts anderes übrig, als mit dem mathematischen Modell Läufe für unterschiedlich angenommene Wertepaare (G_d , G_m) durchzurechnen und die Resultate (Ausschläge) mit den photographierten Bildern zu vergleichen. Dabei nahmen wir an, daß jene Kombination von G_d und G_m , welche in allen drei Fällen mit den Bildern einigermaßen übereinstimmende Werte lieferte, die "richtige" sei.

Die Läufe wurden für eine Dauer von 25 s gerechnet, wobei zur Beurteilung der Resultate die ersten 3,2 s (entsprechend 3 1/2 Wellenperioden) nicht berücksichtigt wurden. Damit sollte der Einfluß der notwendigerweise willkürlich gewählten Anfangsbedingungen ausgeschaltet werden. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in den Figuren 3.50 - 3.52 (S. 189+191) für die drei untersuchten Fälle wiedergegeben. Dargestellt sind die berechneten Auslenkungen in positiver Richtung für den obersten Stabpunkt, und zwar je der Maximalwert und Mittelwert innerhalb der letzten 3 1/2 Wellenperioden sowie der Maximalwert eines ganzen Laufes. Zur Berechnung des Mittelwertes wurden nur jene Schwingungen berücksichtigt, wo das Treibzeug in Kontakt mit den Stäben war. Bei einigen Kombinationen von G_d und G_m kam es vor, daß jede zweite Schwingung viel kleiner war; in diesen Fällen rechneten wir zwei Mittelwerte aus, nämlich einen für alle Ausschläge und einen nur für die

"großen" (in den Figuren durch eine senkrechte Linie miteinander verbunden).

Aus den aufgenommenen Bildern (je drei pro Fall) maßen wir folgende Ausschläge des obersten Stabendes (Tabelle 3.8.):

Tab. 3.8. Gemessene Ausschläge in cm der oberen Stabenden bei den Versuchen mit Treibzeug (Mittelwert und, soweit unterscheidbar, Einzelwerte der 3 weißen Stäbe).

Masse des Treibholzes $M_T = 5,99$ kg, Wellenhöhe $H = 16$ cm (Fall 1)				
Bild Nr.	Mittelwert [cm]	Einzelwerte [cm]		
		1	2	3
1.1	22,8	26,6	22,0	19,7
1.2	24,3	30,2	24,1	18,7
1.3	<u>20,2</u>	20,3	20,1	19,7
Masse des Treibholzes $M_T = 5,99$ kg, Wellenhöhe $H = 12$ cm (Fall 2)				
Bild Nr.	Mittelwert [cm]	Einzelwerte [cm]		
		1	2	3
2.1	14,7	26,1	14,1	3,8
2.2	<u>12,0</u>	12,5	11,4	
2.3	11,0	4,2	11,3	17,4
Masse des Treibholzes $M_T = 4,90$ kg, Wellenhöhe $H = 12$ cm (Fall 3)				
Bild Nr.	Mittelwert [cm]	Einzelwerte [cm]		
		1	2	3
3.1	<u>11,7</u>	13,1	12,6	9,4
3.2	12,7	16,0	9,3	
3.3	9,4	5,4	9,5	13,3

Man ersieht aus den zum Teil stark verschiedenen Einzelwerten, daß das Holzstück bisweilen in eine starke Schräglage gedrückt wurde. In diesen Momenten konzentrierte sich fast die ganze Last auf einen oder zwei der Stäbe, während die anderen praktisch unbelastet blieben. Aus diesem Grund wählten wir als Vergleichswert nicht einfach den Mittelwert oder Median aus den drei Bildern jedes Falles, sondern den in der Tabelle unterstrichenen Wert jenes Bildes, wo die Differenz zwischen den Auslenkungen der drei sichtbaren Stäbe minimal war. Diese Werte sind auch in den Figuren 3.50. - 3.52. als Linien

zum Vergleich eingezeichnet. Außer im ersten Fall ($M_T = 5,99$ kg, $H = 16$ cm) sind dies gleichzeitig die Medianwerte.

Man kann sich fragen, womit man diese Meßwerte vergleichen soll. Da wir beim Photographieren darauf achteten, eher große Ausschläge zu "erwischen", erscheint es naheliegend, den Bereich Mittelwert-Maximum der letzten $3 \frac{1}{2}$ Wellenperioden zu wählen (in den Figuren durch o [Mittel] bzw. x [Maximum] dargestellt). Sucht man nun G_d - G_m -Kombinationen, bei welchen in allen drei Fällen die oben erwähnte Linie durch den verlangten Bereich geht, so findet man nur

$$\begin{array}{lll} G_d = 2,0 & G_m = 1,25 & \text{und} \\ G_d = 1,75 & G_m = 1,25 & \end{array}$$

Man kann somit für ein Treibzeug in der Form eines Kantholzes mit Koeffizienten von

$$\underline{G_m = 1,25} \quad [-] \quad (33.16)$$

und

$$\underline{G_d = 1,75 \div 2,0} \quad [-] \quad (33.17)$$

rechnen. Bezüglich des Schubkoeffizienten G_d gilt sinngemäß auch das, was in Kap. 3.2.1.4. über den Wasserwiderstandskoeffizienten c_w gesagt wurde, es dürfte deshalb auch hier eher der niedrigere Wert der Wirklichkeit entsprechen. Verglichen mit den bei BURKHARDT (1967) und DIETZE (1964) angegebenen Werten für den Massenkoeffizienten G_m liegen unsere Versuchsergebnisse wesentlich niedriger: Die meisten der von den verschiedenen Autoren angegebenen Werte bewegen sich in der Nähe der für Potentialströmungen theoretisch ableitbaren Größe von $G_m = 2,0$. Da aber die Strömung um ein von Wellen bewegtes Treibholz alles andere als eine Potentialströmung ist, gibt es keinen Grund, von dem aus den Versuchen ermittelten $G_m = 1,25$ abzusehen. Es ist übrigens anzunehmen, daß in einer hin- und hergehenden Strömung die Wassermasse, welche physikalisch dem festen Körper zuzuordnen ist, weniger groß ist als in einer stetigen Strömung, denn dieser von der übrigen Strömung umflossene Wasserkörper muß ja bei jedem Richtungswechsel neu aufgebaut werden. Noch wichtiger ist wahrscheinlich der Umstand, daß das Treibzeug meist nur teilweise im Wasser liegt und deshalb nicht wie die in der Literatur behandelten Strukturen allseitig umströmt wird.

Aus den Figuren 3.50. - 3.52. geht hervor, daß die Größe der Ausschläge nicht in einfacher Weise von den Koeffizienten G_d und G_m abhängt (wie etwa der Wasserwiderstandskoeffizient c_w des Halmes im Falle ohne Treibzeug,

wo die Bewegung mit wachsendem c_w stetig zunimmt; vgl. Fig. 3.16.). Diese Erscheinung läßt sich auch bei der Variation anderer Parameter beobachten (z.B. der Wellenhöhe, aber auch beim eben erwähnten c_w im Falle von vorhandenem Treibzeug). Der Grund liegt darin, daß es sich beim Zusammenwirken von Wellen, Halm und Treibzeug um ein schwingendes System mehrerer Teile handelt, die je unterschiedliche Eigenfrequenzen haben. Stetige, große Ausschläge sind daher die Folge von Resonanzerscheinungen. Eine Erhöhung des G_m -Wertes, eigentlich eine Erhöhung der Masse des Treibzeugs, vergrößert dessen Trägheit und erniedrigt damit seine Eigenfrequenz. Andererseits wird dadurch die Wucht des Aufpralls auf den Halm stärker, was zu größeren Ausschlägen führt. Dies wiederum hat eine hohe Rückstellkraft in den Stäben zur Folge. Dadurch wird das Treibzeug, sobald der Wellenberg vorübergezogen ist, mit großer Kraft nach rückwärts gestoßen und dadurch unter Umständen so weit von den Stäben entfernt, daß es mehrerer Wellenberge bedarf, bis das Treibgut erneut mit den Halmen in Berührung kommt. Hohe Massenbeiwerte führen deshalb zu seltenen, aber umso heftigeren Zusammenstößen. Dagegen bewirkt eine Erhöhung des Schubkoeffizienten G_d eher eine regelmäßige Bewegung: Die Strömungskraft des Wassers auf das Treibzeug ist größer, deshalb folgt dieses stärker der Bewegung der Wasserpartikel. Da beim Treibzeug der Seen wegen der unterschiedlichen Beschaffenheit der einzelnen Objekte die effektiven G_d - und G_m -Werte erheblich streuen, da ferner Frequenz und Höhe der natürlichen Wellen ständig wechseln, ist eine genaue Voraussage der zu erwartenden Beanspruchung kaum möglich. Eine kleine Veränderung eines der obgenannten Parameter (vgl. die Ergebnisse der Modellrechnungen in den Figuren 3.50. - 3.52. und in Kap. 4.4) kann ohne weiteres zu 50% größeren oder kleineren Ausschlägen führen. Daraus läßt sich der Schluß ziehen, daß für das Überleben des Schilfes in erster Linie die Frage "Treibzeug vorhanden oder nicht?" entscheidend ist. Die Wellenhöhen scheinen daneben zwar nicht bedeutungslos, aber doch erst in zweiter Linie maßgebend zu sein.

Fig. 3.50. - 3.52. (S.189 - 191) Berechnete Ausschläge von Plastikstäben in positiver Richtung unter der Einwirkung von Wellen und Treibholz (gleiche Situation wie in den Modellversuchen), in Abhängigkeit von den Schub- und Massenkoeffizienten G_d und G_m .

- △ Maximum während der ganzen Rechnungsdauer (23,5 s)
- Maximum während der letzten 3 1/2 Wellenperioden (3,3 s)
- Mittelwert und Anzahl der dabei berücksichtigten Ausschläge während der letzten 3,3 s.
- ∞ Rechnung instabil (bedeutet, daß das Treibholz über die Stäbe geworfen wird).

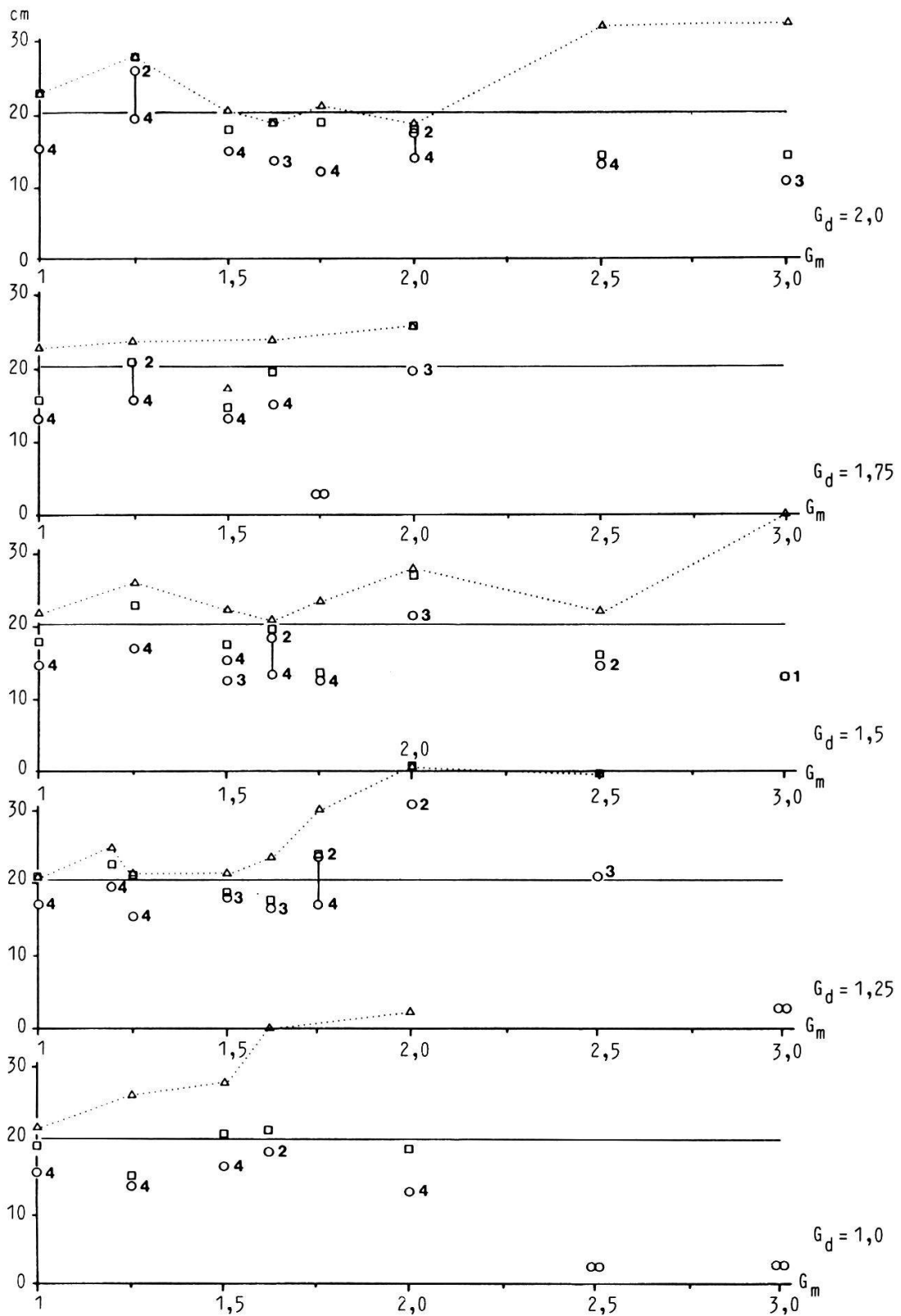


Fig. 3.50. Wellenperiode $T = 0,92$ s, Wellenhöhe $H = 16$ cm, Masse des Treibzeugs $M_T = 5,99$ kg (generelle Legende s. S. 188).

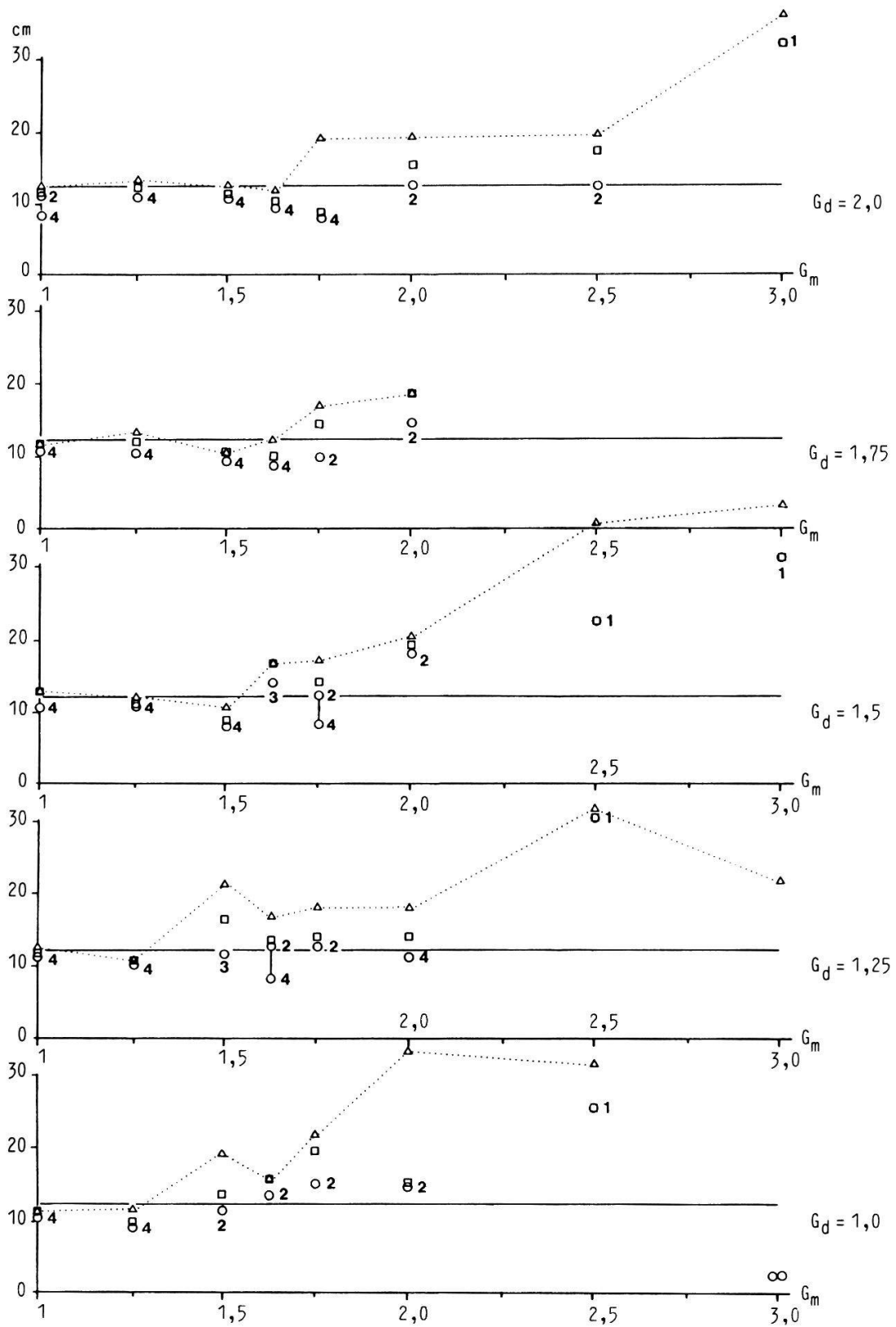


Fig. 3.51. Wellenperiode $T = 0,92$ s, Wellenhöhe $H = 12$ cm, Masse des Treibzeugs $M_T = 5,99$ kg (generelle Legende s. S. 188).

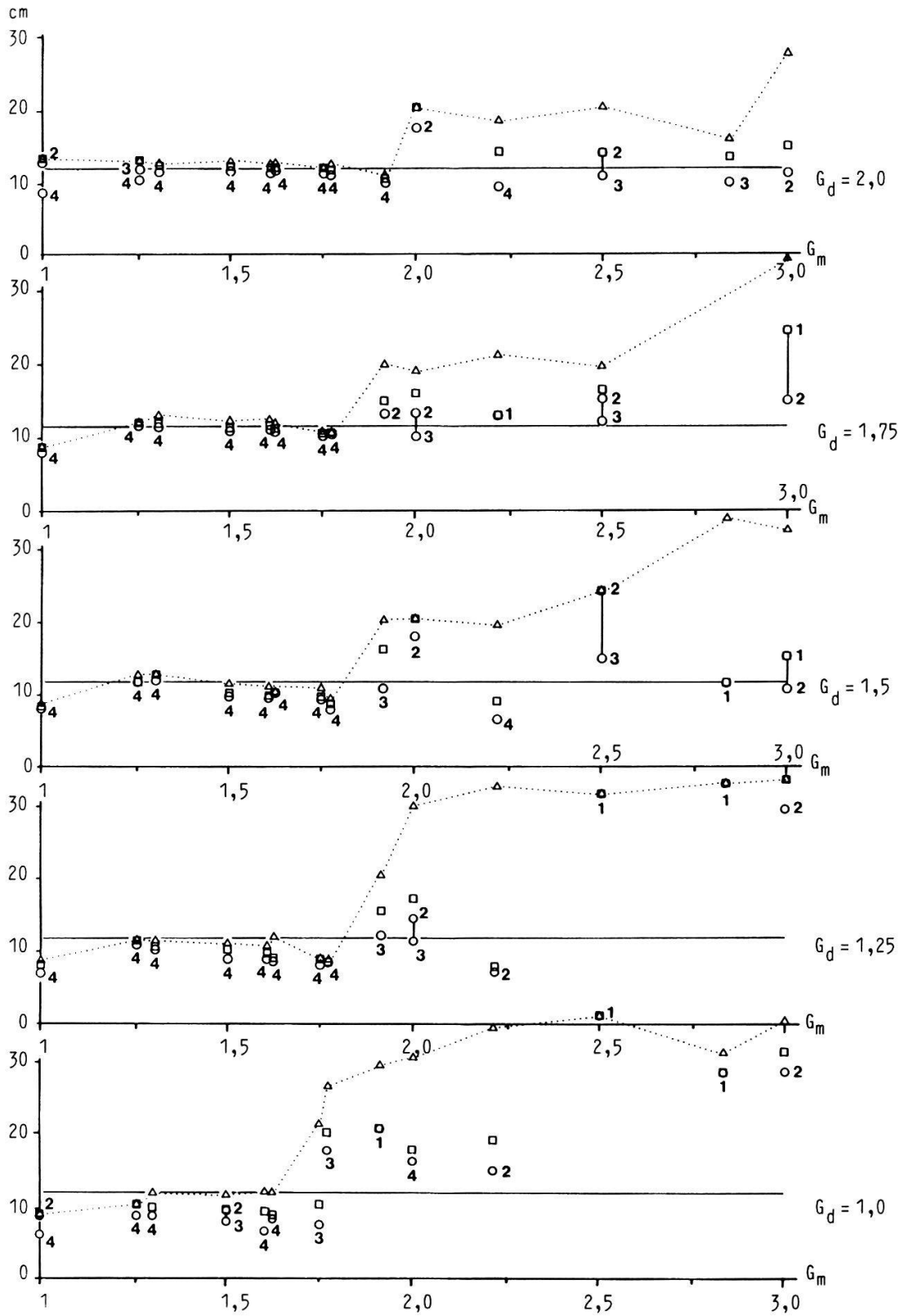


Fig. 3.52. Wellenperiode $T = 0,92$ s, Wellenhöhe $H = 12$ cm, Masse des Treibzeugs $M_T = 4,90$ kg (generelle Legende s. S. 188).