

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles = Bulletin der Naturforschenden Gesellschaft Freiburg  
**Herausgeber:** Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 78 (1989)  
**Heft:** 1-2  
  
**Artikel:** Hémodialyse et mathématiques  
**Autor:** Fellay, Gilbert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-308683>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Hémodialyse et mathématiques

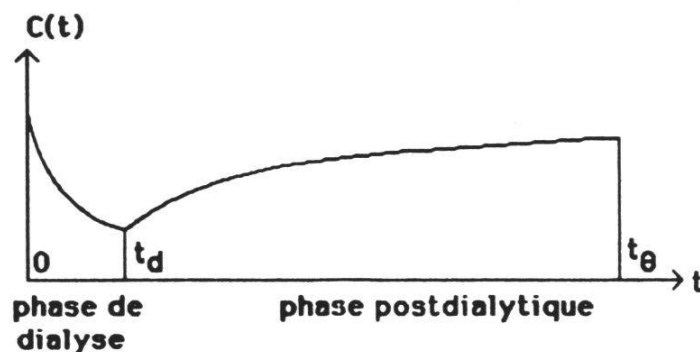
par GILBERT FELLAY,  
Unité d'hémodialyse de l'Hôpital cantonal de Fribourg,  
et JEAN-PIERRE GABRIEL,  
Institut de mathématiques de l'Université de Fribourg

La découverte du principe de la dialyse remonte aux travaux de Graham au milieu du siècle passé. Celui-ci est défini comme un processus de séparation de solutés à l'aide d'une membrane. L'idée de son utilisation clinique pour l'épuration du plasma d'insuffisants rénaux apparaît au début de ce siècle. Il faut cependant attendre les années 1960 pour voir les premiers traitements systématiques par hémodialyse rendus enfin possibles par la maîtrise de la multitude des aspects techniques qui l'accompagne. Initialement la thérapie se voulait identique pour tous les patients mais, rapidement, les cliniciens ressentirent la nécessité d'un traitement individualisé. La réalisation de cette entreprise entraîne inévitablement l'estimation de paramètres physiologiques personnels.

Les conséquences de l'insuffisance rénale sont multiples. Elles conduisent en particulier à l'accumulation d'eau et d'urée dans le corps du malade, l'urée étant le produit final de la dégradation des protéines. D'autres molécules subissent le même sort mais elles n'entreront pas dans notre discussion.

Dans le contexte d'une vision du patient restreinte au problème posé par l'eau et l'urée, deux grandeurs intéressent le clinicien pour définir un traitement personnalisé. Il s'agit du volume hydrique  $V$  du malade à une époque donnée et de son taux instantané  $G$  de production d'urée. Il est évident que ces deux paramètres ne sont pas mesurables directement. Il faut donc lier quantitativement  $V$  et  $G$  à d'autres grandeurs qui elles sont mesurables.

Dans les années 1970, SARGENT and GOTCH (1975, 1980) proposent un modèle mathématique de la cinétique de l'urée dans le but d'estimer  $V$  et  $G$ . Pour comprendre l'idée de leur méthode, il nous faut donner quelques indications sur le traitement par hémodialyse. Le sang de l'insuffisant rénal est épuré par une circulation extra-corporelle à l'intérieur d'un dialyseur. Celui-ci est constitué d'une membrane séparant le sang du malade d'un bain de dialyse. L'urée traversera la membrane par diffusion si la pression hydrostatique est identique des deux côtés de la membrane. En augmentant cette pression du côté plasma, il est de plus possible d'extraire de l'eau et de l'urée par ultrafiltration. L'évolution de la concentration  $C(t)$  de l'urée dans le corps du patient revêt typiquement l'allure suivante (Fig. 1):



où l'on convient de choisir le début de la dialyse en  $t = 0$ , sa fin en  $t = t_d$  et d'étendre la phase postdialytique jusqu'en  $t = t_\theta$ . En principe  $t_\theta$  coïncide avec le début de la dialyse suivante si l'on se place dans la perspective d'un traitement itératif. On convient également d'identifier  $V$  avec le volume en début de dialyse. Si  $V(t)$  désigne le volume en  $t$ , alors  $V = V(0)$ . Remarquons que si la valeur du volume n'est pas directement mesurable, il n'en est pas de même de ses variations qui peuvent être obtenues à l'aide des variations de poids du patient.

L'approche de SARGENT and GOTCH repose sur l'équation du bilan instantané de l'urée :

$$\frac{d}{dt} (V(t) C(t)) = G - KC(t)$$

où  $KC(t)$  est la quantité d'urée extraite par unité de temps par le système d'épuration pour une concentration d'entrée égale à  $C(t)$ . Le coefficient  $K$  est appelé clairance du système d'épuration. SARGENT and GOTCH considèrent les cas où les clairances sont constantes sur chacun des intervalles  $(0, t_d)$  et  $(t_d, t_\theta)$  et supposent que le volume est soit constant, soit linéairement variable. On peut alors montrer que  $V$  et  $G$  peuvent être estimés à l'aide de ce modèle en mesurant  $C(0)$ ,  $C(t_d)$  et  $C(t_\theta)$  ainsi que le taux de variation du volume sur  $(0, t_d)$  et  $(t_d, t_\theta)$ .

Au début de cette décennie, MALCHESKY et al. (1982) proposent une autre méthode pour estimer  $V$  et  $G$ . Ils remplacent le bilan instantané par un bilan global sur  $(0, t_d)$  et  $(t_d, t_\theta)$ . Ceci implique la récolte du dialysat et des urines pour mesurer la quantité totale d'urée extraite sur chaque intervalle. L'estimation de  $V$  et  $G$  se résume alors à la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.

Les cliniciens disposaient ainsi de deux méthodes distinctes pour estimer  $V$  et  $G$ . A l'usage ils constatèrent que les estimations divergeaient au-delà de ce que les erreurs de mesure pouvaient expliquer. Il s'ensuivit une division partisane entre les adeptes des deux approches (AEBISCHER et al., 1985). Si un praticien désire estimer  $V$  et  $G$  et que son choix est restreint à l'utilisation de ces deux méthodes, laquelle doit-il préférer ?

Nous avons mis en évidence les jeux respectifs d'hypothèses sur lesquels reposent les deux modèles afin de les opposer dans leur univers conceptuel. Nous avons également généralisé le modèle de SARGENT and GOTCH dans le but de mieux comprendre ses limitations. Il ressort de la discussion que l'approche de MALCHESKY, pour ce problème d'estimation, est supérieure à l'autre. Le lecteur intéressé pourra trouver les détails de l'argumentation dans FELLAY et GABRIEL (1988) et GABRIEL et FELLAY (sous presse).

## Références

- AEBISCHER, P., SCHORDERET, D., WAUTERS, J. P., and FELLAY, G. : Comparison of urea kinetics (K) and direct dialysis quantification (DDQ) in hemodialysis patients. Trans. Amer. Soc. Artificial Internal Organs 31, 338-342 (1985).

- FELLAY, G., et GABRIEL, J.-P.: Une approche comparative des modèles de la cinétique de l'urée dans le traitement par hémodialyse. *Néphrologie* 9, 233-236 (1988).
- GABRIEL, J.-P., et FELLAY, G.: Les modèles mathématiques en hémodialyse. A paraître.
- MALCHESKY, P.S., ELLIS, P., NASSE, C., MAGNUSSON, M. D., LAUKHORST B., et coll.: Direct quantification of dialysis. *Dial. Transplant.* 11, 42 (1982).
- SARGENT, J. A., and GOTCH, F. A.: The analysis of concentration dependence of uremic lesions in clinical studies. *Kidney Int.* 7, 3-35 (1975).
- - , - -: Mathematic modeling of dialysis therapy. *Kidney Int.* 18, 2-10 (1980).