

Zeitschrift: Bulletin de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles = Bulletin der Naturforschenden Gesellschaft Freiburg
Herausgeber: Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles
Band: 52 (1962)

Artikel: Studien am Binnit vom Lengenbach (Binnental) : neue Formen an einem flächenreichen Binnit (Studien IV) : die Tristetraeder am Binnit (StudienVI) : Studien über die Freiburger Binnentalsammlung IV/VI
Autor: Nickel, E. / Schaller, I.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-308386>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 29.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Studien am Binnit vom Lengenbach (Binnental)

Neue Formen an einem flächenreichen Binnit (*Studien IV*)

Die Tristetraeder am Binnit (*Studien VI*)

mit 5 Abb. und 3 Tabellen

von E. NICKEL und I. SCHALLER

Institut für Mineralogie und Petrographie der Universität Freiburg

Vorbemerkung

Die Studien über die Freiburger Binnentalsammlung begannen mit der Arbeit

Nickel/Schaller Die Mineralparagenese des Lengenbachs (Studien I) erschienen in diesem Bulletin Vol. 50 (1960). Sie enthielt die Physiographie der Minerale abgesehen vom Binnit. – Der noch fehlende Binnit wurde besprochen in der Arbeit

Schaller, I. Die Binnite vom Lengenbach (Studien II)

erschienen in diesem Bulletin Vol. 51 (1961). – Sodann brachten wir im « Aufschluß » (Z. f. Freunde der Mineralogie u. Geologie, Göttingen/Heidelberg) Februar 1963 eine Notiz über die Meßmethodik :

Schaller/Nickel Winkelmessung und Flächensicherung an Binniten (Studien III)

Diese Studie III konnte, da sie nicht unmittelbar die Messungen fortsetzt, abseits des hiesigen Bulletins erscheinen. – Hingegen bringt die Arbeit « Neue Formen an einem flächenreichen Binnit » eine Erweiterung der Meßdaten und wird nachstehend als « *Studie IV* » gedruckt. Die nach den Neumessungen vorliegende große Mannigfaltigkeit von Formen verlangte eine Neuordnung. Es wurde nach mehreren Ansätzen ein Verfahren gewählt, das auf der Einführung von sog. « Indizesnetzen » beruht. Da es sich um eine allgemeinere Fragestel-

lung handelt, erscheint diese Studie im Neuen Jahrbuch für Mineralogie, Abhandlungen (100 ; S. 282, 1963) unter

Nickel, E. Prinzip der Formenentwicklung am Binnit (Studien V)

Die folgende *Studie VI* hinwiederum ist mehr spezieller Natur, sie befaßt sich mit der wichtigsten Flächengruppe am Binnit und erscheint daher unmittelbar anschließend an die Studie IV in diesem Bulletin mit dem Titel : « Die Tristetraeder am Binnit ». Zum besseren Verständnis ist in dieser *Studie VI* das Prinzip der « Indizesnetze » wiederholt. – Die nächste Studie, die in der Festschrift Parker der Schweiz. Min. Petr. Mittlg. erscheint, beschließt dieses Thema und enthält eine gnomonische Darstellung der Formenwelt des Binnit :

Nickel/Schaller Die Formenwelt des Binnit (Studien VII)

Wir werden zu gegebener Zeit noch einmal auf das Grundanliegen der Komplikation zurückkommen, denn es hat sich gezeigt, daß sich hier noch manche Ideen ungeklärt in der Literatur fortgeschleppt haben. Über die Wichtigkeit des Problems können auch Fortschritte in anderen Gebieten der Kristallographie nicht hinwegtäuschen.

Der Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles und dem Hochschulrat der Universität Freiburg danken wir für Hilfe bei der Drucklegung.

Neue Formen an einem flächenreichen Binnit (Studien IV)

INHALTSÜBERSICHT

- a) Die Tracht des B 240 (Abb. 1).
- b) Bemerkungen zur stereographischen Projektion (Abb. 2).
- c) Bemerkungen zur Formenliste (Tabelle I).

a) Die Tracht des B 240

Die Abb. 1 zeigt den ungewöhnlich großen (Durchmesser 8-9 mm) und vollständig ausgebildeten Kristall mit den trachtgebenden Formen $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ und $\pm \langle 211 \rangle$. Die Flächen von $-\langle 211 \rangle$ sind matt, die von $+\langle 211 \rangle$ stark glänzend. Das Tetraeder ist, wenn auch klein, als $\pm \langle 111 \rangle$ mit zweimal 4 Flächen entwickelt. Ebenso sind die 6 Würfel- und die 12 Rhombendodekaederflächen vollzählig vertreten.

Als Besonderheit gegenüber anderen Binniten sind bei diesem Kristall die Pyramidenwürfel äußerst reich vertreten. Bisher waren überhaupt nur die $\langle 210 \rangle$ und die $\langle 310 \rangle$ gewertet worden ; die $\langle 910 \rangle$ wurde bei den Revisionsmessungen (Studien II) an mehreren Kristallen verifiziert. Der hiesige Kristall aber liefert außer der üblichen $\langle 210 \rangle$ noch 14 neue $\langle h k 0 \rangle$!

Die Tristetraederzone ist, wie üblich, reich besetzt. Von 49 Formen (hierbei die + und - Formen getrennt gezählt) sind 18 neu ; 8 von diesen aber nur neue negative Formen zu schon bekannten positiven $\langle h k k \rangle$.

Die Deltoiddodekaederzone ist, wie beim Binnit allgemein, schwach besetzt. Die stets vorhandene $\pm \langle 332 \rangle$ bildet in allen 8 Oktanten die Flächen fast vollständig aus. Hinzu kommt die $+\langle 552 \rangle$ und drei seltenere (hhl), davon eine neue, nämlich die $\langle 997 \rangle$.

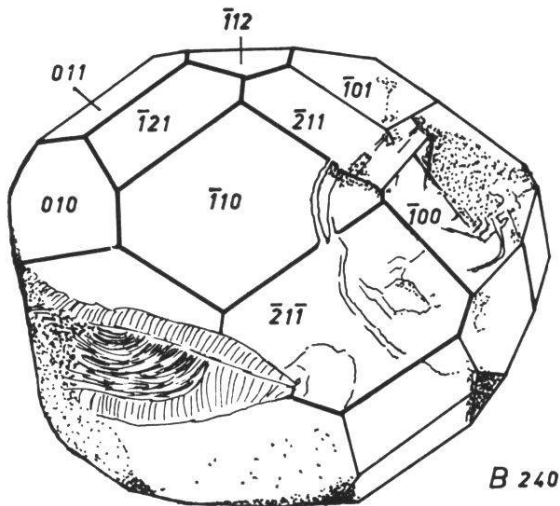


Abb. 1. Der scheinbar so einfach gebaute Kristall ist überaus reich an vizinalen Flächen. Die stereographische Projektion (Abb. 2) zeigt die Formenvielfalt!

Von den $\langle hkl \rangle$ -Formen sind ungewöhnlich viele, nämlich 17, am gleichen Kristall entwickelt. Die Literatur nennt jeweils am einzelnen Kristall nur wenige, während allein der vorliegende Kristall die folgenden fünf $\langle hkl \rangle$ sowohl + wie – entwickelt hat :

$\pm \langle hkl \rangle$: 321, 743, 754, 965, 17.10.9

Hierbei ist zu beachten, daß die negativen $\langle hkl \rangle$ -Formen bisher überhaupt nicht bekannt waren, abgesehen von der $-\langle 941 \rangle$ an Baumhauers Kristall IV (4k des Lit. Verzeichnisses in Studien I). Erst bei unserer Revision (Studien II) wurden auch negative Formen gefunden. Beim Fahlerz allgemein sind die negativen Formen nicht in gleicher Weise zurücktretend ; um so erstaunlicher, daß selbst für die wichtige $\langle 321 \rangle$ am Binnit bislang nur die positive Ausbildung bekannt war. – In Übereinstimmung mit Fahlerz gibt es nun auch am Binnit $\pm \langle 321 \rangle$. Sodann hat Fahlerz eine $+\langle 431 \rangle$, nun ist diese auch am Binnit erkannt, und zwar wie beim Fahlerz nur positiv. Die beim Fahlerz wichtigen $-\langle 521 \rangle$ und $-\langle 631 \rangle$ sind am Binnit noch nicht beobachtet worden.

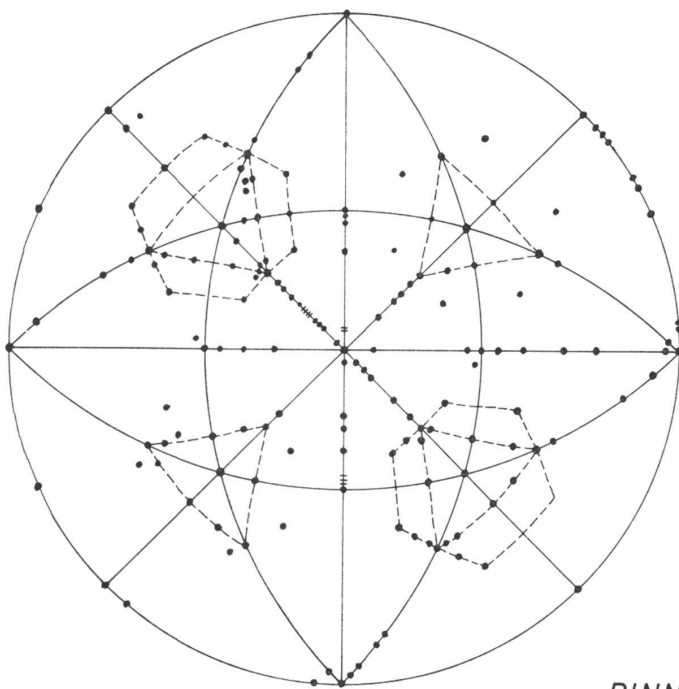
Unser Kristall hat von der $+\langle 321 \rangle$ 22 realisierte Flächen, von der neuen $-\langle 321 \rangle$ 12 Flächen. – Zur Position $+\langle 743 \rangle$ mit 9 Flächen tritt nun die neue $-\langle 743 \rangle$ mit 5 Flächen. Ebenso tritt zur Position $+\langle 965 \rangle$ mit 9 Flächen die neue $-\langle 965 \rangle$ mit 4 Flächen. Soweit zu den \pm realisierten Hexakistetraedern !

Sodann kommen die 7 Hexakistetraeder, die nur positiv *oder* negativ vorhanden sind; sie sind zumeist neu, darunter die $+\langle 532 \rangle$ mit 6 Flächen und guten Signalen.

Um diese Mannigfaltigkeit zu übersehen, ist außer der Formenliste (Tabelle I) noch eine stereographische Projektion (Abbildung 2) beigegeben.

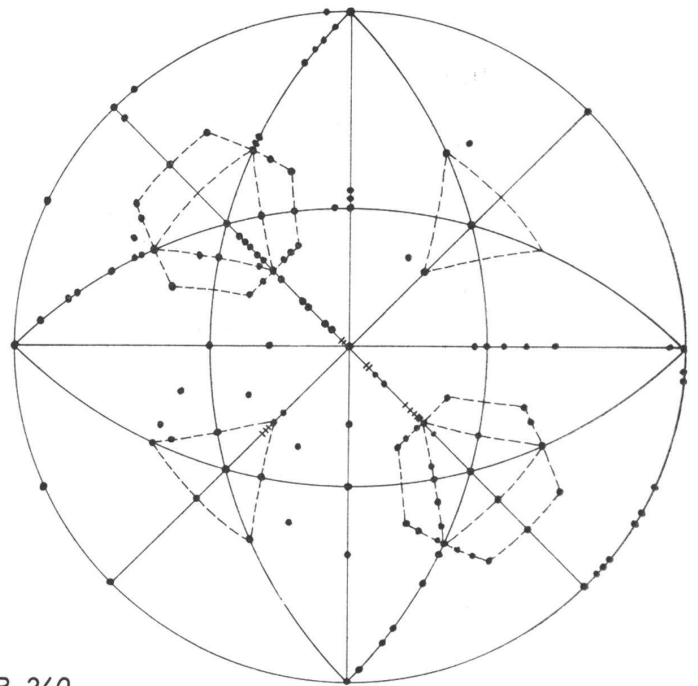
b) Bemerkungen zur stereographischen Projektion

Die Flächen sind wegen der engen Besetzung ohne Indizes eingetragen ; im kubischen System lassen sich die Indizes leicht aus dem Zonensystem ablesen. Bei zu enger Besetzung ist in der Zeichnung anstelle eines Punktes nur ein Strich für die betreffende Fläche eingetragen. Der tetraedrischen Hemiedrie wurde durch unterschiedliche Betonung des Zonnennetzes Rechnung getragen.



obere Hälfte

BINNIT B 240



untere Hälfte

Abb. 2. Stereographische Projektion der Unter- und Oberseite. Wo die Flächen zu dicht lagen, sind anstelle von Punkten kleine Striche eingetragen worden. Zur Indizierung vgl. die Abb. 2b in den Studien II.

c) Bemerkungen zur Formenliste

Bei den Formen ist als Bruch die Flächenerwartbarkeit E angegeben

$$E = \frac{\text{effektiv vorhandene Flächen}}{\text{mögliche Flächen}} \quad \text{der betreffenden Form,}$$

wobei also der Nenner angibt, inwiefern der Kristall allseitig entwickelt ist. – Außerdem findet sich in der Tabelle bei manchen höher indizierten Formen die zusätzliche Angabe des theoretischen Winkels ρ .

Beim Vergleich mit Literaturdaten fällt auf, daß lediglich Trechmann (140b des Literaturverzeichnisses in Studien I) eine analoge Formenmannigfaltigkeit am Binnit gefunden hat, und zwar an seinem Kristall II. Dies gilt besonders, wenn man nicht nur den Trachtanteil der Tristetraeder, sondern auch daneben den der Deltoiddodekaeder vergleicht. In Bezug auf die Tristetraeder *allein* käme evtl. noch ein Vergleich mit Baumhauers Kristall B 363 (2v) in Frage. Da man jedenfalls annehmen kann, daß nicht nur Trechmann, sondern auch Baumhauer, Prior & Spencer u. a. in der Formenerfassung genau waren, ist zu vermuten, daß es (zwei ?) unterschiedliche Binnittrachten gibt.

In der Literatur noch nicht erwähnt sind eine Anzahl Pyramidenwürfel, die im Zusammenhang mit den neuen $\langle hkk \rangle$ und $\langle hkl \rangle$ die Indizesmannigfaltigkeit so erhöhen, daß man sie zu « Indizesnetzen » ordnen mußte (Studien V).

Im Einzelnen ist noch zu bemerken :

Das *Deltoiddodekaeder* $+\langle 997 \rangle$ ist durch eine Zone mit $\langle 974 \rangle$ gesichert. – Die *Pyramidenwürfel* $\langle 710 \rangle$ und $\langle 510 \rangle$ sowie $\langle 520 \rangle$ sind als Eckpunkte der « Indizesnetze » von Bedeutung (Studien V); anderen Netzen gehören die neuen $\langle 410 \rangle$ und $\langle 320 \rangle$ an.

Die *Tristetraeder* komplettieren den Zonenverband an wichtigen Stellen. – Zu der aus der Literatur bekannten, aber ohne Zonenbeziehungen stehenden Form $+\langle 12.5.5 \rangle$ wurde mit mehreren Flächen die negative Form gefunden ; die Form muß also gleichwohl als gesichert gelten. – Die mit 6 Flächen realisierte $\pm\langle 944 \rangle$ ist durch eine am Binnit bekannte $\langle 974 \rangle$ zonengesichert. – Die $+\langle 655 \rangle$ ist durch eine in den Studien II neu gemessene Form $\langle 651 \rangle$ sicher. Betreff der $-\langle 955 \rangle$ siehe bei den Hexakistetraedern. – Die neue $+\langle 733 \rangle$ ergänzt das Indizesnetz M/117 an entscheidender Stelle (s. Studien V). Ebenso ergänzt die $+\langle 544 \rangle$ das Indizesnetz M/115.

Die Serie $+\langle 15.10.10 \rangle$, -----, $+\langle 19.10.10 \rangle$, $+\langle 21.10.10 \rangle$
war durch die Studien II ergänzt zu

$$\pm\langle 15.10.10 \rangle, \pm\langle 17.10.10 \rangle, \pm\langle 19.10.10 \rangle, \pm\langle 21.10.10 \rangle$$

und kann nun ergänzt werden zu

$$\pm\langle 15.10.10 \rangle, \pm\langle 17.10.10 \rangle, \pm\langle 19.10.10 \rangle, \pm\langle 21.10.10 \rangle$$

Hexakistetraeder: Es ist, wie oben erwähnt, auffällig, daß bis jetzt die negative Ausbildung der wichtigsten $\langle hkl \rangle$ -Formen nicht gefunden worden war. Nun kann also die $-\langle 321 \rangle$ hinzugefügt werden. Die am vorliegenden Kristall beobachtete Form $-\langle 743 \rangle$ war schon bei der Revision eines anderen Kristalles einmal beobachtet worden, sie muß als gesichert gelten. Die neue $-\langle 754 \rangle$ verstärkt das M/117-Indizesnetz. – Nachdem bei der Revision (Studien II) die $+\langle 532 \rangle$ einmal neu gefunden worden war, erhalten wir sie nun zum zweitenmal, und damit eine weitere Verstärkung des M/115-Netzes. In gleicher Weise ergänzt die $+\langle 431 \rangle$ das M/114-Netz. – Die neue $+\langle 875 \rangle$ liegt in einer Zone mit den am Binnit auftretenden Flächen (855) und (885), vor allem aber verstärkt sie die wichtige Zone (112) (9.10.17) (569) (457) (345) (578) (233).

Tabelle I. Formenliste des Binnit B 240

Die Indizes der Formen stehen in () Klammern, positive und negative Formen sind durch ein + oder – vor der Klammer gekennzeichnet. Die gelegentliche Angabe einzelner Flächen erfolgt mit negativen Vorzeichen *über* den Indizes.

Würfel $E = 6/6$. Flächen groß und glänzend, bogenförmige Wachstumstreppen.
Streifungen // zu $+$ (211)

Tetraeder $+$ (111) sowie $-$ (111) $E = 4/4$. Winzige Ecken, die bereits mit dem Hexakistetraeder (321) aufleuchten. Gute Signale

Rhombendodekaeder $E = 12/12$. Groß und glänzend, oft gestreift // (100), seltener $+$ (211) ; bogenförmige Wachstumstreppen.

Fläche (0 $\bar{1}$ 1) ist gestreift nach Würfel *und* Tristetraeder

Fläche (1 $\bar{1}$ 0) hat Wachstumsringe, deren Böschungskante mit (1 $\bar{2}$.1 $\bar{2}$.1) zu indizieren ist

Pyramidenwürfel:

(20.1.0) $E = 2/20$ theor. W. $2^\circ 52'$, Messungen nahe $2^\circ 30'$, sehr schmal ; neu.

(14.1.0) $E = 3/20$ theor. W. $4^\circ 5'$, Messungen : $4^\circ 10'$, sehr schmal ; neu.

(910) $2/20$ theor. W. $6^\circ 20'$; eine Messung $6^\circ 30'$, sehr schmal ; neu.

(710) $1/20$ th. W. $8^\circ 7'$, Messung $8^\circ 0'$, sehr schmal ; neu.

- (510) 1/20 sehr schmal ; neu
(410) 1/20 sehr schmal ; neu
(520) 1/20 sehr schmal ; neu
(210) 11/20 schlechte Messungen, manchmal eher (12.5.0)
(320) 6/20 mäßige Genauigkeit, sehr schmal ; neu
(430) 1/20 sehr schmal, neu.
(760) 10/20 th. Wert $40^{\circ}36'$, Messungen $\pm 10'$, sehr schmal ; neu
(980) 1/20 Wert zwischen (980) und (870), sehr schmal ; neu ¹
(13.12.0) 1/20 schlechte Messung, eher deutbar als (16.15.0), aber Koexistenz von (13.12.1) und (13.12.0), sehr schmal ; neu
(20.19.0) 1/20 schlecht meßbar, sehr schmal ; neu ²
(40.39.0) 1/20 th. Wert $44^{\circ}17'$, Messung $44^{\circ}30'$, sehr schmal ; neu

¹ In der Dissertation (Studien II), wo auf die B 240 verwiesen wurde, ist als neue Form der Index (980) genannt worden ; hierzu gibt es an Binniten ein Tristetraeder (988) ! – Im vorliegenden Kristall koexistieren aber (875) und (855), so daß evtl. die Indizierung (870) vorzuziehen ist.

² In der Dissertation fälschlich als (10.9.0) angegeben, aber nicht ausgewertet.

Deltoiddodekaeder :

- + (332) E = 9/11 schmal, Signale sehr unterschiedlich
- (332) 9/10 sehr schmal, einige Flächen eng gestreift zum Tetraeder
- + (13.13.1) 1/10 sehr schmal
- + (12.12.1) 2/10 sehr schmal, Signal gut
- + (552) 5/10 sehr schmal, gute Signale
- + (997) 1/10 sehr schmal ; neu

Hexakistetraeder :

- +(321) E = 22/24 äußerst schmal, Signale bis sehr gut
- (321) 12/20 äußerst schmal, oft nur durchgehende Lichtstreifen zwischen –(211) und (110) ; neu
- +(743) 9/20 äußerst schmal. Eine der Flächen ($\bar{7}43$) stellt lediglich erleuchtete Stellen auf der ($\bar{2}11$) dar.
- (743) 5/20 äußerst schmal. Einmal als Kante eines Wachstumshügels auf ($\bar{2}11$) entwickelt ; neu.
- +(23.12.11) 4/20 äußerst schmal ; neu
- +(965) 9/20 äußerst schmal.
- (965) 4/20 äußerst schmal, neu
- +(754) 2/20 äußerst schmal, gute Signale
- (754) 3/20 äußerst schmal, mäßige Signale ; neu
- +(543) 4/20 äußerst schmal,
- +(532) 6/20 äußerst schmal, Signale z. T. sehr gut ; neu
- +(17.10.9) 3/20 äußerst schmal, ein Signal sehr gut ; neu
- (17.10.9) 1/20 äußerst schmal ; neu
- +(12.11.1) 1/20 noch unsicher ; neu

- + (13.12.1) 1/20 an der Kante von ($\bar{1}\bar{1}0$) ; neu
- + (431) 1/20 äußerst schmal ; neu
- + (875) 1/20 äußerst schmal ; neu

Tristetraeder :

- + (76.1.1) 1/10 theor. W. $1^{\circ}4'$, Messung $1^{\circ}30'$. Die Fläche ist eine Kante der Wachstumstreppe auf ($00\bar{1}$), gutes Signal, Form ist nicht neu !
- (40.1.1) 1/10 theor. W. $2^{\circ}1'$, Messung $2^{\circ}10'$; neu
- + (34.1.1) 1/10 th. W. $2^{\circ}23'$, Messung $2^{\circ}20'$; Vorkommen wie (76.1.1)
- + (24.1.1) 3/10 Messung würde auch (25.1.1) zulassen, evtl. beide nebeneinander.
- (24.1.1) 1/10 th. W. $3^{\circ}23'$, Messung $3^{\circ}20'$; neu
- + (20.1.1) 2/10 th. W. $4^{\circ}3'$, Messung $4^{\circ}10'$ und $4^{\circ}22'$
- (20.1.1) 1/10 neu ; noch unsicher.
- + (16.1.1) 2/10 schmale Kante sowie Kante auf Wachstumsterrasse von (100)
- + (14.1.1) 1/10
- + (12.1.1) 3/10, ist zugleich Kante auf Terrassen der (001)
- + (911) 1/10
- + (811) 8/10 trotz guter Signale starke Schwankungen + $20'$. Die (118) ist zugleich Böschung auf Terrassen der (001)
- + (711) 1/10
- + (611) 10/12 neben idealen Werten ($13^{\circ}15'$) auch Abweichungen
- + (511) 1/10 gutes Signal
- (511) 1/10 neu
- + (47.10.10) 1/10 th. W. : $16^{\circ}45'$, Messung $16^{\circ}54'$ sehr gutes Signal !
- + (922) 2/10
- + (13.3.3) 1/10 th. W. $18^{\circ}3'$, Messung $18^{\circ}20'$; neu
- + (411) 2/10
- + (19.5.5) 1/10
- + (722) 1/10
- + (16.5.5) 3/10
- (16.5.5) 1/10 th. W. $23^{\circ}51'$, Messung $24^{\circ}10'$; neu
- + (311) 2/10
- (14.5.5) 1/10 th. W. $26^{\circ}48'$, Messung $26^{\circ}40'$; neu
- + (833) 1/10
- + (13.5.5) 1/10
- + (12.5.5) 7/10
- (12.5.5) 2/10, schlechte Signale ; neu
- + (733) 1/10 noch zu sichern ; neu
- + (944) 5/10 sehr gute Winkelwerte
- (944) 1/10 schlechtes Signal ; neu
- + (30.14.14) 1/10 th. W. $33^{\circ}25'$, Messung $33^{\circ}3'$; neu
- + (21.10.10) 2/10
- (21.10.10) 1/10 th. W. $33^{\circ}58'$, Messung $33^{\circ}58'$; neu
- + (25.12.12) 1/10 th. W. $34^{\circ}10'$, Messung $34^{\circ}20'$

+ (211) E = 12/12 groß und glänzend, oft fein gestreift // + (111)

– (211) 10/10 groß und matt, selten eng gestreift // (110)

Beide Formen haben gerundete Wachstumsterrassen, deren Böschungswinkel sich indizieren lassen : auf $(\bar{1}\bar{1}2)$ z. B. $(\bar{1}\bar{0}.\bar{1}\bar{0}.17)$ und $(\bar{5}\bar{5}6)$, auf $(1\bar{1}2)$ solche der Indizes $(5\bar{5}9)$ usw.

– (19.10.10) 1/10 th. W. $36^{\circ}41'$, Messung $37^{\circ}17'$; neu

+ (955) 1/10

– (955) 1/10 theor. Winkel = Messung $(38^{\circ}9')$; neu

+ (17.10.10) 3/10, auch Wachstumskante auf + (211)

– (17.10.10) 1/10 ; neu

+ (855) 1/10 Wachstumskante auf $(1\bar{1}\bar{2})$

+ (10.7.7) 1/10 Wachstumskante auf $(1\bar{1}\bar{2})$; neu

+ (755) 1/10 theor. Winkel = Messung $(45^{\circ}17')$, Wachstumskante auf $(1\bar{1}\bar{2})$

+ (544) 1/10 Wachstumskante auf $(1\bar{1}\bar{2})$, neu

+ (655) 1/10 ; neu

Alle Tristetraeder außer der $\langle 211 \rangle$ sind sehr schmal, auch die mit 8 Flächen realisierte $\langle 811 \rangle$ und die mit 10 Flächen realisierte $\langle 611 \rangle$. Die Sicherheit der Erfassung geht aber nicht der Größe parallel. So ist z. B. die $\langle 47.10.10 \rangle$ äußerst schmal, hat aber bei der Messung ideale Winkelwerte ; ähnlich ist es bei der der « vizinalen » $\langle 76.1.1 \rangle$.

Die Tristetraeder des Binnit (Studien VI)

INHALTSÜBERSICHT

- a) Die Indizesnetze.
- b) Unterbringung der Tristetraeder auf den Maschen M/114-M/117.
- c) Lage und Häufigkeit der Tristetraeder (Tabelle I).
- d) Die Komplikationserwartbarkeit.
- e) Abschätzung der relativen Wichtigkeit bei den Tristetraedern (Tabelle II).

a) Die Indizesnetze

In den Studien V war dargelegt worden, daß man nach Komplettierung der Formenliste des Binnit die Mannigfaltigkeit der Formen auf vier sog. « Indizesnetze » bezieht. Da sich diese Darstellung auf den « repräsentativen Bereich » zwischen den Flächen $\begin{pmatrix} 001 \\ 101 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 011 \\ 111 \end{pmatrix}$ bezieht, bekommen die jeweiligen Formen immer eine bestimmte Ziffernfolge ; so erhalten die Tristetraeder beispielsweise immer Indizes der Folge (113) oder (225) usw., Deltoiddodekaeder entsprechend (133) bzw. (313), oder (255) bzw. (525) usw. – Wir sprechen strenggenommen jeweils nur *von den Flächen* der betr. Formen, die im repräsentativen Bereich liegen, und nicht unmittelbar von den Formen selber. Daher werden im Nachfolgenden durchweg die einfachen runden Klammern für die Indizes verwendet.

Als basales Indizesnetz mußte jenes mit der Masche $\begin{pmatrix} 001 \\ 105 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 015 \\ 115 \end{pmatrix}$ = M/115 angesehen werden. Die wenigen Formen erster Ordnung verlangen das Netz $\begin{pmatrix} 001 \\ 106 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 016 \\ 116 \end{pmatrix}$ = M/116 ; es enthält die wichtigen Formen (113), (116), (223), (123) und (233). Hinzu kommen als weitere Formen erster Ordnung (001), (011) und (111) die aber in *allen* Indizesnetzen

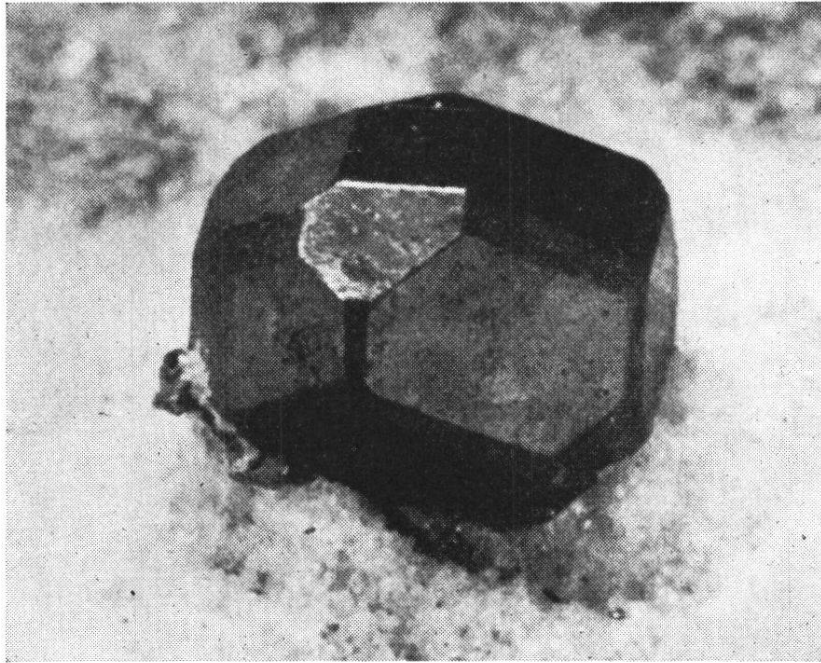


Abb. 1. Beispielhafte Entwicklung eines Binnitkristalles (B 741)

Die mittlere (helle) Fläche ist die Würfel­fläche (001). Ihre obere Kante blitzt infolge einer « vizinalen » Tristetraederfläche auf. Dahinter liegt die quadratisch ausgebildete Fläche (112) des positiven Tristetraeders, rechts und links flankiert von den großen Rhombendodekaederflächen (101) rechts, (011) links.

Damit sind auch die beiden größten Flächen des Fotos bestimmt, nämlich die nach vorn zu liegenden hellgrauen, die rechts und links unterhalb der Würfel­fläche liegen : rechts (011), links (101). Die Streifung auf dem Rhombendodekaeder parallel zur Kante mit der Würfel­fläche ist auf dem Foto nicht erkennbar. Zwischen ihnen die dunkle Leiste der (112), die oben an die (001), unten an die – im Foto schlecht erkennbare – (111) anschließt. Von diesem Tetraeder strahlt also ein Dreistern des + Tristetraeders aus : Nach oben zu die schon genannte (112), nach rechts abfallend die (121), nach links abfallend die (211)

Ganz rechts die im Foto schmal (und glänzend) getroffene (110). Zwischen ihr und der (001) ebenfalls wieder Tetraeder mit Tristetraederstern ; diesmal die negativen Formen : (111) ; nach vorn unten (121), nach hinten hoch (211), nach links schräg zum Würfel die (112).

auftauchen. Zur weiteren Erfassung zweitrangiger Formen waren schließlich noch die Netze $\begin{pmatrix} 001 \\ 104 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 014 \\ 114 \end{pmatrix} = M/114$ sowie $\begin{pmatrix} 001 \\ 107 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 017 \\ 117 \end{pmatrix} = M/117$ herangezogen worden.

Die relative Wichtigkeit der Indizesnetze kann nach unterschiedlichen Gesichtspunkten bewertet werden :

- a) Aufzählung nach der Ziffernfolge : M/114, M/115, M/116, M/117
- b) Für den Binnit am meisten individuell : M/115, M/117, M/116, M/114
- c) Enthaltensein der Formen 1. Ordnung : M/116, M/115, M/117, M/114

d) Abfolge der Wichtigkeit unter Annahme, daß (abgesehen von den einfachen Formen 001, 101, 111, die in *jedem* der Indizesnetze auftreten) die Tristetraederbildung trachtbestimmend ist : M/116, M/114, M/115, M/117

In der Aufzählung ist die jeweils wichtigere Masche zuerst genannt. – Faßt man die unterschiedlichen Gesichtspunkte zusammen, so kommt man zu folgender Tabelle :

Indizesnetz (Angabe der Grundmasche)	Formenerfassung im Allgemeinen	Spezielle Erfassung der einzelnen Formen	
		$\langle 100 \rangle, \langle 110 \rangle, \langle 111 \rangle$	$\langle hkk \rangle, \langle hhl \rangle, \langle hkl \rangle$
M/114	x	diese Formen	x
M/115	xxx	werden in <i>allen</i>	xx
M/116	xx	Indizesnetzen	xxx
M/117	x	erfaßt !	x

x = mittlere, xx = gute, xxx = sehr gute Formenerfassung.

Die nachfolgenden Überlegungen gehen davon aus, daß erstens die genannten Indizesnetze geeignet sind, die dem Binnit zukommende Individualität zu erkennen und daß zweitens das Tristetraeder (116) eine über das Erwartbare hinausgehende Bedeutung hat. – Abb. 1 zeigt einen Binnitkristall normaler Trachtentwicklung.

b) Unterbringung der Tristetraeder auf den Maschen M/114 - M/117

Im repräsentativen Ausschnitt $\begin{pmatrix} 001 \\ 101 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 011 \\ 111 \end{pmatrix}$ liegen die folgenden Tristetraeder auf Eckpunkten der Indizesnetze :

M/114	114	224	334		
M/115	115	225	335	445	
M/116	116	226	336	446	556
M/117	117	227	337	(x) 557	(x)

wobei die Formen (335), (445), (556) erst neu von uns gefunden wurden ; für die (223) ist die negative Form neu. Die (447) – im Schema mit (x) eingetragen – fehlt völlig unerwartet ; minder bedeutsam ist das analoge Fehlen der (667). Nach Indizeskürzung erhält man die folgende Liste :

M/114	114	112	334		
M/115	115	225	335	445	
M/116	116	113	112	223	556
M/117	117	227	337		557

Im Hinblick auf die faktische Mannigfaltigkeit am Binnit läßt sich dazu folgendes sagen :

Die Reihe (111), (112), (113) ... (117) ist komplett in der Liste untergebracht. Die höheren beobachteten Indizes (118), (119), (1.1.10), (1.1.12), (1.1.14), (1.1.16), (1.1.20) sind ohne größere Bedeutung und ihr Auftreten hängt mit der Überbetonung der (116) zusammen ; s.w.u. !

Die Reihe (221) ist realisiert mit (223) (225) (227). Die in den Indizesnetzen nicht vorgesehene (229) ist – aus unbekanntem Grund – relativ häufig. Die außerdem noch am Binnit vorkommenden (2.2.11) und (2.2.13) sind ohne Bedeutung.

Von den (331)–Formen wird nur die in M/114 liegende (334) wichtig. Die im Schema nicht erfaßte (338) ist relativ unbedeutend.

In der (441)–Reihe liegt die (445) auf M/115. Die das Schema übersteigende (449) ist unbedeutend, aber durch die Zone (449) (479) gesichert.

In der (551)–Reihe liegen die (556) und (557) in den Maschen der Indizesnetze. Hingegen konnte für die (558), die infolge einer Zone mit der Fläche (758) sicher reell ist, kein elementarer Bezug gefunden werden. Ähnlich verhält es sich mit den höherindizierten, unbedeutenden Gliedern (559), (5.5.12), (5.5.14) usw.

Nach dieser « Unterbringung » verbleiben noch die folgenden Tristetraeder :

1) die neugefundene (889), sie muß wegen der zugleich auftretenden, ebenfalls neuen (089) als reell angesehen werden. Beide Formen sind sehr selten entwickelt.

2) Ebenso wie die schon erwähnte Reihe (118), (119), (1.1.10), (1.1.12) ... (1.1.76) gibt es eine Abfolge (10.10.17), (10.10.19), (10.10.21), (10.10.47). Während aber die (111)–Reihe nur die Fortsetzung einer gut untergebrachten Abfolge (112) ... (117) ist, hat die Reihe (10.10.1) auch bei den Anfangsgliedern keine Zonenbezüge. Es handelt sich also um eine auf die Tristetraeder beschränkte Mannigfaltigkeit, die man lediglich aus der gut untergebrachten (223) = (10.10.15) zu entwickeln hat.

3) Gesichert und länger bekannt ist schließlich auch die isolierte Form (22.12.25).

Tabelle I. Zone der Tristetraeder (zu Seite 32)

Indizes	Distanz zur (001) in gnom. Projektion	Winkel ρ zwischen benach- barten Flächen	Winkeldistanz zwischen benach- barten Flächen	Bearbeiter Literatur	von uns gefundene neue Flächen	häufiger als einmal genannt	Formenbewertung Index-Häufig- keit (wenn >4)	Form/Flächen- häufigkeit
+ 111	70	54°44'						
— 889	62,22.	51°30'	3°14'	—	— (889)			
+ 556	58,33.	49°41'	1°49'	—	+ (556)			
+ 445	56	48°32'	1° 9'	—	+ (445)			
+ 334	52,5	46°41'	1°51'	B(4c)		*		
+ 557	50	45°17'	1°24'	T(140b)B(4k)		*	5	5
+ 7.7.10	49	44°43'	0°34'	—	+ (7.7.10)			
+ 223	46,66.	43°19'	1°24'	B(4c)	— (223)	*	10	14
+ 558	43,75	41°28'	1°51'	T(140b)B(4k)	— (558)	*	8	8
+ 335	42	40°19'	1° 9'	—	+ (335)			
+ 10.10.17	41,17	39°45'	0°34'	T(140b)	— (10.10.17)	*	5	7
+ 559	38,88.	38° 9'	1°36'	T(140b)	— (559)	*		
+ 10.10.19	36,84	36°41'	1°28'	T(140b)	— (10.10.19)	*	5	7
+ 112	35	35°16'	1°25'	D(19c)		*	5	7
+ 12.12.25	33,6	34°10'	1° 6'	P + S(102c)		*	4	6
+ 10.10.21	33,33.	33°58'	0°12'	T(140b)	— (10.10.21)	*	4	6
+ 14.14.30	32,66.	33°25'	0°33'	—	+ (14.14.30)			
+ 449	31,108	32° 9'	1°16'	B(4v)	— (449)	*	4	10
+ 337	30	31°13'	0°56'	—	+ (337)			
+ 5.5.12	29,166.	30°31'	0°42'	T(140b)B(4v)	— (5.5.12)	*	6	11
+ 225	28	29°30'	1° 1'	T(140b)B(4k)		*	4	9
				P + S(102c)				
+ 5.5.13	26,92	28°33'	0°57'	T(140b)		*		
+ 338	26,25	27°56'	0°37'	B(4v)	+ (338)	*		
+ 10.10.27	26	27°38'	0°18'	T(140b)				
+ 5.5.14	25	26°48'	0°50'	T(140b) _j	— (5.5.14)	*		

Indizes	Distanz zur (001) in gnom. Projektion	Winkel ρ	Winkeldistanz zwischen benach- barten Flächen	Bearbeiter Literatur	von uns gefundene neue Flächen	häufiger als einmal genannt	Formenbewertung Index-Häufig- keit (wenn > 4)	Form/Flächen- häufigkeit
+ 6.6.17	24,702	26°32'	0°16'	B(4v)				
+ 10.10.29	24,14	26° 1'	0°31'	B(4v)				
+ 113	23,33.	25°14'	0°47'	T(140b)B(4k) P + S(102c)	— (113)	*	12	20
+ 6.6.19	22,104	24° 4'	1°10'	B(4c)		*	4	4
+ 5.5.16	21,875	23°51'	0°13'	T(140b)	— (5.5.16)	*		
+ 227	20	22° 0'	1°51'	T(140b)B(4k)		*	7	12
+ 5.5.18	19,44.	21°27'	0°33'	B(4v)				
+ 5.5.19	18,42	20°25'	1° 2'	T(140b)B(4k)		*		
+ 114	17,5	19°28'	0°57'	Hes(50f)L(83a) B(4c)T(140b) P + S(102c)	— (114)	*	22	27
+ 3.3.13	16,15	18° 4'30''	1°23'30''	—	+ (3.3.13)			
+ 229	15,55.	17°27'	0°37'30''	T(140b)B(4k)		*	7	10
+ 10.10.47	14,89	16°45'	0°42'	T(140b)B(4k)		*	5	8
+ 115	14	15°47'	0°58'	T(140b)B(4k)	— (115)	*	7	10
+ 2.2.11	12,72.	14°25'	1°22'	T(140b)				
+ 116	11,66.	13°15'	1°10'	He(51c)W(147c)	— (116)	*	35	42
+ 2.2.13	10,768	12°17'	0°58'	T(140b)B(4k)				
+ 117	10	11°25'	0°52'	L(83a)T(140b) B(4k)P + S(102c) T(140b)		*	11	14
+ 5.5.37	9,54	10°49'	0°36'	P + S(102c)				
+ 4.4.31	9,032	10°20'	0°29'	T(140b)B(4k)				
+ 118	8,75	10° 1'	0°19'	P + S(102c)		*	7	13
+ 119	7,7.	8°56'	1° 5'	T(140b)B(4k) P + S(102c)		*	10	11

+ 1.1.10	7	8° 3'	0°53'	Hes(50f)L(83a)	*	11	11
				T(140b)B(4k)			
+ 5.5.51	6,86	7°51'	0°12'	P + S(102c)			
+ 1.1.12	5,83.	6°43'	1° 8'	P + S(102c)			
				B(4c)T(140b)	*	11	13
+ 1.1.14	5	5°46'	0°57'	P + S(102c)	*	5	7
+ 1.1.16	4,375	5° 3'	0°43'	P + S(102c)	*		
+ 2.2.35	4	4°37'	0°26'	T(140b)			
+ 1.1.18	3,8.	4°30'	0° 7'	B(4k)			
± 1.1.20	3,5	4° 3'	0°27'	P + S(102c)B(4v)			
± 1.1.24	2,92	3°23'	0°40'	B(4k)	*		
+ 1.1.25	2,8	3°14'	0° 9'	B(4v)	*		
± 1.1.28	2,5	2°54'	0°20'	P + S(102c)			
+ 1.1.30	2,3.	2°42'	0°12'	T(140b)B(4k)	*	6	10
+ 1.1.34	2,06	2°23'	0°19'	B(4v)			
± 1.1.40	1,75	2° 2'	0°21'	T(140b)	*		
± 1.1.76	0,921	1° 4'	0°58'	B(4k)	*		
	0	0°	1° 4'	T(140b)B(4k)	*		
001							

c) Lage und Häufigkeit der Tristetraeder (Tabelle I S. 29-31)

Die bisherigen Überlegungen hinsichtlich der Realisierung von Tristetraedern gingen davon aus, daß die wichtigeren Indizes sich aus der Unterbringung in sog. « Indizesnetzen » herleiten lassen. Damit muß nun die effektive Häufigkeit der einzelnen Tristetraeder verglichen werden. Diese Häufigkeitsuntersuchung ist (für *alle* Formen des Binnit) erfolgt in den « Studien II ». Dort wurde dargelegt, daß zwischen einer « Indexhäufigkeit » (IH) und einer « Form/Flächenhäufigkeit » (FFH) zu unterscheiden ist.

Die IH gibt lediglich an, wie oft ein bestimmter Index in der Binnitmessungs-Literatur genannt worden ist. Die FFH wertet zusätzlich noch die faktische Flächenhäufigkeit der Form (pro flächenbesetzter Kristalloberfläche) und die Flächengüte (als Maß der Sicherung der Erfassung bei den meist nur winzig entwickelten Flächen). Der letztere Gesichtspunkt ist deshalb wichtig, weil mit sinkender Güte des Signals die Meßgenauigkeit sinkt und sich mehrere fragliche Indizes überdecken können (vgl. auch « Studien III »), – In der nachfolgenden Haupttabelle sind daher auch die Winkelabstände benachbarter Tristetraeder angegeben. Man sieht, daß die Winkeldifferenz kleiner sein kann als die Fehlerbreite bei schlecht entwickelten Flächen. – In diesem Zusammenhange ist auch die Distanz der Fläche (hhl) von (001) in der gnomonischen Projektion angegeben, berechnet für (111) = 70 cm. Die Berechnung erfolgt nach der Formel $l/h \cdot \sin 45^\circ = \operatorname{ctg} \rho$.

Ferner sind der Erstbearbeiter, sowie noch weitere wichtige Autoren für die betr. Tristetraederform erwähnt. Die Abkürzungen bedeuten :

B = Baumhauer (1893 : 4c ; 1897 : 4k, 1913 : 4v)

T = Trechmann (1893 : 140b)

P + S = Prior und Spencer (1899 : 102c)

aus der jüngeren Periode und

D = Damour (1845 : 19c), H = Haussmann (1852 : 46), He = Heusser (1856 : 51c), Hes = Hessenberg (1875 : 50f), L = Lewis (1878 : 83a), W = Sart. v. Waltershausen (1855 : 147c)

aus der ersten Forschungszeit.

d) Die Komplikationserwartbarkeit

Nach allgemeiner kristallographischer Erfahrung sind höher indizierte Flächen (bzw. Formen) weniger häufig als solche mit kleinen Indizes. Das von Goldschmid so genannte Komplikationsgesetz ver-

sucht, die Flächenerwartbarkeit unmittelbar so zu verstehen, daß durch Indizesaddition Serien von Flächen abnehmender Wahrscheinlichkeit erhalten werden: Zwei wichtige Flächen bilden jeweils den Ausgangspunkt (Knoten) und nun wird versucht, das Additionsverfahren so lange durchzuführen, wie die Empirie das Vorhandensein solcher Indizes bestätigt. Die Ausgangsflächen bilden die « nullte Ordnung », die Brauchbarkeit des Schemas erschöpft sich meist mit der dritten Ordnung, wobei zu beachten ist, daß bei höheren Ableitungen auch noch Differenzen zwischen der eigentlichen Komplikation und der sog. Kombination auftreten (Goldschmidt, 1921, Sitz. Ber. Heidelb. Ak. Wiss. 12. Abh. S. 1-90) ¹.

Um die Komplikationsmethode anzuwenden, muß man sehr flächenreiche Zonen haben. Die Zone (001) (110), die die Tristetraeder und die Deltoiddodekaeder enthält, bietet sich beim Binnit zur Überprüfung an. Denn sie enthält 60 Tristetraeder- und 15 Dodekaeder-Formen, d. h. mehr als die Hälfte aller am Binnit gefundenen Formen.

Zuerst hat Baumhauer einen Versuch gemacht (4v und 4w). Mit Rücksicht auf die ungewöhnliche Bedeutung der (116) beim Binnit wählte er als Knoten der Komplikation die Flächen (116) und (110) und erhält in der ungekürzten Schreibung:

(116) (4.4.18) (3.3.12) (5.5.18) (226) (5.5.12) (336) (446) (110)

gekürzt:

(116) (229) (114) (5.5.18) (113) (5.5.12) (112) (223) (110)

Demnach sollte die (113) bedeutender sein als die (114), was aber beim Binnit nicht zutrifft. Immerhin ist bei diesem Ansatz bemerkenswert, daß die Indizes (229) und (5.5.12), für die wir im Hinblick auf die Indizesnetze keinen Realisierungsgrund angeben konnten, hier schon in der 3. Ableitung auftreten.

Zwischen (112) und (116) könnte man ebenfalls eine Reihe legen, wenn vor jeder weiteren Komplikation gekürzt werden darf, denn man erhielte die ganze Abfolge von (112) bis (116). Aber alle diese Teilstreckenkomplikationen, wie auch immer man sie ansetzt, führen zu Inkonssequenzen, was man leicht sieht, wenn man die Goldschmidt-

¹ Diese « *Ordnungen* » bei der Komplikation sind zu unterscheiden von der von uns vorgenommenen einfachen Gliederung in « Flächen erster Ordnung » (d. s. die trachtbestimmenden wichtigsten Flächen) und den « Flächen zweiter Ordnung » (d. s. alle übrigen, mehr oder minder gleichwertigen Flächen bzw. Formen).

sche Umwandlung der Teilreihe in eine Reihe von 0 bis ∞ vornimmt, die zu ganz anderen Ergebnissen führt. Hier wäre prinzipiell noch weitere Abklärung notwendig! – Man muß daher die ganze Zone zwischen (001) und (110) zu einer Reihe zusammenfassen und hierbei die außergewöhnliche Häufigkeit der (116) zunächst in Kauf nehmen.

Daß man dieses primitive Schema nicht schon früher angewandt hat, liegt einfach daran, daß bislang die Indizesmannigfaltigkeit noch zu gering war. – Insbesondere hinderte das Fehlen von (335) und (344), über die 4. Ableitung hinauszugehen. Man beachte, daß V. Goldschmidt selbst bezweifelt hat, es ließe sich in der Natur eine ungestörte 4. Ableitung finden. Nun ist aber durch unsere Ergänzungen die 4. Ableitung komplett bis auf die (355) des Dodekaeder-Zonenanteils. Die ersten Lücken treten erst in der 5. Ableitung auf, und diese auch hier nur auf der Deltoiddodekaederseite, wo sich mit der 5. Ableitung die Formenmannigfaltigkeit offensichtlich erschöpft. Hingegen schließen unsere neuen Formen (337) und (445) alle Lücken im Tristetraederbereich, abgesehen von der hartnäckig fehlenden (447)!

Nach Komplettierung der 5. Ableitung ist daher der ungewöhnliche Fall möglich, am Tristetraederanteil auch noch die 6. Ableitung zu versuchen: Der Binnit liefert nach Hinzunahme der neuen (7.7.10) und (5.5.6) nun 24 von den durch die Ableitung geforderten 33 Indizes bzw. Formen.

Damit bricht die Erwartbarkeit überhaupt ab. In der 7. Ableitung würden nur noch die Formen (117), (2.2.11), (5.5.14), (5.5.18) und (10.10.17) mit den Beobachtungen am Binnit übereinstimmen.

In der Abbildung 2 haben wir die nach der Komplikation erwartbare « Realisierungswahrscheinlichkeit » zwischen (001) und (110) auf der *rechten Seite* schematisch aufgetragen, also gestaffelt nach Ordnungen, und wir haben nach *links* die empirisch gefundenen Indexhäufigkeiten (IH) des Binnit analog aufgetragen. Von der (001) bis zur (111) reichen die Tristetraeder, von der (111) bis zur (110) die Deltoiddodekaeder. – Bei Übereinstimmung von Theorie und Beobachtung sollten die beiden Hälften der Zeichnung Spiegelsymmetrie zeigen.

Die Ausnahmestellung der (116) ist schon genannt worden. Ferner fällt auf, daß die (114) häufiger ist als die (113), während es nach der Komplikation umgekehrt sein sollte. Auch die (112) ist im Gegensatz zur Komplikationserwartung weitaus bedeutender als die (111). Hierzu stimmt auch die folgende Beobachtung: Während sich in der Nachbar-

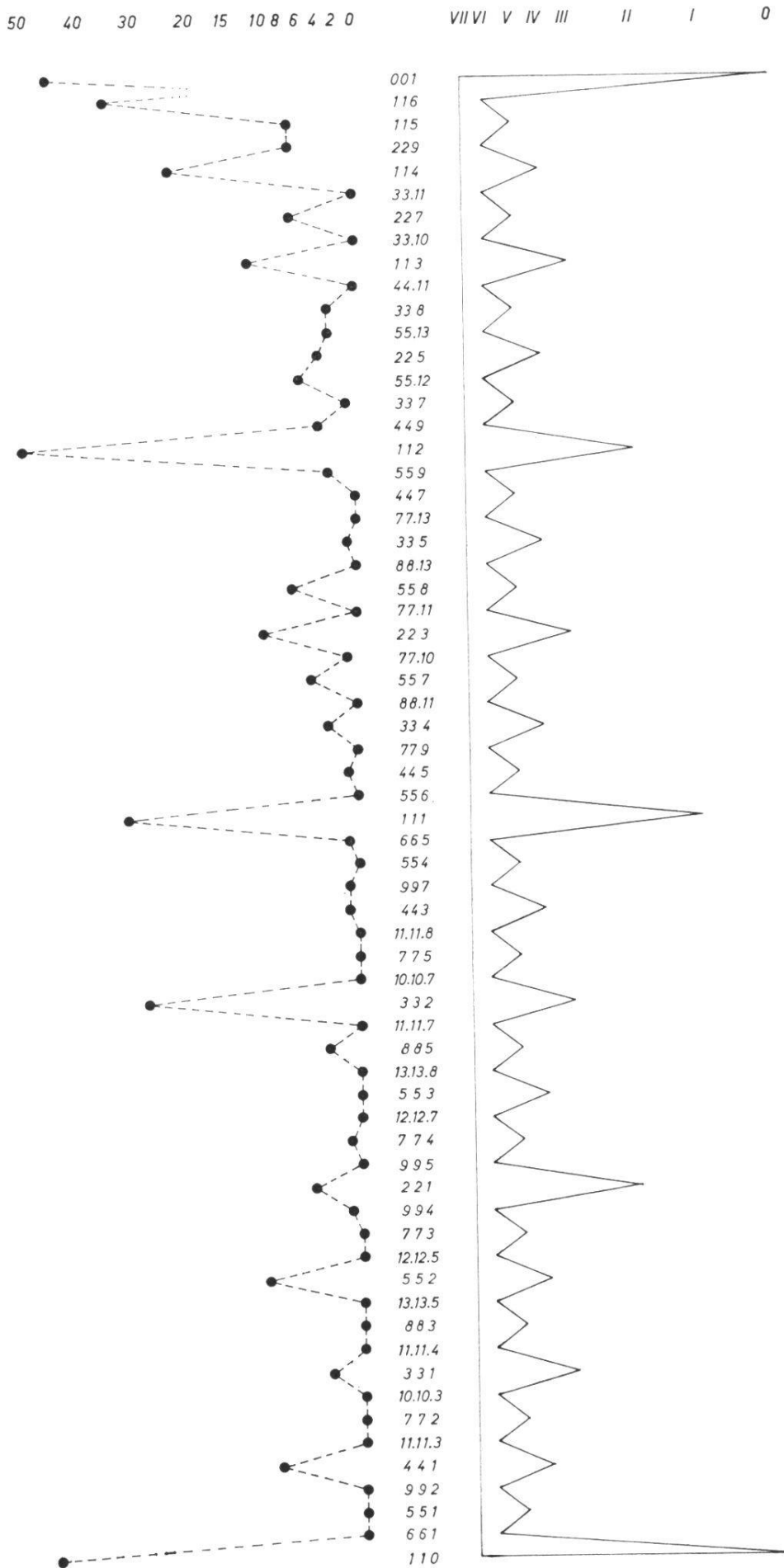


Abb. 2. Komplikationserwartbarkeit in der Zone der Tristetraeder (zwischen 001 und 111) und Deltoiddodekaeder (zwischen 111 und 110).
Rechts abgestufte « Erwartbarkeit » entsprechend der Ordnung der Ableitung 0 - VI.

Links Indexhäufigkeit der Formen (IH) entsprechend der Statistik in den Studien II) im angegebenen Maßstab.

schaft von (001) und (110) Flächen (d. h. Formen) höherer Indizes nachweisen lassen – im Sinne der « Anhäufung vizinaler Flächen nahe den Hauptknotenpunkten » nach Goldschmidt –, sind solche in der Umgebung der (111) auffällig unterdrückt.

Die Minderbesetzung des Deltoiddodekaeder-Zonenstückes als Ganzes wurde schon erwähnt; die Statistik ist hier noch unzulänglich. Das Vorwalten der (332) ist aber reell.

Es bleibt also als einzige *Unstimmigkeit von größerer Bedeutung* die zu hohe Realisierung der (116). Sie ist im Zusammenhange zu sehen mit der ansteigenden Reihe, die nicht nur von (112), (113), (114), (115), bis (116) komplett ist, sondern weitergeht mit (117), (118), (119) ... um – mit immer größeren Lücken gegen höhere Werte (111) – bis zur (1.1.76) zu kommen.

Wir hatten darauf hingewiesen, daß Baumhauer die Schwierigkeit dadurch zu umgehen versuchte, daß er als Knoten die (110) und (116) wählte. Da die (116) aber an die Bedeutung der (112) nicht heranreicht, kann man den Knoten nicht jenseits der (112) verlegen, falls man nicht gleich bis zur (001) zurückgeht.

Auch das Zonenstück (116) (112) führt zu keiner Verbesserung, wenn man nicht, wie oben erwähnt, kürzt. Mit anderen Worten, wenn man nicht nach erfolgter Komplikation (116) \rightarrow (228) \leftarrow (112) die mittlere (228) = (114) als neuen Knoten einer Komplikation (116) \rightarrow (2.2.10) \leftarrow (114) auf der linken Seite, bzw. (114) \rightarrow (226) \leftarrow (112) auf der rechten Seite ansieht. Eine weitere Addition erzeugt dann insgesamt nach Kürzung:

(116) (2.2.11) (115) (229) (114) (227) (113) (225) (112)
was eine bessere Übereinstimmung mit den Beobachtungen ergäbe. Denn die (113) und (114) tauschen die Rangplätze und die effektiv wichtige (229) taucht nicht erst in der 5. Ableitung auf.

Das eben Genannte kann aber nur als eine provisorische Hilfsvorstellung gewertet werden, da offensichtlich nur dort, wo die Wahl der Knoten zu unkürzbaren neuen Indizes führt, eine Eindeutigkeit gewahrt bleibt. Immerhin läßt sich sagen, daß die Verbesserung im Teilbereich um die (116) dadurch zu erreichen ist, daß der ursprünglichen Entwicklung zwischen den Hauptknoten (001) und (110) eine zweite Entwicklung superponiert wird.

In diesem Sinne ist die nachfolgende Skizze (Abb. 3) zu verstehen: Hier sind gestrichelt die effektiven Indexhäufigkeiten der Tristetraeder

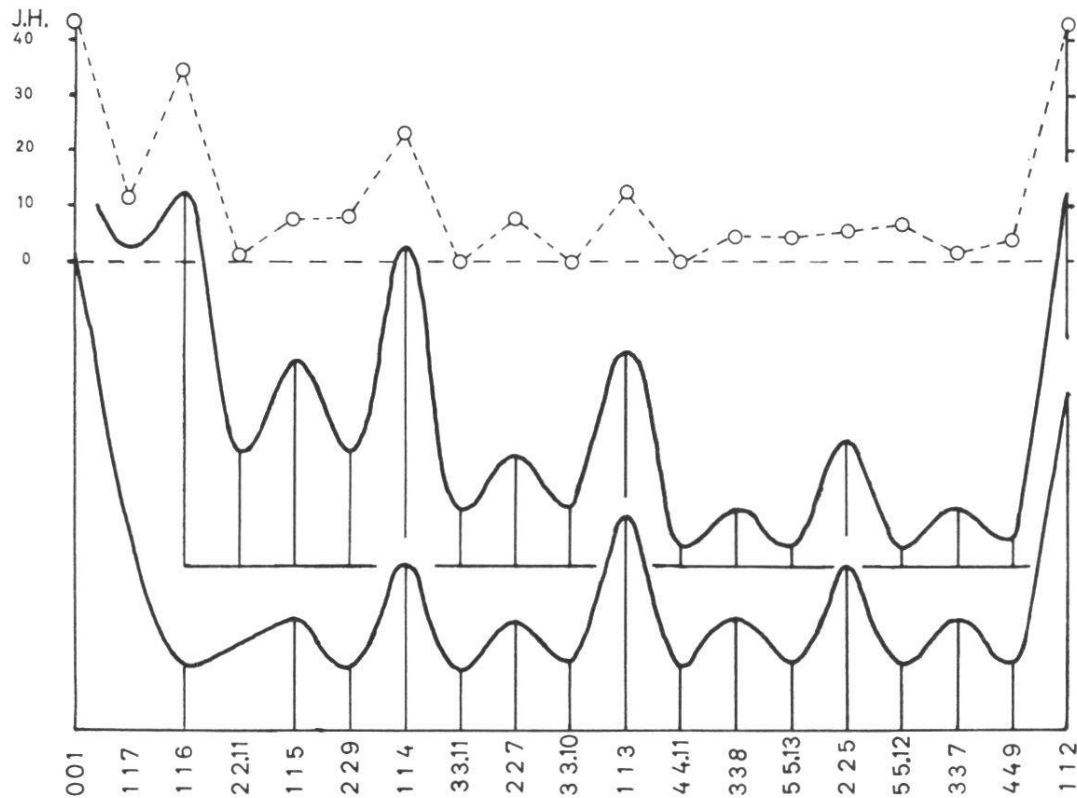


Abb. 3. Versuch einer Verbesserung der Komplikationserwartbarkeit durch Superposition ; näheres siehe im Text.

im fraglichen Bereich zwischen der (001) und der (112) eingetragen. Darunter zeigen die zwei Kurvenzüge die Komplikationserwartbarkeit. Und zwar entspricht die unterste Kurve der Gesamtableitung zwischen (001) und (110). Sie ist also ein Teilstück der Abb. 2. Darüber befindet sich die Kurve der obengenannten « inkonsequenten » provisorischen Ableitung zwischen (116) und (112). Der Maßstab ist willkürlich und bezeichnet nur die verschiedenen Stufen der Komplikationsordnung.

Man erkennt, daß die Superposition der beiden Kurven eine bessere Anpassung an die Empirie mit sich bringt als die untere Kurve allein.

e) Abschätzung der relativen Wichtigkeit bei den Tristetraedern (Tabelle II Seite 40)

Die Mannigfaltigkeit der realisierten Indizes wurde in den Studien V mittels Indizesnetzen mit den Maschen M/114 bis M/117 verständlich gemacht. Die in dieser Studie VI besprochenen Tristetraeder nehmen an einer solchen Herleitung teil. Als zweiter Gesichtspunkt für die Flächen- bzw. Formenerwartbarkeit war aber auch, wie soeben dargelegt, die Ordnung bei Anwendung der Komplikation heranzuziehen.

Wir haben nun die *Ergebnisse dieser beiden Gesichtspunkte miteinander* und mit den effektiven Flächenrealisierungen *zu vergleichen*. Dieser Versuch wird in der Tabelle II gemacht; sie ist wie folgt aufgebaut :

Theoretische Formenableitung

- (1) Alle Indizes nach der Komplikation
- (2) Rangordnung innerhalb der Komplikation :
 - (2a) Ordnung ; (2b) Erwartung ; (2c) verbesserte Erwartung
- (3) Zonenerwartbarkeit als weiteres, unabhängiges Kriterium

Effektiv beobachtete Formen

- (4) Formflächenhäufigkeit ; zu vergleichen mit (2c) und (3), also den beiden möglichen Ableitungen der Formerwartung.
- (5) Effektiv wichtige Formen ; Auswahl der Indizesliste (1).

Indizes : Hier sind sämtliche Indizes aufgeführt, die sich bei der additiven Komplikation zwischen (001) und (110) im Tristetraederanteil ergeben. Eingeklammerte Indizes sind nicht realisiert.

Komplikationsordnung : Hier ist angegeben, bei welcher Komplikation die betr. Indizes erscheinen. (001) gehört als Hauptknoten zur nullten Ordnung ; der andere Hauptknoten wäre (110) ; demnach ist die letzte Zeile der Tabelle, also die mit der (111), eine I. Ordnung.

Komplikationserwartung : Je höher die Komplikationsordnung, um so weniger wahrscheinlich ist die Realisierung der Fläche bzw. Form. Als Komplikationserwartung ist daher einfach die umgekehrte Reihenfolge aufzutragen, wir haben hier dezimale Stufen von 60 (für die nullte Ordnung) bis 0 (für die sechste Ordnung) gewählt.

verbesserte Komplikationserwartung : Gemäß der Überlegung, daß im Abschnitt zwischen (001) und (112) eine Superposition der Ableitungen vorliegt, haben wir hier die Werte der mittleren Kurve der Abb. 3 angeführt, also für die (115) statt der Erwartung Null eine von 50, für die (115) statt 10 jetzt 30 usw. — Rechts daneben steht dann die volle Liste der « verbesserten Komplikationserwartung. »

Zonenerwartbarkeit : Als zweites theoretisches Argument für die Wichtigkeit einer Fläche (bzw. Form) haben wir das Auftreten im Zonenverband genannt. Da dies eine sehr subjektiv zu handhabende Größe ist, haben wir uns darauf beschränkt,

anzugeben, ob die Fläche auf einem der Indizesnetze liegt. Je nach dem Enthaltensein in einem bestimmten Indizesnetz erhalten die Indizes einen Wert : $M/114 = 20$, $M/115 = 30$, $M/116 = 20$, $M/117 = 10$. Indizes, die mehreren Maschen zugleich angehören, erhalten den Wert 50. Indizes ohne Komplikationserwartung sind bei der Zonenerwartbarkeit nicht mehr berücksichtigt.

Formflächenhäufigkeit : Hier sind nun die empirischen Ergebnisse der Statistik aus den « Studien II » eingetragen. Mit ihnen sind die theoretischen Komplikations- und Zonenerwartbarkeiten zu vergleichen. (Alle Werte sind auf 5 abgerundet, Werte kleiner als 3 treten also nicht in Erscheinung, bzw. sind ggf. lediglich durch einen Stern markiert.)

Indizes : Hier sind alle *die* Indizes wiederholt, die nach der erfolgten Siebung noch eine Bedeutung behalten.

Die Entsprechungen zwischen theoretischer Erwartung und Empirie sind recht gut. Bei der (116) befriedigt die (durch Superposition verbesserte) Komplikationserwartbarkeit mehr als die Zonenerwartbarkeit. Die (225) sollte häufiger vorkommen, ebenso die (344). Die (445) wurde von uns wenigstens neu gefunden, ebenso die (355), wenn es auch bei der FFH nicht bis zum Wert 5 langt. Die relative Häufigkeit von (229) und (5.5.12) hatte schon Baumhauer veranlaßt, die Komplikation (116) (110) zu versuchen.

Unsere Tabelle, die bis zur VI. Ordnung geht, hat wegen der Art der Ableitung zwischen der (116) und der (001) keine Indizes mehr. Nach unserer Vorstellung von der Superposition im Bereiche der (116) wird verständlich, daß wir auch mit bedeutenderen Flächen *jenseits* von (116) rechnen müssen. Entsprechend gibt es hier auch Flächen bzw. Formen mit einer FFH größer als 5. Da diese in dem Schema fehlen müssen, sind sie der Tabelle seitlich angefügt. Diese zusätzlichen Flächen/Formen haben im Einzelnen die folgende FFH (Werte *nicht* abgerundet) : (117) = 14, (118) = 13, (119) = 11, (1.1.10) = 11, (1.1.12) = 13, (1.1.14) = 7, (1.1.28) = 10.

Abgesehen von der bis heute noch fehlenden (447), die nach dem Zonenverband wie nach der Komplikation reell sein sollte, sind somit alle Tristetraeder trotz ihres großen Indizesreichtums in ihrem Auftreten verständlich zu machen.

Tabelle II. Wichtigste Tristetraeder in der Abfolge der Komplikation (001) + (110) bis zur VI. Ordnung

(1) Indizes	(2) Komplikations- ordnung	Komplikations- erwartung	verbesserte Komplikationserwartung <i>Superposition</i>	(3) Zonen- wartbarkeit	(4) Formflächen- Häufigkeit	(5) wichtigste Tristetraeder
001	0	60		50	50	001
116	VI	.	0 + 50	20	40	116
115	V	10	10 + 20	30	10	115
229	VI	.		.	10	229
114	IV	20	20 + 20	20	30	114
(3.3.11)	VI	.		.	.	
227	V	10	bleibt	10	10	227
(3.3.10)	VI	.		.	.	
113	III	30	bleibt	20	20	113
(4.4.11)	VI	.		.	.	
338	V	10	bleibt	*	*	338
5.5.13	VI	.		.	.	
225	IV	20	bleibt	30	10	225
5.5.12	VI	.		.	10	5.5.12
337	V	10	bleibt	10	*	337
449	VI	.		.	10	449
112	II	40	40 + 10	50	55	112
559	VI	.		.	.	
(447)	V	10		10	.	(447)
(7.7.12)	VI	.		.	.	
335	IV	20		30	*	335
8.8.13	VI	.		.	.	
558	V	10		*	10	558
(7.7.11)	VI	.		.	.	
223	III	30		20	15	223
7.7.10	VI	.		.	.	
557	V	10		10	5	557
(8.8.11)	VI	.		.	.	
334	IV	20		20	5	334
(779)	VI	.		.	.	
445	V	10		30	*	445
556	VI	.		.	.	
111	I	50		40	40	111

Zwischen 001 und 116 haben ferner die folgenden Indizes eine Formflächenhäufigkeit größer als 5 : 117 ; 118 ; 119 ; 1.1.10 ; 1.1.12 ; 1.1.14 ; 1.1.28.