Zeitschrift: Bulletin de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles = Bulletin der Naturforschenden Gesellschaft Freiburg

Herausgeber: Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles

Band: 24 (1916-1918)

Vereinsnachrichten: Procès-verbaux des séances 1917 - 1918

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

1917—1918

Séance du 15 novembre 1917.

Présidence de M. le prof. P. Girardin.

(11 membres présents.)

1. Le Comité de la Société est réélu sans modifications. De même les deux reviseurs des comptes.

La lecture des comptes est approuvée et des félicitations adressées au consciencieux caissier.

Vu le coût du bulletin par suite du renchérissement des imprimés, la Société décide de ne pas en publier cette année. Nous réaliserons de ce fait une économie de plus de mille francs.

Le jeudi est maintenu comme jour des séances. La cotisation de fr. 5.— (ou 5.20 par remboursement postal) est également maintenue.

Après une discussion au sujet du maintien ou de la suppression des conférences du vendredi à la Grenette, la suppression est votée pour cet hiver, étant donnée la rareté du combustible. La Société a cru devoir prendre cette mesure, tout en ne se dissimulant pas la déception qu'elle entraînera parmi le public de nos conférences; elle sera cependant, croyons-nous, acceptée sans trop de mécontentement, si l'on prend en considération le fait que tant de familles souffrent déjà du manque de moyens de chauffage.

2. *L'influence du régime sur l'angle maxillaire antérieur et sur la dent de sagesse* [1], par M. le prof. M. Musy. — D'après M. Marcel Baudoin, l'angle maxillaire antérieur, formé par la branche montante de la mandibule avec le bord alvéolaire de cet os, varie chez les mammifères supérieurs. Son amplitude est d'environ 60° et sa valeur va de 90° à 150°. La valeur de cet angle est fonction du régime alimentaire de chaque animal et grandit à mesure que son régime est moins carnivore.

Chez les carnivores l'angle varie de 95° (glouton) à 120° (chien). Chez les herbivores il va de 120° à 150° (cheval, etc.).

Chez certains omnivores, comme les suidés, il est de 135° environ.

D'un autre côté, plus un animal est carnivore, plus la 3me grosse molaire tend à s'atrophier (loup, etc.) et même à disparaître complètement (panthère, lynx, chat, etc.). Ces deux faits anatomiques sont donc connexes.

Si l'on applique ces données à l'espèce humaine et surtout aux hommes préhistoriques et modernes, on voit qu'au paléolithique inférieur cette dent, dite *dent de sagesse,* était plus volumineuse qu'aujourd'hui et qu'elle a ensuite diminué de volume.

L'homme quaternaire était d'abord purement *végétarien* (fruits, graines, racines, etc.), puis il est devenu un peu *carnivore,* à la suite de la découverte du feu (époque moustérienne). De plus, à ce moment-là, son angle maxillaire, d'abord obtus (mandibule de Piltdown), s'est rapproché de l'angle droit (mandibule de Mauer, etc.).

A la fin du paléolithique, soit à l'époque des grandes

---

[1] Voir : Compte-rendu de l'Acad. des sc., séance du 10 sept. 1917. — Note de Marcel Baudoin.

chasses au renne, au bison, au cheval, etc., se réalise le maximum d'atrophie de la dent de sagesse.

Au néolithique (époque lacustre en Suisse), la dent de sagesse cesse de s'atrophier et même, à l'époque des métaux, elle commence à grandir en même temps que l'angle maxillaire. Or, ces phénomènes coïncident avec le développement de l'agriculture et du régime végétarien, et par conséquent il semble que la dent de sagesse devrait être en train de grandir alors pourtant qu'on répète sans cesse qu'elle est en voie d'atrophie et de disparition !

« Cette donnée nouvelle, dit M. Baudoin, explique bien d'ailleurs l'angle très obtus du fœtus (atavisme végétarien) et chez le vieillard (végétarisme obligatoire) par chute des dents. »

Sans avoir fait des mesures exactes de divers angles maxillaires, M. Musy nous exhibe deux crânes de carnivores (Irbis ou Once et Margay) chez lesquels l'angle maxillaire est manifestement plus grand que chez un ruminant (Chevreuil) ?

Séance du 6 décembre 1917.

Présidence de M. le prof. P. Girardin, vice-président.

1. *Nouvelles voies ferrées dans les Alpes orientales*, par M. Paul Girardin. — Entre 1906 et 1908, principalement, et jusqu'en 1914, a été constitué dans les Alpes orientales un nouveau réseau de voies ferrées qui est venu doubler l'ancien réseau. Cet ancien réseau comprenait la ligne du Semmering, ou Sudbahn, qui date de 1853, reliant Vienne d'une part à Trieste, d'autre

part à Venise (du temps que le royaume lombard-vénitien appartenait encore à l'Autriche) et la ligne du Brenner, unissant Innsbruck, dans la vallée de l'Inn, à Trente, dans la vallée de l'Adige, et franchissant le col à ciel ouvert, à 1360 m. d'altitude. Outre ces voies transversales, des lignes est-ouest unissaient entre eux les tronçons de vallées longitudinales, d'Innsbruck à Brück par les vallées de l'Inn et de l'Enns, de Franzensfeste à Villach, Klagenfurt et Marburg par le Pusterthal, enfin de Trente à Venise par la vallée de la Brenta (Val Sugana).

Les points d'attache des voies ferrées étaient donc Innsbruck et Vienne sur le versant nord des Alpes, Trente, Venise et Trieste, sur le versant sud.

Enfin une liaison directe, toute entière sur le territoire de la monarchie (depuis la perte de la Vénétie en 1866) avait été réalisée entre Vienne et Trieste par Brück, Graz, Marburg, Laibach et le col d'Adelsberg, d'où un embranchement conduisait aussi vers Fiume.

Le point d'attache sud des lignes nouvelles reste Trieste ; au nord, c'est Salzburg, d'où l'on gagne Linz, Passau, Ratisbonne, Munich. C'est donc une liaison directe entre l'Allemagne du sud et l'Adriatique.

Ces lignes sont constituées par trois tronçons qui se font suite bout à bout :

1° Ligne des Alpes Juliennes de Trieste à Assling (vallée de la Save) par le tunnel de Wochein.

2° Ligne des Karawanken, de Assling (Save), à Villach et Marburg (vallée de la Drave) par le tunnel des Karawanken.

3° Ligne des Hohe Tauern, entre les vallées de la Drave et de la Salzach, par le tunnel des Tauern, long de plus de 8000 m.

En outre, Linz était relié directement à Leoben et Bruck (sur la Mur), par la ligne des Alpes calcaires d'Autriche, passant en tunnel sous le col du Pyhrn. Ainsi Linz était relié doublement à Trieste par Salzburg et le tunnel des Tauern, par la Pyhrn et Marburg, et même triplement par la ligne des Karawanken.

Ajoutons qu'à travers les Alpes bavaroises deux nouvelles voies ferrées. à traction électrique, s'ajoutaient à la ligne de la vallée de l'Inn (par Kufstein) pour conduire de Munich à Innsbruck. Toutes ces lignes étaient achevées en août 1914.

Ainsi les Alpes orientales sont percées de part en part.

2. *La pharmacie homéopathique,* par M. J.-A. CUONY, pharm. — L'auteur n'a pas fourni son résumé.

Séance du 20 décembre 1917.

Présidence de M. le prof. P. Girardin, vice-président.

1. *Les chenilles du chou, leurs ennemis et les moyens de les combattre,* par M. M. MUSY. — A propos des dégâts causés, en 1917, dans les plantations de choux par les chenilles de Piérides, M. Musy nous montre les principales espèces contre lesquelles l'agriculteur doit se défendre.

Prenant pour guide J.-H. Fabre [1], il nous en donne la biologie pour arriver ensuite à nous parler, d'après le savant entomologiste de Sérignan, du *Microgaster*

[1] Voir J.-H. Fabre: Les merveilles de l'instinct chez les insectes, pag. 241 à 264. — Paris, chez Ch. Delagrave.

glomeratus, ce petit hymenoptère qui dépose ses œufs dans ceux des ***Piérides*** pour éclore dans leurs larves et se nourrir de leur sang, sans les tuer d'abord, mais en les anémiant jusqu'au moment où, prêtes à se métamorphoser, ces larves sortent de la chenille mourante pour filer leurs cocons sur son cadavre où ils restent agglomérés en hiver pour éclore au printemps suivant. Il n'est cependant pas certain qu'il y ait eu autant d'œufs de Microgaster introduits qu'il y a de larves dans les chenilles du Piéride, il est probable qu'il y a ici un phénomène de polyembryogénie, c'est-à-dire de la division d'un œuf pour donner plusieurs embryons, comme P. Marchal l'a démontré pour l'œuf d'un autre hyménoptère (Encyrtus fuscicollis Dalm.) déposé dans ceux de papillons du genre *Hyponomenta* [1]. M. Musy exhibe cependant des *Microgaster* éclos en novembre dans un local modérément chauffé au musée de Fribourg.

L'auteur se demande ensuite si nous ne devons pas attribuer la multiplication énorme des Piérides en 1917 au fait qu'après l'hiver rigoureux 1916-17, les oiseaux, spécialement les moineaux, lui ont paru très rares dès le printemps! Il déplore ensuite la disparition de presque toutes les haies vives qui jadis offraient à la gent ailée des refuges sûrs et des places convenables de nidification. Il cite à ce sujet l'observation faite par une dame qui habite la campagne près de Fribourg; un carré de choux situé dans le voisinage d'un taillis n'a pas souffert, tandis qu'un autre, peu éloigné du premier, a été dévoré par les chenilles des Piérides. M. Musy cite, en outre, deux faits constatés par deux personnes sûres, l'un dans le canton d'Argovie, l'autre dans le Bas-Valais.

---

[1] Voir P. Marchal; La polyembryogonie spécifique ou germinogonie (en zoologie expérimentale, 4[me] série, tome IV. 1906).

En Argovie, des choux ordinaires, plantés dans le voisinage d'une culture de tomates, ont été épargnés pendant que les autres ont été dévorés.

En Valais, ce fut le même cas: des choux de Bruxelles sont restés intacts au voisinage de tomates, alors que les choux ordinaires, plus éloignés, ont été détruits. Ces deux observations concordantes semblent indiquer que l'odeur des tomates répugne aux chenilles des Piérides et constitue ainsi un précieux moyen de se défendre contre elles.

Si l'on veut bien se rappeler que c'est par l'odorat que sont guidés les insectes, soit dans la recherche de leur nourriture, soit dans celle des sexes entre eux, les deux faits cités paraissent très probants et l'on ne peut qu'engager les agriculteurs à en profiter sans négliger la protection des oiseaux en les nourrissant en hiver et en leur sacrifiant quelques haies et taillis pour abriter leurs couvées.

Il faut toutefois ajouter que deux membres de la société citent des faits qui semblent contredire les observations précédentes et M. le Dr Pittet pense que les choux sont plus en sûreté en pleine campagne, loin des bois et des maisons, et il croit que les choux que l'on trouve actuellement sur notre marché ont été cultivés dans ces conditions.

2. *Les applications de l'aluminium*, par Charles Joye. — L'auteur commence par rappeler le principe de la fabrication de l'aluminium par électrolyse de l'alumine fondue et dissoute dans la cryolithe.

Ce métal dont le prix de revient dépassait 1200 fr. le kg. vers 1860 coûte actuellement 1,70 à 2 fr. et ses applications se sont immédiatement étendues à toutes les branches des industries modernes.

L'électrotechnie, qui souffre profondément de la pénurie de cuivre, en fait un emploi de plus en plus répandu. Les conductibilités du cuivre et de l'aluminium étant dans le rapport de 60 à 100, il faut, pour obtenir un circuit de même résistance électrique, remplacer le cuivre par un conducteur d'aluminium dont la section est 1,7 fois plus grande, mais, grâce à la faible densité de l'aluminium, ce conducteur, quoique de section plus forte, a un poids qui n'est que la moitié de celui du conducteur de cuivre. De plus, la pellicule d'alumine dont se recouvrent les fils d'aluminium est, dans certains cas, suffisamment isolante pour qu'on puisse employer du fil nu.

Donc, double avantage : réduction de poids et suppression de l'isolant artificiel.

L'industrie de l'automobile et des moteurs à explosion a trouvé dans l'aluminium un précieux auxiliaire, puisqu'il sert à la fabrication des carters de moteurs et des boîtes de différentiel, la carrosserie l'utilise pour les caisses de voitures et pour les roues de camions qui sont ensuite pourvues d'un bandage d'acier. Les tubes d'aluminium ont de même favorisé le développement des constructions d'avions et de dirigeables en réduisant beaucoup le poids des appareils.

Dans les chantiers navals, on emploie le plus possible l'aluminium pour les pièces métalliques situées au dessus de la ligne de flottaison, le résultat est un abaissement du centre de gravité et un accroissement de la stabilité du navire.

Des procédés permettant d'obtenir l'aluminium en feuilles très minces, jusqu'à $^1/_{100}$ de $^m/_m$ font que ce métal a remplacé l'étain pour les emballages de thé, de chocolat et de toutes les denrées que l'on veut préserver de l'humidité.

Les abondants résidus de la préparation de feuilles d'aluminium sont finement pulvérisés et donnent naissance à la poudre d'aluminium dont les emplois sont très variés.

On fait de cette poudre des vernis anti-rouilles qui ne se craquèlent pas sous l'influence des variations de température. Elle sert à métalliser et à rendre étanches les papiers parchemin.

Mélangée à des sels qui cèdent facilement leur oxygène, la poudre d'aluminium peut fournir de violents explosifs, ou des poudres inflammables qui remplacent avantageusement le magnésium en photographie.

La limaille d'aluminium, mélangée à du chlorure mercurique et à du cyanure de potassium, constitue l'hydrogénite qui sous l'action de l'eau fournit un hydrogène très pur.

Outre les nombreux ustensiles de ménage en aluminium, il convient de citer les bacs en aluminium qui servent au transport des acides et où la couche de sel formé préserve le reste du métal de l'attaque du corrosif.

Les propriétés réductrices de l'aluminium le font apprécier dans l'affinage des fontes et des aciers où il tend à se substituer au silicium. L'aluminothermie n'est qu'une autre application de cette même propriété. On peut dès maintenant prévoir que l'aluminium sera appelé à de nouvelles applications, car on a trouvé des procédés de cuivrage et de nickelage électrolytique de l'aluminium qui ont donné des résultats très satisfaisants.

Il faut citer enfin les essais qui ont été faits pour utiliser l'aluminium à la frappe des monnaies. Sa sonorité, sa dureté, son inaltérabilité et sa légèreté en feront certainement la monnaie de l'avenir.

Séance du 3 janvier 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

M. MUSY, prof., nous a parlé des *Acquisitions du Musée d'histoire naturelle durant l'année 1917.* Le compte-rendu de cette communication, qui ne peut être aisément écourté, paraîtra in extenso dans notre bulletin annuel.

Séance du 17 janvier 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *Über pleochroitische Höfe,* von Herrn Dr. P. KOLLER. — Seitdem man begonnen hatte die Gesteine in Dünnschliffen unter dem Mikroskope zu studieren, wurde man auf Stellen in gewissen Mineralien aufmerksam, die sich durch eine intensivere Färbung auszeichnen. Sie zeigen einen deutlichen Pleochroismus und weil sie sich zonenförmig um einen inneren Kern lagern, nannte man sie „pleochroitische Höfe". Nähere Untersuchungen zeigten, dass die Doppelbrechung in diesen Höfen mehr oder weniger stark geändert ist und dass die Färbung durch Erhitzen zum Verschwinden gebracht werden kann. Man stellte verschiedene Hypothesen auf um diese Erscheinung zu erklären. Am meisten Anklang fand diejenige, die besagt, dass es organische Substanzen seien, die die Färbung hervorbrächten.

Im Jahre 1907 kamen nun *Joly* in Dublin und *Mügge* in Göttingen, beide gleichzeitig und unabhängig von einander, auf den Gedanken, dass die pleochroitischen Höfe einer radioaktiven Strahlung ihren Ursprung verdanken. Es war damals schon bekannt, dass die Gesteine eine mehr oder minder starke Radioaktivität besitzen; ebenso wusste man, dass Mineralien unter dem Einfluss der Radiumstrahlen eine Färbung annehmen können. Darnach konnte man erwarten, dass die Färbung der pleochroitischen Höfe auch durch Radiumstrahlen entstanden sein dürften und zwar besonders durch solche Mineralien, die sich als besonders radioaktiv gezeigt haben. Dies wären nach einer früheren Untersuchung *Strutt's* besonders Zirkon, Apatit, Titanit, Orthit, Rutil. Nun finden sich neben anderen gerade um obengenannte Mineralien als Kern am häufigsten die Höfe.

Um die Behauptung auf ihre Richtigkeit zu prüfen, versuchte *Mügge* die Höfe künstlich zu erzeugen, indem er auf das Mineral, in dem er einen solchen Hof hervorrufen wollte, ein mikroskopisch kleines Körnchen von Radiumbromid legte. Er erhielt auf diese Weise tatsächlich Erscheinungen, die den natürlichen Höfen mit allen ihren Eigenschaften vollständig entsprachen.

Man findet die Höfe hauptsächlich in Biotit, Muskovit, Hornblende, Cordierit und Turmalin, also in Mineralien, die sich häufig durch Pleochroismus auszeichnen. Sie treten meistens auf um Zirkon, Apatit, Orthit, Titanit, Rutil. Diese enthalten immer Thoriumhaltige Substanzen beigemengt, die dann durch ihre Strahlung die Färbung hervorbringen. Zu beachten ist, dass so viel man bis jetzt beobachten konnte, die Höfe nur um solche Mineralien auftreten, die schon etwas zersetzt sind, oder eine Verwitterungsrinde besitzen. Dies stimmt mit Beobachtungen von *Gockel* überein, der fand, dass Zirkone nur dann eine Radioaktivität zeigen, wenn sie eine Verwitterungsrinde haben; die Aktivität nimmt nach ihm mit der Reinheit des Materials ab.

Von den Strahlen, welche die radioaktiven Substanzen aussenden, sind es nur die α Strahlen, welche die pleochroitischen Höfe hervorbringen. Die Breite der Höfe entspricht genau der Reichweite der α Strahlen in dem bretreffenden Mineral. Manchmal sieht man auch ein Maximum der Färbung am Rande der Höfe, entsprechend dem Umstande, dass die Wirksamkeit der α Strahlen am stärksten am Ende ihrer Reichweite ist. Da aber die Strahlung infolge der verschiedenen Zerfallsprodukte des Thoriums und eventueller Beimischung von anderen radioaktiven Substanzen ziemlich komplexer Natur ist, verwischen sich die Intensitätsunterschiede und der Hof ist meistens gleich stark gefärbt. Nur zeigt sich häufig noch ein schwächerer äusserer Ring, der dann den α Strahlen von Thorium X und Radium X entspricht, die eine grössere Reichweite haben. *Mügge* legte bei seinen Experimenten zwischen Radiumbromid und dem Mineral ein Aluminiumblättchen von 0,04 mm Dicke, dass alle α Strahlen absorbiert, die β und γ Strahlen aber hindurchlässt. Hier konnte auch durch längste Einwirkung keine Färbung erzielt werden. Bei Anwendung eines Blättchens von 0,01 mm Dicke, was nur einen Teil der α Strahlen absorbiert, konnte schon nach einiger Zeit ein künstlicher Hof beobachtet werden. Daraus sieht man, dass es die α Strahlen sind, die die Färbung verursachen. Worin dieselbe aber besteht ist noch völlig zweifelhaft, vielleicht ist sie auf die Bildung eines kolloiden Metalles zurückzuführen.

Einen absoluten Schluss auf das Alter der Gesteine, so verlockend es auch erscheint, erlaubt das Auftreten der pleochroitischen Höfe nicht.

2. *A propos du nom du lac de la Girotte (Haute-Savoie), acquis comme bassin d'alimentation par les établissements Paul Girod, à Ugine,* par M. le prof. P. Girardin. — M. Paul Girardin fait ressortir la multiplicité des termes qui désignent, en commençant par les Alpes du Cadore et du Comelico, les diverses constructions élevées sur l'alpage, à l'usage des hommes, des bêtes, des produits du lait, du foin, et montre que les vocables qui désignent la construction du même type sont souvent les mêmes d'un bout de la chaîne à l'autre, par-dessous les variantes introduites par les dialectes, apportées par les déformations de la prononciation. De ce nombre est le mot qui désigne, parmi les différents types de chalets, celui qui sert à la fabrication du fromage, et pour lequel le mot fromagerie ou fruiterie tend à prévaloir. Dans les Alpes italiennes, c'est la *Casere,* issu directement de la dénomination latine du fromage ; dans les Grisons, c'est la *Cascheria* (pron. *Cagéria*), dans les vallées affluentes du Rhône valaisan, tel que le Val d'Anniviers, c'est la *Zigiere (Dzigiére)* — le nom du glacier de Zigiorenove — enfin, dans la Savoie, au nord du col du Mont Iseran (Tarentaise, vallée de Beaufort), c'est la *Tzire.* Ces quatre mots se ramènent à la même forme originelle. Auprès du lac de la Girotte, non loin de Beaufort, se trouve une Tzire de ce genre, sous la forme diminutive *Tzirotte,* enregistrée sur la carte d'état major sous la forme Girotte. Cette forme diminutive est fréquente, par exemple Marne, Marnotte.

3. *L'illusion du « trou dans la main,* » par M. le Dr Théobald Musy. — M. le Dr Théobald Musy

répète l'expérience du Dr Cantonnet relatée dans *La Nature* et montre comment une simple expérience fondée sur une illusion d'optique peut fournir à l'oculiste des données importantes soit sur l'état de la vision chez le sujet de l'expérience, soit sur l'équilibre musculaire des yeux de son patient.

Séance du 31 janvier 1918.

Présidence de M. le prof. M. Pancherel, président.

1. *L'œuvre séculaire de la Société helvétique des sciences naturelles et la question du charbon en Suisse*[1], par M. le prof. M. Musy. — Le 24 septembre 1917, M. le prof. Dr Albert Heim a donné une conférence à nos députés aux Chambres fédérales à Berne. Le comité de la *Société helvétique des sciences naturelles* l'avait chargé de renseigner nos autorités fédérales sur l'œuvre patriotique accomplie pendant un siècle par cette société, de manière à légitimer les subsides reçus jusqu'ici de la Confédération et à montrer que non seulement ces subsides ne peuvent pas être réduits, mais qu'au contraire ils devraient être augmentés, principalement en vue des recherches géologiques dans notre pays. M. Musy a cru utile de faire connaître cet intéressant travail à ses jeunes collègues de la Société fribourgeoise en les engageant à entrer plus nombreux dans la Société helvétique des sciences naturelles. Il a insisté spécia-

[1] Albert Heim: Vaterländische Naturforschung mit Berücksichtigung ihrer Bedeutung für die heutigen Zeitverhältnisse. Bern, Verlag A. Francke, 1917.

lement sur la question du charbon en Suisse et sur la nécessité des études géologiques au point de vue des sources, des mines, etc. M. Musy a ajouté quelques mots sur les mines de Semsales-Progens.

Séance du 14 février 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *La théorie élémentaire du planimètre d'Amsler,* par M. le prof. M. Plancherel.

1. *Le planimètre et son mode d'emploi.* — Le planimètre d'Amsler est un instrument à l'aide duquel le géomètre, le cartographe peuvent mesurer l'aire d'une surface plane de forme quelconque. Il se compose essentiellement de deux tiges métalliques OC, AB, reliées en C par une charnière (fig. 1). A l'extrémité A est fixée une roulette graduée, mobile autour d'un axe parallèle à AB. L'extrémité B porte un style et le point O une pointe fine permettant de le fixer sur la planche portant le graphique de l'aire à mesurer. Une vis sans fin relie la roulette à un compte-tours; l'adjonction d'un vernier à la roulette augmente la précision des mesures.

Pour mesurer à l'aide du planimètre l'aire plane limitée par un contour fermé quelconque qui ne s'entrecoupe pas, on fixera en un point quelconque du plan de l'aire le *centre* O du planimètre, puis on amènera le style B sur un point M du contour. Dans cette position de l'instrument la roulette touche le plan de l'aire. Soit n_1 l'*état* du compteur, c'est-à-dire le nombre entier marqué au compte-tours augmenté de la fraction de tour donnée par la graduation de la roulette qui se trouve en regard d'un point de repère fixe porté par la tige AB. A l'aide de la main, nous ferons suivre au style le contour de l'aire donnée et enregistrerons le nouvel état n_2 du compteur à l'arrivée au point de départ M. La différence $n = n_2 - n_1$ que nous appellerons le *déroulement* relatif au contour parcouru par le style, dépend quant à son signe du sens dans lequel le contour a été parcouru, mais est indépendante du point de départ M.

Nous conviendrons, comme en géométrie analytique, de regarder comme positive ou négative l'aire limitée par un contour selon qu'il est parcouru en sens contraire des aiguilles d'une montre (sens positif) ou dans le sens des aiguilles d'une montre (sens négatif). Avec cette convention, l'aire S limitée par le contour donné est mesurée, en grandeur et en signe, par la formule

$$S = k\,n \tag{1}$$

lorsque le centre du planimètre n'appartient pas à l'aire et par la formule

$$S = \pm\, h + k\,n \tag{2}$$

lorsque le centre du planimètre est un point intérieur à l'aire. Dans la formule (2), il faut affecter h du signe $+$ ou du signe $-$ selon que le contour de S est parcouru par le style dans le sens positif ou dans le sens négatif. h et k sont des constantes *caractéristiques* du planimètre. Leur valeur ne dépend que des dimensions de l'instrument, nous la donnerons plus loin.

Il est à remarquer, d'ailleurs, que l'on peut déterminer directement h et k avec le planimètre. Il suffira de construire deux carrés de côté a et b, le premier avec le centre du planimètre à son extérieur, le second avec le centre à son intérieur. n' et n'' étant les déroulements respectifs relatifs aux contours du premier et du second carrés parcourus dans le sens positif, les formules (1) et (2) donnent

$$k = \frac{a^2}{n'}, \ h = b^2 - \frac{a^2}{n'} n''$$

2. *L'axe de la roulette reste parallèle à une droite fixe.* — Pour établir les formules du planimètre, il est nécessaire d'étudier d'abord la manière dont se déroule la roulette dans des cas simples. Le déroulement ne dépend pas seulement du chemin décrit par le centre de la roulette, il dépend aussi de la direction de l'axe de la roulette en chaque point du chemin. Nous étudierons en premier lieu le cas le plus simple, celui dans lequel l'axe de la roulette reste, en chaque point du chemin, parallèle à une droite fixe.

a) Si le centre de la roulette décrit un segment rectiligne parallèle à la direction fixe de son axe, la roulette glisse sans rouler. L'état du compteur ne varie pas, le déroulement est nul.

b) Si le centre de la roulette décrit un segment rectiligne perpendiculaire à la direction fixe de son axe, la roulette roule sans glisser. Chaque tour de roulette correspond au roulement sur un segment de longueur égale au périmètre de celle-ci. Si donc ϱ est le rayon de la roulette, s la longueur du segment, n le déroulement, on aura

$$s = \pm 2 \pi \varrho n, \ n = \pm \frac{s}{2 \pi \varrho} \tag{3}$$

le signe $+$ est à prendre lorsque la direction parcourue sur le segment coïncide avec la direction croissante de

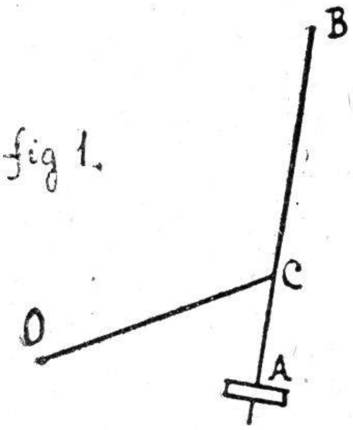

fig 1.

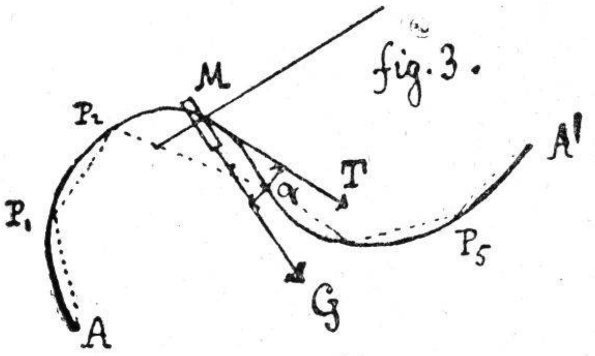

fig. 3.

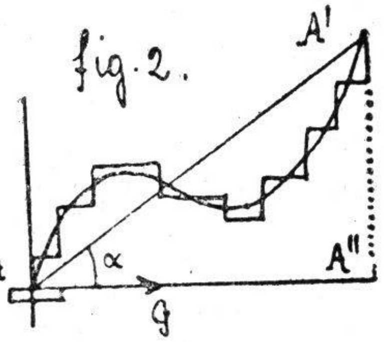

fig. 2.

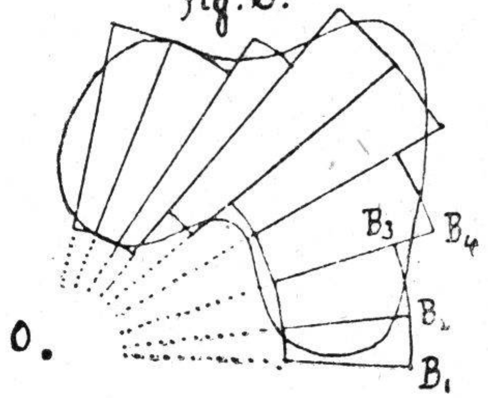

fig. 6.

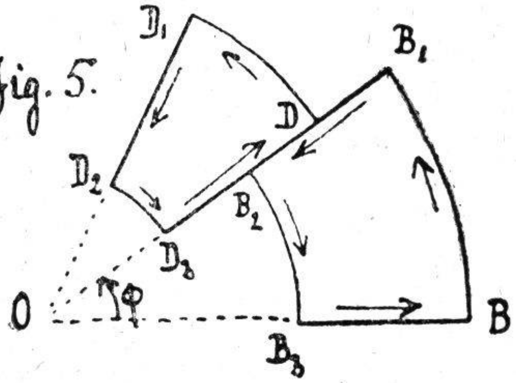

fig. 5.

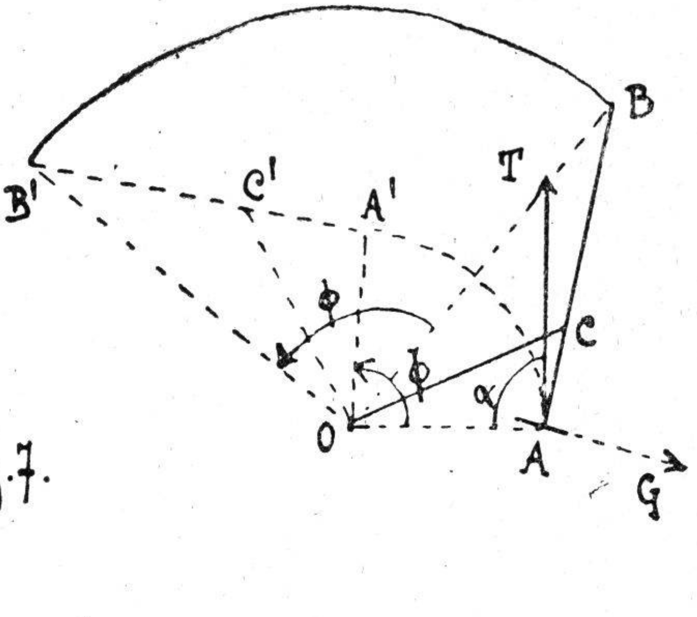

fig. 4.

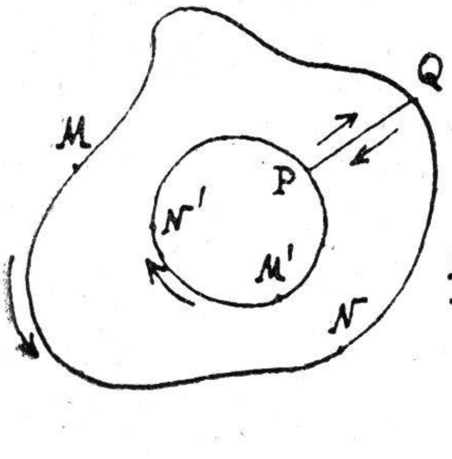

fig. 7.

la graduation de la roulette, le signe — est à prendre dans le cas contraire.

c) Si le centre de la roulette décrit une ligne polygonale en forme d'escalier (fig. 2) dont les côtés sont alternativement parallèles et perpendiculaires à la direction fixe de l'axe de la roulette, le mouvement est une suite alternée de glissements et de roulements. Reliant deux points A, A′ par un escalier quelconque, on voit de suite que le déroulement n de la roulette dont le centre suit l'escalier de A à A′ est le même que le déroulement qu'aurait la roulette si son centre suivait le segment AA″, projection de l'escalier sur une perpendiculaire en A à l'axe de la roulette. Par conséquent

$$n = \pm \frac{\overline{AA''}}{2\pi\varrho} \tag{4}$$

d) Quel que soit l'escalier suivi, le déroulement ne dépend donc que de la distance des deux points A, A′ et de l'inclinaison de $\overrightarrow{AA'}$ sur l'axe de la roulette. Etant donnée une courbe quelconque reliant A et A′, nous pouvons toujours construire des escaliers qui s'en rapprochent autant que l'on veut (fig. 2). Or, quelque rapprochés de la courbe que soient ces escaliers, le déroulement de la roulette est pour tous le même. Ceci nous amène à conclure (en regardant, pour ainsi dire, la courbe comme la limite d'une suite d'escaliers dont les marches deviennent infiniment petites) que lorsque le centre de la roulette décrit une courbe quelconque reliant A à A′, le déroulement le long de cette courbe est encore donné par la formule (4).

Nous appellerons ***direction positive de la roulette*** la direction $\overrightarrow{AG}$ perpendiculaire à l'axe de la roulette, pour laquelle le déroulement de la roulette est positif. La direction $\overrightarrow{AG}$ correspond donc au sens croissant de la graduation de la roulette. Soit α l'angle $\widehat{A'AG}$. En remarquant que $\pm\overline{AA''} = \overline{AA'} \cos \alpha$, la formule (4) se ramène à la suivante:

$$n = \frac{\overline{AA'} . \cos \alpha}{2 \pi \varrho} \tag{5}$$

qui donne, en grandeur et en signe, le déroulement de la roulette dont le centre se meut de A à A′ suivant un chemin quelconque et dont l'axe reste parallèle à une droite fixe en chaque point du chemin.

3. *La roulette a en chaque point de son chemin une inclinaison constante.* — Soit AA′ (fig. 3) un arc de courbe quelconque parcouru de A à A′ par le centre de la roulette, M un point quelconque de cet arc, $\overrightarrow{MT}$ la tangente, menée dans le sens de parcours de l'arc et $\overrightarrow{MG}$ la direction positive de la roulette au point M. *L'inclinaison* au point M *de la roulette sur son chemin* est caractérisée par l'angle $\alpha = \widehat{TMG}$, que nous prendrons pour sa mesure. Nous supposons que *cet angle α reste constant* pendant le parcours de l'arc AA′ par la roulette. Pour construire un mouvement *approché* du mouvement réellement effectué par la roulette sur AA′, inscrivons dans cet arc une ligne polygonale $AP_1 P_2 \ldots P_m A'$. Partant de A, nous ferons suivre à la roulette le segment AP_1 avec l'inclinaison donnée α. Pour pouvoir faire suivre le segment $P_1 P_2$ avec la même inclinaison α, nous serons obligés de

faire pivoter la roulette en P_1 autour de son centre d'un angle égal à l'angle des deux segments $\overrightarrow{AP_1}$, $\overrightarrow{P_1P_2}$; mais il est à noter que ce pivotement n'entraîne aucun déroulement. Ceci fait, le segment P_1P_2 sera suivi dans les mêmes conditions que AP_1 et ainsi de suite.

Le déroulement total relatif au trajet $AP_1P_2 \dots P_m A'$, opéré dans ces conditions, s'obtient par la formule (5); il est égal à

$$n = (\overline{A\,P_1} + \overline{P_1\,P_2} + \dots + \overline{P_m\,A'}) \frac{\cos \alpha}{2\,\pi\,\varrho}$$

Il est donc égal au produit par $\dfrac{\cos \alpha}{2\,\pi\,\varrho}$ de la longueur de la ligne polygonale $AP_1P_2 \dots P_m A'$. Si l'on considère une suite de lignes polygonales de ce genre ayant comme limite l'arc AA' donné, la longueur de ces lignes polygonales a pour limite la longueur s de l'arc AA'; de plus, le mouvement approché de la roulette aura comme limite le mouvement effectif de celle-ci sur l'arc AA'. Il vient donc, à la limite (en envisageant, pour ainsi dire, l'arc comme une ligne polygonale à côtés infiniment petits), pour le déroulement sur l'arc

$$n = \frac{s \cos \alpha}{2\,\pi\,\varrho} \tag{6}$$

4. *Le style décrit un arc de cercle de centre O.* — Lorsque le style B décrit un arc de cercle BB′ ayant son centre au centre O du planimètre, le triangle OCB a ses côtés de longueur invariable pendant tout le mouvement. Il en résulte que $\widehat{OCB}$ reste invariable lui aussi. En d'autres termes, le planimètre se meut comme s'il avait sa charnière bloquée, donc comme un bloc rigide. Chacun de ses points décrit par conséquent un

arc de même amplitude autour de O et chacun des angles de la figure reste invariable pendant le mouvement. Le centre A de la roulette décrit donc un arc de cercle AA′ et l'inclinaison $\alpha = \widehat{GAT}$ de la roulette sur cet arc reste constante. Le déroulement est donc, d'après (6)

$$n = \frac{\text{arc AA}'}{2\pi\varrho} \cos \widehat{GAT}.$$

Si la direction positive de la roulette est celle indiquée dans la fig. 4, ce déroulement est positif pour un arc AA′ décrit dans le sens des aiguilles d'une montre et négatif dans le cas contraire. Désignons par φ l'amplitude de l'arc AA′ et convenons de regarder φ comme positif ou négatif selon que l'arc AA′ est décrit en sens contraire ou dans le sens des aiguilles d'une montre. AG et AT sont respectivement perpendiculaires à OA et AB; il en résulte $\widehat{OAB} = \widehat{GAT}$ lorsque $\varphi > 0$ et $\widehat{OAB} = \pi - \widehat{GAT}$ lorsque $\varphi < 0$. On aura, par suite, en grandeur et en signe

$$\text{arc AA}'.\cos \widehat{GAT} = r\,\varphi \cos \alpha$$

si nous notons pour simplifier $r = \overline{OA}$, $\alpha = \widehat{OAB}$. Par conséquent

$$n = \frac{r\,\varphi \cos \alpha}{2\pi\varrho}$$

Introduisons encore les abréviations

$$\overline{OB} = R,\ \overline{OC} = l_1,\ \overline{BC} = l,\ \overline{AC} = l_2.$$

l, l_1, l_2 sont des constantes *caractéristiques* de l'instrument. Le triangle OAB donne

$$\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 - 2\,\overline{OA}.\,\overline{OB}\cos\widehat{OAB}$$

ou $$R^2 = r^2 + (l + l_2)^2 - 2\,r\,(l + l_2)\cos\alpha$$

$$= (l^2 + 2\,l\,l_2 - 2\,r\,l\cos\alpha) + (r^2 + l_2{}^2 - 2\,r\,l_2\cos\alpha)$$

Or, dans le triangle OAC

$$\overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 - 2\,\overline{OA}\;\overline{AC}\cos\widehat{OAC}$$

ou $$l_1{}^2 = r^2 + l_2{}^2 - 2\,r\,l_2\cos\alpha.$$

Par conséquent

$$R^2 = l^2 + 2\,l\,l_2 - 2\,r\,l\cos\alpha + l_1{}^2$$

d'où $$r\cos\alpha = \frac{l^2 + 2\,l\,l_2 + l_2 - R^2}{2\,l}$$

et $$n = \frac{r\,\varphi\cos\alpha}{2\,\pi\,\varrho} = \frac{l^2 + 2\,l\,l_2 + l^2 - R^2}{4\,\pi\,\varrho\,l}\,\varphi \qquad (7)$$

Telle est, en grandeur et en signe, la mesure du déroulement lorsque le style du planimètre décrit un arc de cercle de rayon R, d'amplitude φ, et de centre au centre du planimètre.

5. *Le style décrit le contour d'un secteur annulaire.* — Soit $BB_1B_2B_3B$ le contour d'un secteur annulaire limité par deux arcs de cercles concentriques BB_1, B_2B_3 et par deux segments rectilignes BB_3, B_1B_2 dont les prolongements se coupent au centre O des deux arcs de cercle (fig. 5). Plaçons le centre du planimètre au point O et faisons décrire au style le contour du secteur annulaire dans l'ordre B, B_1, B_2, B_3, B des sommets. Le déroulement sera la somme algébrique des déroulements relatifs à BB_1, B_1B_2, B_2B_3, B_3B. On se rend compte aisément que les déroulements relatifs à B_1B_2 et B_3B sont égaux et de signes contraires, leur somme est donc nulle; ceci provient du fait que les segments B_1B_2, B_3B

peuvent être amenés à superposition par une rotation de centre O. Le déroulement total se réduit donc à la somme algébrique des déroulements relatifs aux deux arcs de cercle BB_1, B_2B_3. Si nous désignons par φ, en grandeur et en signe, l'angle au centre de l'arc BB_1 parcouru de B à B_1, puis par R_1 et R_2 les rayons OB, OB_3, le déroulement relatif à BB_1 est d'après (7)

$$n_1 = \frac{l^2 + 2\,l\,l_2 + l_1{}^2 - R_1{}^2}{4\,\pi\,\varrho\,l}\,\varphi$$

et le déroulement relatif à B_2B_3

$$n_2 = -\frac{l^2 + 2\,l\,l_2 + l_1{}^2 - R_2{}^2}{4\,\pi\,\varrho\,l}\,\varphi$$

car l'angle au centre de l'arc B_2B_3 est mesuré par $-\varphi$, puisque son sens de parcours est contraire à celui de BB_1. Le déroulement relatif au contour du secteur annulaire a donc pour valeur, simplifications faites

$$n = n_1 + n_2 = -\frac{R_1{}^2 - R_2{}^2}{4\,\pi\,\varrho\,l}\,\varphi$$

Or, l'expression $\dfrac{R_1{}^2 - R_2{}^2}{2}\,\varphi$ n'est autre chose, en grandeur et en signe, que l'aire S du secteur annulaire dont le contour est décrit dans le sens $BB_1B_2\ldots$. Par conséquent

$$n = -\frac{S}{2\,\pi\,\varrho\,l},\quad S = -2\,\pi\,\varrho\,l\,n$$

Nous noterons pour abréger

$$k = -2\,\pi\,\varrho\,l \tag{8}$$

Donc $$n = \frac{S}{k},\quad S = k\,n \tag{9}$$

k est une constante qui ne dépend que des dimensions de l'instrumeut.

Nous venons d'obtenir précisément la formule (1). Il s'agira maintenant d'étendre cette formule (démontrée ici pour un secteur annulaire) à une aire de forme quelconque. L'extension suivante est immédiate.

Juxtaposons (fig. 5) deux secteurs annulaires $BB_1B_2B_3$, $DD_1D_2D_3$ de même centre O, d'aires respectives S_1, S_2. Plaçant toujours le centre du planimètre au point O, soient n_1, n_2 les déroulements obtenus lorsque le style parcourt les contours de chacun des secteurs dans le sens BB_1 ...., DD_1 .... . (9) nous donne

$$S_1 = k\, n_1,\ S_2 = k\, n_2.$$

d'où
$$S_1 + S_2 = k\,(n_1 + n_2).$$

Or, S_1+S_2 n'est autre chose que l'aire S limitée par le contour $BB_1DD_1D_2D_3B_2B_3B$. La formule (9) sera donc étendue à l'aire formée par la juxtaposition de deux secteurs annulaires de même centre, si nous montrons que $n_1 + n_2$ est égal au déroulement n relatif au contour BB_1D .... B de l'aire S. Il en est bien ainsi, car la somme des déroulements $n_1 + n_2$ ne diffère du déroulement n que par les deux déroulements de sens contraire relatifs au segment DB_2 commun au contour de S_1 et de S_2. Par conséquent $n_1 + n_2 = n$, et donc $S = kn$.

L'extension de la formule (9) à l'aire formée par la juxtaposition d'un nombre quelconque de secteurs annulaires de même centre est une conséquence immédiate de sa validité pour l'aire formée par la juxtaposition de deux de ces secteurs.

6. *Le cas d'une aire quelconque.* — Supposons d'abord le centre O du planimètre à l'extérieur de l'aire. Il est possible, par juxtaposition de secteurs annulaires de centre O, de construire une aire S′ limitée par un

contour $B_1 B_2 B_3 \dots B_n B_1$ (fig. 6), de telle sorte que l'écart radial maximum du contour de S et du contour de S′, et par conséquent la différence S—S′, soient aussi petits que l'on veut. Si n' est le déroulement de la roulette lorsque le style décrit le contour de S′, nous savons que $S' = k n'$. Or, plus l'écart radial diminue, plus le contour de S′ se rapproche de celui de S, plus, par conséquent, le déroulement n' est approché [1] du déroulement n relatif au contour de S. A la limite donc, en envisageant pour ainsi dire l'aire S comme formée par la juxtaposition d'une infinité de secteurs annulaires d'amplitude infiniment petite, il viendra encore $S = k n$. La formule (1) est donc démontrée pour une aire quelconque.

Si le centre O du planimètre est à l'intérieur de l'aire S, il n'est plus possible d'approcher à la fois l'aire et son contour par juxtaposition de secteurs annulaires. Décrivons un cercle de centre O et de rayon R, entièrement intérieur à l'aire donnée. Relions, par un segment rectiligne, un point P de ce cercle à un point Q du contour de l'aire S. Faisons suivre au style le contour PQMNQPM′N′P (fig. 7) qui enferme l'aire annulaire comprise entre le cercle et le contour de S. Cette aire annulaire est égale à $S - \pi R^2$ quand le cercle est décrit dans le sens négatif (sens des aiguilles d'une montre), donc quand le contour QMNQ de S est décrit dans le sens positif. Elle est égale à $S + \pi R^2$ quand le contour de S est décrit dans le sens négatif. A cette aire annulaire, à laquelle le centre O du planimètre

[1] Nous admettons ici implicitement — nous l'avons déjà fait plus haut — que lorsqu'une courbe variable a pour limite une courbe fixe, le déroulement relatif à la courbe variable a pour limite le déroulement relatif à la courbe fixe.

n'appartient pas, les raisonnements précédents sont applicables. Donc

$$S \mp \pi R^2 = k n' = -2 \pi \varrho l n'$$

n' désignant le roulement relatif au contour PQMNQP M'N'P. Or, dans le contour précédent, le style parcourt deux fois en sens contraire le segment PQ; les déroulements y relatifs se détruisent donc. n étant le déroulement relatif au contour QMNQ de S et n'' celui relatif au contour PM'N'P du cercle, on a donc $n' = n + n''$. n'' peut se calculer par la formule (7). Il suffit d'y prendre $\varphi = -2\pi$ si le contour PM'N'P est décrit dans le sens négatif, donc si le contour de S est décrit dans le sens positif et $\varphi = 2\pi$ si le contour PM'N'P est décrit dans le sens positif, donc si le contour de S est décrit dans le sens négatif. Il vient donc

$$n'' = \mp \frac{l^2 + 2 l l_2 + l_1^2 - R^2}{2 \varrho l}, \quad n' = n \mp \frac{l^2 + 2 l l_2 + l_1^2 - R^2}{2 \varrho l}$$

$$S \mp \pi R^2 = -2\pi\varrho l n' = \pm \pi (l^2 + 2 l l_2 + l_1^2 - R^2) - 2\pi\varrho l n$$

Les signes supérieurs (inférieurs) sont à prendre en même temps dans cette formule. Il en résulte

$$S = \pm \pi (l^2 + 2 l l_2 + l_1^2) - 2 \pi \varrho l n$$

Au second membre, il faut prendre le signe $+$ ou le signe $-$ selon que le style décrit le contour de S dans le sens positif ou dans le sens négatif. Les abréviations

$$h = \pi (l^2 + 2 l l_2 + l_1^2), \quad k = -2 \pi \varrho l \qquad (10)$$

donnent

$$S = \pm h + k n$$

C'est la formule (2). Rappelons que dans (10) ϱ

désigne le rayon de la roulette, et que l, l_1, l_2 sont les grandeurs (fig. 2)

$$l = \overline{BC},\ l_1 = \overline{OC},\ l_2 = \overline{AC}.$$

La formule précédente (7) montre que pour cos $\alpha = 0$‘ donc $\alpha = \frac{\pi}{2}$, on a

$$l^2 + 2\,l\,l_2 + l_1{}^2 - R^2 = o$$

ou

$$R^2 = l^2 + 2\,l\,l_2 + l_1{}^2.$$

Or R y signifiait le segment $\overline{OB}$. Par conséquent, la constante h n'est autre chose que l'aire du cercle que décrit le style du planimètre lorsque ses deux bras AB et OC sont perpendiculaires.

Séance du 7 mars 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *Les oiseaux pendant la grande guerre*, par M. le prof. M. Musy. — M. Musy signale un article de M. Mathey-Dupraz dans l'*Ornithologiste*, 5me fasc. 1917-18, dans lequel l'auteur résume un travail de M. le Dr F. Cathelin, médecin-major, publié dans les numéros 11 et 12 du *Bulletin de la Ligue française pour la protection des oiseaux*, 1917, qui traite de l'influence du bruit sur la nidification et les couvées.

Il en résulte que les oiseaux, en général, ne se laissent pas effrayer par le bruit du canon, et chantent et nichent dans le voisinage immédiat de la bataille, même dans des murs ou sur des arbres à moitié détruits.

Non seulement les oiseaux ont tenu sur la ligne avancée, mais à maintes reprises ils ont signalé le danger.

« En effet, dit-il, avant que l'odeur des diaboliques gaz asphyxiants ne soit parvenue aux tranchées, ces petites bêtes, surprises dans leur sommeil, se sont brusquement réveillées, puis se sont enfuies en poussant des cris qui ont été pour les braves soldats le signal de la prudence avant l'attaque. »

2. *L'œuvre du physicien valaisan W. Ritz,* par M. le prof. M. Plancherel. — Fils du peintre Raphaël Ritz, Walther Ritz naquit à Sion en 1878. Après avoir achevé au collège de Sion ses études secondaires, et passé trois années à Zurich comme élève de l'Ecole polytechnique, Walther Ritz se rendit à l'université de Gœttingue et se consacra entièrement à l'étude des sciences physiques et mathématiques. Il fit ensuite des séjours à Leyde et à Paris, mais bientôt, terrassé par la phtisie qui devait l'emporter, il fut contraint de suspendre tout travail continu et de dérober aux soins de sa santé quelques heures pour ses travaux scientifiques. Il mourut à Gœttingue en 1909 à l'âge de 32 ans, laissant une œuvre qui témoigne de la puissance de son esprit et qui marque son empreinte dans la physique moderne.

L'œuvre de Ritz peut se diviser en trois parties :

a) ses travaux sur l'analyse spectrale et la théorie des spectres de lignes ;

b) ses travaux mathématiques sur le calcul des variations ;

c) ses recherches critiques sur l'électrodynamique.

Le conférencier entre dans le détail des deux premières parties de cette œuvre, il montre l'importance des résultats obtenus par Ritz et des méthodes qu'il a créées.

Séance du 21 mars 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *Die Edelsteine und ihr Schliff*, von Herrn Dr. P. Koller — Edle Steine, die sich durch bunte Farben oder schönen Glanz auszeichnen, haben seit den ältesten Zeiten die Aufmerksamkeit der Menschen erregt. Bei allen Völkern, vom Altertum bis zur Neuzeit, in allen Kulturstufen finden wir diese seltenen Erzeugnisse des Mineralreichs. Es war wohl nicht nur die Schönheit und der Reiz ihrer Seltenheit, denen sie ihre kulturgeschichtliche Bedeutung verdanken. Ihr lebhaftes Glitzern im Sonnenlicht, ihr unheimliches Leuchten, das an den Blick lebender Wesen erinnerte, das Rätsel der Entstehung dieser durch Farbe und Form so ausgezeichneten Steine: alles mag dazu beigetragen haben, dass man sie mit geheimnisvollen Mächten in Beziehung brachte, die helfen oder schaden konnten.

Die Mineralien, die wir als Edelsteine bezeichnen haben einige hervorragende Eigenschaften, durch die sie sich von den anderen auszeichnen und die ihnen ihren hohen Wert verleihen.

Vor allem ist es ihr starkes Leuchten, ihr Glanz und bisweilen auch ein lebhaftes Farbenspiel. Andere zeichnen sich durch eine schöne, gleichmässige Farbe aus, wieder andere durch wechselnde Farberscheinungen. Ihre grosse Härte verleiht ihnen die Beständigkeit ihrer Schönheit und ihre Seltenheit macht sie ausserdem zu gesuchten und teuren Naturprodukten. In dem Masse wie diese Eigenschaften abnehmen, verringert sich auch der Wert der Edelsteine; solche, die geringere Härte als Quarz oder keine besonderen Farberscheinungen zeigen, werden als Halbedelsteine bezeichnet.

In der frühesten Zeit wurden hauptsächlich diese verwendet und zwar indem man Buchstaben und Bilder in ihre Oberfläche einschnitt und dadurch dieselben als Siegelsteine geeignet machte. Auch wurden schön gefärbte Steine als Schmuck und Amulette getragen. In der alexandrinischen Zeit werden die Figuren nicht mehr vertieft eingeschnitten, sondern dieselben sind erhaben ausgeführt (Kameen). Jetzt tauchen auch die ersten durchsichtigen, durch prächtige Farbe sich auszeichnenden Steine auf, die hauptsächlich aus dem von Alexander eroberten Indien kamen. Die Steine wurden konvex geschliffen. Sie dienten für sich als Schmuck, aber auch zur Verzierung von Ohrgehängen, Halsbändern und goldenen Gefässen. Aus dem Orient kam diese Sitte nach Rom. Ungeschnittene, aber rund geschliffene Steine wurden besonders in der Kaiserzeit, wo damit ein ungeheurer Luxus getrieben wurde, zur Austattung von Gewändern, Gefässen, Wagen und Prunkgeräten aller Art verwendet. Das setzte sich bis ins Mittelalter fort, wo die Reliquienschreine, Kelche ja sogar die Buchdeckel mit farbigen Steinen besetzt wurden. Die Stein *schneide*kunst kam aber allmählig in Verfall. Dafür wurde der Glaube an die Zauberkraft der Steine immer mächtiger. Besonders verbreitet waren die sogenannten Abraxasgemmen, das sind Steine, in die das zauberkräftige Wort *῎Αβραξας* eingraviert war. Jeder Stein hatte seine besondere Wirksamkeit:

Opal war unglückbringend — ein Glaube, der sich bis heute noch erhalten hat, — Amethyst schützte vor Trunkenheit, Beryll war der Liebe förderlich, Smaragd verlieh dem Gefangenen Freiheit und dergleichen mehr.

Den Facettenschliff kannte man im Altertum nicht; derselbe kam erst im 13. Jahrhundert auf und erreichte seine höchste Vollkommenheit in der Brillantform, deren Erfindung bekanntlich dem Kardinal Mazarin zugeschrieben wird.

Die Schliffform, die man einem Edelstein gibt hängt von verschiedenen Umständen ab. Zu berücksichtigen ist die Natur des Steines, seine äussere Gestalt und seine Färbung. Am einfachsten ist die Schliffform, bei der die natürlichen Flächen etwas poliert und die Kanten ein wenig gerundet werden; so entstehen beim Diamanten die Spitzsteine. Schleift man beispielsweise bei einem Octaeder zwei gegenüberliegende Spitzen ab, so entstehen je nachdem der Stein dicker oder dünner wird die sogenannte Dicksteine und Dünnsteine; daher gehören auch die Tafelsteine; sind an den Steinen parallellaufende Facetten treppenförmig angelegt, so haben wir den Treppenschliff, won dem es wieder mehrere Abarten gibt.

Am bekanntesten sind der Brillant und die Rosette, die beide am häufigsten beim Diamant angewendet werden.

Der Brillant leitet sich von einem Oktaeder ab, bei dem zwei gegenüberliegende Ecken abgeschliffen sind oben die breite Tafel unten die kleine Kalette. Die Linie in der Ober- und Unterteil zusammenstossen wird Rundiste genannt. Sowohl am Ober- als auch am Unterteil sind nun Facetten angeschliffen, die das lebhafte Leuchten und das schöne Feuer des Diamanten erhöhen. Die Zahl der Facetten beim Brillant ist ein

Vielfaches von 4, während bei der Rosette ein Vielfaches von 3 auftritt. Die Rosette wird nämlich aus einem Oktaëder, das auf eine Fläche gelegt ist geschliffen und zwar meist aus einem Spaltungstück. Die Rosetten haben eine grosse glatte Fläche als Basis, über die sich dann eine gebrochene von Facetten gebildete Pyramide erhebt. Diamanten in Rosettenform geschliffen sind nicht so schön wie solche in Brillantform, darum sind sie auch billiger als diese [1].

Der *Diamant*, aus reinem Kohlenstoff bestehend, kristallisiert im regulären System und zeigt meistens Oktaeder, Rhombendodekaeder oder Hexakisoktaeder, oft mit gerundeten Kanten. Die Spaltbarkeit, die nach der Fläche des Oktaeders geht wird beim Vorbereiten zum Schliff benützt um dem Diamant im rohen die gewünschte Form zu geben. Er ist meist farblos, doch kommen auch schön gefärbte bis ganz schwarze Steine vor. Als Carbonado bezeichnet man einen volkommen schwarzen Diamant von feinkörnigem Gefüge, der eine etwas grössere Härte besitzt.

Die rohen Kristalle zeigen nicht den bekannten Diamantglanz, der erst durch das Schleifen und Polieren zum Vorschein kommt, sie haben meist Fettglanz. Der hohe Brechungsexponent und die starke Dispersion verleihen dem Diamanten ihren prächtigen Glanz und das lebhafte Feuer. Trotz seiner Härte ist der Diamant äusserst spröde.

Der älteste Fundort ist Indien, das die längste Zeit hindurch fast ausschliesslich die ganze Welt versorgte. 1728 wurden in Brasilien sehr ertragreiche Diamant-

[1] Der Liebenswürdigkeit der Herren Prof. Baumhauer und Prof. Musy verdanke ich es, dass ich an Modellen und Kristallen alles demonstrieren konnte.

lager entdeckt. Im Gegensatz zu Indien liefert Brasilien nur kleine Steine, solche von 17 Karat sind schon selten (1 Karat ist ungefähr 200 mg.).

Alle Vorkommen wurden in den Schatten gestellt durch die Funde in Südafrika. Dieses Land liefert jetzt ungefähr 50 % der gesammten jährlichen Ausbeute. Die Diamanten kommen hier meist in alten vulkanischen Trichtern im sogenannten Blaugrund vor und wurden früher durch Tagbau, jetzt durch Bergbau gewonnen.

In Deutsch Südwestafrika werden auch, zwar nur kleine, aber sehr reine Diamanten im Dünensande gefunden.

Die grössten Diamanten stammen aus Südafrika wo z. B. der bis nun grösste bisher gefundene Diamant der Cullinan von 3024 Karat (620 g.) gefunden wurde. Derselbe ist vom „reinsten Wasser“ d. h. vollkommen durchsichtig und klar und zeigt die geschätzte bläulich weisse Farbe wie sie sonst den indischen Diamanten eigen ist; diejenigen von Südafrika zeigen meist einen kleinen Stich ins Gelbliche.

Die grössten und berühmtesten Diamanten haben oft eine sehr interessante Geschichte, worauf aber hier nicht näher eingegangen werden kann.

Der *Korund*, Aluminiumoxyd, kommt in verschiedenen Varietäten vor.

Feinkörniger Korund ist als Smirgel bekannt und dient als Schleifmittel (die Härte = 9), das allerdings jetzt durch das Carborundum verdrängt wird.

Ganz reine Tonerde ist vollkommen farblos und durchsichtig und wird als Edelstein unter dem Namen Leukosaphir verschliffen. Er sieht ähnlich wie der Diamant aus, hat aber nicht sein lebhaftes Feuer, da seine Dispersion nur gering ist.

Der durch Chromoxyd rot gefärbte *Rubin* ist der vertvollste Edelstein; er ist in Grössen von 3 Karat angefangen 8 bis 10 fach so teuer wie Diamant. Je nach dem Fundorte zeigt er verschiedene Farbtöne: am beliebtesten sind diejenigen von Birma, welche die Farbe von Taubenblut haben, Siamrubine sind meist etwas dunkler, Ceylonrubine heller. Beim Schleifen muss auf den starken Pleochroismus geachtet und der Rubin so geschliffen werden, dass die optische Achse mit der Hauptrichtung im geschliffenen Stein zusammenfällt.

Die Rubine werden wie die meisten durchsichtigen und gefärbten Edelsteine in Treppenschliffform geschliffen, doch kommt auch der Brillantschliff in Anwendung. Sehr häufig sieht man beide vereinigt, in dem der obere Teil Brillantschliff, der untere Treppenschliff zeigt.

Die sogenannten Balasrubine sind Spinelle, also ein ganz anderes Mineral und weitaus nicht so wertvoll wie ein echter Rubin.

Der *Sapphir* ist die blaue Varietät des Korunds. Die Farbe schwankt von weiss bis zum dunkeln Indigo; am beliebtesten sind die kornblumenblauen mit sammtartigem Schimmer. Nicht allzu selten sind Sternsapphire, die einen sternartigen, 6 strahligen Lichtschein besitzen, der besonders schön beim konvexen — man sagt mugeligen — Schliff hervortritt und durch feinste Einlagerungen bewirkt wird.

Sapphir kommt häufiger vor als Rubin, auch findet man grössere Steine; deshalb ist er billiger als jener, steht aber im Preise immer noch höher als der Diamant. Als Fundorte sind Siam, Ceylon — hier findet man die meisten Sternsapphire — und Kaschmir zu nennen, daneben noch die Vereinigten Staaten, von wo auch viele und schöne Sapphire kommen.

Andere Edelkorunde sind der gelbe orientalische Topas, der orientalische Amethyst, der orientalische Smaragd und andere. Der Juwelier unterscheidet die Edelsteine hauptsächlich nach der Farbe. Alles was rot ist, heisst Rubin, alle gelben Steine Topas, die violetten Amethyst, etc.; um aber die einzelnen Steine doch zu unterscheiden gibt man ihnen noch ein bezeichnendes Wort. Das Wort „orientalisch" besagt, dass der Stein einen höheren Wert hat.

Der Amethyst ist violett, orientalischer Amethyst ist also ein violetter Stein, der aber einen höheren Wert hat als der Quarz von dieser Farbe. Im Gegensatz dazu bedeutet occidentalisch einen etwas minderwertigen Stein. Topas ist gelb, orientalischer Topas ist ein gelber Korund, also ein wertvollerer Edelstein als der gewöhnliche Topas, occidentalischer (spanischer) Topas ist ein gelber Quarz, also minder wertvoll.

Topas, ein fluorhaltiges Aluminiumsilikat, ist wie eben erwähnt ein gelber Edelstein. Die Farbe schwankt zwischen weiss bis dunkel gelb, doch gibt es auch hellgrünlichblaue die sogenannte Aquamarine. Die Härte ist 8. Der Topas besitzt eine sehr gute Spaltbarkeit nach der Basis, die beim Schleifen oft störend wirkt. Als Schliffform kommt der Brillant oder Treppenschliff mit seinen Abarten vor. Hauptfundorte sind Brasilien und der Ural.

Der *Beryll*, ein Beryliumaluminiumsilikat von der Härte 7 $^1/_2$-8, ist ein geschätzter Edelstein, besonders als *Smaragd*, der durch einen Cr_2O_3 gehalt tiefgrüngefärbt ist; schöne Smaragde gelten nach dem Rubin als die wertvollsten Edelsteine. Sie kommen aus dem Ural und aus Kolumbien, doch auch im Habachtal in Salzburg wurden schöne Smaragde gefunden. Der Beryll wird auch in hellblau gefärbten Kristallen gefunden und heisst dann ebenso wie der blaue Topas Aquamarin. Fundort dieses eisenhaltigen Berylls ist Brasilien.

Ein teuerer — mitunter so teuer als Diamant bezahlter — Edelstein ist der *Opal*, wasserhaltiges Siliciumdioxyd. Besonders 2 Varietäten sind hochgeschätzt der Edelopal und der Feueropal. Der Edelopal ist durch bunte Farbenreflexe ausgezeichnet, die wahrscheinlich durch feine Sprünge hervor gerufen werden. Da der Opal undurchsichtig ist, so wird er meist mugelig (en cabochon) geschliffen und ist oft von ausserrordentlicher Schönheit. Die meisten und überhaupt die schönsten stammen von Ungarn. Der *Feueropal*, der bernsteingelb bis feuerrot ist, kommt jetzt zumeist aus Mexico.

Dieses wären die wertvollsten Edelsteine. Erwähnt seien hier dann noch der *Granat* mit seinen vielen Abarten: der rote Almandin, der schwarze Melanit, der gelbbraune Hessonit, der rote Pyrop, der grüne Grossular, u. a.; weiters der undurchsichtige *Türkis* der, stets mugelig geschliffen wird und eine schön himmelblaue Farbe hat.

Bei der Schönheit und dem teuren Preise der Edelsteine ist es natürlich, dass man immer wieder versucht hat dieselben künstlich nachzumachen. So ist es nun nach vielen fruchtlosen Versuchen gelungen, die Edelsteine der Korundgruppe in gröster Vollkommenheit mit allen ihren natürlichen Eigenschaften auf synthetischem Wege darzustellen. Rubine, Saphire und andere Edelkorunde werden nun in grossem Massstabe fabriksmässig erzeugt und da die Herstellungskosten nur gering sind, ist es jedem ermöglicht sich mit diesen schönen Steinen zu schmücken.

Feinstes Pulver von ganz reinem $Al_2 O_3$ fällt in einer engen Röhre nach abwärts und gelangt an deren Ende in eine Knallgasflamme, wo es geschmolzen wird. Das geschmolzene $Al_2 O_3$ fällt nun auf ein Tischen, wo es erstarrt und zwar als Kristall, der zwar nicht von ebenen Flächen begrenzt wird, aber doch alle Eigenschaften eines solchen besitzt. Ist nun durch immer weitere Zufuhr der Stein gross genug, so wird er entfernt und kann nun wie jeder andere Edelstein verschliffen werden. Indem man dem $Al_2 O_3$ verschiedene andere Verbindungen (z. b. $Cr_2 O_3$ für Rubin) zusetzt, gelangt man zu den einzelnen Varietäten [1]. Eine Unterscheidung der künstlichen Edelsteine von den natürlichen ist nur mit allerfeinsten Hilfsmitteln möglich, wobei auch hier das Resultat manchmal recht zweifelhaft bleibt, so dass praktich eine Unterscheidung kaum möglich ist.

In der Schweiz hat diese Industrie auch Eingang gefunden und arbeitet hier mit ausschliesslich schweizer Materialen.

Séance du 18 avril 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *Les écrevisses dans les eaux fribourgeoises,* par M. le prof. M. Musy. — Le Museum d'histoire naturelle de Genève, continuant la publication du *Catalogue des invertébrés de la Suisse,* chargea son assistant, M. le D^r^ J. Carl, de s'occuper de celui des crustacés. Pour ce qui concerne les écrevisses, il était avant

---

[1] Der Swiss Jewel Co. in Locarno, sowie Herrn Bankdirektor Gränicher, danke ich bestens für die mir freundlichst zur Verfügung gestellten rohen und prachtvoll geschliffenen Edelsteine.

tout nécessaire de s'assurer si nous possédons les trois espèces de l'Europe centrale (Astacus fluviatilis Rond., pallipes Lereb., et torrentium Schrank,), trop souvent confondues sous le nom de *fluviatilis Rond.*, et d'établir ensuite le mode de leur répartition sur notre territoire. M. le Dr Carl me demanda de m'occuper des eaux fribourgeoises et dans ce but une circulaire fut adressée à un grand nombre de pêcheurs dont le Département des forêts voulut bien me donner les adresses. Plusieurs répondirent aimablement à l'appel qui leur fut adressé et envoyèrent quelques sujets au Musée d'histoire naturelle. D'autres en furent empêchés par la mobilisation ou par le surcroît de travail que celle-ci leur imposa, de sorte que je pensais d'abord continuer ce travail en 1918 pour les cours d'eau à écrevisses qui ne nous avaient pas fourni de sujets d'étude. Aujourd'hui, je crois ce travail superflu et, d'après les résultats obtenus, on peut affirmer que les eaux fribourgeoises n'hébergent qu'une seule espèce, soit l'*écrevisse à pieds blancs (Astacus pallipes Lereb.)*.

M. le Dr Carl a publié un travail préliminaire [1] sur la répartition des écrevisses en Suisse, dont je me contenterai de citer les conclusions. « L'aire d'*Astacus pallipes* correspond aux territoires jadis occupés par le glacier du Rhône et l'aire autochtone de l'*Astacus fluviatilis* comprend sur le plateau le territoire des glaciers de la Reuss et de la Limmat !.... Quant à l'*.A torrentium*, son aire appartient essentiellement au territoire du glacier du Rhin.... L'*A. pallipes* serait arrivé dans nos eaux depuis le S., le S.W. et W., l'*A. fluvia-*

[1] Dr J. Carl : La répartition des écrevisses en Suisse : Archives des sc. phys. et natur., 4e pér., t. XLVI, décemb. 1917, p. 476-480, Genève.

tilis depuis le N. et l'*A. torrentium* depuis le N.E. »

Leur répartition sur notre territoire s'accorde avec la direction de leur immigration post-glaciaire, elle est déterminée par les conditions biologiques établies par la dernière glaciation, soit, pour l'*A. pallipes,* le fond vaseux des cours d'eau.

Le territoire fribourgeois a été occupé par le glacier du Rhône et, par conséquent, d'après la répartition générale, il est naturel que nous n'y rencontrions que la seule espèce déjà citée, soit *Astacus pallipes Lereb.* Il est, par contre, intéressant pour nous de connaître les cours d'eau où cette écrevisse prospère principalement.

Elle manque dans la Tâouna à Grandvillard, dans le Rio du Motélon, dans le Javroz et ses affluents, dans le ruisseau du Petit-Mont, dans la Serbache, dans le cours supérieur de la Singine chaude (Lac-Noir), dans l'Hongrin, dans la Trême, etc., en un mot elle ne pénètre pas dans les Préalpes, les fonds vaseux qui lui conviennent ne sont pas le fait de ces torrents où l'érosion continue son action.

Elle est fréquente, par contre, dans les ruisseaux et petites rivières du plateau, affluents ou non de la Sarine où elle manque tout à fait.

Je ne puis malheureusement pas citer tous les cours d'eau où elle se trouve et j'en ai donné la raison ; toutefois les échantillons et les renseignements obtenus sont assez nombreux pour affirmer qu'on la rencontre en plus ou moins grand nombre dans presque tous les cours d'eau du plateau, dont le fond correspond aux conditions biologiques indiquées précédemment. Dans le *bassin de la Veveyse,* on peut citer l'émissaire du lac de Lussy qui se jette dans la Veveyse de Châtel-Dans le *bassin de la Sarine* (rive droite) : La-Roche, canal de la forge, la Fraichera sur le versant sud de La Combert, le ruisseau de Senèdes, le ruisseau de Guin, la Singine (rares), le Gäubach, le ruisseau de Richterwyl (Guin), etc. -- (rive gauche) : Le canal des usiniers (Bulle), la Sionge sur le territoire de Vaulruz (et non plus près de la Sarine), son affluent le Gérignoz, la Glâne et surtout son affluent la Neirigue et quelques ruisseaux qui se jettent dans ce dernier, spécialement la Longivue où l'on trouve une variété rouge comme l'est une écrevisse bouillie, la Sonnaz (où une maladie les avait en grande partie détruites ; on en a réintroduit en 1917, venant soit de la Longivue soit du ruisseau de Guin).

Dans le *bassin de la Broye:* la Broye et ses affluents, le Tatroz ou Tatrel, la Mionnaz, le ruisseau de la Beaume (Dompierre), la Petite-Glâne, etc.

Le lac de Morat en possède, mais très peu ; par contre, la Bibera, qui s'y jetait autrefois, mais qui, aujourd'hui, déverse ses eaux dans le canal de la Broye, en est très riche.

Nous n'avons pas de renseignements précis sur le lac de Neuchâtel ; le Dr Carl dit qu'on pêcherait une fois ou l'autre l'*Astacus fluviatilis* (écrevisse à pieds rouges) dans ce lac ? Je ne sais d'où il tire ce renseignement qui paraît sujet à caution ! [1]

Le même zoologue fait remarquer que notre *Astacus pallipes* aime les cours d'eau à fond vaseux, cette observation nous fait comprendre pourquoi elles abondent dans le bassin de la Broye en voie d'alluvionnement et dans les ruisseaux des régions marécageuses de notre canton, pendant qu'elles manquent dans la

---

[1] Un A. pallipes a été trouvé en 1918 dans le lac, devant Neuchâtel.

Sarine où l'érosion se poursuit, ainsi que dans ses affluents à allure torrentielle.

Enfin, si l'écrevisse à pieds blancs habite spécialement les eaux du territoire de l'ancien glacier du Rhône, le Dr Carl en signale une petite aire disjointe dans les Grisons (ruisseaux près Dissentis, Illanz, Zillis, dans le Domleschg et le Prättigau). Il m'affirme cependant que les nôtres n'ont pas exactement les caractères de celles des Grisons. Il nous en montrera sûrement les différences dans sa publication définitive.

Il ne me reste qu'à remercier tous les pêcheurs qui m'ont prêté leur bienveillant concours et que j'ai nommés dans mon rapport sur la marche du Musée d'histoire naturelle en 1917. Il est regrettable toutefois qu'il ne m'ait pas été possible d'établir d'une manière plus complète la liste de nos cours d'eau à écrevisses. Un point est acquis cependant, nous ne trouvons dans le canton qu'une seule espèce, soit l'écrevisse à pieds blancs *(Astacus pallipes Lereb.)*.

2. *Plis devanciers dans les Préalpes médianes*, par M. le professeur PAUL GIRARDIN.

Dans les procès-verbaux de la Société vaudoise du 19 décembre 1917, M. Paul Girardin relève une communication intéressante de M. L. Horwitz, le même qui a donné une monographie des cônes de déjections du Valais, intitulée *Plis devanciers dans les Préalpes médianes*, consacrée principalement à nos *Préalpes fribourgeoises*. M. L. Horwitz s'est attaqué, il y a quelques années, à l'étude de celles-ci par le massif d'*Arsajoux, non loin de Charmey*. Il étudie entre autres l'anticlinal de la Tinière, décrit par A. Jeannet dans la région des Tours d'Aï, et suit son prolongement jusqu'aux environs du lac de

Thoune. Ainsi se vérifie cette loi du grand développement des plis *en longueur* dans les Préalpes, que nous avons constatée en Savoie pareillement lorsque nous avons suivi, au printemps 1914, dans une excursion universitaire, l'anticlinal de la chaîne du Reposoir dans toute sa longueur à travers ses multiples changements d'aspect. L. Horwitz aboutit à cette conclusion importante et, croyons-nous, d'application générale que, depuis le lac Léman jusqu'au lac de Thoune, à peu près à l'emplacement de l'anticlinal actuel, séparant la chaîne du Ganterist de celle du Stockhorn, existait au lias inférieur un anticlinal (« géanticlinal ») prédécesseur très lointain de l'anticlinal actuel. Ceci vient à l'appui, dirons-nous, d'une remarque souvent faite, que les chaînes de montagne ont tendance à se dresser sur l'emplacement des chaînes disparues, rabotées, élimées, usées. Ce sont les mêmes plis qui ont tendance à se reformer, les mêmes failles qui « jouent », les mêmes charnières qui fixent l'axe des complexes anticlinaux. M. Girardin refait à grands traits, à ce point de vue, l'histoire de la chaîne alpine depuis la chaîne d'ilots de l'époque carbonifère, insiste sur les phénomènes grandioses de torrentialité que révèlent des poudingues tels que ceux de Zéman, de Vallorsine, des Grandes Rousses, et passant au massif central de la France, il indique la permanence des lignes de faiblesse de l'écorce terrestre qui jouent, toujours les mêmes, depuis les temps primaires (ligne de rebroussement des plis hercyniens) jusqu'à l'époque quaternaire (chaîne des Puys, eaux thermales, etc.).

M. Girardin rend compte, dans le même Bulletin, de Notes de M. *Lugeon,* sur les inclusions du substratum cristallin du Trias des massifs hercyniens, et de M. *F. Rabowski*, sur les lames cristallines du Val Ferret et leur analogie avec les lames de la bordure N.-W. du massif du Mont Blanc et de l'Aar.

3. *Les Klippes du Gros-Plané (Moléson)*, par M. le professeur PAUL GIRARDIN [1].

Dans le même fascicule, où les Préalpes de Fribourg tiennent une si grande place, M. E. Gagnebin attire l'attention sur les *klippes du Gros-Plané, au Moléson*.

Le *massif du Moléson* est constitué par un repli synclinal de la nappe des Préalpes médianes ; le véritable front de cette nappe a disparu par érosion, mais nous voyons son bord externe reposer partout sur les épaisses masses de flysch de la zone bordière.

Dans la klippe signalée, le Jurassique préalpin repose sur des couches foncées qui ne sont autres que les *couches de Wang*, des Hautes Alpes. Ces couches n'étaient jusqu'ici connues en Suisse que dans la nappe du Wildhorn, la plus haute des nappes helvétiques.

Ainsi s'accuse, comme le dit M. Lugeon, par l'existence commune des couches de Wang, la parenté des Préalpes bordières avec les internes, et la parenté de toutes deux avec les Hautes Alpes calcaires. Elles ne sont que les nappes qui dominaient immédiatement ces dernières.

---

[1] Voir aussi E. Gagnebin : Encore les Klippes du Gros-Plané. Bull. soc. vaud. sc. nat. Séance du 27 nov. 1918.

Séance du 2 mai 1918, à l'Institut de physique.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

Le tube Coolidge pour les rayons X, par M. le professeur Paul Joye.

Le passage de l'électricité à travers les gaz raréfiés nécessite la présence de particules gazeuses ionisées. On admet actuellement que l'atome est formé d'un centre chargé d'électricité positive où se concentre toute la matière et entouré d'un cortège d'électrons qui gravitent autour de lui. La charge électrique totale de l'atome est *nulle ;* les charges négatives des électrons compensent les charges positives de la matière. Un gaz est ionisé lorsque des électrons, c'est-à-dire des quantités invariables d'électricité négative se fixent sur les atomes neutres pour former un ion négatif, ou encore se trouvent dans le gaz à l'état de masse électrique sans support. Un gaz contient des ions positifs lorsque les atomes ne sont plus neutres parce que débarrassés d'un ou plusieurs électrons. Dans un tube ordinaire à rayons X, sous l'influence du champ électrique créé par la bobine d'alimentation, de certains atomes électriquement neutres se détachent des électrons qui sont envoyés par le courant dans la direction du pôle positif, tandis que les résidus positifs viennent frapper la cathode ou les molécules neutres environnantes, avec une énergie suffisante pour que des électrons se forment. Le nombre des électrons croît, le passage du courant devient plus facile : de la cathode, les électrons affluent vers l'anticathode, formant les rayons cathodiques. Lorsque le vide augmente dans le tube, le nombre des molécules gazeuses diminue, ainsi que le nombre de choc ; la lumière visible s'éteint graduellement ; la vitesse des électrons augmente et partant leur force vive ; si un obstacle se présente sur leur parcours, ils échangent au moment du choc leur force vive, partie en chaleur, partie en un nouveau rayonnement dit « rayons X ou rayons Röntgen». Le degré de pénétration de ces rayons va dépendre de la vitesse des électrons, donc du degré du vide et de la différence de potentiel appliquée au tube. Malheureusement, dans un tube ordinaire, le nombre de molécules qui restent dans le tube tend à diminuer ; pendant la marche, il y a absorption de gaz par les électrodes et les parois du verre ; l'ampoule durcit et l'opérateur ne peut facilement en gouverner le fonctionnement ni maintenir la qualité des rayons fournis.

Le tube Coolidge est un tube à rayons X dans lequel le vide a été poussé si loin qu'il n'y a presque plus de molécules gazeuses. C'est le vide absolu : le tube mis en communication avec une source à haut voltage, 100 000 volts par exemple, ne laisse passer aucun courant. Il n'en est plus de même lorsqu'on produit des électrons à l'intérieur du tube ; ceux-ci peuvent transporter de l'électricité négative de la cathode à l'anticathode pour produire des rayons X sans rencontrer les obstacles que les ions positifs ou les molécules neutres accumulaient sur leur chemin dans le tube ordinaire. Les conditions d'alimentation du tube ne vont plus dépendre que du nombre d'électrons produits dans le tube et de la différence de potentiel aux bornes. Pour obtenir les électrons indispensables au passage du courant, Coolidge a utilisé l'effet Richardson Edison ou de production d'électrons par des corps solides incandescents. Un fil de tungstène (point de fusion : 3000°) enroulé en spirale sert de cathode ; il est parcouru par un courant qui le chauffe au rouge-blanc ; en réglant l'intensité de ce courant, on détermine la quantité d'électrons émis. Lorsque la température de la spirale s'élève, le nombre d'électrons croît, comme chacun d'eux porte une même charge, l'intensité du courant traversant le tube ne va dépendre que de la température ; en laissant celle-ci constante, si l'on augmente le voltage, l'intensité du courant ne change pas, car le nombre d'électrons est resté le même, mais leur vitesse augmente ainsi que leur force vive, et la puissance du choc plus grande, produit des rayons X plus durs, c'est-à-dire plus pénétrants.

La fluorescence verdâtre qui caractérise le fonctionnement des tubes ordinaires ne se présente pas dans le tube Coolidge ; en effet, les chocs des électrons contre les molécules gazeuses qui envoyaient celles-ci frapper le verre, n'existent plus. Le nouveau tube peut être actionné directement par un transformateur ordinaire sans soupape, ni redresseur de courant ; le tube lui-même joue le rôle de soupape ; les électrons ne peuvent transporter que de l'électricité négative ; l'onde positive rencontre un obstacle infranchissable.

Le choc des électrons sur l'anticathode est si intense qu'en très peu de temps, celle-ci est portée au rouge vif. Cependant sa température n'atteint jamais une valeur telle que le métal émette des électrons ; il n'y a donc pas de danger de voir l'anticathode émettre de son côté des rayons cathodiques.

La quantité de rayons X qu'une ampoule Coolidge produit est de beaucoup plus considérable que celle d'un tube ordinaire fonctionnant dans les mêmes conditions. En effet, une fraction importante de l'énergie appliquée à ce tube est dissipée dans les chocs contre les molécules neutres et les ions positifs. On a estimé, par des mesures provisoires, que le rendement du tube Coolidge était d'environ 20 fois celui du tube ordinaire. Son fonctionnement est très stable ; lorsque la différence de potentiel appliquée et le courant de chauffe sont maintenus constants, il conserve très longtemps la même puissance totale émise sous forme de rayons X, et le même degré de pénétration. C'est là un avantage considérable qui permettra des dosages exacts de l'énergie des rayons X pour le plus grand bien et la plus grande sécurité des malades soumis à l'action thérapeutique de ce rayonnement.

Séance du 16 mai 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *La destruction de la loutre en Suisse et dans le canton de Fribourg*, par M. le prof. M. Musy. — La géologie nous apprend qu'un grand nombre d'animaux et de végétaux qui ont vécu sur la terre en ont disparu longtemps avant l'apparition de l'homme. Cette disparition, due à des causes connues en partie seulement, a été activée par l'homme, surtout depuis que celui-ci possède des armes de plus en plus perfectionnées. Pour ce qui regarde notre canton, j'ai eu l'honneur de vous montrer, il y a quelques années, que, depuis cinq

siècles, la classe des mammifères s'est appauvrie d'au moins sept espèces [1].

Nous avons sans doute la loi fédérale sur la chasse et la protection des oiseaux du 17 septembre 1875, qui a sauvé le chamois et protégé la marmotte. Cette dernière, qui vivait dans le canton à l'époque quaternaire [2], y a été réintroduite dans le massif des Mortheys par la section du Moléson du C. A. S. en 1883 et elle paraît y prospérer. Les oiseaux insectivores sont protégés par la loi fédérale, mais cette protection est-elle toujours efficace? D'un autre côté, ne devons-nous protéger que les espèces dont l'utilité immédiate est reconnue? Ce serait, je crois, nous exposer à de grossières erreurs. En fait d'oiseaux de proie, la loi fédérale ne protège que la buse ordinaire (Buteo buteo L.) et la crécerelle (Cerchneis tinunculus L.), puis les espèces nocturnes à l'exception du grand-duc (Bubo bubo L.). Voudrions-nous voir disparaître toutes les autres espèces? En 1914, notre état-major a voué à la mort tous nos rapaces, sous prétexte qu'ils devaient s'attaquer aux pigeons voyageurs? Or, d'après M. le prof. Dr Henri Blanc, de Lausanne [3], aucun débris de pigeon n'aurait été trouvé dans l'estomac des 29 rapaces étudiés. D'une manière générale, nous pensons qu'il ne faut pas chercher à détruire une espèce, quelle qu'elle soit, mais

---

[1] Voir: M. Musy: Essai sur la chasse aux siècles passés et appauvrissement de la faune fribourgeoise, in Bulletin de la soc. frib. des sc. nat. Vol. VII, p. 35 à 82. — 1898.

[2] Voir: M. Musy: Deux crânes de marmotte. Loc. cit. Vol. XIX, p. 18. — 1911.

[3] Prof. Dr H. Blanc: Destruction des rapaces diurnes dans le canton de Vaud et en Suisse pendant l'année 1915, in Bull. soc. vaud. des sc. nat. Vol. 51, N° 192.

nous contenter d'en empêcher une trop grande multiplication s'il s'agit d'une espèce réputée nuisible.

Le président de la « Ligue suisse pour la protection de la nature, » M. le Dr Paul Sarasin, à Bâle, s'est occupé de cette question spécialement en ce qui regarde un intéressant carnivore, la *loutre*. Il estime que si le castor, presque disparu d'Europe aujourd'hui, est un rongeur particulièrement intéressant, la loutre adaptée comme lui à la vie aquatique, ne l'est guère moins parmi les carnivores. « Sa vie dans l'eau, ses mouvements, ses chasses, ses qualités intellectuelles, en font, dit Brehm, un des animaux les plus remarquables de nos contrées. »

M. P. Sarasin en prend la défense dans une brochure [1] où il donne également les résultats d'une enquête entreprise dans nos différents cantons. Malheureusement, aucune réponse ne lui est parvenue des commissions cantonales pour la protection de la nature de quatre ou cinq cantons, parmi lesquels se trouve Fribourg ! D'une manière générale, il résulte du mémoire de M. P. Sarasin que la loutre est de moins en moins fréquente en Suisse, depuis une vingtaine d'années !

Les renseignements fournis par le canton de Vaud sont particulièrement précis et intéressants. De 1900 à 1916 (fin juin) des primes totales de 5680 francs ont été payées pour 132 adultes et 20 jeunes, soit pour 152 sujets, mais alors qu'on en comptait 16 en 1900 et même 20 en 1905, on n'en trouve plus que 3 en 1914, 5 en 1915 et 3 en 1916.

On peut en dire autant de la Suisse en général et, malgré les dégâts que ce carnassier peut causer dans

---

[1] Paul Sarasin : Die Aussrottung des Fischotters in der Schweiz 1917. Basel.

nos cours d'eau, on peut se demander si le moment n'est pas venu de le protéger, ou tout au moins de supprimer les primes payées aux chasseurs qui sont assez récompensés par le prix élevé de la peau fort recherchée par les fourreurs. Le résultat le plus intéressant est celui obtenu par M. le prof. Steinmann, à Aarau. Ce zoologue est arrivé à faire demander et obtenir la suppression de la prime de 30 fr. par loutre tuée, par la société des pêcheurs elle-même !

Nous ne sommes du reste pas au clair au sujet de l'importance de la loutre dans la nature. Sans doute, on se plaint de la diminution du poisson ; autrefois, dit-on, il était plus abondant et cependant la loutre elle-même était plus fréquente et sa diminution depuis 20 ans n'a pas amené une augmentation du poisson, au contraire. Ne pourrait-on pas croire que les maladies des poissons se sont multipliées depuis que la loutre ne suffit plus à la police sanitaire des eaux ?

Qu'en est-il dans le canton de Fribourg, dont M. P. Sarasin n'a pas pu parler ? La loutre y a été plus abondante qu'elle ne l'est aujourd'hui. Un collègue de la société helvétique me demandait, il y a quelques années, si réellement la loutre abondait chez nous, vu qu'il connaissait une dame qui avait fait l'acquisition d'une fourrure de loutre, d'origine fribourgeoise, disait-elle, à un prix relativement bas ! J'avoue que cette question m'étonna, car à cette époque on parlait déjà de la loutre comme d'un animal peu commun.

Les primes payées pour la destruction d'une espèce peuvent toujours nous donner des renseignements précis sur le nombre d'individus tués, puisque aucun chasseur ne néglige ce bénéfice de 30 fr. par peau de loutre. La Direction des finances de notre canton n'a cependant pu me donner aucun renseignement, vu que pendant longtemps ces primes étaient payées en bloc aux gardes-chasse ou aux gardes-pêche et qu'on n'en tenait aucun contrôle détaillé. C'est regrettable. Par contre, depuis 1907, la chasse et la pêche ont été attribuées au Département des forêts, qui a bien voulu me fournir quelques renseignements pour les dix dernières années. Ces données partent de 1907 seulement, soit d'une époque où la loutre était déjà rare. Malheureusement, le lieu de la capture est rarement indiqué ; cependant la statistique que nous donnons ci-après suffit à montrer que cet intéressant carnassier n'est ou n'était pas cantonné sur un seul de nos cours d'eau, mais qu'il se trouvait dans les différentes parties du canton.

1907 —	4	primes de 30 fr.	payés pour	4	loutres.	
1908 —	1	»	»	1	»	
1909 —	2	»	»	2	»	
1910 —	0	»	»	0	»	
1911 —	1	»	»	1	»	
1912 —	0	»	»	0	»	
1913 —	2	»	»	2	»	Broye p. Oron et Neyrigue.
1914 —	1	»	»	1	»	Broye p. Promasens.
1915 —	0	»	»	0	»	
1916 —	0	»	»	0	»	
1917 —	1	»	»	1	»	La Biordaz,

D'un autre côté, notre Musée d'histoire naturelle possède sept loutres, l'origine de trois d'entre elles n'est malheureusement pas indiquée, quoiqu'elles soient sûrement d'origine fribourgeoise ; les autres proviennent, l'une des environs de Morat (1879), deux autres jeunes ont été capturées sur la Sarine près d'Illens (1906) et une sur la Sonnaz en 1886.

M. Pierre Bossy († 1912), en son vivant pisciculteur à Chenaleyres près Belfaux, était connu comme grand chasseur de loutres. Son fils Louis, garde-pêche, qui lui a succédé, veut bien me donner les renseignements suivants.

Pierre Bossy n'a pas tenu le contrôle des loutres qu'il a tuées, mais on sait qu'il en a détruit 90 à partir de 1882 ou 83 où il a commencé cette chasse. Il en a beaucoup tué sur la Sonnaz ou capturé aux bords des étangs de sa pisciculture qui se trouvent sur le cours de ce ruisseau. Une seule de ses captures provenait du Tiguelet (affluent de la Sonnaz), un bon nombre de la Sarine sous le Wendig, aux portes de Fribourg et au Staad, commune de Guin, ainsi que dans la région de Thusy. Il en a aussi tué sur la Gérine et son affluent la Nesslera, sur la Singine et son affluent la Taferna, comme sur la Serbache à La-Roche et sur la Glâne. Pierre Bossy a aussi chassé la loutre dans la vallée de Charmey en compagnie de chasseurs de la localité et il leur est arrivé d'en tuer 2 et même trois le même jour sur le Javroz dans le voisinage de la Valsainte.

Il fit des chasses analogues et avec un succès identique dans le district de la Veveyse et dans la vallée de la Broye. C'est ainsi qu'il en captura sur la Veveyse même à Châtel-St-Denis, sur la Broye (près de Rue, Dompierre, etc.) et sur ses affluents, la Mionnaz, le Tatroz près de Remaufens, l'Arbogne près de Cousset, la Lembaz, comme sur les affluents du lac de Morat, la Petite-Glâne et le Chandon, et enfin sur la Bibera qui se jette actuellement dans le canal de la Broye. Il doit avoir tué la dernière sur la Sonnaz en 1911, c'est la seule pour laquelle une prime a été payée cette année-là.

La statistique des primes payées dans les dix dernières années et les renseignements intéressants de M. Louis Bossy montrent, comme je l'ai déjà dit, que la loutre a habité autrefois les cours d'eau des différentes parties de notre canton, mais que la destruction entreprise en vue de la protection du poisson, l'a amenée presque à l'extinction totale, comme c'est le cas du reste dans les autres cantons suisses.

M. Louis Bossy en signale une qui n'habite pas la Sonnaz, mais qui y fait une apparition annuelle de peu de durée, une ou deux nuits tout au plus. Il croit que ce sujet habite la Sarine vers Laupen ou peut-être même l'Aar ? Il y en aurait encore une autre dans la Sarine, au-dessus de Thusy. M. L. Bossy en a suivi les traces même jusqu'au barrage de la Maigrauge (Fribourg) sans pouvoir la capturer. Ce serait un vieux et grand sujet.

La statistique que j'ai pu établir d'après un nombre bien limité d'années et les renseignements de M. L. Bossy suffisent à démontrer que la loutre est en voie d'extinction dans le canton de Fribourg comme dans le reste de la Suisse et j'insiste à dire que si l'on veut la sauver, il faut, si ce n'est la protéger, du moins supprimer la prime de 30 francs payée par loutre tuée depuis un bon nombre d'années. Si la loutre mange du poisson, elle s'attaque très probablement aux sujets *malades* et il n'est pas déplacé de penser que les maladies du poisson (furonculose et autres) se généralisent depuis que les quelques loutres qui nous restent ne suffisent plus à la besogne. Nous rompons l'équilibre de la nature par une courte vue et un faux raisonnement, et dans ce même ordre d'idées, je veux rappeler le cas cité par M. Raymond de Boccard, dans la *Liberté* du 12 décembre 1912 au sujet du renard. L'auteur cite un chasseur d'Ecuvillens qui écrit au même journal : « Le renard, dit-il, est un pauvre animal si traqué que presque tous ses terriers sont inhabités. L'espèce en devient rare, tant et si bien que l'agriculteur s'intéresse au matois et voudrait le protéger. Les souris et les taupes font des ravages depuis la disparition de leur ennemi, le taupier de nuit qu'est le renard. Les souris grimpent partout ; c'est le moment où le froid chasse toute la gent trotte-menu dans les maisons ; cet automne, ces rongeurs ont dévoré presque tous les fruits de mon verger ; n'ont-ils pas détruit, à Lausanne, jusqu'à l'enveloppe du ballon Mars !

« Un seul renard détruit une infinité de rats, de souris et de taupes [1] : j'ai trouvé dans l'estomac d'un renard toute une nichée de souris. Aussi prends-je la permission de prier nos autorités de nous conserver ces bons taupiers de toute l'année — que nous ne payons pas — et de ne pas ouvrir la chasse au renard pendant l'hiver 1913. »

M. de Boccard ajoute que, même pendant la chasse, le renard sauve la vie à de nombreux lièvres par le fait que peu de chiens sont francs du renard et pendant que ceux-ci suivent son odeur plus forte, les lièvres ont le temps de se garer. L'avis du chasseur d'Ecuvillens nous paraît typique et il est à rapprocher de la décision des pêcheurs du canton d'Argovie, qui ont demandé au Conseil d'Etat la suppression de la prime de 30 francs.

Il semble qu'il serait bientôt temps pour l'homme

---

[1] Les taupes dont il est question ici sont sans doute des campagnols, ainsi nommés chez nous, alors que la taupe est appelée *derbon*.

de voir plus loin que le bout de son nez, et de ne plus s'efforcer à diminuer la nature, en rompant l'équilibre entre les espèces pour satisfaire ceux qui ne voient jamais qu'un côté de la question, alors qu'il serait bon de suivre la maxime populaire qui veut qu'on n'entende pas une seule cloche.

Notre société possède une commission chargée de la protection de la nature dans notre canton, ne pourrions-nous pas la charger d'intervenir auprès de nos autorités pour demander la protection de la loutre, en supprimant au moins les primes accordées à sa destruction ? Il n'en coûterait qu'un arrêté et il en résulterait d'abord une économie et probablement, au bout de quelques années, l'extinction ou tout au moins la diminution des maladies du poisson, spécialement de la furonculose.

2. *Les divisioes naturelles de la Belgique expliquées par l'évolution du relief et les conditions du sol,* par M. le D^r^ Krænzel. — L'auteur n'a pas fourni son résumé.

Séance du 13 juin 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *Une démonstration de Fermat,* par M. le prof. Bays. — Fermat [1] a été pour ainsi dire l'inventeur dans ce domaine mathématique que l'on appelle aujourd'hui la Théorie des nombres, qu'il appelait lui-même

---

[1] Voir: Fermat. Un avocat mathématicien. Page 26.

la Science des nombres, et dont il a donné déjà des théorèmes essentiels. La simple liste des énoncés des propositions de Fermat relatives aux nombres entiers demande un certain nombre de pages. Par contre, il est à peu près impossible de trouver dans ses notes mathématiques et ses manuscrits et dans toute sa correspondance publiée jusqu'à l'heure actuelle [1], une démonstration détaillée de l'un quelconque de ses théorèmes numériques. Quelques-unes de ses notes manuscrites en marge de son exemplaire du Diophante de Bachet de Méziriac ont, il est vrai, un certain développement; mais ce sont toujours des résolutions de problèmes ou d'équations indéterminées; dès qu'il s'agit d'une proposition numérique générale, affirmative ou négative, la démonstration manque toujours parce que, sans doute, trop longue pour la mettre dans la marge. Exceptionnellement une note de Fermat au 20^me^ problème de Bachet, à la fin du livre VI de Diophante [2], contient, exposé jusqu'au bout, son procédé de démonstration de l'une de ses propositions numériques : *L'aire d'un triangle rectangle en nombres entiers ne saurait être un carré.* Fermat, dans une lettre à Carcavi du 16 août 1659, a indiqué le principe qui lui a servi à démontrer ses propositions numériques, la *descente infinie;* mais la note en question est, sauf erreur, la

---

[1] Voir Paul Tannery et Ch. Henry. Les œuvres mathématiques de Fermat publiées en 4 volumes parus successivement en 1891, 1894, 1896 et 1912.

[2] Bachet avait annoté déjà son édition des 6 livres de Diophante (avec des fragments du 7me) qui nous sont parvenus, et avait ajouté lui-même des problèmes aux problèmes de Diophante, principalement à la fin du livre VI. La note de Fermat est au problème 20 de Bachet, qui suit le problème 26 de Diophante, livre VI.

seule démonstration que Fermat nous ait laissée de l'un de ses théorèmes numériques. Voici la traduction littérale de cette note, suivant de près le texte latin de Fermat [1] :

« L'aire d'un triangle rectangle exprimé en nombres entiers ne peut être égale à un carré. Nous placerons ici la démonstration de ce théorème de notre invention, que nous avons découverte après une laborieuse et pénible méditation. Ce genre de démonstration produira de merveilleux progrès dans les questions arithmétiques. — Si l'aire d'un triangle était un carré, on donnerait 2 quatrièmes puissances dont la différence serait un carré. — D'où il suit qu'il serait donné 2 carrés dont la somme et la différence seraient des carrés. — Ainsi sera donné un nombre formé d'un carré et du double d'un carré, qui est égal à un carré, avec cette condition que les carrés qui le composent fassent aussi en somme un carré. — Mais, si un nombre carré est la somme d'un carré et du double d'un autre carré, son côté est pareillement la somme d'un carré et du double d'un carré, comme nous pouvons facilement le démontrer. — D'où il serait conclu que ce côté est la somme des côtés de l'angle droit d'un triangle et qu'un des carrés qui le composent est la base, et que le double carré est égal à la hauteur. Ainsi ce triangle rectangle sera formé de 2 carrés dont la somme et la différence seront des carrés. — Mais on prouvera que

[1] J'ai séparé par un tiret chaque phrase de la démonstration elle-même de Fermat ; à chaque phrase entre tirets de Fermat correspond dans ma démonstration plus loin le résultat que j'ai noté successivement par les chiffres : (1), (2), ... (7) ; ces égalités (1), (2), ... (7) étant la traduction en signes algébriques des résultats que Fermat a exprimés par une phrase.

la somme de ces 2 carrés est plus petite que celle des 2 premiers carrés supposés, dont la somme aussi bien que la différence, font un carré. —

Donc, si on donne 2 carrés dont la somme et la différence font un carré, on pourra donner en nombres entiers la somme de 2 carrés de même nature, qui sera moindre que la première. Par le même raisonnement on en trouvera une moindre que celle qui a été trouvée par le procédé qui a fait trouver la première, et toujours jusqu'à l'infini, on trouvera des nombres entiers moindres ayant la même propriété, ce qui est impossible, parce qu'on ne peut pas donner un nombre infini de nombres entiers moindres qu'un nombre entier quelconque. L'exiguité de la marge nous empêche d'insérer la démonstration complète et plus amplement expliquée.

Par ce procédé nous avons conçu et confirmé par démonstration qu'aucun nombre triangulaire, à l'exception de l'unité, ne pouvait être égalé à une quatrième puissance. »

Tel quel le texte de la démonstration elle-même de Fermat est parfaitement inintelligible pour chacun ; je me suis intéressé à suivre sa démonstration pas à pas et à rétablir tout ce que l'exiguité de la marge ne lui a pas permis de mettre dans sa note. Mais auparavant, pour comprendre son procédé, il est nécessaire de rappeler ou d'établir quelques remarques préliminaires, dans lesquelles, comme aussi dans la démonstration qui suit, toutes les lettres a, b, α, etc., employées représentent toujours des nombres entiers.

Remarques préliminaires.

1. Si un produit de 2 facteurs premiers entre eux

est un nombre carré, $m \times n = a^2$, chacun de ces facteurs est un nombre carré.

2. Soit l'égalité :

$$a^2 = b^2 + c^2;$$

a, b, c sont les 3 côtés d'un triangle rectangle en nombres entiers. Sans changer la forme de l'égalité, on peut toujours rendre a, b, c, premiers entre eux 2 à 2, en les divisant par leurs facteurs premiers communs.

3. Soit l'égalité :

$a^2 = b^2 + c^2$ (a, b, c, premiers entre eux 2 à 2)

b et c ne peuvent être deux nombres pairs, car ils ne seraient pas premiers entre eux. Ils ne peuvent être 2 nombres impairs, car $(2n + 1)^2 + (2n' + 1)^2 = 4m + 2$, tandis que a dans ce cas serait pair et a^2 de la forme $4\,n''^2$, ce qui est incompatible avec la première forme. b et c sont donc de parité différente ; appelons b celui qui est pair et c celui qui est impair ; a sera un nombre impair.

4. $(a + b)$ et $(a - b)$ sont *impairs* et *carrés*.

Ils sont évidemment impairs. Ils sont premiers entre eux, car si l'on avait, p étant un nombre premier impair :

$$a + b = m\,p$$
$$a - b = m'p$$

et donc $$2\,a = m''p,$$

a et $(a + b)$ seraient divisibles par p. b le serait donc également, et cela n'est pas, puisque a et b sont premiers entre eux. Comme $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = c^2$, en vertu du chiffre 1, les nombres $(a + b)$ et $(a - b)$ sont carrés.

5. $\dfrac{a + c}{2}$ et $\dfrac{a - c}{2}$ sont *entiers*, de parité *différente* et *carrés*. Ils sont évidemment entiers et de parité

différente puisque leur somme est a. Ils sont premiers entre eux, car si l'on avait, p étant un nombre premier impair :

$$\frac{a+c}{2} = m\,p \quad \text{et donc} \quad a+c = 2\,m\,p$$

$$\frac{a-c}{2} = m'p \qquad \begin{array}{r} a-c = 2\,m'p \\ \hline 2\,a = 2\,m''p \end{array}$$

a $(a+c)$ et donc c seraient divisibles par p, contre l'hypothèse. Comme $\dfrac{a^2-c^2}{4} = \left(\dfrac{a+c}{2}\right)\left(\dfrac{a-c}{2}\right) = \dfrac{b^2}{4}$ en vertu du chiffre 1, les nombres $\dfrac{a+c}{2}$ et $\dfrac{a-c}{2}$ sont encore des carrés.

6. L'égalité $a^2 = b^2 + c^2$ peut ainsi s'écrire :

$$\left(\frac{a+c}{2}+\frac{a-c}{2}\right)^2 = 4\left(\frac{a+c}{2}\right)\left(\frac{a-c}{2}\right)+\left(\frac{a+c}{2}-\frac{a-c}{2}\right)^2$$

ou plus simplement, puisque $\dfrac{a+c}{2}$ et $\dfrac{a-c}{2}$ sont des carrés :

(I) $\qquad (p^2+q^2)^2 = 4\,p^2\,q^2 + (p^2-q^2)^2 \qquad$ où $p > q$

Réciproquement les 3 nombres de la forme p^2+q^2, $2\,p\,q$, p^2-q^2, où p et q sont 2 entiers positifs quelconques, avec la seule condition $p > q$, sont toujours les 3 côtés d'un triangle rectangle en nombres entiers, puisqu'ils vérifient nécessairement l'égalité précédente. Par conséquent cette formule (I), où p et q sont toutes les combinaisons possibles de 2 entiers positifs avec $p > q$, contient tous les triangles rectangles en nombres entiers possibles. Fermat appelle le triangle de côtés p^2+q^2, $2\,p\,q$, p^2-q^2, *formé* des nombres p et q ; il prend pour base du triangle le côté impair p^2-q^2, et le côté pair $2\,p\,q$ pour hauteur.

Démonstration.

Si $\frac{bc}{2} = m^2$ on aura successivement

$$4\,b^2\,c^2 = 16\,m^4$$
$$(b^2 + c^2)^2 = a^4$$
$$a^4 - 16\,m^4 = (b^2 - c^2)^2$$

ou, en employant les lettres α, β, γ, en remarquant que β est pair :

$$\alpha^4 - \beta^4 = \gamma^2 \qquad (1)$$

On peut toujours, sans que la forme de l'égalité change, rendre α, β, γ, premiers entre eux 2 à 2, s'ils ne le sont déjà, et écrivons mieux :

$$(\alpha^2)^2 = (\beta^2)^2 + \gamma^2$$

D'après le chiffre 4 plus haut, les nombres $(\alpha^2 + \beta^2)$ et $(\alpha^2 - \beta^2)$ sont impairs et carrés, c'est-à-dire :

$$\alpha^2 + \beta^2 = m^2 \qquad m \text{ et } n \text{ impairs}$$
$$\alpha^2 - \beta^2 = n^2 \qquad (2)$$

Il s'ensuit $\quad 2\,\beta^2 = m^2 - n^2$

C'est-à-dire $\quad m^2 = 2\,\beta^2 + n^2$

$$\alpha^2 = \beta^2 + n^2 \qquad (3)$$

Dans l'égalité $2\,\beta^2 = m^2 - n^2$ on rend m, n et β premiers entre eux 2 à 2, s'ils ne le sont déjà. Par le même raisonnement employé deux fois déjà aux chiffres 4 et 5, on montre alors que $(m + n)$ et $(m - n)$ n'ont aucun facteur commun impair ; d'autre part, $(m + n)$ et $(m - n)$ sont pairs ; mais un seul des deux contient le diviseur 4, autrement, leur somme étant $2\,m$, m ne pourrait être impair, Si $(m - n)$ est celui des deux nombres qui contient le diviseur 4, en vertu toujours du chiffre 1 plus haut, on peut écrire ;

$$m + n = 2\,\beta'^2$$
$$m - n = \beta''^2$$

D'où $\quad 2\,m = 2\,\beta'^2 + \beta''^2$

où β'^2 est un nombre impair et β''^2 est divisible par 4.

En faisant $\beta'''^2 = \frac{\beta''^2}{4}$ il vient:

$$m = \beta'^2 + 2\beta'''^2 \qquad (4)$$

La somme des carrés des 2 termes de droite devient:

$$\beta'^4 + 4\beta'''^4 = m^2 - 4\beta'^2\beta'''^2 = m^2 - \beta'^2\beta''^2 = m^2 - \beta^2 = \alpha^2 \qquad (5)$$

C'est-à dire β'^2 et $2\,\beta'''^2$ sont les 2 côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle; β'^2 est le côté impair ou la base, et $2\,\beta'''^2$ est le côté pair ou la hauteur. On peut donc poser:

$$p^2 - q^2 = \beta'^2$$
$$p\,q = \beta'''^2$$

Si p et q ont un facteur premier commun, les 2 égalités ne changent pas de forme en les divisant chacune par ce facteur au carré; on rendra ainsi p et q premiers entre eux, et par le fait, p, q et β' premiers entre eux 2 à 2. En vertu du chiffre 1 du début, p et q sont ainsi des carrés; puisque $p^2 = q^2 + \beta'^2$ où β'^2 est impair et q^2 pair, en vertu du chiffre 4, $(p + q)$ et $(p - q)$ sont impairs et carrés. Le triangle en question est donc *formé* de 2 carrés p et q dont la somme et la différence sont des carrés (6). On a maintenant sans autre;

$$p + q \leqq \beta'^2 \leqq \beta^2 < \alpha^2 + \beta^2 \qquad (7)$$

et ainsi la proposition numérique de Fermat est démontrée.

Séance du 4 juillet 1918.

Présidence de M. le prof. M. Plancherel, président.

1. *Les caractères chimiques de quelques matières colorantes,* par M. Paul Demont, assistant. — L'auteur n'a pas fourni son résumé.

1. *Quelques caractéristiques de l'année climatologique 1917,* par M. le professeur Paul Girardin.

Le professeur Raoul Gautier donne périodiquement, dans le Journal de Genève et dans les Archives des Sciences naturelles, les éléments du climat de Genève, d'abord par trimestre, puis pour l'année entière. Nous en extrayons, pour cette année 1917 qui a réalisé en divers sens des extrêmes, quelques données caractéristiques, que l'on a pu constater, exagérées ou atténuées, dans notre climat de Fribourg. On verra, par ce qui suit, qu'il faut se méfier des moyennes, et grouper certains chiffres, comme ceux de température, d'après la continuité de séries de jours où les circonstances sont restées les mêmes, non d'après la moyenne d'une saison ou de l'année où les hauts et les bas s'annulent.

Au point de vue de la température, ce qui distingue l'année 1917 de celles qui l'ont précédée, c'est qu'elle a eu des saisons extrêmes bien tranchées, hiver froid et été plutôt chaud. Les précédentes, à part la belle année 1911, étaient toutes des années médiocres, présentant des analogies avec le climat marin, tandis que 1917 a les caractères du climat continental. Si l'on ne consultait que les moyennes annuelles, on en tirerait la conclusion surprenante que 1915 et surtout 1916, ont été des années plus chaudes, donc meilleures, que 1917. Mais cette chaleur relative des années qui ont précédé 1917 est dûe uniquement à la chaleur de l'hiver, qui avait relevé les moyennes ; or, ce qui importe à la culture, c'est la chaleur de l'été, et 1917 avait été déplorable. Aussi l'amplitude annuelle de la température donne-t-elle un chiffre beaucoup plus élevé en 1917.

L'année 1917 a été très pluvieuse (1209 mm.). Elle a été plus humide que la précédente (1079) et même que la très humide année de 1910 ou la pluvieuse année 1896, avec 1167 mm. Il faut remonter de plus d'un siècle, à 1799, pour trouver une année plus humide (1254 mm.). Voilà donc un double record, celui des extrêmes de température et celui de la pluviosité.

Nébulosité et durée d'insolation. — L'année 1917 a été en moyenne plus claire que les précédentes et même un peu plus que 1911 (5,7 contre 5,8). Elle présente un total de 1730 heures de soleil, contre 1710 en moyenne, 1579 en 1916, 2010 en 1911 constatées à l'ancien héliographe).

Pression atmosphérique. — Le baromètre, qui avait atteint un chiffre très bas le 18 novembre 1916, soit 697,8 mm., est descendu plus bas encore le 7 mars 1917, soit à 695,9 mm., ce qui est le record de la basse pression à Genève.

Donc, l'année 1917 restera comme l'année des saisons tranchées, des fortes amplitudes de température, (19,96° entre juillet et février), des extrêmes tranchés de froid et de chaud (—14,2° le 10 février, + 32,3° le 26 juillet), comme une année pluvieuse, ce qui ne l'a pas empêchée d'être une année chaude en été, et pourvue d'une moindre nébulosité, d'un fort total d'heures de soleil, en somme une année excellente au point de vue agricole, ce que les moyennes de température n'indiquent nullement.

2. *Présentation d'un pied à coulisse (avec vernier donnant à l'estime le 1:100 de millimètre) de la maison Sim (ateliers mécaniques et fonderie) de Morges (Suisse)*, par M. le professeur PAUL GIRARDIN.

M. Paul Girardin met en circulation un instrument de mesure qui relève des laboratoires scientifiques en même temps que des ateliers de haute précision auxquels il est destiné. Il en a été fait don, par l'intermédiaire de M. Bergeret de Frouville, à l'Institut géographique, où sa place se trouvera à côté d'appareils dont le vernier constitue une des parties essentielles : cercles divisés du théodolite, tableau focal de la règle à éclimètre, planimètre Amsler, etc.

Il s'agit d'un calibre ou « pied à coulisse » destiné à prendre mécaniquement le diamètre de pièces de mécanique d'une extrême ténuité, la fabrication en série, qui seule permet aujourd'hui des prix de revient rémunérateurs, demandant que les éléments fournis soient rigoureusement comparables entre eux et interchangeables. Le développement de la grande fabrique, dans l'horlogerie entre autres, avait vulgarisé l'emploi de ces calibres de haute précision ; on se doute de la demande croissante qu'a provoquée l'industrie des munitions installée depuis la guerre dans les moindres villages de la « montagne » neuchâteloise : l'industrie suisse, un instant débordée par le nombre des commandes, et sollicitée d'ailleurs par la montée rapide des prix, s'est ressaisie, et a été en mesure de fournir des instruments de mesure approchant, tel que celui-ci, de la perfection, à des prix relativement bas.

C'est ainsi que l'évolution industrielle suit de plus ou moins près l'évolution scientifique. Alors que le système métrique considérait comme sous-multiples pratiquement mesurables le gramme et le millimètre, c'est-à-dire le millième de l'unité, la science actuelle de la mesure a atteint d'abord le milligramme, puis le millième de milligramme, c'est-à-dire la 6me décimale (0,000 001 kg.). Dans la division du millimètre on a également atteint le millième *(le micron)* et voici qu'on parle de *millimicron.*

On comprend que l'industrie doive suivre, et voilà pourquoi ce pied à coulisse, dont le vernier donne, à l'estime, le centième de millimètre, devient d'un usage usuel, aujourd'hui que la perfection de la lecture, dans les mesures, est fonction de l'état d'avancement de la science et du progrès industriel.

La maison Sim nous fait part qu'elle construit cet appareil en deux types distincts, l'un avec graduation dans le même plan sur la règle et sur le vernier, conforme à l'échantillon qui a circulé devant la Société, l'autre avec graduation du coulisseau sur un plan incliné, dans le genre du calibre Roch. Dans les deux types, la caractéristique de cette fabrication est la forme trapézoïdale de la règle, qui assure une plus grande précision et un guidage plus régulier et plus doux.

En ces temps où il est si souvent question d'industrie nationale, de Semaine Suisse et de Werkbund, il y avait lieu de signaler une aussi heureuse initiative.