

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **54 (2008)**

Heft 3-4

PDF erstellt am: **22.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

Other examples should be tested to confirm, or invalidate,  $d_3$  as a rightful analogue of prime natural density in  $\mathbf{Z}$ .

We conclude by a general question pertaining to the density theory in number systems presented in the book [Bu]. Consider a class  $\mathcal{K}$  of finite structures and a property  $\mathcal{P}$ . Define, for each  $n \geq 1$ ,  $\mathcal{K}_n$  as the subset of these structures of size  $n$ . Define  $p_n$  as the proportion of structures in  $\mathcal{K}_n$  that have property  $\mathcal{P}$ , and  $P_n$  as the proportion of structures in  $\bigcup_{k=1}^n \mathcal{K}_k$  that have property  $\mathcal{P}$ . In [Bu], the function  $p_n$  (resp.  $P_n$ ) is referred to as the *local* (resp. *global*) *counting function* and is somewhat akin to the  $d_1$  (resp.  $d_2$ ) approximant of order  $n$ . General results [Bu] have been proved in which the existence of a limit for  $p_n$ , or  $P_n$ , as  $n \rightarrow \infty$  has been established. Suppose we define an *average counting function*  $\bar{p}_n$  as  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n p_k$ . Are there classes of structures such that neither  $p_n$ , nor  $P_n$  have a limit law, but  $\bar{p}_n$  does? Can we build a general theory of limit laws based on the function  $\bar{p}_n$ ? This function being similar to the  $d_3$ -approximant of order  $n$ , Propositions 1.11 and 1.13 of our paper suggest that if  $\bar{p}_n$  converges there are general hypotheses under which the associated Dirichlet density also exists.

#### REFERENCES

- [Ap] APOSTOL, T.M. *Introduction to Analytic Number Theory*. Corrected 4<sup>th</sup> printing, Springer-Verlag, 1995.
- [Ba1] BALLOT, C. Counting monic irreducible polynomials  $P$  in  $\mathbf{F}_q[X]$  for which order of  $X \pmod{P}$  is odd. *J. Théor. Nombres Bordeaux* 19 (2007), 41–58.
- [Ba2] — An elementary method to compute prime densities in  $\mathbf{F}_q[X]$ . In: *Combinatorial Number Theory*, 71–80. Walter de Gruyter, Berlin, 2007.
- [Bi] BILHARZ, H. Primdivisoren mit vorgegebener Primitivwurzel. *Math. Ann.* 114 (1937), 476–492.
- [Bu] BURRIS, S. *Number Theoretic Density and Logical Limit Laws*. Math. Surveys and Monographs 86. Amer. Math. Soc., 2001.
- [Ca] CAR, M. Ensembles de polynômes irréductibles et théorèmes de densité. *Acta Arith.* 44 (1984), 323–342.
- [Des] DESCOMBES, R. *Éléments de théorie des nombres*. Presses Universitaires de France, 1986.
- [FrJa] FRIED, M. and M. JARDEN. *Field Arithmetic*. Springer-Verlag, 1986.
- [FuLe] FUCHS, A. et G. LETTA. Le problème du premier chiffre décimal pour les nombres premiers. *Electron. J. Combin.* 3 (1996), #R25.
- [Ha] HASSE, H. Über die Dichte der Primzahlen  $p$ , für die eine vorgegebene ganzrationale Zahl  $a \neq 0$  von gerader bzw. ungerader Ordnung mod  $p$  ist. *Math. Ann.* 166 (1966), 19–23.
- [Ho] HOOLEY, C. On Artin's conjecture. *J. Reine Angew. Math.* 225 (1967), 209–220.

- [Len] LENSTRA, JR., H. W. On Artin's conjecture and Euclid's algorithm in global fields. *Invent. Math.* 42 (1977), 201–224.
- [Li] LITTLEWOOD, J. E. The converse of Abel's theorem on power series. *Proc. London Math. Soc.* (2) 9 (1911), 434–438.
- [LuSh] LUCA, F. and I. E. SHPARLINSKI. Arithmetic functions with linear recurrence sequences. *J. Number Theory* 125 (2007), 459–472.
- [MoVa] MONTGOMERY, H. L. and R. C. VAUGHAN. The large sieve. *Mathematika* 20 (1973), 119–134.
- [Nar] NARKIEWICZ, W. *Elementary and Analytic Theory of Algebraic Numbers*. PWN–Polish Scientific Publishers, Warsaw 1974.
- [Pra] PRACHAR, K. *Primzahlverteilung*. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 91. Springer-Verlag, Berlin, 1957.
- [Ro] ROSEN, M. *Number Theory in Function Fields*. Graduate Texts in Mathematics 210. Springer-Verlag, 2002.
- [Ser] SERRE, J.-P. *A Course in Arithmetic*. Graduate Texts in Mathematics 7. Springer-Verlag, 1973.
- [Shp] SHPARLINSKI, I. E. Some arithmetic properties of recurrence sequences. *Mat. Zametki* 47 (1990), 124–131 (in Russian); English translation in *Math. Notes* 47 (1990), 612–617.
- [Sie] SIERPIŃSKI, W. Sur une décomposition des nombres premiers en deux classes. *Collect. Math.* 10 (1958), 81–83.
- [Tau] TAUBER, A. Ein Satz aus der Theorie der unendlichen Reihen. *Monatshefte für Math.* 8 (1897), 273–277.

(Reçu le 27 juillet 2007)

C. Ballot

Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme  
Université de Caen  
F-14032 Caen Cedex  
France  
*e-mail* : Christian.Ballot@math.unicaen.fr