

Residually nilpotent group

Autor(en): **Mikhailov, Roman / Passi, Inder Bir S.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **54 (2008)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **26.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-109921>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

52

RESIDUALLY NILPOTENT GROUPS

by Roman MIKHAILOV and Inder Bir S. PASSI

In general, it is difficult to decide whether a given group is residually nilpotent; this is so even for rather simple looking one-relator groups [2]. There is thus need to develop general methods for checking residual nilpotence. Such an investigation will have wide impact in group theory and topology; for example, in the context of Baumslag's parafree conjecture [1], Whitehead's asphericity conjecture [4], etc.

We list here two problems on residual nilpotence (see also Kourovka Notebook 2006, Problem 16.65).

PROBLEM 52.1. If F is a free group with finite basis $x_1, \dots, x_n$, and r a basic commutator, then is the group $\langle x_1, \dots, x_n \mid r \rangle$ residually nilpotent?

Let G be a residually nilpotent group. We say that G is *absolutely residually nilpotent* if for any k -central extension

$$1 \rightarrow N \rightarrow \tilde{G} \rightarrow G \rightarrow 1,$$

of G , i.e., a central extension satisfying $[N, \underbrace{\tilde{G}, \dots, \tilde{G}}_{k \text{ terms}}] = 1$, the group $\tilde{G}$ is again residually nilpotent.

It would be of interest to investigate such groups; for instance, it can be shown that the following two statements are equivalent:

- (i) finitely-generated parafree groups are absolutely residually nilpotent;
- (ii) Baumslag's parafree conjecture: $H_2(G) = 0$ for a finitely-generated parafree group G .

As a first step, on examining absolute residual nilpotence for one-relator groups, it turns out that *every central extension of a one-relator residually*

nilpotent group is again residually nilpotent [3]. We are thus motivated to raise the following:

PROBLEM 52.2. Is every one-relator residually nilpotent group absolutely residually nilpotent?

REFERENCES

- [1] COCHRAN, T.D. and K.E. ORR. Stability of lower central series of compact 3-manifold groups. *Topology* 37 (1998), 497–526.
- [2] MAGNUS, W., A. KARRASS and D. SOLITAR. *Combinatorial Group Theory: Presentations of Groups in Terms of Generators and Relations*. Pure and Applied Mathematics 13. Interscience Publishers, New York, 1966.
- [3] MIKHAILOV, R. Residual nilpotence and residual solubility of groups. *Sb. Math.* 196 (2005), 1659–1675.
- [4] WHITEHEAD, J.H.C. On adding relations to homotopy groups. *Ann. of Math.* 42 (1941), 409–428.

Roman Mikhailov

Steklov Mathematical Institute
Department of Algebra
Gubkina 8
Moscow, 119991
Russia
e-mail: rmikhailov@mail.ru

Inder Bir S. Passi

Centre for Advanced Study
in Mathematics
Panjab University
Chandigarh, 160041
India
e-mail: ibspassi@yahoo.co.in