

Cohomology of pure automorphism groups of free products of finite groups

Autor(en): **Jensen, Craig**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **54 (2008)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-109910>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

41

COHOMOLOGY OF PURE AUTOMORPHISM GROUPS OF FREE PRODUCTS OF FINITE GROUPS

by Craig JENSEN

Recently, John McCammond, John Meier and I verified [2] the Brownstein–Lee conjecture [1]. It concerns the cohomology of the *pure symmetric automorphism group of a free group*, $P\Sigma_n$, namely the group which has to take each of the preferred generators of free group F_n to a conjugate of itself.

THEOREM 41.1 (The Brownstein–Lee Conjecture). *The cohomology ring $H^*(P\Sigma_n, \mathbf{Z})$ is generated by one-dimensional classes α_{ij}^* , where $i \neq j$, subject to the relations*

- (1) $\alpha_{ij}^* \wedge \alpha_{ij}^* = 0$
- (2) $\alpha_{ij}^* \wedge \alpha_{ji}^* = 0$
- (3) $\alpha_{kj}^* \wedge \alpha_{ji}^* = (\alpha_{kj}^* - \alpha_{ij}^*) \wedge \alpha_{ki}^*$

and the Poincaré series is $p(z) = (1 + nz)^{n-1}$.

What can we say about the cohomology of similar groups? A first question might be:

QUESTION 41.2. *What is the cohomology of $\text{PAut}(\mathbf{Z}/p * \cdots * \mathbf{Z}/p)$? That is, what is the cohomology of the pure (meaning each $\mathbf{Z}/p$ in the free product has to be taken to a conjugate of itself) automorphism group of a free product of n copies of $\mathbf{Z}/p$?*

After we get this, a more generalized question would be:

QUESTION 41.3. *Let $G_1, \dots, G_n$ be finite abelian groups. What is the cohomology of $\text{PAut}(G_1 * \cdots * G_n)$?*

or perhaps

QUESTION 41.4. *Let $G_1, \dots, G_n$ be finite abelian groups or $\mathbf{Z}$. What is the cohomology of $\text{PAut}(G_1 * \dots * G_n)$?*

or perhaps even

QUESTION 41.5. *Let $G_1, \dots, G_n$ be finite groups or $\mathbf{Z}$. What is the cohomology of $\text{PAut}(G_1 * \dots * G_n)$?*

REFERENCES

- [1] BROWNSTEIN, A. and R. LEE. Cohomology of the group of motions of n strings in 3-space. In: *Mapping Class Groups and Moduli Spaces of Riemann Surfaces (Göttingen, 1991 and Seattle, WA, 1991)*, 51–61. Contemp. Math. 150. Amer. Math. Soc., 1993.
- [2] JENSEN, C. A., J. MCCAMMOND and J. MEIER. The integral cohomology of the group of loops. *Geom. Topol.* 10 (2006), 759–784.

Craig Jensen

Department of Mathematics
University of New Orleans
New Orleans, LA 70148
USA
e-mail: cjensen@uno.edu