

Isomorphism conjectures for the mapping class group

Autor(en): **Davis, James F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **54 (2008)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-109895>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

26

ISOMORPHISM CONJECTURES FOR THE MAPPING CLASS GROUP

by James F. DAVIS

I enjoyed Guido's lecture in Münster where he showed that Teichmüller space is a classifying space for actions of the mapping class group whose isotropy groups are all finite. I will pose a question and then recall one I posed at that time.

Let Σ_g be a closed surface of genus g , let Γ_g be its mapping class group, and $\tau_g \cong \mathbf{R}^{6g-6}$ its Teichmüller space.

QUESTION 26.1 (A special case of the Borel Conjecture). *Let Γ be a torsion free subgroup of the mapping class group, for example the Torelli group. Is the action of Γ on τ_g topologically rigid? That is, is any proper homotopy equivalence of manifolds $h: M \rightarrow \tau_g/\Gamma$, which is a homeomorphism outside of a compact set, homotopic to a homeomorphism, via a homotopy which is constant outside of a compact set?*

QUESTION 26.2 (Isomorphism conjecture injectivity). *Is there a contractible compactification of Teichmüller space which is small at infinity and equivariant with respect to the action of the mapping class group?*

To say a compactification $\bar{\tau}_g$ of τ_g is *small at infinity* means that for every compact subset K of Teichmüller space, for every boundary point $y \in \bar{\tau}_g - \tau_g$, and for every neighborhood U of y in the compactification $\bar{\tau}_g$, there is a smaller neighborhood V so that for every $\gamma \in \Gamma_g$, if $\gamma K \cap V$ is nonempty, then $\gamma K \subset U$.

DISCUSSION. A solution to Question 26.1 would likely involve carrying out the program of Farrell–Jones [1] in the mapping class group case. A positive solution to Question 26.2 would likely lead to a proof of the injectivity map

of the assembly map in K - and L -theory with respect to the family of finite subgroups (by modifying Rosenthal's thesis [3]), and thereby a new proof of the Novikov conjecture in this case. (It seems that the Novikov conjecture in the mapping class group case has been recently proved by Ursula Hamenstädt [2].)

REFERENCES

- [1] FARRELL, F. T. and L. E. JONES. Isomorphism conjectures in algebraic K -theory. *J. Amer. Math. Soc.* 6 (1993), 249–297.
- [2] HAMENSTÄDT, U. Geometry of the mapping class groups I: Boundary amenability. Preprint arXiv: math.GR/0510116 (2005–2008).
- [3] ROSENTHAL, D. Splitting with continuous control in algebraic K -theory. *K-Theory* 32 (2004), 139–166.

James F. Davis

Department of Mathematics
Indiana University
Bloomington, Indiana 47405
USA
e-mail: jfdavis@indiana.edu