Démonstration 2. On dit qu'un système $\sum P_{ij}(\frac{\partial}{\partial x})f_j = g_i$ est elliptique si le sous-schéma défini par les mineurs maximaux de la matrice (P_{ij}) n'a pas de point réel à l'infini. On peut vérifier que cette condition est équivalente à la suivante: toute solution f est analytique sur l'ouvert U de $\mathbf{R}^n$ si g est analytique sur U [M]. Dans notre cas, l'ellipticité résulte du fait que le sous-schéma considéré est fini. Il est donc égal à sa clôture projective. Comme les conditions de compatibilité ont lieu, le système admet des solutions. Elles sont toutes analytiques.

REMARQUE. On dit que le système est hypoelliptique si toutes les solutions distributions sont C^∞ quand les g_i sont C^∞. Sous l'hypothèse $\dim_{\mathbf{C}} \mathbf{C}[x_1, \dots, x_n]/I$ finie, toutes les solutions du système homogène sont C^∞ d'après Ehrenpreis-Malgrange-Palamodov. Toutes les solutions sont C^∞. On a l'hypoellipticité. Si $h = k = 1$ on a une équation différentielle linéaire à coefficients constants et il est bien connu que les résultats du théorème et de la remarque sont valables dans ce cas.

BIBLIOGRAPHIE

[E] EISENBUD, D. *Commutative Algebra. With a View Toward Algebraic Geometry.* GTM *150.* Springer-Verlag, 1995.

[G] GOLDSCHMIDT, H. Existence theorems for analytic linear partial differential equations. *Ann. of Math. (2) 86* (1967), 246–270.

[H] HÖRMANDER, L. *An Introduction to Complex Analysis in Several Variables.* Van Nostrand, 1966.

[M] MATSUURA, S. On general systems of partial differential operators with constant coefficients. *J. Math. Soc. Japan 13* (1961), 94–103.

[P] PALAMODOV, V. P. *Linear Differential Operators with Constant Coefficients.* Springer-Verlag, 1970.

[T] TRÈVES, F. *Linear Partial Differential Equations with Constant Coefficients.* Gordon and Breach Science Publishers, 1966.

(Reçu le 5 mai 2003)

Jean D'Almeida

Université des Sciences et Technologies de Lille
UFR de Mathématiques
UMR AGAT CNRS
Cité Scientifique
F-59655 Villeneuve d'Ascq Cedex
France

Leere Seite
Blank page
Page vide