

1. Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **16.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

ATIYAH'S L^2 -INDEX THEOREM

by Indira CHATTERJI and Guido MISLIN

1. INTRODUCTION

The L^2 -Index Theorem of Atiyah [1] expresses the index of an elliptic operator on a closed manifold M in terms of the G -equivariant index of some regular covering $\tilde{M}$ of M , with G the group of covering transformations. Atiyah's proof is analytic in nature. Our proof is algebraic and involves an embedding of a given group into an acyclic one, together with naturality properties of the indices.

2. REVIEW OF THE L^2 -INDEX THEOREM

The main reference for this section is Atiyah's paper [1]. All manifolds considered are smooth Riemannian, without boundary. Covering spaces of manifolds carry the induced smooth and Riemannian structure. Let M be a closed manifold and let E, F denote two complex (Hermitian) vector bundles over M . Consider an elliptic pseudo-differential operator

$$D: C^\infty(M, E) \rightarrow C^\infty(M, F)$$

acting on the smooth sections of the vector bundles. One defines its space of solutions

$$S_D = \{s \in C^\infty(M, E) \mid Ds = 0\}.$$

The complex vector space S_D has finite dimension (see [13]), and so has S_{D^*} the space of solutions of the adjoint D^* of D where

$$D^*: C^\infty(M, F) \rightarrow C^\infty(M, E)$$