

3.2 DÉCOMPOSITIONS ADMISSIBLES (D'APRÈS CHEKANOV ET PUSHKAR)

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

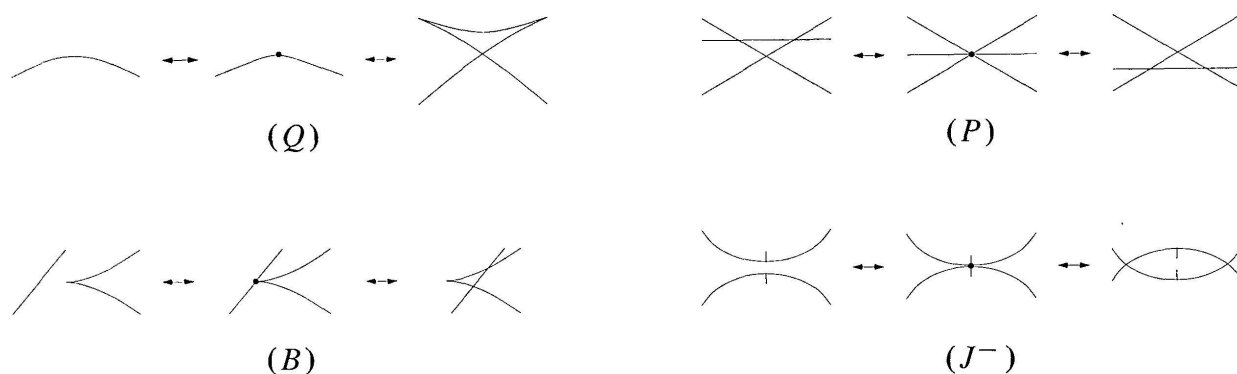


FIGURE 6

Singularités permises dans l'isotopie entre deux fronts

Le nombre de cusps d'un front, comptés avec leur signe (positif pour les cusps montants, négatif pour les cusps descendants), le *nombre de Maslov*, est invariant par isotopies legendriennes.

3.2 DÉCOMPOSITIONS ADMISSIBLES (D'APRÈS CHEKANOV ET PUSHKAR)

Dans cette section on rappelle brièvement la construction d'un nouvel invariant des nœuds legendriens, dû à Yu. Chekanov et P. Pushkar, qui permettra d'établir une caractérisation géométrique de la solution de minimax.

La projection d'un nœud legendrien de $J^1\mathbf{R}$ dans $J^0\mathbf{R}$ par π_1 est un front fermé. Soit Σ un tel front, générique.

On appelle *décomposition* de Σ des courbes X_1, \dots, X_n fermées, ayant un nombre fini d'auto-intersections, telles que pour $i \neq j$, $X_i \cap X_j$ contient un nombre fini de points, et $X_1 \cup \dots \cup X_n = \Sigma$.

Un point double $x \in X_i \cap X_j$ de Σ est un *point de saut* si X_i et X_j ne sont pas lisses en x , *de Maslov* si le nombre de cusps (comptés avec leur signe) qui séparent le long du front les deux branches se coupant en x est 0.

DÉFINITION. Une décomposition (X_1, \dots, X_n) de Σ est *admissible* si :

- (1) chaque X_i est homéomorphe au bord d'un disque : $\partial X_i = B_i$;
- (2) pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$, $q \in \mathbf{R}$, l'ensemble

$$B_i(q) := \{z \in \mathbf{R} \mid (q, z) \in B_i\}$$

est connexe ; en particulier si c'est un point, ce point est un cusp du front ;

- (3) si $(q_0, z) \in X_i \cap X_j$ ($i \neq j$) est un point de saut alors pour $q \neq q_0$, assez proche q_0 , l'ensemble $B_i(q) \cap B_j(q)$ est soit $B_i(q)$, soit $B_j(q)$, soit vide ;
- (4) les points de sauts sont tous de Maslov.

REMARQUES.

(1) Il suit des conditions (1) et (2) que chaque courbe X_i a exactement deux cusps, qui divisent la courbe en deux parties, que l'on note σ_i^+ et σ_i^- (avec la convention suivante : pour tout $(q, z_i^\pm) \in \sigma_i^\pm$ générique, on a $z_i^- < z_i^+$).

(2) La condition (3) équivaut à demander qu'aucun point de saut ne réalise l'une des configurations interdites montrées à la Figure 7.

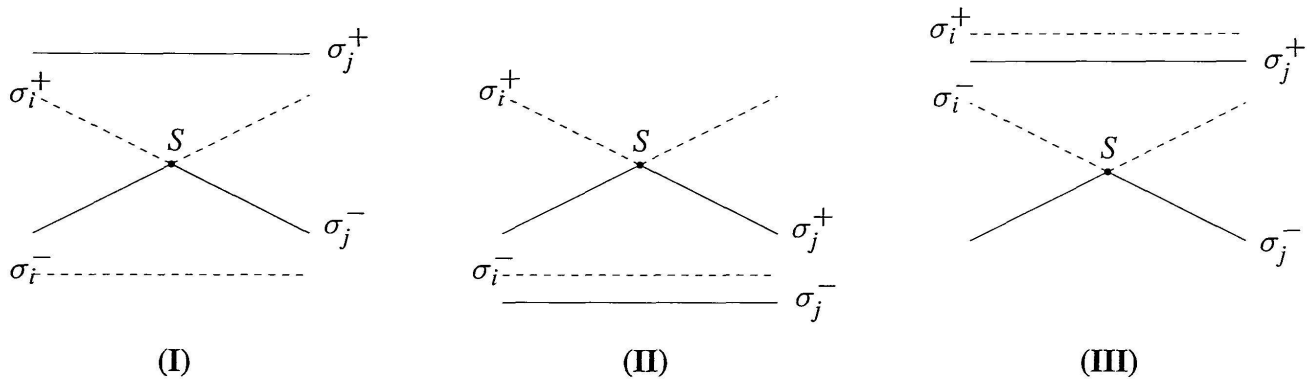


FIGURE 7

Configurations interdites autour des points de saut

Notons par $\#(\mathcal{D})$ le nombre de courbes X_i et par $\#(\mathcal{S})$ le nombre de points de saut dans une décomposition admissible \mathcal{D} du front Σ .

THÉORÈME DE CHEKANOV-PUSHKAR ([Ch2], [C-P]). *Le nombre de décompositions admissibles d'un front projection d'un nœud legendrien est invariant par isotopies legendriennes du nœud; de plus, le nombre $\#(\mathcal{D}) - \#(\mathcal{S})$ est constant le long de l'isotopie.*

EXEMPLE 3.1. La Figure 8 montre deux décompositions d'un front générique, projection d'un nœud legendrien. Le front est isotope au front lèvre (le front ayant deux cusps et aucune auto-intersection), donc; d'après le théorème de Chekanov-Pushkar, la décomposition (1) est la seule admissible.



FIGURE 8