

5. Comparaison avec les résultats classiques

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **43 (1997)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

(b) pour $* = J$,

$$0 \longrightarrow A(-5) \longrightarrow A^3(-4) \oplus A(-5) \longrightarrow A^4(-3) \longrightarrow \mathcal{I}(T) \longrightarrow 0;$$

en particulier

$$p_{B(T)}(t) = 6t - 2.$$

(c) pour $* = R$ et T générique,

$$0 \longrightarrow A(-6) \longrightarrow (A(-5) \oplus A(-4))^2 \longrightarrow A^4(-3) \longrightarrow \mathcal{I}(T) \longrightarrow 0;$$

en particulier

$$p_{B(T)} = 5t + 1,$$

et donc $T \notin \mathbf{T}_{3,3}^D \cup \mathbf{T}_{3,3}^J$.

5. COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS CLASSIQUES

Soit $T: \mathbf{P}^3 \dashrightarrow \mathbf{P}^3$ une transformation de Cremona; on note Λ_T le système linéaire correspondant: un élément générique de Λ_T est donc le transformé strict d'un plan générique. Si $S, S' \in \Lambda_T$ sont génériques, alors l'intersection schématique $S \cap S'$ est la réunion de la transformée stricte γ d'une droite générique et d'un 1-cycle fixe ω dont le support est contenu dans l'ensemble des points base de T ; en particulier $\deg(\omega) = \deg(T)^2 - \deg(T^{-1})$. Dans le cas de bidegré (3,3) on a $\deg(\omega) = 6$, et on écrit $\omega_6 = \omega$.

Si O est un point singulier de S , pour tout $S \in \Lambda_T$, on dit:

- (i) O est un *point double ordinaire* pour Λ_T si les cônes tangents en O des éléments génériques de Λ_T sont non dégénérés et sans génératrice commune;
- (ii) O est un *point double de contact* pour Λ_T si les cônes tangents en O des éléments génériques de Λ_T sont non dégénérés et coïncident.

Dans [7, chap. XIV, page 295 et table VI], Hilda Hudson, qui ne considère apparemment que des situations génériques, affirme qu'il y a quatre types de transformations de bidegré (3,3). Plus précisément, elle distingue quatre cas suivant la nature du lieu des points singuliers $\Sigma(S)$ d'un élément générique $S \in \Lambda_T$ et celle de ω_6 (on indique entre parenthèses le type correspondant à notre définition 1.1):

- (a) S est lisse (**D**);
- (b) $\Sigma(S)$ est discret et
 - (b1) contient un point double O ordinaire pour Λ_T qui est un point double pour ω_6 (**J**), ou bien
 - (b2) contient un point double O de contact pour Λ_T qui est un point quadruple pour ω_6 (**J**);
- (c) $\Sigma(S)$ est une droite (**R**).

Dans le cas (a), T est déterminantielle d'après le corollaire, et dans le cas (c) elle est évidemment réglée. Les deux cas (b) fournissent des transformations de de Jonquières: en effet, les hypothèses impliquent que O est un point multiple de $S \cap S'$ de multiplicité 4 pour (b1) ou 6 pour (b2), et donc que O est un point double de γ .

A partir du lemme 2.3 on construit facilement des transformations vérifiant les conditions (b): pour (b1) prendre q et g génériques, et pour (b2) choisir $q \in \mathcal{M}^2$ et g générique.

Dans [3] L. Cremona ne prétend pas à une classification mais se propose seulement de démontrer la simplicité et la fécondité de sa méthode de construction de transformations birationnelles (pour un exposé de cette méthode voir aussi [16, chap. VIII]); il étudie en détail cinq cas:

- (1) S est lisse (**D**);
- (2) S est réglée (**R**);
- (3) S contient deux points doubles P_1, P_2 ordinaires pour Λ_T , et ω_6 est la réunion de la droite P_1P_2 et d'une quintique rationnelle avec deux points doubles en P_1 et P_2 (**D**) ou avec un point triple en P_1 et passant simplement par P_2 (**J**);
- (4) S contient trois points doubles P_1, P_2, P_3 ordinaires pour Λ_T et ω_6 est la réunion des trois droites P_iP_j et d'une cubique gauche passant par les P_i (**D**);
- (5) S contient un point double O de contact uniplanaire pour Λ_T (*i.e.* le cône tangent en O d'un élément générique de Λ_T est dégénéré en un plan double) et ω_6 a un point quadruple en O (**J**).