

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **42 (1996)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SQUARE-FREE TOWER OF HANOI SEQUENCES

by Andreas M. HINZ

ABSTRACT. The sequence of moves in the optimal solution of the Tower of Hanoi with an arbitrary number of discs has recently been shown to lead to an example of an infinite square-free string over a six-letter alphabet by recourse to the theory of iterated morphisms. We present a direct approach to this result, using only properties of the Tower of Hanoi itself, which also reveals an implicit infinite square-free string with just five letters.

0. SQUARE-FREE STRINGS AND THE OLIVE SEQUENCE

Suppose you dispose of a reservoir of *letters* (or *symbols*), i.e. an at most countably infinite set \mathcal{A} , called an *alphabet*, and you are asked to construct a *word* (or *string*) of infinite length, i.e. a sequence $a \in \mathcal{A}^{\mathbf{N}}$, which does not contain any non-trivial immediate repetition, or *square*, i.e. there are no $m \in \mathbf{N}_0$ and $l \in \mathbf{N}$ such that

$$\forall k \in \{m + 1, \dots, m + l\} : a_{k+l} = a_k.$$

(For a concise survey on *square-free* words and their use in mathematics see [4].)

Assume $\mathcal{A} = \mathbf{N}$ and try an apparently economic approach, namely choose a_k as the smallest positive integer such that (a_1, \dots, a_k) does not contain any square. Then you come up with the following sequence :

(1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 5, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, ...)

A connoisseur of the mathematical theory of the Tower of Hanoi (TH) puzzle (see [13] for a comprehensive survey) will immediately recognize the pattern