

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **41 (1995)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## JACOBI SUMS AND STICKELBERGER'S CONGRUENCE

by Keith CONRAD<sup>1</sup>

**ABSTRACT.** We present an extension of a classical congruence for Jacobi sums of two characters to a congruence for arbitrary Jacobi sums. This congruence is used to provide what seems to be a new proof of Stickelberger's congruence for Gauss sums, as well as a new explanation for the appearance of base  $p$  digits in Stickelberger's congruence. It is also shown that in fact the Jacobi sum congruence and Stickelberger's congruence are equivalent.

### INTRODUCTION

About a century ago, Stickelberger established a congruence for Gauss sums over a finite field which has had useful implications for the study of cyclotomic fields. A generalized version of a classical congruence for Jacobi sums of two characters will be proven which is ultimately shown to be equivalent to Stickelberger's congruence. In particular, this allows for a new proof of Stickelberger's congruence and a new explanation for the form of the congruence.

Before discussing finite fields, we will need to fix a way of representing these fields and the multiplicative characters on them. Let  $p$  be a positive prime,  $q = p^f$  for  $f$  in  $\mathbf{Z}^+$ . We have the following diagram of number fields and primes, where  $\mathfrak{P}_i$  lies over  $\mathfrak{p}_i$ ,  $g = \varphi(q - 1)/f$ , and  $\zeta_p, \zeta_{q-1} \in \mathbf{C}$  denote roots of unity with respective orders  $p$  and  $q - 1$ :

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbf{Q}(\zeta_{q-1}, \zeta_p) & \mathfrak{P}_1^{p-1} \cdot \dots \cdot \mathfrak{P}_g^{p-1} & \\
 | & | & \\
 \mathbf{Q}(\zeta_{q-1}) & \mathfrak{p}_1 \cdot \dots \cdot \mathfrak{p}_g & \\
 | & | & \\
 \mathbf{Q} & p &
 \end{array}$$

<sup>1</sup>) Supported by an ONR graduate fellowship Mathematics Subject Classification 11L05, 11T24.