

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **40 (1994)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

ENUMERATIVE COMBINATORICS  
AND CODING THEORY

by Shalom ELIAHOU<sup>1)</sup>

ABSTRACT. Let  $f$  be a polynomial in  $n$  variables with non-negative integral coefficients. The enumeration of the values assumed by  $f$  on  $\{1, -1\}^n$  is shown to be equivalent to the enumeration of the weights in some associated binary linear code  $L_f$ . We use this correspondence, together with the MacWilliams identity, to enumerate (1) Hadamard matrices of some fixed order, and (2) the proper 4-colorings of a graph, in terms of the weight distribution of suitable binary codes. Similar formulas could be obtained for other combinatorial objects.<sup>2)</sup>

Let  $f$  be a polynomial in  $n$  variables with non-negative integral coefficients. We will address here the following

PROBLEM. Is there a point  $p \in \{1, -1\}^n$  such that  $f(p) = 0$ ? How many such binary zeros does  $f$  admit? More generally, what can be said about the *value enumerator* of  $f$ , which we define as

$$V_f(T) = \sum_{p \in \{\pm 1\}^n} T^{f(p)} \in \mathbf{N}[T, T^{-1}] ?$$

(Note that the coefficient of  $T^v$  in  $V_f(T)$  is the number of binary points  $p$  such that  $f(p) = v$ , for  $v \in \mathbf{Z}$ .) Many classical combinatorial problems can be expressed in the above terms, for a suitable polynomial  $f$ .

In order to discuss these problems, we associate with  $f$  a binary linear code  $L_f$ , in such a way that the weight enumerator of  $L_f$  and the value enumerator of  $f$  faithfully reflect each other. We then invoke the MacWilliams identity from coding theory, to obtain formulas for the number of binary zeros

---

<sup>1)</sup> The author gratefully acknowledges support from the Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique during part of the preparation of this paper.

<sup>2)</sup> MR classification primary 05A15, secondary 94B05, 05B20, 05C15.