

Appendix 2: Restriction to the Temperley-Lieb algebra

Objektyp: **Appendix**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **40 (1994)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

APPENDIX 2: RESTRICTION TO THE TEMPERLEY-LIEB ALGEBRA

The Temperley-Lieb algebra $P(n, \delta)$ (see §2) is contained (unitally) in $A(n, \delta)$ (indeed in $\overrightarrow{A(n, \delta)}$) by simply connecting the inside $*$ to the outside $*$, which reduces the rest of the annulus to a disc. The structure of $P(n, \delta)$ is very well known, particularly when it is semisimple (see [GHJ], and [GW] in the non-semisimple case). This structure is very easily re-obtained by the method of this paper. We have that there is one irreducible representation of $P(n, \delta)$ for each t , $0 \leq t \leq n$, $t + n$ even, of dimension $\binom{n}{\frac{n-t}{2}} - \binom{n}{\frac{n-t-2}{2}}$.

Call these representations ψ_t .

THEOREM. For $t > 0$,

$$\pi_{t, \omega}|_{P(n, \delta)} = \bigoplus_{\substack{t \leq k \leq n \\ k+t \text{ even}}} \psi_k$$

and when $t = 0$,

$$\pi_{0}|_{P(n, \delta)} = \psi_0$$

(when both algebras are semisimple).

This is easily proved by induction using Theorem 2.8 and Lemma 4.6. It is reassuring to note that the dimensions add up in an obvious way:

$$\begin{aligned} \dim(\pi_{t, \omega}) = \binom{n}{\frac{n-t}{2}} &= \left\{ \binom{n}{\frac{n-t}{2}} - \binom{n}{\frac{n-t}{2} - 1} \right\} + \left\{ \binom{n}{\frac{n-t}{2} - 1} - \binom{n}{\frac{n-t}{2} - 2} \right\} \\ &+ \cdots + \left\{ \binom{n}{0} - \binom{n}{-1} \right\}. \end{aligned}$$

Similarly one may check that the formulas for the traces of minimal idempotents add up.

Our first attempt to derive the structure of $A(n, \delta)$ was using the unital inclusion of the Temperley-Lieb algebra. The only stumbling block was in trying to show that the "trivial" representation ψ_n (of dimension 1) is actually contained in $\pi_{t, \omega}$.