

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Thus – roughly speaking – for fixed  $T$  the eigenvalues  $\lambda_n$  are “proportional” to the coefficients  $a(nT)$ .

Suppose that  $F$  is in  $S_k^*(\Gamma_2)$ . Using Theorem 1 in §2 and the estimate (8) with  $m = 1$  one finds that

$$(15) \quad a(T) \ll_{\varepsilon, F} (\det T)^{k/2 - 1/2 + \varepsilon} \quad (\varepsilon > 0),$$

and (11) together with (14) implies that (15), in fact, is best possible.

On the other hand, taking into account (12) and the fact that the Hecke eigenforms form a basis, one may be led to the following

CONJECTURE 1 [11]. *Let  $F$  be a cusp form of integral weight  $k$  on  $\Gamma_2$  and suppose that either  $k$  is odd or that  $k$  is even and  $F$  is in the orthogonal complement of the Maass space. Let  $a(T)$  ( $T$  a positive definite symmetric half-integral  $(2, 2)$ -matrix) be the Fourier coefficients of  $F$ . Then*

$$a(T) \ll_{\varepsilon, F} (\det T)^{k/2 - 3/4 + \varepsilon} \quad (\varepsilon > 0).$$

Concerning norms of Fourier-Jacobi coefficients, one optimistically may hope for the truth of the following

CONJECTURE 2. *Let  $F$  be a cusp form of integral weight  $k$  on  $\Gamma_2$  and denote by  $\phi_m$  ( $m \in \mathbf{N}$ ) its Fourier-Jacobi coefficients. Then*

$$(16) \quad \|\phi_m\| \ll_{\varepsilon, F} m^{k/2 - 1/2 + \varepsilon} \quad (\varepsilon > 0).$$

Note that – in view of Theorem 1 of §3 – (17) would be best possible.

#### NOTE ADDED IN PROOF

The estimates for the Fourier coefficients of cusp forms of arbitrary genus  $n \geq 2$  obtained in [7] improve upon those obtained in [5, 11], cf. 4.2. ii).

#### REFERENCES

- [1] ANDRIANOV, A. N. Euler products corresponding to Siegel modular forms of genus 2. *Russ. Math. Surv.* 29 (1974), 45-116.
- [2] ——— Modular descent and the Saito-Kurokawa conjecture. *Invent. math.* 53 (1979), 267-280.
- [3] BERNDT, R. On automorphic forms for the Jacobi group. To appear in *Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung*.
- [4] BÖCHERER, S. *Bemerkungen über die Dirichletreihen von Koecher und Maaß*. Math. Gott. vol. 68, Göttingen 1986.
- [5] BÖCHERER, S. and S. RAGHAVAN. On Fourier coefficients of Siegel modular forms. *J. reine angew. Math.* 384 (1988), 80-101.

- [6] BÖCHERER, S. and R. SCHULZE-PILLOT. The Dirichlet series of Koecher and Maass and modular forms of weight  $3/2$ . *Math. Z.* 209 (1992), 273-287.
- [7] BÖCHERER, S. and W. KOHNEN. Estimates for Fourier coefficients of Siegel cusp forms. To appear in *Math. Ann.*
- [8] DUKE, W., R. HOWE and J.-S. LI. Estimating Hecke eigenvalues of Siegel modular forms. *Duke Math. J.* 67 (No. 1) (1992), 219-240.
- [9] EICHLER, M. and D. ZAGIER. *The theory of Jacobi forms*. Progress in Math. vol. 55. Birkhäuser; Boston 1985.
- [10] EVDOKIMOV, S. A. A characterization of the Maass space of Siegel cusp forms of genus 2 (in Russian). *Mat. Sbornik (154)* 112 (1980), 133-142.
- [11] FOMENKO, O. M. Fourier coefficients of Siegel cusp forms of genus  $n$ . *J. Soviet. Math.* 38 (1987), 2148-2157.
- [12] FREITAG, E. *Siegelsche Modulfunktionen*. Grundlehren d. Math. Wiss. vol. 254. Springer: Berlin, Heidelberg, New York 1983.
- [13] GRITSENKO, V. A. The action of modular operators on the Fourier-Jacobi coefficients of modular forms. *Math. USSR Sbornik* 47 (1984), 237-267.
- [14] GROSS, B., W. KOHNEN and D. ZAGIER. Heegner points and derivatives of L-series. II. *Math. Ann.* 278 (1987), 497-562.
- [15] IWANIEC, H. Fourier coefficients of modular forms of half-integral weight. *Invent. math.* 87 (1987), 385-401.
- [16] KITAOKA, Y. Fourier coefficients of Siegel cusp forms of degree two. *Nagoya Math. J.* 93 (1984), 149-171.
- [17] KLINGEN, H. *Introductory lectures on Siegel modular forms*. Cambridge Studies in Advanced Maths. Vol. 20. Cambridge Univ. Press: Cambridge 1990.
- [18] KOHNEN, W. and N.-P. SKORUPPA. A certain Dirichlet series attached to Siegel modular forms of degree two. *Invent. Math.* 95 (1989), 541-558.
- [19] KOHNEN, W. Non-holomorphic Poincaré-type series on Jacobi groups. To appear in *J. of Number Theory*.
- [20] ——— Estimates for Fourier coefficients of Siegel cusp forms of degree two. To appear in *Compos. Math.*
- [21] ——— Estimates for Fourier coefficients of Siegel cusp forms of degree two. II. *Nagoya Math. J.* 128 (1992), 171-176.
- [22] ——— On Poincaré series of exponential type on  $Sp_2$ . To appear in *Abh. Math. Sem. Hamburg*.
- [23] KOHNEN, W. and N.-P. SKORUPPA. A certain Dirichlet series attached to Siegel modular forms of degree two. II. In preparation.
- [24] KRIEG, A. A Dirichlet series for modular forms of degree  $n$ . *Acta Arith.* 59 (1991), 243-259.
- [25] LANDAU, E. Über die Anzahl der Gitterpunkte in gewissen Bereichen. II. *Göttinger Nachr.* (1915), 209-243. (*Collected works*, vol. 6, pp. 308-342. Essen: Thales 1986).
- [26] MAASS, H. Die Differentialgleichungen in der Theorie der Siegelschen Modulformen. *Math. Ann.* 126 (1953), 44-68.
- [27] ——— *Siegel's modular forms and Dirichlet series*. Lect. Notes Maths. Vol. 216. Springer: Berlin, Heidelberg, New York 1971.
- [28] ——— Über eine Spezialschar von Modulformen zweiten Grades. *Invent. Math.* 52 (1979), 95-104.
- [29] ——— Über eine Spezialschar von Modulformen zweiten Grades. II. *Invent. math.* 53 (1979), 249-253.

- [30] MIYAWAKI, I. Numerical examples of Siegel cusp forms of degree 3 and its zeta functions. Preprint, Fukuoka 1991.
- [31] ODA, T. On modular forms associated with indefinite quadratic forms of signature  $(2, n-2)$ . *Math.* 231 (1977), 97-144.
- [32] SATO, M. and T. SHINTANI. On zeta functions associated with prehomogeneous vector spaces. *Ann. of Math.* 100 (1974), 131-170.
- [33] SKORUPPA, N.-P. Developments in the theory of Jacobi forms. In: *Proceedings of a conference on automorphic functions and their applications* (eds.: Kuznetsov, N. and Bykovsky, V.), pp. 167-185. The USSR Academy of Science. Chabarovsk 1990. (cf. also MPI preprint 89-40, Bonn 1989).
- [34] — Heegner cycles, modular forms and Jacobi forms. *Sém. de Théorie des Nombres*, Bordeaux 3 (1991), 93-116, 1991.
- [35] — Computations of Siegel modular forms of genus two. *Math. of Comp.* 58, No. 197 (1992), 381-398.
- [36] — *Jacobiformen, Perioden und Fourierkoeffizienten elliptischer Modulformen*. In preparation.
- [37] WALDSPURGER, J.-L. Sur les coefficients de Fourier des formes modulaires de poids demi-entier. *J. Math. Pures Appl.* 60 (1981), 375-484.
- [38] YAMAZAKI, T. Rankin-Selberg method for Siegel cusp forms. *Nagoya Math. J.* 120 (1990), 35-49.
- [39] ZAGIER, D. Sur la conjecture de Saito-Kurokawa (d'après H. Maass). *Sém. Delange-Pisot-Poitou 1979-1980*, pp. 371-394. Progress in Math. Vol. 12. Birkhäuser: Boston 1980.
- [40] ZIEGLER, C. Jacobi forms of higher degree. *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg* 59 (1989), 191-224.

(Reçu le 22 avril 1992)

Winfried Kohnen

Max-Planck-Institut für Mathematik  
Gottfried-Claren-Strasse 26  
D-W-5300 Bonn 3 (Germany)