

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Traditionally, p -adic analysis has been done in $\mathbf{C}_p$. But every power series $F(X) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n X^n$ with $a_n \in \mathbf{C}_p$ can be defined on L , and the radius of convergence is the same in L as in $\mathbf{C}_p$, because in either field the series converges iff the valuation of its terms approach $+\infty$. (Remember that L is complete.) As an example, we state the following proposition.

PROPOSITION 13. *There exists a unique function $\log_p: L^* \rightarrow L$ such that*

- (1) $\log_p x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (x-1)^n / n$, for $v(x-1) > 0$.
- (2) $\log_p xy = \log_p x + \log_p y$, for all $x, y \in L^*$.
- (3) $\log_p p = 0$.

Proof. The proof for L is exactly the same as the proof for $\mathbf{C}_p$. See pp. 87-88 in [7]. $\square$

Although we can extend any power series defined on $\mathbf{C}_p$ to L , it seems that p -adic analysis rarely (if ever) would need to use properties of L not true of $\mathbf{C}_p$. All that seems important is that the field is a complete algebraically closed immediate extension of $\bar{\mathbf{Q}}_p$. It would be interesting to investigate whether anything can be gained by doing p -adic analysis in L instead of in $\mathbf{C}_p$.

REFERENCES

- [1] ABHYANKAR, S. S. Two notes on formal power series. *Proc. Amer. Soc.* 7, no. 5 (1956), 903-905.
- [2] BOURBAKI, N. *Commutative Algebra*. Hermann, 1972.
- [3] CHEVALLEY, C. *Introduction to the theory of algebraic functions of one variable*. Amer. Math. Soc. Surveys, 1951.
- [4] FUCHS, L. and L. SACHE. *Modules Over Valuation Domains*. Marcel Dekker, 1985.
- [5] KAPLANSKY, I. Maximal Fields with Valuations. *Duke Math. J.* 9 (1942), 313-321.
- [6] ———. Maximal Fields with Valuations II. *Duke Math. J.* 12 (1945), 243-248.
- [7] KOBLITZ, N. *p -adic Numbers, p -adic Analysis, and Zeta-Functions*. Springer-Verlag, 1984.
- [8] KRULL, W. Allgemeine Bewertungstheorie. *J. für Mathematik* 167 (1932), 160-196.
- [9] LAMPERT, D. Algebraic p -adic expansions. *J. of Number Theory* 23 (1986), 279-284.
- [10] MACLANE, S. The Universality of Formal Power Series Fields. *Bull. Amer. Math. Soc.* 45 (1939), 888-890.

- [11] MAL'CEV, A. On the Embedding of Group Algebras in Division Algebras. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 60 (1948), 1499-1501.
- [12] NEUMANN, B. On Ordered Division Rings. *Trans. of the A.M.S.* 66 (1949), 202-252.
- [13] PASSMAN, D. *The Algebraic Structure of Group Rings*. John Wiley and Sons, 1977, 598-602.
- [14] POONEN, B. *Formal Power Series and Maximally Complete Fields*. Undergraduate thesis, Harvard University, 1989.
- [15] ——— *Units in Mal'cev-Neumann Rings*. Unpublished manuscript, 1990.
- [16] RAYNER, F. An Algebraically Closed Field. *Glasgow J. Math.* 9 (1968), 146-151.
- [17] SERRE, J.-P. *Local Fields*. Springer-Verlag, 1979.

(Reçu le 18 mars 1992)

Bjorn Poonen

Department of Mathematics
University of California at Berkeley
Berkeley, CA 94720

E-mail address: poonen@math.berkeley.edu