Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1991)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 37 (1991), p. 235-248

THE EVALUATION OF SELBERG CHARACTER SUMS

by Ronald J. EVANS

ABSTRACT. The evaluations of Selberg character sums conjectured on p. 207 of *Enseignement Math. 27* (1981) are proved.

§ 1. INTRODUCTION

Many of the classical special functions over **C** have character sum analogs over finite fields. For example, the Gauss and Jacobi sums defined in (1.1) are analogs of the gamma and beta integrals

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty e^{-x} x^a \frac{dx}{x}, \qquad \beta(a, b) = \int_0^1 x^a (1-x)^b \frac{dx}{x(1-x)}.$$

Some identities for character sums over finite fields seem more difficult to prove than their classical counterparts; compare, e.g., the Hasse-Davenport product formula for Gauss sums [7, (7)] with the Gauss multiplication formula for gamma functions. The identities for n-dimensional Selberg character sums given in Theorems 1.1, 1.1a provide further examples. Their counterparts are the well known n-dimensional Selberg integral extensions of the gamma and beta integral formulas.

The case $n = 3$ of the Selberg character sum identity in Theorem 1.1 has been used to evaluate a sum connected with the root system G_2 [8]. The case $n = 2$ is equivalent to an analog of Dixon's summation formula [11, (2.1.5)] involving hypergeometric ${}_3F_2$ character sums over finite fields. We remark that hypergeometric character sums have been used, e.g., in the computation of the number of points on hypersurfaces [13], [12], in proving congruences for Apery numbers [14], and in graph theory [6], [9].

Let $GF(q)$ be a finite field of q elements, where q is a power of an odd prime. Fix a multiplicative character $\tau \colon GF(q)^* \to \mathbf{C}^*$ of order $q-1$ and a nontrivial additive character $\psi \colon GF(q) \to \mathbf{C}^*$. Extend τ by defining $\tau(0) = 0$. Let $\phi = \tau^{(q-1)/2}$ be the quadratic character on $GF(q)$. For all integers a, b, define the Gauss sums $G(a)$ and Jacobi sums $J(a, b)$ by