

2. Lifting edges

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1986)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

quotient graph X/G . When G acts on X we shall often say that G is a *group of automorphisms of X* .

We adopt the usual notation whereby G_x denotes the stabilizer of a vertex x . If $g \in G$ happens to fix x we write g_x for the element g thought of as a member of G_x . Of course G_e denotes the stabilizer of the edge e . If x is a vertex of e then G_e is a subgroup of G_x .

Suppose G acts on a tree X . If $g \in G$ fixes the vertices u, v then it must fix the whole geodesic \overrightarrow{uv} , since otherwise the image of \overrightarrow{uv} under g would be a second geodesic from u to v .

2. LIFTING EDGES

Let G be a group of automorphisms of a tree X . Choose a maximal tree M in X/G and lift it [4, Proposition I.14] to a subtree T of X . The vertices of T form a set of representatives for the action of G on the vertices of X . For each pair of edges f, \bar{f} from $X/G - M$ select one, say f , and lift it to an edge e of X which has its initial vertex x in T . Exactly one vertex z of T lies in the same orbit as $t(e)$ and we choose an element γ_f from G that maps z onto $t(e)$. We can now lift \bar{f} to $(\gamma_f)^{-1}\bar{e}$. This has its initial vertex z in T and $\gamma_{\bar{f}} = (\gamma_f)^{-1}$ sends the vertex x of T to its terminal vertex (Figure 1). Finally we extend the correspondence $f \rightarrow \gamma_f$ over the edges of M by setting $\gamma_f = 1$ (the identity element of G) whenever $f \in M$.

The *Bass-Serre theorem* [4, Theorem I.13] gives the following presentation for G .

(a) *Generators.* The elements of all the G_w where w is a vertex of T and the γ_f where f is an edge of X/G .

(b) *Relations.* The internal relations of each stabilizer G_w together with

$$\gamma_f = 1 \text{ if } f \text{ is an edge of } M,$$

$$\gamma_{\bar{f}} = (\gamma_f)^{-1} \text{ and}$$

$$\gamma_{\bar{f}} g_x \gamma_f = (\gamma_{\bar{f}} g \gamma_f)_z \text{ where } e \text{ is the chosen lift of } f \text{ and } g \in G_e.$$

(If f is an edge of M then $z = t(e)$ and the final relation reduces to $g_x = g_z$ whenever $g \in G_e$).